Ejercicio adicional de test de hipótesis

La munición de guerra tiene fecha de vencimiento. La munición vencida puede fallar a la hora de ser disparada. En una situación de combate real que falle la munición traba el arma y constituye una grave circunstancia para el soldado.

Interesa entonces asegurarse que los lotes de munición adquiridos con toda premura son confiables.

La única forma conocida de probar munición es dispararla. El problema es que tras dispararla no se la puede volver a utilizar.

Por otro lado la tentación de vender munición vencida o casi vencida es abrumadora ya que su valor tiende rápidamente a cero.

La práctica establecida es tomar una muestra aleatoria de cada nuevo lote y dispararla estableciendo así la tasa de fallas del lote y compararla con una tasa aceptable.

En un lote aceptable se espera que la tasa de fallos sea del 1 por mil o menor. (Recordar que hablar de una tasa es hablar de una proporción)

Hemos recibido los resultados de pruebas sobre los siguientes lotes:

Lote	**Tamaño**	**Disparadas**	**Fallas**
1	100000	10000	100
2	1000000	1000	2
3	2000000	2000	3
4	20000000	3000	2

La instrucción que nos bajan es utilizar para nuestros análisis un nivel de confianza del 95%

¿Qué recomendación se puede hacer para cada lote?

Spoiler alert:
Viene la solución

Desarrollo:

Vamos a comparar cada lote contra la proporción oficial: .001

Hipótesis nula: Lote aceptable: proporción de fallas menor o igual a .001

Hipótesis alternativa: Lote rechazado: proporción de fallas mayor o igual a .001

La variable normalizada es:

$$z = \frac{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

Z1 = (100/10000-.001)/raíz(.001*(1-.001)*(1/10000+0)) = 28.47474…

Z2 = (2/1000-.001)/raíz(.001*(1-.001)*(1/1000+0)) = 1.005…

Z3 = (3/2000-.001)/raíz(.001*(1-.001)*(1/2000+0)) = .70474606…

Z4 = (2/3000-.001)/raíz(.001*(1-.001)*(1/3000+0)) = -0.5776392…

Se trata de un test a una sola cola porque tratamos de ver si el lote es significativamente peor que la proporción aceptable:

El límite de la zona de aceptación es el que acumula el 95% del área hacia la izquierda:

Calculando con R:

Límite = qnorm(.95,0,1) = 1.644854

Calculando con Excel:

Límite = =+DISTR.NORM.INV(0,95;0;1) = 1.644854

La zona de aceptación va desde –infinito a 1.644854

Conclusiones preliminares:

Lote 1: rechazado

Lote 2: aceptado

Lote 3: aceptado

Lote 4: aceptado

Profundización:

¿Qué hubiera pasado si hubiéramos invertido el test de hipótesis alternando las hipótesis nula y alternativa?

La zona de aceptación va desde -1.655854 a +infinito

Lote 1: cae en la zona de aceptación: lo rechazamos.

Lote 2: cae en la zona de aceptación: lo rechazamos.

Lote 3: cae en la zona de aceptación: lo rechazamos.

Lote 4: cae en la zona de aceptación: lo rechazamos.

¿Qué hacemos finalmente?

En el lote 1 hubo acuerdo, lo rechazamos.

En los lotes 2, 3 y 4 el resultado dependió del orden de las hipótesis por lo que se recomienda ampliar la muestra de testeo.

Si, por ejemplo para el lote 4 tuviéramos resultados ampliados tales que con 30000 disparos tenemos 20 fallas (misma proporción pero con 10 veces más datos) entonces:

Z4A = (20/30000-.001)/sqrt(.001*(1-.001)*(1/30000+0)) = -1.826655

Este valor de -1.826655 cae dentro de la zona de rechazo del test. Por lo tanto debo rechazar la hipótesis nula (en esta variante es que el lote es rechazable) y en consecuencia, aceptar el lote 4A.