FÍSICA I

Variación de la presión con la altura para el caso de densidad variable

Podemos tener una idea razonable de la variación de la presión con la altura en la atmósfera terrestre si suponemos que la densidad ρ es proporcional a la presión P. Esto sería rigurosamente cierto si la temperatura del aire la misma en todas las alturas. Admitiendo esto, se puede encontrar que la presión P una altura y sobre el nivel del mar.

Así:

$$\frac{dP}{dy} = -\rho\ g$$

Como ρ es proporcional a P, entonces:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{P}{P_0}$$

Donde ρ_0 y P_0 son los valores de densidad y de presión a nivel del mar.

Entonces:

$$\frac{dP}{dy} = -g\ \rho_0 \frac{P}{P_0}$$

$$\frac{dP}{P} = -\ \frac{g\ \rho_0}{P_0} dy$$

Integrando esta última ecuación, con P_0 tomado cuando $y_0 = 0$, se tiene:

$$\int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} = \int_0^y -\frac{g\ \rho_0}{P_0} dy$$

$$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\frac{g\ \rho_0}{P_0} y$$

Es decir:

$$P = P_0\ \mathrm{e}^{-g(\frac{\rho_0}{P_0})y}$$

Como:

$$g = 9{,}80\ \frac{m}{s^2}$$

$$\rho_0 = 1{,}20\ \frac{Kg}{m^3} \quad (a\ 20\ °C)$$

$$P_0 = 1{,}01\ x\ 10^5\ Pa$$

Por lo tanto:

$$P = P_0\, \mathrm{e}^{-1{,}164\, x\, 10^{-4} y}$$

Para *y* medida en [m], o:

$$P = P_0\, \mathrm{e}^{-0{,}1164\, y}$$

Para *y* medida en [Km].

Los líquidos son prácticamente incompresibles, por lo que las capas inferiores no son comprimidas por el peso de las capas superiores superpuestas sobre ellas y la densidad es prácticamente constante a todos los nieles. Para los gases a temperatura uniforme la densidad constante ρ de cualquier capa es proporcional a la presión P en esa capa. La variación de presión con la altura sobre el fondo del fluido es diferente en el caso de un gas que en el caso de un líquido y se muestra en la siguiente gráfica.