



UNIDAD 6-a: CINEMÁTICA DE LAS ROTACIONES

1) Una hélice de avión gira a 1900 rpm (rev/min). a) Calcule su velocidad angular en rad/s. b) ¿Cuántos segundos tarda la hélice en girar 35 º?

Rta: a)
$$\omega = 199 \text{ rad/s}$$
; b) $35^{\circ} = 0.611 \text{ rad}$; $t = \frac{\theta - \theta_0}{\omega} = 3.1 \ 10^{-3} \text{s}$

2) La velocidad angular de un volante obedece la ecuación: $\omega(t)=A+Bt^2$, donde t está en segundos y A y B son constantes cuyos valores numéricos son 2,75 y 1,50, respectivamente. a) ¿Cuáles son las unidades de A y B si ω está en rad/s? b) ¿Cuál es la aceleración angular del volante en i) t=0,00 y ii) t=5,00 s? c) ¿Con qué ángulo gira el volante durante los primeros 2,00 s?

Rta: a) A [rad/s], B [rad/s³]; b) $\alpha(t) = 2Bt = (3,00 \text{ rad/s}^2)t$, i) 0 ii) 15,00 s , iii) 15,0 rad/s² c) θ_2 - θ_1 =9,50 rad.

3) Una aspa de ventilador gira con velocidad angular dada por: $\omega(t) = \gamma + \beta t^2$ donde, $\gamma = 5,00$ rad/s y $\beta = 0,800$ rad/s³ a) Calcule la aceleración angular en función del tiempo. b) Calcule la aceleración angular instantánea α_z en t = 3,00 s y la aceleración angular media $\alpha_{z\text{-med}}$ para el intervalo de t = 0,00 s a t = 3,00 s. ¿Qué diferencia hay entre ambas cantidades? Si son diferentes, ¿por qué lo son?

Rta: a)
$$\alpha_z = 2\beta t = (-1, 60 \text{ rad/s}^3) t$$
; b) $\alpha_z = -4, 80 \text{ rad/s}^2$; $\alpha_{z-\text{med}}(3,0 \text{ s}) = -2,40 \text{ rad/s}^2$

4) Un niño está empujando un carrusel (tiovivo). El ángulo que describe el carrusel al girar varía con el tiempo según: $\theta(t) = \gamma t + \beta t^3$ donde, $\gamma = 0,400$ rad/s y $\beta = 0,0120$ rad/s 3 a) Calcule la velocidad angular del carrusel en función del tiempo. b) ¿Qué valor inicial tiene la velocidad angular? c) Calcule el valor instantáneo de la velocidad angular ω_z en t = 5,00 s y la velocidad angular media y med en el intervalo de y med en el intervalo de y s. Demuestre que y med no es igual al promedio de las velocidades angulares instantáneas en y y y y explique por qué.

Rta: a)
$$\omega_z = \gamma + 3\beta t^2$$
; b) $\omega_z(0) = 0.400 \text{ rad/s}$; c) $\omega_z = 1.30 \text{ rad/s}$; $\omega_{z-med} = 0.700 \text{ rad/s}$.

5) En t = 0, se invierte la corriente de un motor eléctrico de corriente continua, causando un desplazamiento angular del eje del motor dado por: $\theta(t) = \left(250 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) t - \left(20,0 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right) t^2 - \left(1,50 \frac{\text{rad}}{\text{s}^3}\right) t^3$ a) ¿En qué instante la velocidad angular del eje del motor es cero? b) Calcule la aceleración angular en ese instante. c) ¿Cuántas revoluciones gira el eje del motor entre el momento en que se invierte la corriente y el instante en el que la velocidad angular es cero? d) ¿Con qué rapidez estaba girando el eje en t = 0 s, cuando se invirtió la corriente? e) Calcule la velocidad angular media para el periodo entre t = 0 s y el instante calculado en el inciso a).

Rta: a) $\omega_z = 0$ rad/s en t = 4,23 s; b) t = 4,23 s; $\alpha_z = -78.1 \text{ rad/s}^2$; c) t = 4,23 s, $\theta = 586 \text{ rad} = 93.3 \text{ rev}$; d) t = 0 s, $\omega_z = 250 \text{ rad/s}$; e) $\omega_{z-\text{med}} = (586 \text{ rad/4}, 23 \text{ s}) = 138 \text{ rad/s}$





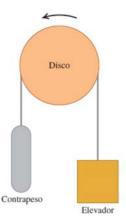
- 6) Cuand o una central hidroeléctrica comienza a generar energía se abren las compuertas y el agua que viene del canal hace girar a las turbinas con un diámetro de 3m (previamente en reposo), aplicándole una aceleración lineal a las turbinas de 15 m/s.
- a) ¿Que aceleración angular reciben las turbinas?
- b) ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar una velocidad angular de 360,00 rad/s?
- b) ¿Cuántas revoluciones giran las turbinas en este tiempo?

Rta: a) 10 rad/s²; b) 36 s; c) 1031 rev

7) El volante de un motor de alta rapidez giraba a 500 rpm cuando se interrumpió la alimentación eléctrica. El volante tiene una masa de 40,0 kg y un diámetro de 75,0 cm. El motor no recibe electricidad durante 30,0 s y, durante ese lapso, el volante pierde rapidez por la fricción con los cojinetes de su eje, describiendo 200 revoluciones completas. a) ¿Con qué rapidez está girando el volante cuando se restablece la alimentación eléctrica? b) ¿En cuánto tiempo después de la interrupción del suministro se habría parado el volante, si el suministro no se hubiera restablecido, y cuántas revoluciones habría girado la rueda en ese tiempo?

Rta: a)
$$\omega_z = 5.00 \text{ rev/s} = 300 \text{ rpm}$$
; b) $t = 75.0 \text{ s}$; $\theta - \theta_0 = 312 \text{ rev}$

8) En un hotel un elevador antiguo está conectado a un contrapeso mediante un cable que pasa por un disco giratorio con 2,50 m de diámetro (figura). El elevador sube y baja al girar el disco, y el cable no se desliza en el borde del disco, más bien gira con él. a) ¿Con cuántas rpm debe girar el disco para subir 25,0 cm/s el elevador? b) Para empezar a mover el elevador, éste debe acelerarse a (1/8) g ¿Cuál debe ser la aceleración angular del disco en rad/s²? c) ¿Con qué ángulo (en radianes y grados) el disco gira cuando éste sube el elevador 3,25 m entre pisos?



Rta: a) $\omega = 0.200 \text{ rad/s} = 1.91 \text{ rpm; b}$ a = (1/8) g; $\alpha = a/R = 0.980 \text{ rad/s}^2$; c) $\theta = 2.60 \text{ rad} = 149^{\circ}$





9) Consultando una tabla de datos astronómicos, junto con el hecho de que la Tierra gira sobre su propio eje una vez al día, calcule a) la rapidez angular orbital de la Tierra (en rad/s) debida a su movimiento alrededor del Sol (R_T = 6,38 10^6 m, $R_{\rm orb}$ = 1,50 10^{11} m). b) su rapidez angular (en rad/s) debida a su giro axial. c) la rapidez tangencial de la Tierra alrededor del Sol (suponiendo una órbita circular), d) la rapidez tangencial de un punto en el ecuador terrestre debido al giro, y e) las componentes de la aceleración radial y tangencial del punto del inciso d).

Rta: a)
$$\omega = 1,99 \ 10^{-7} \ rad/s$$
; b) $\omega = 7,2710^{-5} \ rad/s$; c) $v = 2,98 \ 10^4 \ m/s$; d) $v = 464 \ m/s$; e) $a_{rad} = 0,0337 \ m/s^2$, $a_{tan} = 0 \ m/s^2$.

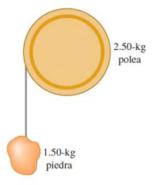
10) Una unidad de disco de computadora se enciende partiendo del reposo y tiene aceleración angular constante. Si a la unidad le lleva 0.750 s realizar su segunda revolución completa, a) ¿cuánto tiempo le tomó efectuar su primera revolución completa? b) ¿cuál es su aceleración angular en rad/s²?

Rta: a)
$$t = 1$$
, 81 s; b) $\alpha_z = 3$, 84 rad/s².

11) Calcule el momento de inercia de cada uno de los siguientes objetos uniformes en torno a los ejes indicados. Consulte una tabla si lo necesita. a) Una varilla delgada de 2,50 kg con longitud de 75,0 cm, alrededor de un eje perpendicular a ella y que pasa por i) un extremo, ii) su centro y iii) alrededor de un eje paralelo a la varilla y que pasa por ella. b) Una esfera de 3,00 kg con diámetro de 38,0 cm, alrededor de un eje que pasa por su centro, si la esfera i) es sólida y ii) es un caparazón hueco de pared delgada. c) Un cilindro de 8,00 kg con longitud de 19,5 cm y diámetro de 12,0 cm, alrededor del eje central de un cilindro, si el cilindro es i) hueco de pared delgada y ii) sólido.

Rta: a) i- I = (1/3)ML² = 0.469 kg.m², ii- I = (1/3)ML² = 0,117 kg.m², iii- I=0 ;b) i- I=(2/5)ML² = 0,0433 kg.m², ii- I = (2/3)ML² = 0,0722 kg.m² ; c) i- I = ML² = 0,0288 kg.m², ii- I = (1/2)ML² = 0,0144 kg.m²

12) Una polea sin fricción tiene la forma de un disco sólido uniforme de masa 2,50 kg y radio 20,0 cm. Una piedra de 1,50 kg se une a un alambre muy delgado que se enrolla alrededor del borde de la polea (figura), y el sistema se libera del reposo. a) ¿Qué tan lejos debe caer la piedra para que la polea tenga 4,50 J de energía cinética? b? ¿Qué porcentaje de la energía cinética total tiene la polea?







Rta: a) h = 0.673 m; b) $K_{\text{total}} = K_{\text{polea}} + K_{\text{piedra}}$, $K_{\text{polea}} = 45.5 \%$

13) Una lámina de acero rectangular delgada tiene lados que miden a y b y una masa de M. Use el teorema de los ejes paralelos para calcular el momento de inercia de la lámina alrededor de un eje perpendicular al plano de la lámina y que pasa por una esquina de ésta.

Rta: $Ip = (1/3) M (a^2+b^2)$

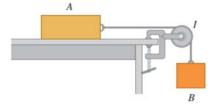
14) Una varilla delgada uniforme de masa M y longitud L se dobla por su centro de manera que los dos segmentos son ahora perpendiculares entre sí. Encuentre el momento de inercia alrededor de un eje perpendicular a su plano y que pasa por a) el punto donde se cruzan los dos segmentos y b) el punto medio de la recta que conecta los dos extremos.

Rta: a) $I_a = 2I = (1/12)$ ML2; b) El punto b está a una distancia de L/4 de cada uno de los extremos. $I_b = 2I_s = (1/12)$ ML2

15) Un metro de 0,160 kg pivotea sobre un extremo, de manera que puede girar sin fricción alrededor de un eje horizontal. El metro se sostiene en posición horizontal y se suelta. Al pasar por la vertical, calcule a) el cambio de energía potencial gravitacional que haya ocurrido; b) la rapidez angular del metro; c) la rapidez lineal del extremo opuesto al eje. d) Compare la respuesta del inciso c) con la rapidez de una partícula que ha caído 1,00 m desde el reposo.

Rtas: a) $\Delta U = U_2 - U_1 = Mg (y_{CM2} - y_{CM1}) = -0.784 \text{ J}$; b) $\omega_2 = 5.42 \text{ rad/s}$; c) v = 5.42 m/s; d) $v_y = -4.43 \text{ m/s}$.

16) La polea de la figura tiene radio R y momento de inercia I. La cuerda no resbala sobre la polea y ésta gira sobre un eje sin fricción. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque A y la mesa es μ_k . El sistema se suelta del reposo y el bloque B desciende. La masa de A es m_A ; y la de B, m_B . Use métodos de energía para calcular la rapidez de B en función de la distancia d que ha descendido.

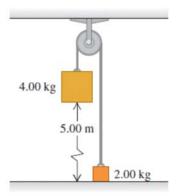


Rta:
$$v_B = \sqrt{\frac{2gd(m_B - \mu_k m_A)}{m_A + m_B + I}/{R^2}}$$





17) La polea de la figura tiene 0,160 m de radio y su momento de inercia es de I = 0,48 kg m². La cuerda no resbala en la polea. Use métodos de energía para calcular la rapidez del bloque de 4,00 kg justo antes de golpear el piso.



Rta: v = 2.81 m/s

18) Una varilla uniforme delgada se dobla formando un cuadrado de lado a. Si la masa total es M, calcule el momento de inercia alrededor de un eje que pasa por el centro y es perpendicular al plano del cuadrado. (Sugerencia: use el teorema de los ejes paralelos.)

Rta: $I = (1/3) \text{ Ma}^2$