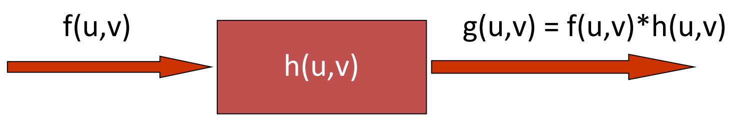
# Transformadas espaciales de la imagen





## Convolución espacial




$$g(u,v) = h(u,v) * f(u,v) = \sum_i \sum_j f(i,j)h(u-i, v-j)$$

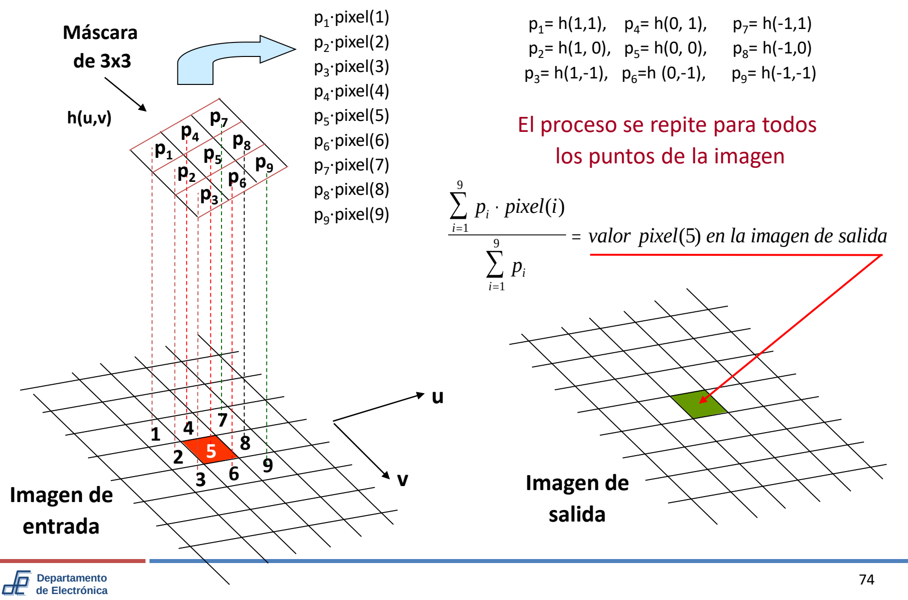
- La **respuesta al impulso** h(u,v), se suele aproximar por funciones reducidas (3x3 componentes, frecuentemente).
- Estas funciones reducidas se suelen denominar "**máscaras**".
- El **valor** que toma cada una de las componentes de la máscara, depende de la **función** a realizar (filtro paso bajo, filtro paso alto, etc.).
- En la figura se muestra una máscara de 3x3 con valores: h(-1,-1), h(0,-1),h(1,-1), h(-1,0), h(0,0), h(1,0), h(-1,1), h(0,1), h(1,1).

u →, v ↓

| | | |
|---|---|---|
| h(1,1) | h(0,1) | h(-1,1) |
| h(1,0) | h(0,0) | h(-1,0) |
| h(1,-1) | h(0,-1) | h(-1,-1) |

- **Dimensiones** máscaras: números impares (lo que hace que exista un píxel **central**).
- Tamaños **típicos** de máscaras: 3×3, 5 ×5, 7×7, 9 ×9, 11×11.

## Convolución espacial








## Convolución espacial

- Tamaño de imagen = M × N
- Tamaño de máscara = m x n
- Tamaño de la convolución = [M - m + 1] × [N – n + 1]

u →, v ↓

| | | |
|---|---|---|
| h(1,1) | h(0,1) | h(-1,1) |
| h(1,0) | h(0,0) | h(-1,0) |
| h(1,-1) | h(0,-1) | h(-1,-1) |

$$S_{mxn} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h(i,j)$$

$$g(u,v) = \frac{1}{S_{mxn}} \sum_{i=-1}^{1}\sum_{j=-1}^{1} [f(i,j) \times h(u-i, v-j)] = f(u,v) * h(u,v)$$

# Ejemplo de convolución
## *Filtro paso bajo*

$$h(u,v)=\begin{pmatrix}1/9 & 1/9 & 1/9\\ 1/9 & 1/9 & 1/9\\ 1/9 & 1/9 & 1/9\end{pmatrix}=\frac{1}{9}\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

$$g(u,v)=h(u,v)*f(u,v)=\frac{1}{S_{mxn}}\sum_i\sum_j f(i,j)h(u-i,v-j)$$

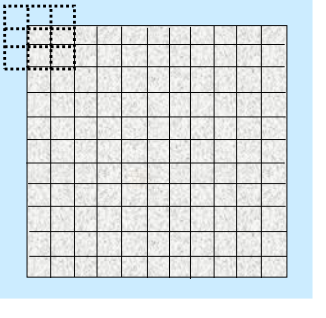
**f(u,v)**

**g(u,v)**



# Convolución espacial

- ¿Qué sucede con los puntos de borde de la imagen? Hay varias soluciones:
  1. Pasar la máscara por todos los píxeles de la imagen, **excepto por los de los bordes.** Esto hace que la **imagen de salida sea de menor tamaño**: Si el tamaño de imagen original es MxN y el tamaño de la máscara es nxn, el tamaño de la imagen de salida es: [M-(n-1)]x[N-(n-1)].
  2. **Añadiendo filas y columnas** en los bordes de la imagen con píxeles del **mismo valor** de intensidad que los de las filas y columnas de borde. Si la máscara es de nxn el número de filas y columnas a añadir será (n-1).
  3. **Rellenar con ceros** las filas y columnas fuera de la imagen.



- La solución más frecuente es la 1.

# Ruido

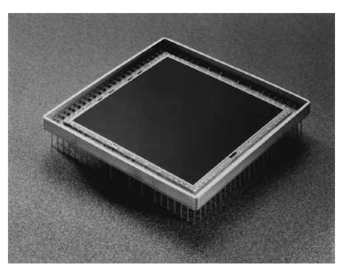




## Ruido

*Origen*

- Fuente de ruido:
  - Sensor CCD.
  - Fluctuación de la señal en el detector.
  - Causada por energía térmica.
  - Peor en los sensores de infrarrojos.
  - Electrónica.
  - Transmisión.
  - Polvo, arañazos en la óptica.
  - Aberraciones ópticas de las lentes…



## Tipos de ruido

- **Ruido gaussiano** produce pequeñas variaciones en la imagen. Tiene su origen en diferencias de ganancia del **sensor**, ruido de digitalización, perturbaciones en la transmisión, etc.
- **Ruido impulsional**: El ruido tiene un gran efecto sobre los píxeles (el ruido impone el valor del píxel). Se presenta, por ejemplo, cuando se trabaja con objetos a **altas temperaturas** (problemas con infrarrojos).
- **Ruido frecuencial**: La imagen es la suma de la imagen ideal y otra señal, la **interferencia**.
- **Ruido multiplicativo**: La imagen obtenida es fruto de la **multiplicación** de dos señales.



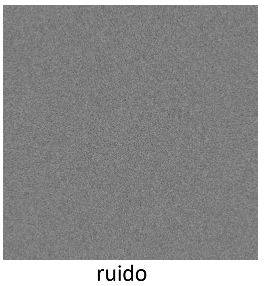


## Reducción de ruido

- ¿Cómo se puede reducir el ruido?
  - Promediando imágenes
  - Realizando operaciones sobre el entorno de cada píxel
    - Filtros lineales (paso bajo, paso alto)
    - Filtros no lineales (mediana, Gaussiano)
  - Filtros en el dominio de la frecuencia (TDF)

imagen

+



ruido

=

imagen con ruido

Universidad de Alcalá

# Ruido

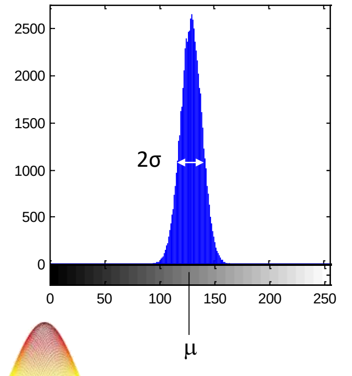
## *Modelo Gausiano*

- ☐ La distribución típica de ruido es Gaussiana

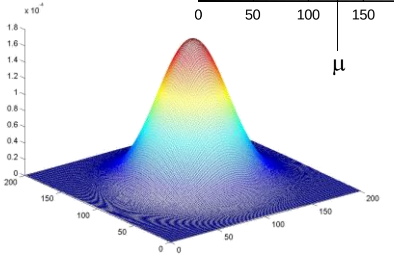
$$\eta(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma}\right)$$

Con μ=0

Desviación típica: σ




- ☐ Gaussiana bidimensional





Universidad de Alcalá

# Ruido: filtros lineales

## *Promediado de imágenes*

- ☐ Considerando una **imagen ruidosa** f(u,v), está se puede expresar como:

$$f(u,v) = f_{sin\_ruido}(u,v) + n(u,v)$$

siendo n(u,v) el **ruido**: **incorrelado**, **gausiano**, de **media cero** y **varianza** $\sigma_n^2$.

- ☐ La **media** de varias imágenes, captadas en las **mismas condiciones**:

$$g(u,v) = \overline{f}(u,v) = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K} f_i(u,v)$$

- ☐ La **varianza** de los píxeles (respecto a su valor ideal) en la imagen resultante g(u,v) viene dada por :

$$\sigma_g^{\,2}(u,v) = \frac{1}{K}\sigma_n^{\,2}(u,v)$$

# Ruido: filtros lineales
## *Promediado de imágenes*

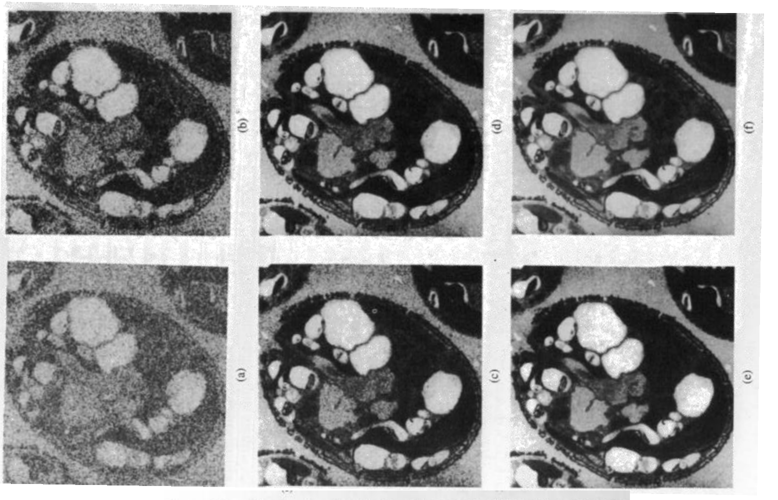


**Figura 4.18.** Ejemplo de reducción de ruido por promediado: (a) una imagen típica con ruido; (b)-(f) resultados de promediar 2, 8, 16, 32 y 128 imágenes con ruido.



# Ruido: filtros lineales
## *Promediado del entorno de vecindad*

$$h(u,v) = \begin{pmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{pmatrix} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$g(u,v) = h(u,v) * f(u,v) = \frac{1}{S_{mxn}} \sum_i \sum_j f(i,j)h(u-i, v-j)$$

**f(u,v)**

**g(u,v)**

## Ruido: filtros lineales

*Efecto sobre detalles con la reducción de ruido*

- La reducción de ruido puede conllevar la desaparición de detalles finos en la imagen

**Imagen original**

**Imagen con reducción de ruido**



Universidad de Alcalá

## Ruido: filtros no lineales

*Mediana*

- **Unidimensional** (Nx1). Mediana: valor central de la ordenación de menor a mayor.

N impar

menor → mayor

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | ……. | $x_{(N-1)/2}$ | … …… | $x_{N-2}$ | $x_{N-1}$ | $x_N$ |

↓

**Mediana**

- **Bidimensional** (NxN)

(N-1)/2 ↓ ; (N-1)/2 →

| | | |
|---|---|---|
| X | X | X |
| X | X | X |
| X | X | X |

(N-1)/2 ↓ ; (N-1)/2 →

| | | |
|---|---|---|
| | X | |
| X | X | X |
| | X | |

Preserva los bordes verticales y horizontales

(N-1)/2 ↓ ; (N-1)/2 →

| | | |
|---|---|---|
| X | | X |
| | X | |
| X | | X |

Preserva los bordes inclinados

Universidad de Alcalá

## Ruido: filtros no lineales
*Mediana*


**Figura 4.23.** (a) Imagen original; (b) imagen corrompida por ruido en forma de impulsos; (c) resultado del promedio en un entorno 5 × 5; (d) resultado producido por un filtro de mediana de tamaño 5 × 5. (Cortesía de Martin Connor, Texas Instruments Inc., Lewisville, Tex.)



Universidad de Alcalá

## Ruido
*Filtros lineales y no lineales*

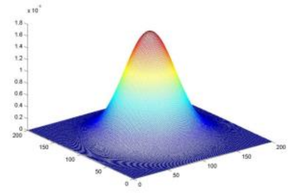
Original    Filtro paso bajo    Mediana

# Ruido

## *Otros tipos de filtros no lineales*

- Filtro Gaussiano:

$$G(u,v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} exp\left(-\frac{(u^2+v^2)}{2\sigma^2}\right)$$



- Fijado un valor de $\sigma^2$, la función G(u,v) se puede aproximar por una máscara, cuyas dimensiones dependen del valor de $\sigma^2$ :

| | | |
|---|---|---|
| G(-1,-1) | G(0,-1) | G(1,-1) |
| G(-1,0) | G(0,0) | G(1,0) |
| G(-1,1) | G(0,+1) | G(1,1) |

- Se van dando pares de valores a u y v.
- El tamaño de la máscara se trunca cuando los valores de G(u,v) sean despreciables frente a los otros.
- Los valores de G(u,v) se pueden escalar (multiplicar por una constante) y redondear al entero más próximo.

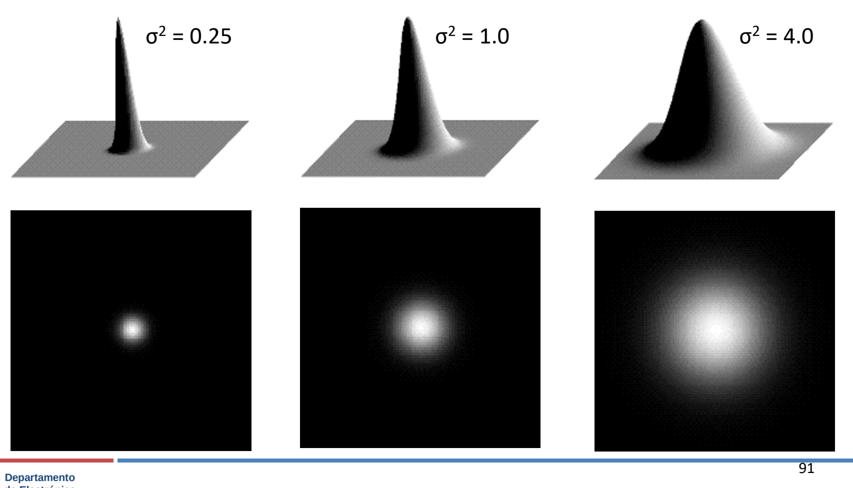




# Ruido

## *Otros tipos de filtros no lineales*

$$G(u,v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} exp\left(-\frac{(u^2+v^2)}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right) \cdot exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right)$$



# Ruido

## *Filtros gaussianos*

**σ = 0.391**

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 1 |
| 4 | 12 | 4 |
| 1 | 4 | 1 |

**σ = 0.625**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 2 | 1 |
| 2 | 7 | 11 | 7 | 2 |
| 3 | 11 | 17 | 11 | 3 |
| 2 | 7 | 11 | 7 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 2 | 1 |





# Ruido

## *Ejemplos con filtros gaussianos*

Máscara Gaussiana
7x7

Máscara Gaussiana
15x15