Universidad de Alcalá

Histograma de una imagen y procesamiento basado en el histograma

Departamento de Electrónica

Histograma de una imagen
Definición

- Una **imagen** muestra la **distribución espacial** de los niveles de gris.
- El **histograma** de una imagen descarta la información espacial y muestra la frecuencia de ocurrencia de los valores de gris: **el número de veces que aparece en la imagen cada nivel de gris.**
- Una imagen tiene un solo histograma, pero un histograma se puede corresponder con infinitas imágenes.

Imagen: MxN =6x6

2	4	5	4	5	5
1	6	3	6	3	5
0	7	5	7	0	4
5	6	3	7	1	2
3	4	3	5	5	4
4	2	4	2	4	3

Codificada con 3 bits:
8 niveles de gris (0, 1,…, 7)

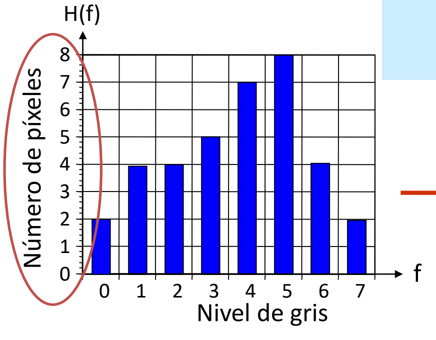
Nivel de gris	Nº de píxeles	Frecuencia relativa
0	2	2/36
1	2	2/36
2	4	4/36
3	6	6/36
4	8	8/36
5	8	8/36
6	3	3/36
7	3	3/36
	Σ=36	**Σ =1**

Histograma de una imagen
Definición

- Definición 1: El **histograma** de una imagen se puede definir como una función discreta que representa el **número de píxeles** en la imagen en función de los **niveles de intensidad**.

Para una imagen de dimensiones MxN y niveles de gris (intensidad) en el rango f_0 a f_k

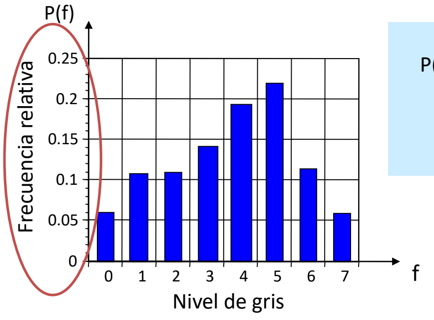
$$\sum_{i=0}^{i=k} H(f_i) = MxN$$



Nº de píxeles con intensidad 0: 2
Nº de píxeles con intensidad 1: 4
Nº de píxeles con intensidad 2: 4
Nº de píxeles con intensidad 3: 5
Nº de píxeles con intensidad 4: 7
Nº de píxeles con intensidad 5: 8
Nº de píxeles con intensidad 6: 4
Nº de píxeles con intensidad 7: 2

Histograma de una imagen
Definición

- Definición 2: El **histograma** de una imagen es la función discreta de la frecuencia relativa de ocurrencia de los píxeles de una imagen en función de los niveles de intensidad.
- La **frecuencia relativa del histograma** se puede interpretar como una **función densidad de probabilidad**.



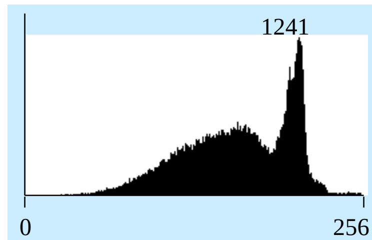
$$P(f) = \frac{H(f)}{MxN} \begin{cases} H(f): & \text{Nº de píxeles con intensidad f} \\ MxN: & \text{Tamaño imagen} \end{cases}$$

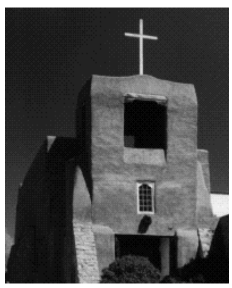
$$\sum_{i=0}^{k} P(f_i) = 1$$

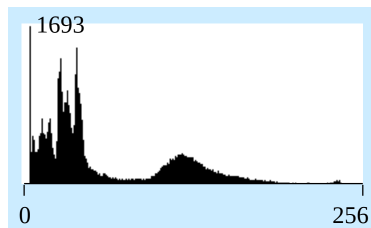
La función P(f) se conoce como ***función de densidad de probabilidad***

Histograma de una imagen

Ejemplos

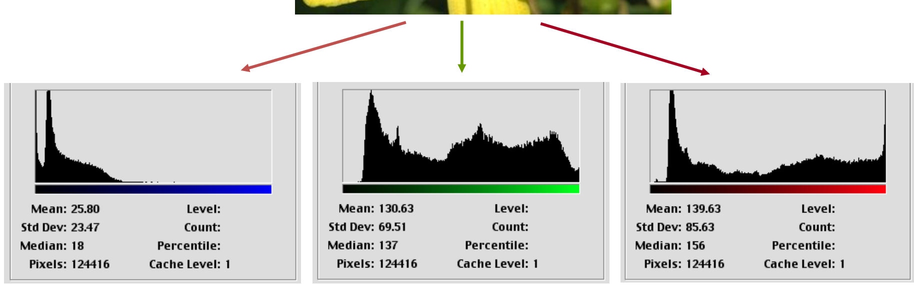






Histograma de una imagen

Ejemplo de imagen en color



Histograma de una imagen
Propiedades estadísticas

- **Media**: Es el valor medio de los niveles de gris. Aporta información sobre el brillo de una imagen.

$$\bar{f} = \sum_{f=0}^{L-1} f \times P(f) = \frac{1}{MxN} \sum_{i=0}^{M} \sum_{j=0}^{N} f(i,j), \quad L = \text{número total de niveles de gris}$$

- **Varianza**: Mide la dispersión de los alrededores de la media (da idea del contraste).

$$\sigma^2 = \sum_{f=0}^{L-1} (f - \bar{f})^2 P(f)$$

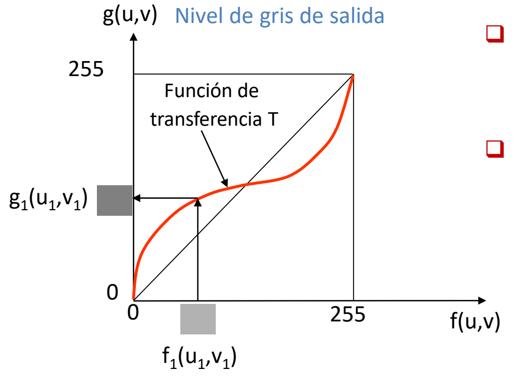
- **Asimetría sobre la media** en la distribución de los niveles de gris:

$$a = \sum_{f=0}^{L-1} (f - \bar{f})^3 P(f)$$

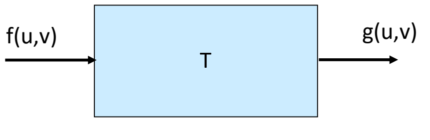
- **Entropía**: Informa sobre la distribución de los niveles de gris. Es una medida de su contenido de información. Una imagen con información de alta entropía, contiene mucha aleatoriedad y baja redundancia.
Si la entropía es baja, la información de las imágenes es más predecible, conteniendo una aleatoriedad pequeña y una redundancia alta.

$$E = -\sum_{f=0}^{L-1} P(f) \log_2[P(f)]$$

Transformaciones puntuales
Idea general



- **Funciones de transformación puntuales:** modifican el nivel de gris considerando solamente el nivel de gris en la imagen original.
- Se aplican a cada punto de entrada para obtener el nivel de gris de dicho punto en la imagen de salida.



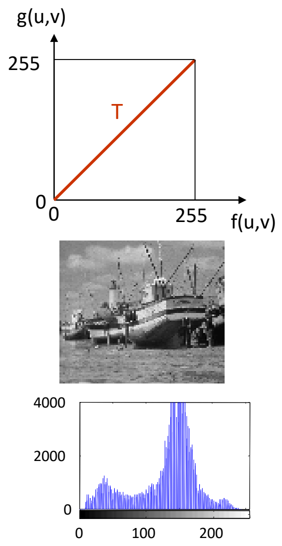
$$g(u,v) = T[f(u,v)]$$

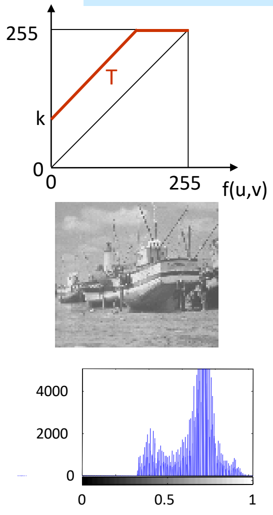
Universidad de Alcalá

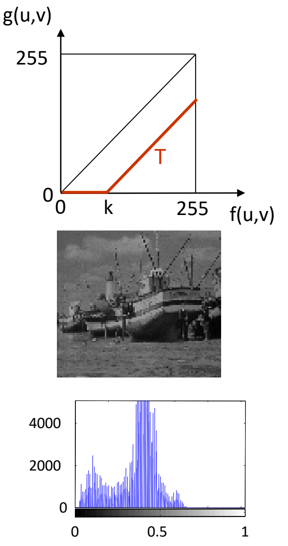
Transformaciones puntuales

Modificación de brillo

g(u,v) = k + f(u,v)



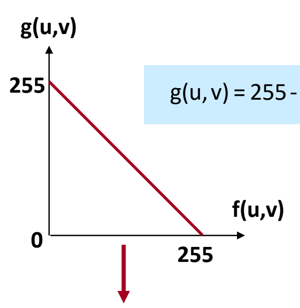




Universidad de Alcalá

Transformaciones puntuales

Inversa

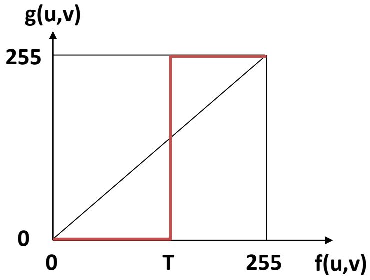


g(u,v) = 255 - f(u,v)

f(u,v)

g(u,v)

Transformaciones puntuales
Umbralización



$$g(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad f(u,v) < T \\ 255 & \text{si} \quad f(u,v) > T \end{cases}$$

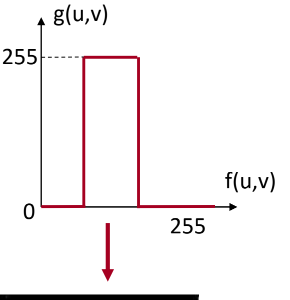
T=Umbral

f(u,v)

g(u,v) para T=89

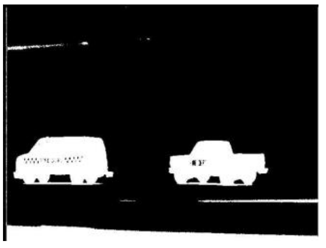
Transformaciones puntuales
Umbralizado con ventana

f(u,v)



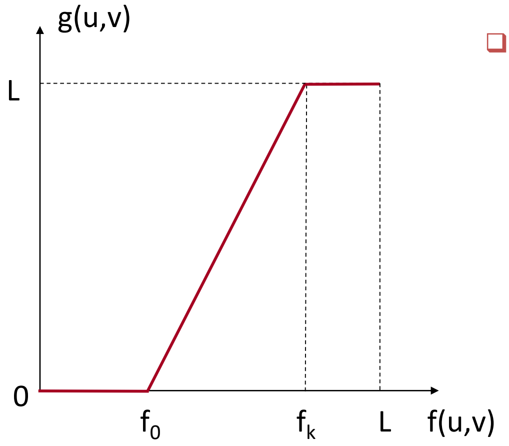
$$g(u,v) = \begin{cases} 255 & \text{si} \quad T_1 < f(u,v) < T_2 \\ 0 & \text{resto de casos} \end{cases}$$

g(u,v)



Transformaciones puntuales

Modificación del contraste (expansión del histograma)

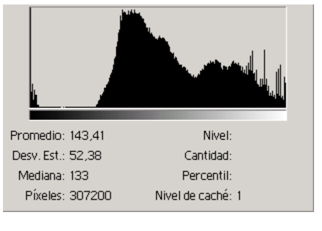


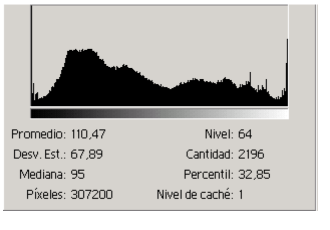
- Expansión de una región del histograma:
  - Rango de variación del nivel de gris de la imagen de entrada: $[f_0, f_k]$.
  - Variación de los niveles de gris de salida: [0, L].

$$g(u,v) = \frac{f(u,v) - f_0}{f_k - f_0} L$$

Transformaciones puntuales

Ejemplo de expansión de histograma

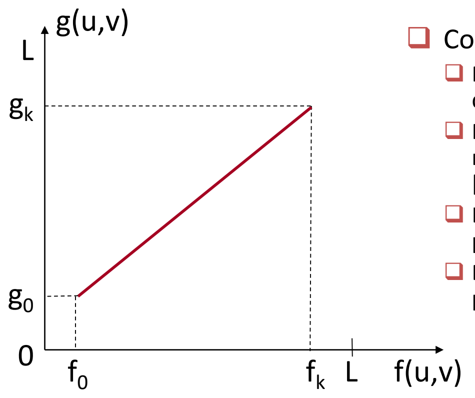




Universidad de Alcalá

Transformaciones puntuales

Modificación del contraste (contracción del histograma)



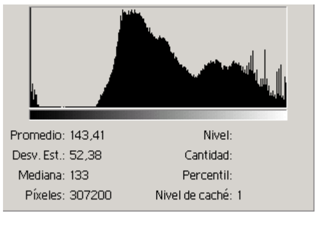
- Contracción del histograma:
  - Rango de variación del nivel de gris de la imagen de entrada: $[f_0, f_k]$.
  - Rango deseado de la variación del nivel de gris de la imagen de salida: $[g_0, g_k]$.
  - L: número total de niveles de gris posibles.
  - Ecuación de una recta entre los puntos $[f_0, g_0]$ y $[f_k, g_k]$.

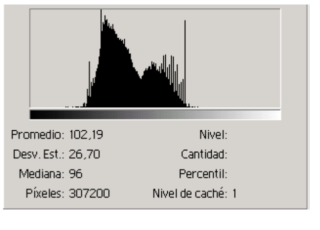
$$g(u,v) = \frac{g_k - g_0}{f_k - f_0}[f(u,v) - f_0] + g_0 = m \times f(u,v) + n$$

Universidad de Alcalá

Transformaciones puntuales

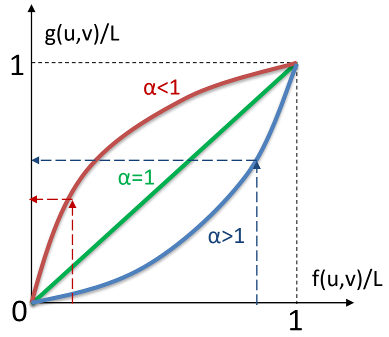
Ejemplo de contracción de histograma

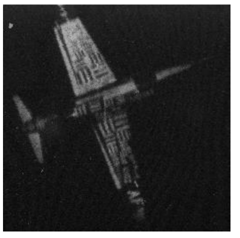


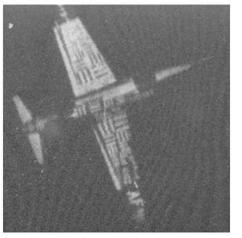


Transformaciones puntuales

Modificación no lineal del contraste



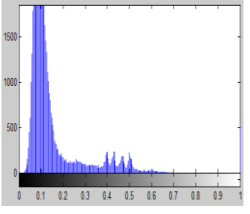


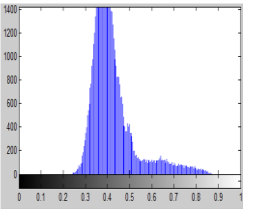


α=0.5

$$g(u,v)=[f(u,v)]^{\alpha}$$

- $\alpha < 1$: Aumenta el contraste en zonas oscuras (cercanas al 0).
- $\alpha > 1$: Aumenta el contraste en zonas claras (cercanas al 1).

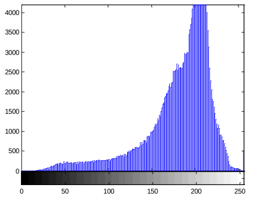


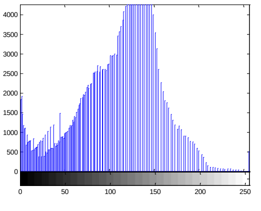


Transformaciones puntuales

Modificación no lineal del contraste

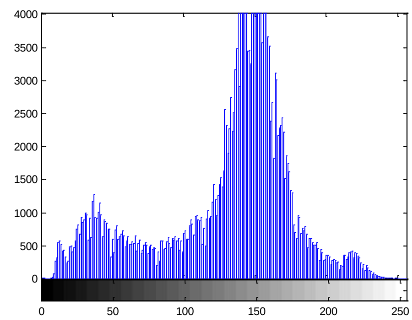
→ **α=3.0** →





Transformaciones globales
Ecualización

- El **histograma** de una imagen consta de **picos**, **valles** y zonas **planas** bajas.
- Picos = muchos píxeles concentrados en unos pocos niveles de gris.
- Zonas planas = un número pequeño de píxeles distribuidos sobre un amplio rango de niveles de gris.



Transformaciones globales
Ecualización Uniforme

- La **ecualización uniforme** es una de las técnicas más utilizadas para la mejora del contraste de una imagen.
- El objetivo es **modificar los niveles de una imagen de forma que el histograma de la imagen resultante sea "plano".**
  - Separando los píxeles en los picos sobre un amplio rango de niveles de gris.
  - Acumulando las zonas planas de píxeles en rangos estrechos de niveles de gris.
- Cuando se ecualiza, todos los píxeles con el **mismo nivel de gris en la imagen de entrada se moverán al mismo nivel de gris en la imagen de salida**, es decir, **no** puede ocurrir que dos píxeles que tengan el mismo nivel de gris en la imagen de entrada, tengan uno distinto en la imagen de salida.

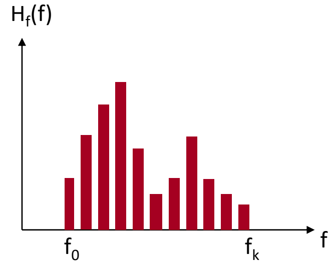
Histograma uniforme [g(u,v)]

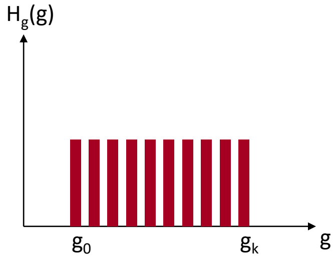
Transformaciones globales
Ecualización (general)

- Dada una imagen f(u,v) de MxN píxeles (**imagen original**) con una escala de niveles de gris f_0 - f_k e histograma $H_f(f)$.
- Sea g(u,v) la imagen de salida deseada (**imagen ecualizada**), con una escala de niveles de gris g_0 - g_k e histograma $H_g(g)$.
- Tratando el histograma como una función de densidad de probabilidad:

$$\sum_{i=0}^{k} H_f(f_i) = \sum_{i=0}^{k} H_g(g_i) = MxN$$

- Las sumas pueden ser interpretadas como funciones de distribución discretas.
- Si g(u,v) = T[f(u,v)] → **¿Cuál es la función T que consigue el objetivo de ecualización?**





Transformaciones globales
Ecualización (general)

- Denominando como $p_f(f_i)$ y $p_g(g_i)$ las probabilidades de cada nivel de gris f_i y g_i, en las imágenes de entrada y salida, respectivamente, entonces:

$$p_f(f_i) = \frac{H_f(f_i)}{MxN}, \quad p_g(g_i) = \frac{H_g(g_i)}{MxN}$$

- En el dominio continuo, si se supone que **T es una función de transformación** monótona creciente y no multivaluada, entonces:

$$\int_{g_0}^{g} p_g(s)ds = \int_{f_0}^{f} p_f(r)dr$$

- Esta es la **ecuación general de ecualización**.
- Hay que tener presente que en el dominio discreto no pueden existir funciones uniformes ideales.

Transformaciones globales
Ecualización Uniforme

- En este caso, lo que se busca es que el histograma de la imagen después de ecualizar se parezca lo más posible a una función uniforme:

$$H_g(g_i) = \frac{MxN}{g_k - g_0} = K, \quad \forall g_i$$

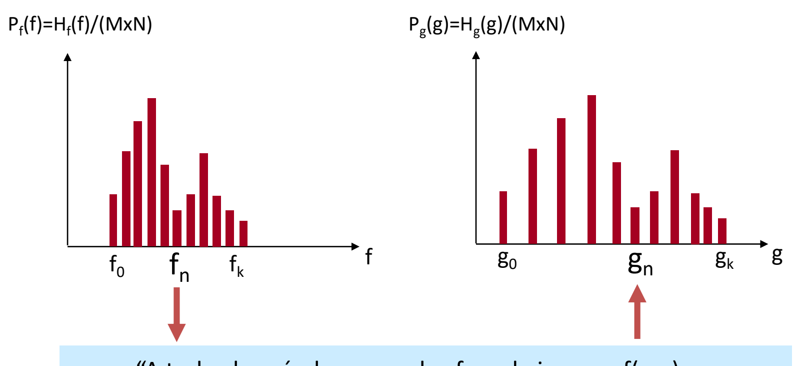
- Aplicando la función general de ecualización:

$$\int_{g_0}^{g} \frac{MxN}{g_k - g_0} ds = \int_{f_0}^{f} H_f(r) dr$$

$$\frac{MxN}{g_k - g_0}(g - g_0) = \int_{f_0}^{f} H_f(r) dr \rightarrow g = T(f) = \frac{g_k - g_0}{MxN} \int_{f_0}^{f} H_f(r) dr + g_0$$

$$g = T(f) = (g_k - g_0) \sum_{i=f_0}^{f} \frac{H_f(i)}{MxN} + g_0 = (g_k - g_0) \sum_{i=f_0}^{f} p_f(i) + g_0$$

Transformaciones globales
Ecualización Uniforme

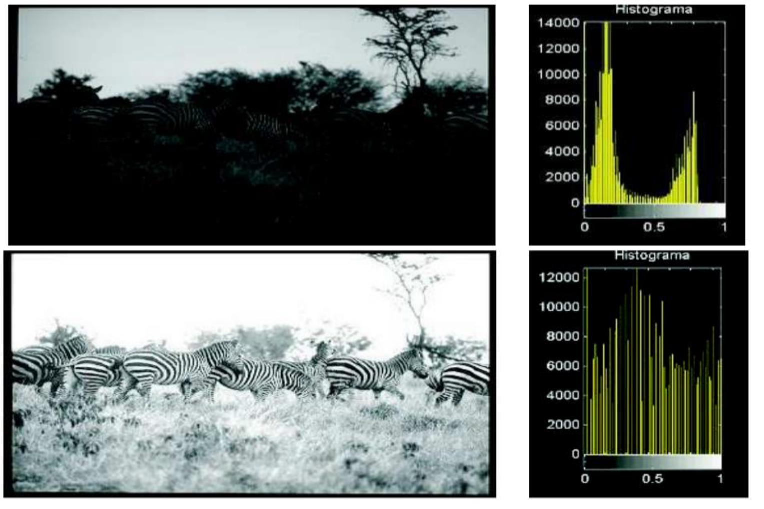


"A todos los píxeles con valor f_n en la imagen f(u,v) se les asigna un valor g_n en la imagen de salida g(u,v)"

$$g_n = T(f) = \text{Redondeo}\{(g_k - g_0) \sum_{i=f_0}^{f_n} p_f(i) + g_0\}$$

Transformaciones globales

Ejemplo de Ecualización Uniforme



Ejemplo de: http://dea.unsj.edu.ar/imagenes/recursos/capitulo3.pdf

Transformaciones globales

Ejemplo de Ecualización Uniforme

Transformaciones globales
Ecualización exponencial

- En el caso de la **ecualización exponencial**, lo que se busca es que el histograma de la imagen de salida se parezca lo más posible a:

$$p_g(g) = \gamma \exp[-\gamma(g - g_0)] \qquad (0 \le \gamma \le 1)$$

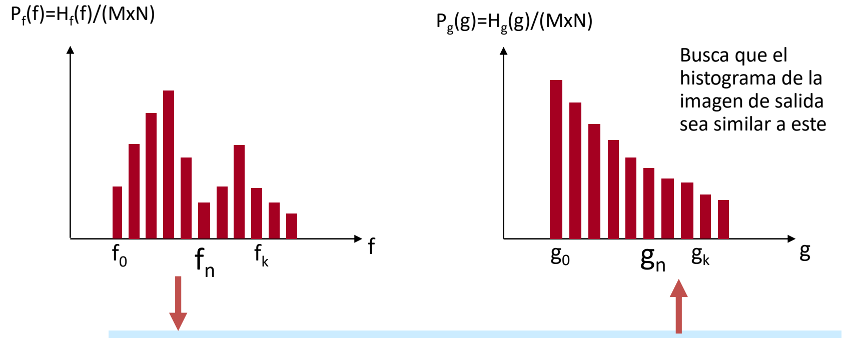
- Aplicando, de nuevo, la función general de ecualización:

$$\int_{g_0}^{g} \gamma \cdot \exp[-\gamma(s - g_0)]ds = \int_{f_0}^{f} p_f(r)dr$$

$$-\exp(\gamma g_0)[-\exp(-\gamma g_0) + \exp(-\gamma g)] = \int_{f_0}^{f} p_f(r)dr \rightarrow g = T(f) = g_0 - \frac{1}{\gamma}\ln[1 - \int_{f_0}^{f} p_f(r)dr]$$

$$\boxed{g = T(f) = g_0 - \frac{1}{\gamma}\ln[1 - \sum_{i=f_0}^{f} p_f(i)]}$$

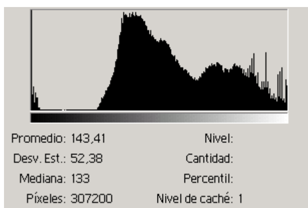
Transformaciones globales
Ecualización exponencial

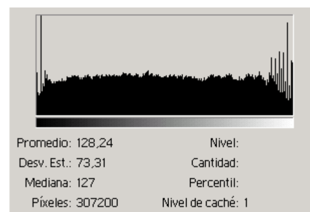


"Todos los píxeles con valor f_n en la imagen f(u,v) se les asigna un valor g_n en la imagen de salida g(u,v)"

$$g = T(f) = \text{Redondeo}\{g_0 - \frac{1}{\gamma}\ln[1 - \sum_{i=f_0}^{f} p_f(i)]\}$$

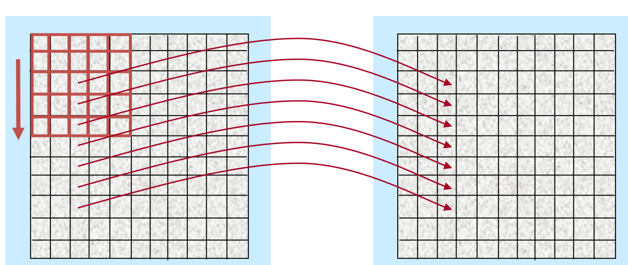
Transformaciones globales
Ejemplo de Ecualización Exponencial





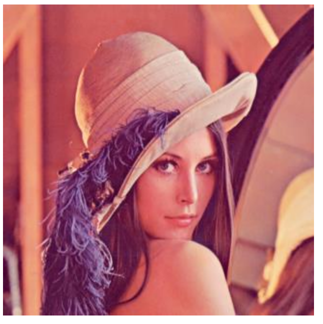
Histograma local y operaciones locales

- Hasta ahora se ha hablado de **operaciones sobre el histograma global de una imagen**: "los píxeles se modifican mediante una función de transformación que se basa en la distribución de intensidad sobre TODA la imagen".
- En casos prácticos, los histogramas globales **no** suelen dar buenos resultados.
- Es más frecuente realizar **operaciones locales**: **Cada píxel se modifica en función de los píxeles de su entorno (modificaciones por ventanas).**
- Para cada píxel en la imagen original **se toma una ventana a su alrededor**, **se realizan las operaciones que procedan con esa ventana** (ecualización del histograma de la ventana, etc.), y **el valor que resulte para el píxel bajo consideración será el que se le asigne en la imagen de salida**.



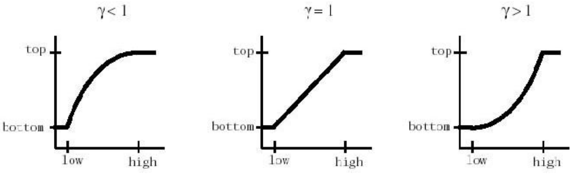
Transformaciones de imágenes en color

- Todas las transformaciones puntuales se pueden aplicar a imágenes en color:
  - La misma función para todas las bandas de color.
  - Diferentes funciones para las diferentes bandas de color.



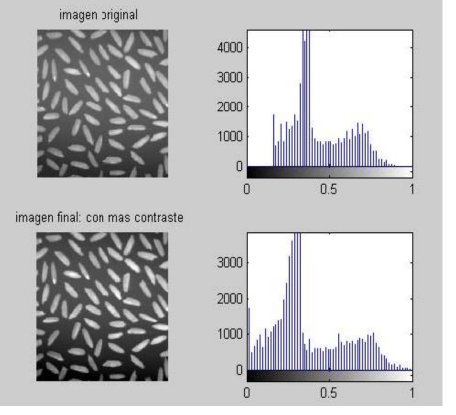
Ejemplos en Matlab

- **Ajuste de la intensidad en Matlab (I)**
  - Mapea los valores de intensidad de una imagen a un nuevo rango. Hay tres tipos de ajuste de imagen:
    - Rangos explícitos de intensidades (input and output cropping)
    - Corrección gamma
    - Ecualización de la imagen
  - La función *imadjust* cambia los rangos de intensidades que se le pasan como parámetros; *imadjust* no se usa únicamente con imágenes con niveles grises; también se utiliza con imágenes de color operando sobre las componentes rojo, verde y azul separadamente.
  - La función *imadjust* puede ampliar, reducir y, en general, cambiar los rangos de intensidad de la imagen de entrada a unos nuevos rangos en la imagen de salida, como se muestra en la siguiente figura.
  - La función imadjust trabaja con los valores *low, high, bot* y *top* entre 0 y 1 (double) por ello conviene que la imagen de entrada tenga también este tipo de formato, como se hace en el siguiente ejemplo:
    - J=imadjust(I, [low high], [bot top], gamma); % con low, high, bot y top entre 0 y 1



Ejemplos en Matlab

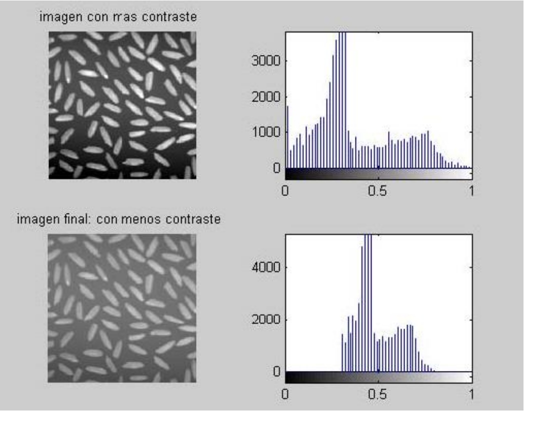
- **Ajuste de la intensidad en Matlab (II)**
- Rangos explícitos de intensidades
  - Introduzca el siguiente código:
  - I=imread('rice.tif'); %Imagen de intensidad de tipo uint8
  - I=im2double(I); %Imagen de intensidad de tipo double (rango entre 0 y 1)
  - J=imadjust(I,[0.15 0.9], [0 1]); %gamma, por defecto, vale uno: conversion lineal
  - subplot(2,2,1), imshow(I); title('imagen original ');
  - subplot(2,2,2), imhist(I,64);
  - subplot(2,2,3), imshow(J); title('imagen final: con más contraste ');
  - subplot(2,2,4), imhist(J,64);
- Como se puede observar aumenta el contraste (diferencia entre el nivel de gris mínimo y máximo) de la imagen.
- Se puede, sean cual sean los valores máximo y mínimo de la imagen de entrada (double entre 0 y 1) ajustarlo a los máximos de 0 y 1 (en la imagen de salida) haciendo:
  - J=imadjust(I,[min(min(I)) max(max(I))], [0 1]); %Ajuste del contraste al maximo



Universidad de Alcalá

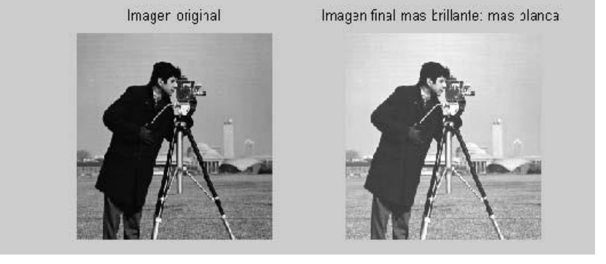
Ejemplos en Matlab

- **Ajuste de la intensidad en Matlab (III)**
- De forma similar se puede disminuir el contraste haciendo:
  - JJ=imadjust(J,[0 1], [0.3 0.8]); %Valores entre 0 y 1 se ajustan entre 0.3 y 0.8: baja contraste
  - figure, subplot(2,2,1), imshow(J); title('imagen con mas contraste ');
  - subplot(2,2,2), imhist(J,64);
  - subplot(2,2,3), imshow(JJ); title('imagen final: con menos contraste ');
  - subplot(2,2,4), imhist(JJ,64);



Ejemplos en Matlab

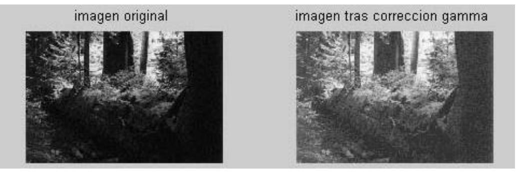
- **Ajuste de la intensidad en Matlab (IV)**
- También se puede variar el brillo de la imagen provocando desplazamientos de intensidad de los valores de los píxeles en el histograma.
  - I=imread('cameraman.tif'); %Imagen de intensidad de tipo uint8
  - I=im2double(I); %Imagen de intensidad de tipo double (rango entre 0 y 1)
  - J=imadjust(I,[0 0.8], [0.2 1]); %Aumenta brillo (suma 0.2 a niveles de gris de partida)
  - figure, subplot(1,2,1), imshow(I); title('Imagen original');
  - subplot(1,2,2), imshow(J); title('Imagen final más brillante: más blanca ');



Universidad de Alcalá

Ejemplos en Matlab

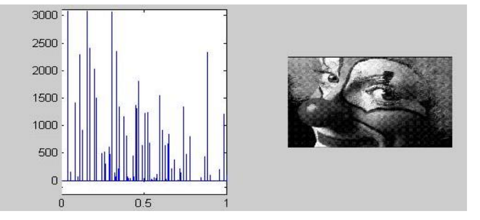
- **Ajuste de la intensidad en Matlab (V)**
- Corrección gamma. Es una operación de asociación de intensidades. Se hace corresponder un valor de intensidad de la imagen a otro valor, en este caso usando una función exponencial. Si x es una intensidad de entrada, la intensidad de salida es *y*, tal que:
  - $y=x^{\gamma}$
  - *imadjust* realiza la corrección gamma utilizando el formato:
  - *J= imadjust (I, [ ], [ ], gamma);*
  - donde *I* es la imagen, *gamma* es el valor de exponente deseado, y las matrices vacías impiden el recorte de intensidades. Se muestra un ejemplo de la corrección gamma para la imagen forest:
  - [X,map]=imread('forest.tif');
  - I=ind2gray(X,map);
  - J=imadjust(I,[],[],0.5);
  - figure, subplot(1,2,1), imshow(I); title('imagen original ');
  - subplot(1,2,2), imshow(J);title('imagen tras correccion gamma ');



Ejemplos en Matlab

- **Ajuste de la intensidad en Matlab (VI)**
- **Histograma y ecualización del histograma.**
- El histograma de una imagen es una función discreta que representa el número de píxeles en una imagen por cada nivel de intensidad. La función que nos proporciona el histograma es *imhist* que lo crea realizando n niveles de intensidad igualmente espaciados cada uno representando un rango de valores de intensidad o valores de color.
  - load clown % Imagen indexada de matlab guardada en variables X y map
  - I=ind2gray(X,map); % I es una imagen de intensidad double entre 0 y 1
  - figure, subplot(1,2,1), imhist(I,128)
  - subplot(1,2,2), imshow(I)

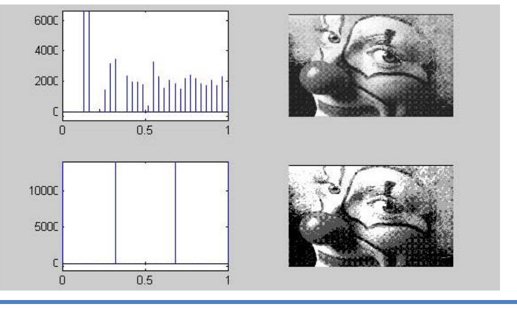
- Recuerde que con el comando *imfinfo* puede obtener información sobre una imagen guardada en un fichero. Asimismo recuerde que puede testear las variables usadas (o cargadas con el comando *load*) viendo el workspace o con el comando *who* o *whos* en Matlab.



Universidad de Alcalá

Ejemplos en Matlab

- **Ajuste de la intensidad en Matlab (VII)**
- **Histograma y ecualización del histograma.**
- La ecualización del histograma redistribuye los valores de intensidad de manera que el histograma acumulativo de la imagen sea aproximadamente lineal. La función *histeq* implementa la ecualización del histograma.
- Cuantos menos niveles de intensidad de salida se utilicen, más plano es el histograma.
- Los comandos que se muestran a continuación crean dos imágenes ecualizadas. Una con 32 niveles de salida, J, y otra con 4, K. Comparando las dos figuras, se observa que el histograma asociado con la imagen ecualizada con los cuatro niveles de salida es más plano:
  - load clown %imagen indexada de matlab definida a traves de X y map
  - I=ind2gray(X,map); %imagen de intensidad double entre 0 y 1
  - J=histeq(I,32);
  - K=histeq(I,4);
  - figure, subplot(2,2,1), imhist(J,32)
  - subplot(2,2,2), imshow(J)
  - subplot(2,2,3), imhist(K,32)
  - subplot(2,2,4), imshow(K)



Ejemplos en Matlab

- **Ajuste de la intensidad en Matlab (VII)**
- **Histograma y ecualización del histograma.**
- También se puede obtener la gráfica de transferencia entre los valores de entrada-salida:
  - [K,T]=histeq(I,4);
  - %Los 256 niveles de gris de entrada entre 0 y 1 se transforman en los niveles T
  - figure, plot((0:255)/255,T); title(' ley de transformacion');
  - xlabel('niveles de gris de entrada '); ylabel('niveles de gris de salida ');