MOMENTO LINEAL, IMPULSO Y COLISIONES

8

? ¿Qué podría causar un daño más grande a esta zanahoria: una bala calibre .22 que se mueve a 220 m/s como se muestra aquí, o una bala más ligera de la misma longitud y diámetro pero de la mitad de la masa que se mueve al doble de velocidad?

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- El significado de momento lineal de una partícula y cómo el impulso de la fuerza neta que actúa sobre una partícula hace que su momento lineal varíe.
- Las condiciones en las que el momento lineal total de un sistema de partículas es constante (es decir, se conserva).
- A resolver problemas en los que dos cuerpos colisionan entre sí.
- La diferencia entre choques elásticos, inelásticos y totalmente inelásticos.
- La definición del centro de masa de un sistema y lo que determina la forma en que se mueve el centro de masa.
- Cómo analizar situaciones, como la propulsión de un cohete, en las cuales la masa de un cuerpo cambia conforme se mueve.

Hay muchas preguntas relacionadas con fuerzas que no pueden contestarse aplicando directamente la segunda ley de Newton, $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Por ejemplo, si una camioneta choca de frente con un auto compacto, ¿qué determina hacia dónde se mueven los restos después del choque? Cuando usted juega billar, ¿cómo determina la dirección que debe dar a la bola blanca para introducir la bola 8 en la buchaca? Y cuando un meteorito choca contra la Tierra, ¿qué tanta de la energía cinética del meteorito se libera en el impacto?

Algo que tienen en común todas estas preguntas es que implican fuerzas acerca de las que sabemos muy poco: las fuerzas que actúan entre el auto y la camioneta, entre las dos bolas de billar, o entre el meteorito y la Tierra. Lo sobresaliente es que en este capítulo veremos que ¡no necesitamos saber *nada* acerca de estas fuerzas para contestar preguntas de este tipo!

Nuestro enfoque utiliza dos conceptos nuevos, *momento lineal* e *impulso*, y una nueva ley de conservación, la de *conservación del momento lineal*, tan importante como la de conservación de la energía. La ley de conservación del momento lineal es válida aun en situaciones en las que las leyes de Newton son inadecuadas, tales como cuerpos que se mueven con una rapidez muy alta (cercana a la de la luz) u objetos muy pequeños (como las partículas que constituyen los átomos). En el ámbito de la mecánica newtoniana, la conservación del momento lineal nos permite analizar muchas situaciones que serían muy difíciles si tratáramos de aplicar las leyes de Newton directamente. Entre ellas están los *choques*, en los que dos cuerpos ejercen, uno sobre el otro, fuerzas muy grandes en un lapso muy breve.

8.1 Momento lineal e impulso

En el capítulo 6 replanteamos la segunda ley de Newton para una partícula, $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, en términos del teorema del trabajo y la energía, el cual nos ayudó a resolver muchos problemas de física y nos condujo a la ley de conservación de la energía. Volvamos a $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ y veamos otra forma útil de reformular esta ley fundamental.

Segunda ley de Newton en términos del momento lineal

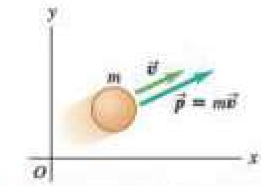
Consideremos una partícula de masa constante m. (Más adelante, en este mismo capítulo, veremos cómo manejar situaciones en las que la masa de un cuerpo cambia). Puesto que $\vec{a} = d\vec{v}/dt$, podemos escribir la segunda ley de Newton para esta partícula así:

$$\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \qquad (8.1)$$

Podemos introducir m en la derivada porque es constante. Así, la segunda ley de Newton dice que la fuerza neta $\sum \vec{F}$ que actúa sobre una partícula es igual a la rapidez de cambio de la combinación $m\vec{v}$, el producto de la masa por la velocidad de la partícula. Llamamos a esta combinación **momento lineal** (o **cantidad de movimiento**) de la partícula, el cual se representa con el símbolo $\vec{p}$ así que

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad \text{(definición de momento lineal)} \qquad (8.2)$$

8.1 Vectores de velocidad y de momento lineal de una partícula.



El momento lineal $\vec{p}$ es una cantidad vectorial; el momento lineal de una partícula tiene la misma dirección que su velocidad $\vec{v}$.

Cuanto mayores son la masa m y la rapidez v de una partícula, mayor será la magnitud de su momento lineal mv. Sin embargo, tenga en mente que el momento lineal es una cantidad *vectorial* con la misma dirección que la velocidad de la partícula (figura 8.1). De esta forma, un automóvil que viaja al norte a 20 m/s y un automóvil idéntico que viaja al este a 20 m/s tienen la misma *magnitud* de momento lineal (mv), pero diferentes *vectores* de momento lineal ($m\vec{v}$) porque sus direcciones son distintas.

A menudo expresamos el momento lineal de una partícula en términos de sus componentes. Si la partícula tiene componentes de velocidad v_x, v_y y v_z, entonces sus componentes de momento lineal p_x, p_y y p_z (a las que también llamamos *momento lineal x*, *momento lineal y* y *momento lineal z*) están dadas por

$$p_x = mv_x \qquad p_y = mv_y \qquad p_z = mv_z \qquad (8.3)$$

Estas tres ecuaciones de componentes son equivalentes a la ecuación (8.2).

Las unidades de la magnitud del momento lineal son las de masa por rapidez; las unidades del SI para momento lineal son kg·m/s.

Si ahora sustituimos la definición de momento lineal, ecuación (8.2), en la ecuación (8.1), tenemos

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \text{(segunda ley de Newton en términos de momento lineal)} \qquad (8.4)$$

La fuerza neta (suma vectorial de todas las fuerzas) que actúa sobre una partícula es igual a la rapidez de cambio del momento lineal de la partícula. Esta, y no $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, es la forma en que Newton planteó originalmente su segunda ley (aunque él llamó *momentum* al momento lineal), y solo es válida en marcos de referencia inerciales.

Según la ecuación (8.4), un cambio rápido de momento lineal requiere una fuerza neta grande, mientras que un cambio gradual de momento lineal requiere una fuerza neta menor. Este principio se usa en el diseño de dispositivos de seguridad para automóviles como las bolsas de aire (figura 8.2).

8.2 Si un automóvil que se desplaza con gran rapidez se detiene súbitamente en un choque, el momento lineal del conductor (masa por velocidad) se reduce de un valor alto a cero en un breve lapso. Una bolsa de aire hace que el conductor pierda momento lineal más gradualmente que si se impactara en forma abrupta contra el volante; esto reduce la fuerza ejercida sobre el conductor y, por lo tanto, la posibilidad de resultar lesionado.

Teorema del impulso y el momento lineal

El momento lineal de una partícula, $\vec{p} = m\vec{v}$ y su energía cinética, $K = \frac{1}{2}mv^2$ dependen de la masa y la velocidad de la partícula. ¿Cuál es la diferencia fundamental entre estas cantidades? Una respuesta puramente matemática es que el momento lineal es un vector cuya magnitud es proporcional a la rapidez, mientras que la energía cinética es un escalar proporcional al cuadrado de la rapidez. Sin embargo, para ver la diferencia *física* entre momento lineal y energía cinética, necesitamos definir primero una cantidad íntimamente relacionada con el momento lineal: el *impulso*.

Consideremos primero una partícula sobre la que actúa una fuerza neta *constante* $\sum\vec{F}$ durante un tiempo Δt, de t_1 a t_2. (Veremos el caso de fuerzas variables dentro de poco). El **impulso** de la fuerza neta, denotado con $\vec{J}$, se define como el producto de la fuerza neta por el intervalo de tiempo:

$$\vec{J} = \sum\vec{F}(t_2 - t_1) = \sum\vec{F}\,\Delta t \quad \text{(suponiendo una fuerza neta constante)} \qquad (8.5)$$

El impulso es una cantidad vectorial; su dirección es la de la fuerza neta $\sum\vec{F}$, y su magnitud es el producto de la magnitud de la fuerza neta por el tiempo en que esta actúa. Las unidades de impulso en el SI son newton-segundo (N·s). Puesto que 1 N = 1 kg·m/s^2, otras unidades para el impulso son kg·m/s, las mismas del momento lineal.

Para ver para qué nos sirve el impulso, volvamos a la segunda ley de Newton planteada en términos de momento lineal, ecuación 8.4. Si la fuerza neta $\sum\vec{F}$ es constante $d\vec{p}/dt$ también es constante. En tal caso, $d\vec{p}/dt$ es igual al cambio *total* de momento lineal $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ durante el lapso $t_2 - t_1$, dividido entre dicho lapso:

$$\sum\vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{t_2 - t_1}$$

Si multiplicamos esta ecuación por $(t_2 - t_1)$, tenemos

$$\sum\vec{F}(t_2 - t_1) = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

Al comparar esto con la ecuación (8.5), obtenemos un resultado conocido como **teorema del impulso y el momento lineal**:

$$\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \qquad \text{(teorema del impulso y el momento lineal)} \qquad (8.6)$$

El cambio del momento lineal de una partícula durante un intervalo de tiempo es igual al impulso de la fuerza neta que actúa sobre la partícula durante ese intervalo.

El teorema del impulso y el momento lineal también se cumple si las fuerzas no son constantes. Para comprobarlo, integramos los dos miembros de la segunda ley de Newton $\sum\vec{F} = d\vec{p}/dt$ con respecto al tiempo entre los límites t_1 y t_2:

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum\vec{F}\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{dt}\,dt = \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

La integral de la izquierda es, por definición, el impulso $\vec{J}$ de la fuerza neta $\sum\vec{F}$ durante este intervalo:

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \sum\vec{F}\,dt \qquad \text{(definición general de impulso)} \qquad (8.7)$$

Con esta definición, el teorema del impulso y el momento lineal $\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$, ecuación (8.6), es válido aun si la fuerza neta $\sum\vec{F}$ varía con el tiempo.

Podemos definir una fuerza neta *media* $\vec{F}_{\text{med}}$ tal que, aun si $\sum\vec{F}$ no es constante, el impulso $\vec{J}$ esté dado por

$$\vec{J} = \vec{F}_{\text{med}}(t_2 - t_1) \qquad (8.8)$$

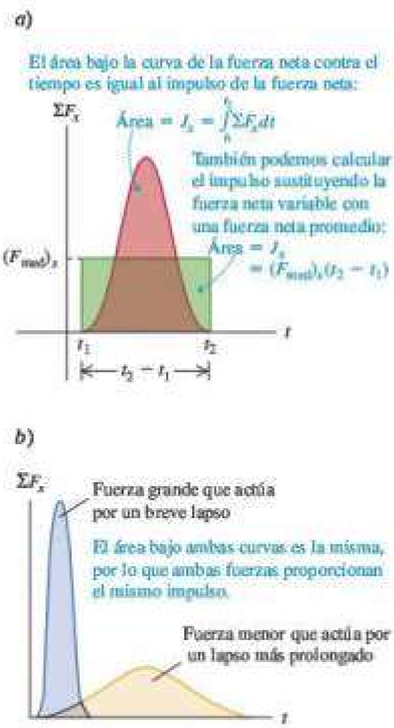
Si $\sum\vec{F}$ es constante, $\sum\vec{F} = \vec{F}_{\text{med}}$ y la ecuación (8.8) se reduce a la ecuación (8.5).

La figura 8.3*a* muestra una gráfica de la componente x de la fuerza neta $\sum F_x$ en función del tiempo durante un choque. Esto podría representar la fuerza sobre un balón que está en contacto con el pie de un futbolista entre los tiempos t_1 y t_2. La componente x del impulso durante ese intervalo está representada por el área roja bajo la curva entre t_1 y t_2. Esta área es igual al área rectangular verde delimitada por t_1, t_2 y

Aplicación Impulso del pájaro carpintero

Al pájaro carpintero (*Dryocopus pileatus*) se le conoce por golpear su pico contra los árboles hasta 20 veces por segundo y hasta 12,000 veces en un día. La fuerza de impacto es de hasta 1200 veces el peso de la cabeza del ave. Como el impacto dura un tiempo corto, el impulso —es decir, el producto de la fuerza neta durante el impacto multiplicado por la duración del mismo— es relativamente pequeño. (El pájaro carpintero tiene un cráneo grueso de hueso esponjoso y un cartílago para absorber el impacto, ubicado en la base de la mandíbula inferior, para evitar cualquier daño).

8.3 Significado del área roja bajo una gráfica de $\sum F_x$ contra t.



$(F_{med})_x$, así que $(F_{med})_x(t_2 - t_1)$ es igual al impulso de la fuerza variable real durante el mismo intervalo. Observe que una fuerza grande que actúa durante un breve tiempo puede tener el mismo impulso que una fuerza menor que actúa por un tiempo más prolongado, si las áreas bajo las curvas fuerza-tiempo son iguales (figura 8.3*b*). En estos términos, una bolsa de aire de un automóvil (véase la figura 8.2) proporciona el mismo impulso al conductor que el volante o el tablero, pero aplicando una fuerza menos intensa y menos dañina durante un tiempo más prolongado.

Tanto el impulso como el momento lineal son vectores, y las ecuaciones (8.5) a (8.8) son vectoriales. En problemas específicos, suele ser más fácil usarlas en su forma de componentes:

$$J_x = \int_{t_1}^{t_2} \sum F_x \, dt = (F_{med})_x(t_2 - t_1) = p_{2x} - p_{1x} = mv_{2x} - mv_{1x}$$
$$J_y = \int_{t_1}^{t_2} \sum F_y \, dt = (F_{med})_y(t_2 - t_1) = p_{2y} - p_{1y} = mv_{2y} - mv_{1y} \qquad (8.9)$$

y lo mismo para la componente z.

Comparación entre el momento lineal y la energía cinética

Ahora podemos ver la diferencia fundamental entre momento lineal y energía cinética. El teorema del impulso y el momento lineal $\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ dice que los cambios en el momento lineal de una partícula se deben al impulso, el cual depende del *tiempo* durante el que actúa la fuerza neta. En cambio, el teorema del trabajo y la energía $W_{tot} = K_2 - K_1$ nos dice que la energía cinética cambia cuando se realiza trabajo sobre una partícula; el trabajo total depende de la *distancia* en la que actúa la fuerza neta. Considere una partícula que parte del reposo en t_1, de manera que $\vec{v}_1 = 0$. Su momento lineal inicial es $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1 = 0$, y su energía cinética inicial es $K_1 = \frac{1}{2}mv_1{}^2 = 0$. Ahora, una fuerza neta constante igual a $\vec{F}$ actúa sobre la partícula del tiempo t_1 al tiempo t_2. En este intervalo, la partícula se mueve una distancia s en la dirección de la fuerza. De acuerdo con la ecuación (8.6), el momento lineal de la partícula en el instante t_2 es

MasteringPHYSICS

ActivPhysics 6.1: Momentum and Energy Change

$$\vec{p}_2 = \vec{p}_1 + \vec{J} = \vec{J}$$

donde $\vec{J} = \vec{F}(t_2 - t_1)$ es el impulso que actúa sobre la partícula. Así, *el momento lineal de una partícula es igual al impulso que la aceleró desde el reposo hasta su rapidez actual*; el impulso es el producto de la fuerza neta que aceleró el cuerpo por el *tiempo* requerido para la aceleración. En cambio, la energía cinética de la partícula en t_2 es $K_2 = W_{tot} = Fs$, el *trabajo* total efectuado sobre la partícula para acelerarla desde el reposo. El trabajo total es igual al producto de la fuerza neta por la *distancia* necesaria para acelerar la partícula (figura 8.4).

8.4 La *energía cinética* de una pelota de béisbol lanzada es igual al trabajo que realiza el *pitcher* sobre ella (la fuerza multiplicada por la distancia que recorre la pelota durante el lanzamiento). El *momento lineal* de la pelota es igual al impulso que le imparte el *pitcher* (la fuerza multiplicada por el tiempo que le llevó hacer que la pelota alcanzara su rapidez).

Veamos una aplicación de la distinción entre momento lineal y energía cinética. Suponga que puede elegir entre atrapar una pelota de 0.50 kg que se mueve a 4.0 m/s o una de 0.10 kg que se mueve a 20 m/s. ¿Cuál es más fácil de atrapar? Ambas tienen la misma magnitud de momento lineal, $p = mv = (0.50 \text{ kg})(4.0 \text{ m/s}) = (0.10 \text{ kg})(20 \text{ m/s}) = 2.0 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$, pero valores muy diferentes de energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$; la pelota grande y lenta tiene $K = 4.0$ J, mientras que la pequeña y rápida tiene $K = 20$ J. Puesto que el momento lineal es igual para ambas pelotas, las dos requieren el mismo *impulso* para detenerse. Pero detener la pelota de 0.10 kg con la mano requiere cinco veces más *trabajo* que detener la de 0.50 kg, porque la pelota pequeña tiene cinco veces más energía cinética. Por lo tanto, para una fuerza dada que ejerzamos con la mano, tardaremos el mismo tiempo (duración de la atrapada) en detener cualquiera de las pelotas, pero nuestra mano y nuestro brazo serán empujados cinco veces más hacia atrás si decidimos atrapar la pelota pequeña y rápida. Para minimizar el esfuerzo del brazo, debemos optar por atrapar la pelota de 0.50 kg de menor energía cinética.

Los teoremas de impulso-momento lineal y trabajo-energía son relaciones entre fuerza y movimiento, y ambos se basan en las leyes de Newton; son principios *integrales* que relacionan el movimiento en dos instantes separados por un intervalo finito. En cambio, la segunda ley de Newton misma (en cualquiera de las formas $\sum\vec{F} = m\vec{a}$ o $\sum\vec{F} = d\vec{p}/dt$) es un principio *diferencial* que relaciona las fuerzas con la rapidez del cambio de velocidad o de momento lineal en cada instante.

Ejemplo conceptual 8.1 Momento lineal contra energía cinética

Considere otra vez la carrera descrita en el ejemplo conceptual 6.5 (sección 6.2) entre dos veleros en un lago congelado sin fricción. Los botes tienen masas m y $2m$, y el viento ejerce la misma fuerza horizontal constante $\vec{F}$ sobre cada uno (véase la figura 6.14). Los botes parten del reposo y cruzan la meta que está a una distancia s. ¿Cuál bote llega a la meta con mayor momento lineal?

SOLUCIÓN

En el ejemplo conceptual 6.5 se pedía comparar las *energías cinéticas* de los veleros al cruzar la meta. Se respondió esto recordando que *la energía cinética de un cuerpo es igual al trabajo total efectuado para acelerarlo desde el reposo*. Los dos veleros partieron del reposo, y el trabajo total efectuado fue el mismo para ambos (porque la fuerza neta y el desplazamiento fueron iguales). Por lo tanto, los dos veleros cruzan la meta con la misma energía cinética.

De manera similar, para comparar los *momentos lineales* de los veleros, usamos el concepto de que *el momento lineal de cada velero es igual al impulso que lo aceleró a partir del reposo*. Como se expuso en el ejemplo conceptual 6.5, la fuerza neta sobre cada velero es igual a la fuerza constante horizontal $\vec{F}$ del viento. Sea Δt el tiempo que un velero tarda en llegar a la meta, de manera que el impulso sobre el velero en ese tiempo es $\vec{J} = \vec{F}\,\Delta t$. El velero parte del reposo, así que esto es el momento lineal $\vec{p}$ del velero en la meta:

$$\vec{p} = \vec{F}\,\Delta t$$

Ambos veleros están sujetos a la misma fuerza $\vec{F}$, pero tardan tiempos diferentes Δt en llegar a la meta. El velero de masa $2m$ acelera más lentamente y tarda más tiempo en recorrer la distancia s; por lo tanto, hay mayor impulso sobre este velero entre la salida y la meta. Así que el velero de masa $2m$ cruza la meta con una magnitud mayor de momento lineal que el de masa m (pero con la misma energía cinética). ¿Puede el lector demostrar que el velero de masa $2m$ tiene $\sqrt{2}$ veces más momento lineal en la meta que el de masa m?

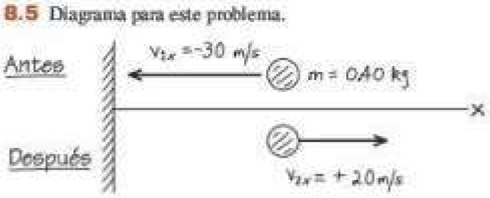
Ejemplo 8.2 Una pelota golpea una pared

Suponga que lanza una pelota de 0.40 kg contra una pared, a la cual golpea moviéndose horizontalmente hacia la izquierda a 30 m/s y rebotando horizontalmente a la derecha con rapidez de 20 m/s. *a*) Calcule el impulso de la fuerza neta sobre la pelota durante el choque con la pared. *b*) Si la pelota está en contacto con la pared durante 0.010 s, calcule la fuerza horizontal media que la pared ejerce sobre la pelota durante el impacto.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: Nos dan información suficiente para determinar los valores inicial y final del momento lineal de la pelota, así que podemos usar el teorema del impulso y el momento lineal para calcular el impulso. Luego, usaremos la definición de impulso para determinar la fuerza media. La figura 8.5 muestra el diagrama. El movimiento es puramente horizontal, así que solo necesitamos un eje. Tomaremos la dirección de x positiva a la derecha. La incógnita en el inciso *a*) es la componente x del impulso, J_x, que obtendremos de las componentes x del momento lineal antes y después del impacto, empleando las ecuaciones (8.9). En el inciso *b*), la incógnita es la componente x media de la fuerza, $(F_{med})_x$; una vez que conozcamos J_x, podremos obtener esa fuerza utilizando las ecuaciones (8.9).

8.5 Diagrama para este problema.



EJECUTAR: *a*) Con el eje x que elegimos, las componentes x inicial y final del momento lineal de la pelota son

$$p_{1x} = mv_{1x} = (0.40\text{ kg})(-30\text{ m/s}) = -12\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$
$$p_{2x} = mv_{2x} = (0.40\text{ kg})(+20\text{ m/s}) = +8.0\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

De acuerdo con la ecuación para x de las ecuaciones (8.9), la componente x del impulso es igual al *cambio* en la componente x del momento lineal:

$$J_x = p_{2x} - p_{1x}$$
$$= 8.0\text{ kg}\cdot\text{m/s} - (-12\text{ kg}\cdot\text{m/s}) = 20\text{ kg}\cdot\text{m/s} = 20\text{ N}\cdot\text{s}$$

b) El choque dura $t_2 - t_1 = \Delta t = 0.010$ s. De acuerdo con la ecuación para x de las ecuaciones (8.9), $J_x = (F_{med})_x(t_2 - t_1) = (F_{med})_x\Delta t$, así que

$$(F_{med})_x = \frac{J_x}{\Delta t} = \frac{20\text{ N}\cdot\text{s}}{0.010\text{ s}} = 2000\text{ N}$$

EVALUAR: La componente x del impulso J_x es positiva; es decir, hacia la derecha en la figura 8.5. Tal como debe ser: el impulso representa el "empujón" que la pared da a la pelota, y es evidente que tal "empujón" es hacia la derecha.

CUIDADO El momento lineal es un vector Puesto que el momento lineal es un vector, tuvimos que incluir el signo negativo en $p_{1x} = -12$ kg · m/s. Si por descuido lo hubiéramos omitido, habríamos obtenido 8.0 kg · m/s − (12 kg · m/s) = −4 kg · m/s, para el impulso. ¡Esta respuesta indicaría que la pared dio a la pelota un empujón a la *izquierda*! Asegúrese de considerar la *dirección* del momento lineal al efectuar sus cálculos.

La fuerza que la pared ejerce sobre la pelota debe ser lo suficientemente grande (2000 N, igual al peso de un objeto de 200 kg) para modificar el momento lineal de la pelota en un lapso de tiempo tan

Continúa

corto. Las otras fuerzas que actúan sobre la pelota durante el choque son muy débiles en comparación; por ejemplo, la fuerza gravitacional es de solo 3.9 N. Así, durante el breve lapso que dura el choque, podemos ignorar las demás fuerzas sobre la pelota. La figura 8.6 muestra el choque de una pelota de tenis sobre una raqueta.

Observe que el valor de 2000 N que calculamos es solo la fuerza horizontal *media* que la pared ejerce sobre la pelota durante el impacto, y corresponde a la línea horizontal $(F_{med})_x$ de la figura 8.3*a*. La fuerza horizontal es cero antes del impacto, sube hasta un máximo y luego disminuye hasta cero cuando la pelota deja de estar en contacto con la pared. Si la pelota es relativamente rígida, como una de béisbol o de golf, el choque dura poco tiempo y la fuerza máxima es grande, como en la curva más estrecha de la figura 8.3*b*. Si la pelota es más blanda, como una de tenis, el choque dura más tiempo y la fuerza máxima es menor, como en la curva de menor altura en la figura 8.3*b*.

8.6 Por lo regular, una pelota de tenis está en contacto con la raqueta cerca de 0.01 s, y se aplana notablemente por la tremenda fuerza que sobre ella ejerce la raqueta.

Ejemplo 8.3 Pateo de un balón de fútbol

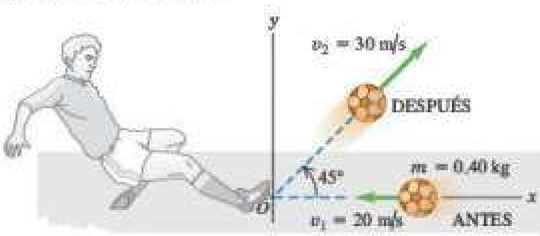
Un balón de fútbol soccer tiene una masa de 0.40 kg e inicialmente se mueve hacia la izquierda a 20 m/s, pero luego es pateado de manera que adquiere una velocidad con magnitud de 30 m/s y dirección de 45° hacia arriba y a la derecha (figura 8.7*a*). Calcule el impulso de la fuerza neta y la fuerza neta media, suponiendo que el choque dura $\Delta t = 0.010$ s.

SOLUCIÓN

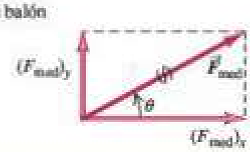
IDENTIFICAR y PLANTEAR: El balón se mueve en dos dimensiones, por lo que debemos tratar el momento lineal y el impulso como cantidades vectoriales. Tomamos el eje x horizontal hacia la derecha, y el y, vertical hacia arriba. Las incógnitas son las componentes del impulso neto, J_x y J_y, sobre el balón, y las componentes de la fuerza neta media, $(F_{med})_x$ y $(F_{med})_y$, sobre el balón. Las obtendremos usando el teorema de impulso-momento lineal en su forma de componentes, ecuaciones (8.9).

8.7 *a*) Patada a un balón de fútbol. *b*) Cálculo de la fuerza media a partir de sus componentes.

a) Diagrama antes y después



b) Fuerza media sobre el balón



EJECUTAR: Usando cos 45° = sen 45° = 0.707, obtenemos las componentes de velocidad para antes y después de patear el balón:

$$v_{1x} = -20 \text{ m/s} \qquad v_{1y} = 0$$
$$v_{2x} = v_{2y} = (30 \text{ m/s})(0.707) = 21.2 \text{ m/s}$$

De acuerdo con las ecuaciones (8.9), las componentes del impulso son

$$J_x = p_{2x} - p_{1x} = m(v_{2x} - v_{1x})$$
$$= (0.40 \text{ kg})[21.2 \text{ m/s} - (-20 \text{ m/s})] = 16.5 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$
$$J_y = p_{2y} - p_{1y} = m(v_{2y} - v_{1y})$$
$$= (0.40 \text{ kg})(21.2 \text{ m/s} - 0) = 8.5 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

Según las ecuaciones (8.8), las componentes de la fuerza neta media son

$$(F_{med})_x = \frac{J_x}{\Delta t} = 1650 \text{ N} \qquad (F_{med})_y = \frac{J_y}{\Delta t} = 850 \text{ N}$$

La magnitud y la dirección de la fuerza neta media $\vec{F}_{med}$ son

$$F_{med} = \sqrt{(1650 \text{ N})^2 + (850 \text{ N})^2} = 1.9 \times 10^3 \text{ N}$$
$$\theta = \arctan\frac{850 \text{ N}}{1650 \text{ N}} = 27°$$

El balón no estaba inicialmente en reposo, de modo que su velocidad final *no* tiene la misma dirección que la fuerza media que actúa sobre él.

EVALUAR: $\vec{F}_{med}$ incluye la fuerza de gravedad, la cual es muy pequeña; el peso del balón es de solo 3.9 N. Al igual que en el ejemplo 8.2, la fuerza media que actúa durante el choque es ejercida casi totalmente por el objeto que el balón golpea (en este caso, el pie del futbolista).

Evalúe su comprensión de la sección 8.1 Clasifique las siguientes situaciones de acuerdo con la magnitud del impulso de la fuerza neta, en orden decreciente. En cada situación un automóvil de 1000 kg se desplaza a lo largo de una carretera recta de este a oeste. **i.** El automóvil se desplaza inicialmente hacia el este a 25 m/s y se detiene en 10 s. **ii.** El automóvil se desplaza inicialmente hacia el este a 25 m/s y se detiene en 5 s. **iii.** El automóvil está inicialmente en reposo, y se le aplica una fuerza neta de 2000 N con dirección al este durante 10 s. **iv.** El automóvil se desplaza inicialmente hacia el este a 25 m/s y se le aplica una fuerza neta de 2000 N con dirección al oeste durante 10 s. **v.** El automóvil se desplaza inicialmente hacia el este a 25 m/s. En un lapso de 30 s, el automóvil invierte su sentido y termina desplazándose hacia el oeste a 25 m/s.

8.2 Conservación del momento lineal

El concepto de momento lineal tiene especial importancia en situaciones en las que dos o más cuerpos *interactúan*. Para ver por qué, consideremos primero un sistema idealizado de dos cuerpos que interactúan entre sí, y con nada más; por ejemplo, dos astronautas que se tocan mientras flotan libremente en el espacio exterior en un ambiente de gravedad cero (figura 8.8). Consideremos a los astronautas como partículas. Cada partícula ejerce una fuerza sobre la otra; según la tercera ley de Newton, las dos fuerzas siempre son iguales en magnitud y opuestas en dirección. Por lo tanto, los *impulsos* que actúan sobre las dos partículas son iguales y opuestos, y los cambios de momento lineal de las dos partículas serán iguales y opuestos.

Repasemos esto a la luz de ciertos términos nuevos. En cualquier sistema, las fuerzas que las partículas del sistema ejercen entre sí se denominan **fuerzas internas**; las fuerzas ejercidas sobre cualquier parte del sistema por algún objeto externo son **fuerzas externas**. En el sistema de la figura 8.8, las fuerzas internas son $\vec{F}_{B \text{ sobre } A}$, ejercida por la partícula B sobre la A, y $\vec{F}_{A \text{ sobre } B}$ ejercida por la partícula A sobre la B. *No* hay fuerzas externas, así que tenemos un **sistema aislado**.

La fuerza neta sobre la partícula A es $\vec{F}_{B \text{ sobre } A}$ y la fuerza neta sobre la partícula B es $\vec{F}_{A \text{ sobre } B}$, así que, por la ecuación (8.4), las tasas de cambio de los momentos lineales de ambas partículas son

$$\vec{F}_{B \text{ sobre } A} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} \qquad \vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \frac{d\vec{p}_B}{dt} \tag{8.10}$$

El momento lineal de cada partícula cambia, pero estos cambios están relacionados entre sí por la tercera ley de Newton: las dos fuerzas $\vec{F}_{B \text{ sobre } A}$ y $\vec{F}_{A \text{ sobre } B}$ siempre son iguales en magnitud y opuestas en dirección. Es decir, $\vec{F}_{B \text{ sobre } A} = -\vec{F}_{A \text{ sobre } B}$, así que $\vec{F}_{B \text{ sobre } A} + \vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \mathbf{0}$. Sumando las dos expresiones de la ecuación (8.10), tenemos

$$\vec{F}_{B \text{ sobre } A} + \vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} + \frac{d\vec{p}_B}{dt} = \frac{d(\vec{p}_A + \vec{p}_B)}{dt} = \mathbf{0} \tag{8.11}$$

Las tasas de cambio de los dos momentos lineales son iguales y opuestas, así que la tasa de cambio de la suma vectorial $\vec{p}_A + \vec{p}_B$ es cero. Ahora definimos el **momento lineal total** $\vec{P}$ del sistema de dos partículas como la suma vectorial de los momentos lineales de las partículas individuales. Esto es,

$$\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B \tag{8.12}$$

Así, la ecuación (8.11) se convierte finalmente en

$$\vec{F}_{B \text{ sobre } A} + \vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \mathbf{0} \tag{8.13}$$

La rapidez de cambio del momento lineal *total* $\vec{P}$ es cero. Por lo tanto, el momento lineal total del sistema es constante, aunque los momentos lineales individuales de las partículas que constituyen el sistema pueden cambiar.

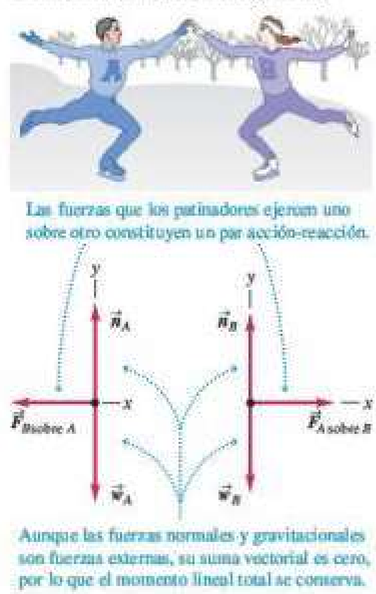
Si también hay fuerzas externas, deben incluirse en el lado izquierdo de la ecuación (8.13), junto con las internas. En general, el momento lineal total no será constante, pero si la suma vectorial de las fuerzas externas es cero, como en la figura 8.9, estas no tienen efecto en el lado izquierdo de la ecuación (8.13), y $d\vec{P}/dt$ será otra vez cero. Así, tenemos el siguiente resultado general:

Si la suma vectorial de las fuerzas externas sobre un sistema es cero, el momento lineal total del sistema es constante.

Esta es la forma más sencilla del **principio de conservación del momento lineal**, el cual es una consecuencia directa de la tercera ley de Newton. La utilidad de este principio radica en que no depende de la naturaleza detallada de las fuerzas internas que

8.8 Dos astronautas se empujan mutuamente mientras flotan libres en el entorno de gravedad cero del espacio exterior.

8.9 Dos patinadores se empujan entre sí mientras patinan en una superficie horizontal sin fricción. (Compare con la figura 8.8).



actúan entre los miembros del sistema, así que podemos aplicarlo incluso si (como suele suceder) sabemos muy poco acerca de las fuerzas internas. Usamos la segunda ley de Newton para deducir este principio, así que debemos tener cuidado de usarlo solo en marcos de referencia inerciales.

Podemos generalizar este principio para un sistema con cualquier número de partículas $A, B, C, \ldots$ que solo interactúan entre sí. El momento lineal total del sistema es

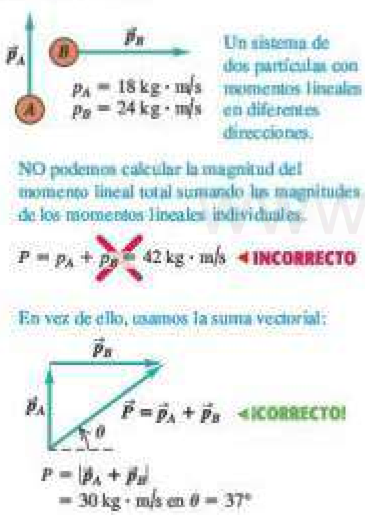
$$\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \cdots = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B + \cdots \quad \text{(momento lineal total de un sistema de partículas)} \tag{8.14}$$

MasteringPHYSICS

ActivPhysics 6.3: Momentum Conservation and Collisions
ActivPhysics 6.7: Explosion Problems
ActivPhysics 6.10: Pendulum Person-Projectile Bowling

Nuestro argumento es el mismo de antes: la tasa total de cambio del momento lineal del sistema debido a cada par acción-reacción de fuerzas internas es cero. Así, la tasa total de cambio del momento lineal del sistema entero es cero siempre que la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre él sea cero. Las fuerzas internas pueden cambiar los momentos lineales de las partículas individuales del sistema, pero no el momento lineal *total* del sistema.

8.10 Cuando se aplica la conservación del momento lineal, recuerde que ¡esta es una cantidad vectorial!



CUIDADO **La conservación del momento lineal significa la conservación de sus componentes** Al aplicar la conservación del momento lineal a un sistema, es indispensable recordar que el momento lineal es una cantidad *vectorial*. Por lo tanto, se debe usar una suma vectorial para calcular el momento lineal total de un sistema (figura 8.10). Por lo regular, el empleo de componentes es el método más sencillo. Si p_{Ax}, p_{Ay} y p_{Az} son las componentes del momento lineal de la partícula A, y de manera similar para las demás partículas, entonces la ecuación (8.14) equivale a las ecuaciones de componentes

$$\begin{aligned} P_x &= p_{Ax} + p_{Bx} + \cdots \\ P_y &= p_{Ay} + p_{By} + \cdots \\ P_z &= p_{Az} + p_{Bz} + \cdots \end{aligned} \tag{8.15}$$

Si la suma vectorial de las fuerzas externas sobre el sistema es cero, entonces P_x, P_y y P_z son constantes.

En ciertos aspectos, el principio de conservación del momento lineal es más general que el de conservación de la energía mecánica. Por ejemplo, la energía mecánica se conserva solo si las fuerzas internas son *conservativas*, es decir, si permiten la conversión bidireccional entre energía cinética y energía potencial, pero la conservación del momento lineal es válida aun si las fuerzas internas *no* son conservativas. En este capítulo analizaremos situaciones en las que se conservan tanto el momento lineal como la energía mecánica, y otras en que solo el momento lineal se conserva. Estos dos principios desempeñan un papel fundamental en todas las áreas de la física, y los encontraremos durante todo nuestro estudio.

Estrategia para resolver problemas 8.1 Conservación del momento lineal

MP

IDENTIFICAR *los conceptos relevantes:* Verifique que la suma vectorial de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema de partículas sea cero. Si no es así, no se puede usar la conservación del momento lineal.

PLANTEAR *el problema* siguiendo estos pasos:

1. Trate cada cuerpo como partícula. Elabore dibujos de "antes" y "después", incluyendo los vectores de velocidad. Asigne símbolos algebraicos a cada magnitud, ángulo y componente. Use letras para identificar cada partícula, y los subíndices 1 y 2 para las cantidades de "antes" y "después". Incluya los valores conocidos como las magnitudes, los ángulos o las componentes.
2. Defina un sistema de coordenadas y muéstrelo en sus diagramas; indique la dirección positiva de cada eje.
3. Identifique las incógnitas.

EJECUTAR *la solución:*

1. Escriba una ecuación con símbolos, igualando las componentes x totales iniciales y finales del momento lineal, usando $p_x = mv_x$ para cada partícula. Escriba la ecuación correspondiente para las componentes y. Las componentes de velocidad pueden ser negativas o positivas, de modo que ¡tenga cuidado con los signos!
2. En algunos problemas, las consideraciones de energía (analizadas en la sección 8.4) proporcionan ecuaciones que relacionan las velocidades.
3. Resuelva estas ecuaciones para obtener las incógnitas.

EVALUAR *la respuesta:* ¿Es lógica la respuesta desde el punto de vista de la física? Si la incógnita es el momento lineal de un cuerpo dado, verifique que la dirección del momento lineal sea razonable.

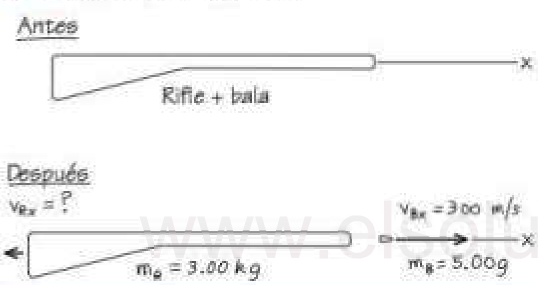
Ejemplo 8.4 Retroceso de un rifle

Un tirador sostiene holgadamente un rifle de masa $m_R = 3.00$ kg, de manera que este puede retroceder libremente al hacer un disparo. Dispara una bala de masa $m_B = 5.00$ g con una velocidad horizontal relativa al suelo de $v_{Bx} = 300$ m/s. ¿Qué velocidad de retroceso v_{Rx} tiene el rifle? ¿Qué momento lineal y energía cinética finales tiene la bala? ¿Y el rifle?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: Si el tirador ejerce sobre el rifle fuerzas horizontales insignificantes, entonces no hay fuerza horizontal neta sobre el sistema (bala y rifle) durante el disparo, y el momento lineal horizontal total del sistema se conserva. La figura 8.11 ilustra el caso. Sea el eje $+x$ la dirección en que apunta el rifle. Inicialmente, el rifle y la bala están en reposo, así que la componente x inicial del momento lineal total es cero. Una vez disparada la bala, su componente x de momento lineal es $p_{Bx} = m_B v_{Bx}$, y la del rifle, es $p_{Rx} = m_R v_{Rx}$. Las incógnitas son v_{Rx}, p_{Bx}, p_{Rx}, y las energías cinéticas finales $K_B = \frac{1}{2} m_B v_{Bx}^2$ y $K_R = \frac{1}{2} m_R v_{Rx}^2$.

8.11 Diagrama para este problema.



EJECUTAR: La conservación de la componente x del momento lineal total da

$$P_x = 0 = m_B v_{Bx} + m_R v_{Rx}$$

$$v_{Rx} = -\frac{m_B}{m_R} v_{Bx} = -\left(\frac{0.00500 \text{ kg}}{3.00 \text{ kg}}\right)(300 \text{ m/s}) = -0.500 \text{ m/s}$$

El signo negativo significa que el retroceso es en la dirección opuesta a la de la bala.

Los momentos lineales y las energías cinéticas al final son

$$p_{Bx} = m_B v_{Bx} = (0.00500 \text{ kg})(300 \text{ m/s}) = 1.50 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$K_B = \tfrac{1}{2} m_B v_{Bx}^2 = \tfrac{1}{2}(0.00500 \text{ kg})(300 \text{ m/s})^2 = 225 \text{ J}$$

$$p_{Rx} = m_R v_{Rx} = (3.00 \text{ kg})(-0.500 \text{ m/s}) = -1.50 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

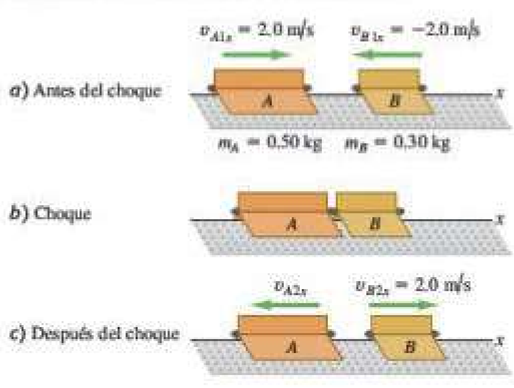
$$K_R = \tfrac{1}{2} m_R v_{Rx}^2 = \tfrac{1}{2}(3.00 \text{ kg})(-0.500 \text{ m/s})^2 = 0.375 \text{ J}$$

EVALUAR: La bala y el rifle tienen *momentos lineales* finales iguales y opuestos por la tercera ley de Newton: porque se sometieron a la interacción de fuerzas iguales y opuestas durante el mismo *tiempo*, es decir, los impulsos son iguales y opuestos. Pero la bala viaja una *distancia* mucho mayor que el rifle durante la interacción. Por ello, la fuerza sobre la bala realiza mucho más trabajo que la fuerza sobre el rifle, dando a la bala una *energía cinética* mucho mayor que la del rifle. La razón de 600:1 de las dos energías cinéticas es igual al inverso de la razón de las masas; de hecho, puede demostrarse que esto siempre sucede en situaciones de retroceso (véase ejercicio 8.26).

Ejemplo 8.5 Choque en una línea recta

Dos deslizadores de masas diferentes se acercan uno al otro sobre un riel de aire sin fricción (figura 8.12*a*). Después de chocar (figura 8.12*b*), el deslizador *B* tiene una velocidad final de +2.0 m/s (figura 8.12*c*). ¿Qué velocidad final tiene el deslizador *A*? Compare los cambios en el momento lineal y la velocidad de los dos deslizadores.

8.12 Dos deslizadores chocan en un riel de aire.



SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: Al igual que con los patinadores mostrados en la figura 8.9, la fuerza vertical total sobre los deslizadores es cero, y la fuerza neta sobre cada uno es la fuerza horizontal que cada deslizador ejerce sobre el otro. La fuerza externa neta sobre el *sistema* de dos deslizadores es cero, así que el momento lineal total se conserva. Tomamos el eje x positivo hacia la derecha. Nos dan las masas y las velocidades iniciales de los dos deslizadores, así como la velocidad final del deslizador *B*. Las incógnitas son v_{A2x}, la componente x final de la velocidad del deslizador *A*, y los cambios en el momento lineal y la velocidad de los dos deslizadores (es decir, el valor *después* del choque menos el valor *antes* del choque).

EJECUTAR: La componente x del momento lineal total antes del choque es

$$\begin{aligned} P_x &= m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} \\ &= (0.50 \text{ kg})(2.0 \text{ m/s}) + (0.30 \text{ kg})(-2.0 \text{ m/s}) \\ &= 0.40 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

Esta es positiva (a la derecha en la figura 8.12) porque el deslizador *A* tiene mayor magnitud de momento lineal que el *B*. La componente x del momento lineal total vale lo mismo después del choque, así que

$$P_x = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

Continúa

Se despeja v_{A2x}:

$$v_{A2x} = \frac{P_x - m_B v_{B2x}}{m_A} = \frac{0.40\ \text{kg}\cdot\text{m/s} - (0.30\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s})}{0.50\ \text{kg}}$$
$$= -0.40\ \text{m/s}$$

Los cambios en los momentos lineales son

$$m_A v_{A2x} - m_A v_{A1x} = (0.50\ \text{kg})(-0.40\ \text{m/s}) - (0.50\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s}) = -1.2\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$
$$m_B v_{B2x} - m_B v_{B1x} = (0.30\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s}) - (0.30\ \text{kg})(-2.0\ \text{m/s}) = +1.2\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

Los cambios en las velocidades x son

$$v_{A2x} - v_{A1x} = (-0.40\ \text{m/s}) - 2.0\ \text{m/s} = -2.4\ \text{m/s}$$
$$v_{B2x} - v_{B1x} = 2.0\ \text{m/s} - (-2.0\ \text{m/s}) = +4.0\ \text{m/s}$$

EVALUAR: Los deslizadores estuvieron sujetos a la interacción de fuerzas iguales y opuestas en el mismo tiempo de la colisión. De acuerdo con el teorema de impulso-momento lineal, experimentaron impulsos iguales y opuestos y, por lo tanto, cambios iguales y opuestos en el momento lineal. Sin embargo, de acuerdo con la segunda ley de Newton, el deslizador con menos masa (B) tuvo mayor magnitud de aceleración y, por consiguiente, un mayor cambio de velocidad.

Ejemplo 8.6 Choque en un plano horizontal

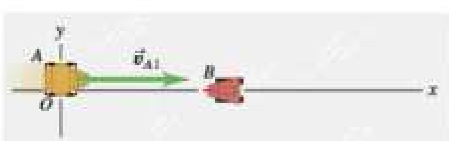
La figura 8.13*a* muestra dos robots combatientes que se deslizan sobre una superficie sin fricción. El robot A, con masa de 20 kg, se mueve inicialmente a 2.0 m/s en forma paralela al eje x. Choca con el robot B, cuya masa es de 12 kg y está inicialmente en reposo. Después del choque, el robot A se mueve a 1.0 m/s en una dirección que forma un ángulo $\alpha = 30°$ con su dirección inicial (figura 8.13*b*). ¿Qué velocidad final tiene el robot B?

SOLUCIÓN

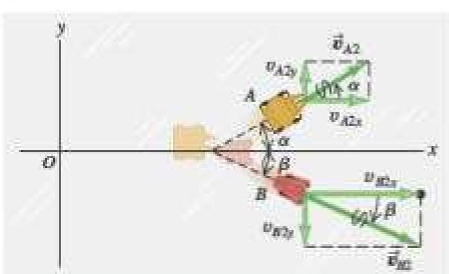
IDENTIFICAR y PLANTEAR: No hay fuerzas externas horizontales, así que las componentes x y y del momento lineal total del sistema se conservan. La conservación del momento lineal exige que la suma de las componentes x del momento lineal *antes* del choque (subíndice 1) sea igual a la suma *después* del choque (subíndice 2), y lo mismo con las sumas de las componentes y. La incógnita es $\vec{v}_{B2}$, la velocidad final del robot B.

8.13 Vista superior de las velocidades *a*) antes y *b*) después del choque.

a) Antes del choque



b) Después del choque



EJECUTAR: Las ecuaciones de conservación del momento lineal y sus soluciones para v_{B2x} y v_{B2y} son

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$
$$v_{B2x} = \frac{m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} - m_A v_{A2x}}{m_B}$$
$$= \frac{\begin{bmatrix}(20\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s}) + (12\ \text{kg})(0) \\ -(20\ \text{kg})(1.0\ \text{m/s})(\cos 30°)\end{bmatrix}}{12\ \text{kg}}$$
$$= 1.89\ \text{m/s}$$
$$m_A v_{A1y} + m_B v_{B1y} = m_A v_{A2y} + m_B v_{B2y}$$
$$v_{B2y} = \frac{m_A v_{A1y} + m_B v_{B1y} - m_A v_{A2y}}{m_B}$$
$$= \frac{\begin{bmatrix}(20\ \text{kg})(0) + (12\ \text{kg})(0) \\ -(20\ \text{kg})(1.0\ \text{m/s})(\text{sen}\,30°)\end{bmatrix}}{12\ \text{kg}}$$
$$= -0.83\ \text{m/s}$$

La figura 8.13*b* ilustra el movimiento del robot B después del choque. La magnitud de $\vec{v}_{B2}$ es

$$v_{B2} = \sqrt{(1.89\ \text{m/s})^2 + (-0.83\ \text{m/s})^2} = 2.1\ \text{m/s}$$

y el ángulo de su dirección a partir de $+x$ es

$$\beta = \arctan\frac{-0.83\ \text{m/s}}{1.89\ \text{m/s}} = -24°$$

EVALUAR: Podemos comprobar la respuesta confirmando que las componentes de momento lineal total antes y después del choque son iguales. En un principio, el robot A tiene una componente x de momento lineal $m_A v_{A1x} = (20\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s}) = 40\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$ y la correspondiente componente y es cero; el robot B tiene momento lineal igual a cero. Después del choque, las componentes de momento lineal son $m_A v_{A2x} = (20\ \text{kg})(1.0\ \text{m/s})(\cos 30°) = 17\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$, y $m_B v_{B2x} = (12\ \text{kg})(1.89\ \text{m/s}) = 23\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$; el momento lineal total en x es de 40 kg·m/s, igual que antes del choque. Las componentes y finales son $m_A v_{A2y} = (20\ \text{kg})(1.0\ \text{m/s})(\text{sen}\ 30°) = 10\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$, y $m_B v_{B2y} = (12\ \text{kg})(-0.83\ \text{m/s}) = -10\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$; la componente y total del momento lineal es cero, igual que antes del choque.

Evalúe su comprensión de la sección 8.2 Un juguete accionado por un resorte está en reposo sobre una superficie horizontal sin fricción. Cuando se suelta el resorte, el juguete se divide en tres piezas con masas iguales, A, B y C, que se deslizan por la superficie. La pieza A se aleja en la dirección $-x$, mientras que la B se aleja en la dirección $-y$. *a)* ¿Cuáles son los signos de las componentes de velocidad de la pieza C? *b)* ¿Cuál de las tres piezas se mueve más rápido?

8.3 Conservación del momento lineal y choques

Para la mayoría de las personas, el término *choque* probablemente significa un percance automovilístico. Si bien usaremos el término en ese sentido, ampliaremos su significado para incluir cualquier interacción intensa entre cuerpos, con duración relativamente corta. Así que no solo incluimos accidentes automovilísticos, sino también bolas que chocan en una mesa de billar, neutrones que inciden sobre núcleos atómicos en un reactor nuclear, el impacto de un meteorito sobre el desierto de Arizona, y el encuentro cercano de una nave espacial con el planeta Saturno.

Si las fuerzas entre los cuerpos son mucho mayores que las externas, como suele suceder en la mayoría de los choques, podemos ignorar las fuerzas externas y tratar los cuerpos como un sistema *aislado*. Entonces, el momento lineal se conserva y el momento lineal total del sistema tendrá el mismo valor antes y después del choque. Dos automóviles que chocan en un cruce cubierto de hielo son un buen ejemplo. Incluso dos automóviles que chocan en pavimento seco se pueden tratar como un sistema aislado durante la colisión si las fuerzas entre los autos son mucho mayores que las fuerzas de fricción del pavimento contra los neumáticos.

Choques elásticos e inelásticos

Si las fuerzas entre los cuerpos son *conservativas*, de manera que no se pierde ni gana energía mecánica en el choque, la energía *cinética* total del sistema es la misma antes y después del choque. Esto se denomina **choque elástico**. Un choque entre dos canicas o dos bolas de billar es casi totalmente elástico. La figura 8.14 muestra un modelo de choque elástico. Al chocar los deslizadores, los resortes se comprimen momentáneamente y parte de la energía cinética original se convierte por un momento en energía potencial elástica. Luego los deslizadores rebotan, los resortes se expanden y la energía potencial se convierte en energía cinética.

Un choque en el que la energía cinética total final es *menor* que la inicial es un **choque inelástico**. Una albóndiga que cae en un plato de espagueti y una bala que se incrusta en un bloque de madera son ejemplos de choques inelásticos. Un choque inelástico en el que los cuerpos chocan y se mueven como uno solo después de la colisión es un **choque totalmente inelástico**. En la figura 8.15 se presenta un ejemplo; se han reemplazado los protectores de resorte de la figura 8.14 por una cinta Velcro® que hace que los dos cuerpos se adhieran.

CUIDADO **Un choque inelástico no tiene que ser *totalmente* inelástico** Es un error común pensar que los *únicos* choques inelásticos son aquellos en que los cuerpos quedan unidos. En realidad, los choques inelásticos incluyen muchas situaciones en que los cuerpos *no* se unen. Si dos automóviles chocan levemente y rebotan, el trabajo efectuado para deformar las defensas (los parachoques) no puede recuperarse como energía cinética de los automóviles, de manera que el choque es inelástico (figura 8.16).

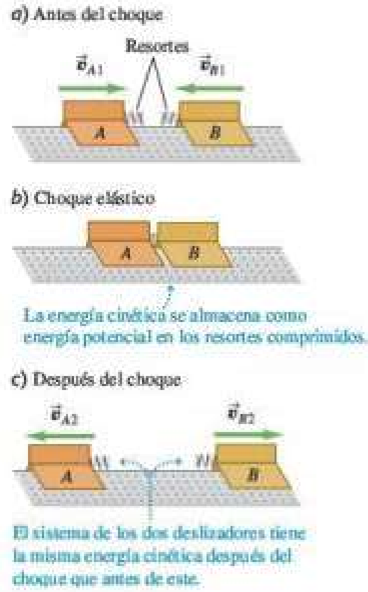
Recuerde esta regla: **En cualquier choque en el que se pueden ignorar las fuerzas externas, el momento lineal se conserva y el momento lineal total es el mismo antes y después de la colisión; *solo* en choques elásticos, la energía cinética total es igual antes y después de la colisión.**

Choques totalmente inelásticos

Veamos qué sucede con el momento lineal y la energía cinética en un choque *totalmente* inelástico de dos cuerpos (A y B), como en la figura 8.15. Puesto que los cuerpos quedan unidos después del choque, tienen la misma velocidad final $\vec{v}_2$:

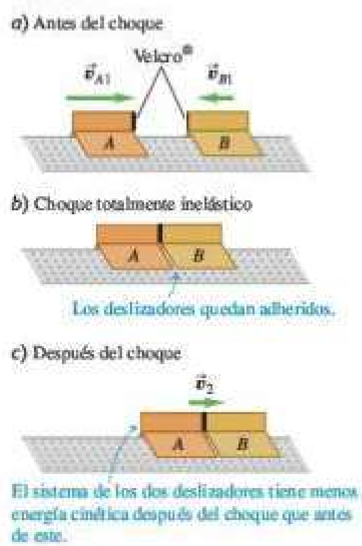
$$\vec{v}_{A2} = \vec{v}_{B2} = \vec{v}_2$$

8.14 Dos deslizadores experimentan un choque elástico en una superficie sin fricción. Cada deslizador tiene un protector de resorte de acero que ejerce una fuerza conservativa sobre el otro deslizador.



Video Tutor Demo

8.15 Dos deslizadores experimentan un choque totalmente inelástico. Los protectores de resorte de los deslizadores se sustituyeron por cintas Velcro®, de manera que los deslizadores quedan adheridos después del choque.



8.16 Los automóviles se diseñan para que los choques sean inelásticos, de manera que su estructura absorba tanta energía del choque como sea posible. Esta energía absorbida no puede recuperarse, pues se invierte en deformar de manera permanente el automóvil.

La conservación del momento lineal da la relación

$$m_A\vec{v}_{A1} + m_B\vec{v}_{B1} = (m_A + m_B)\vec{v}_2 \quad \text{(choque totalmente inelástico)} \tag{8.16}$$

Si conocemos las masas y las velocidades iniciales, podemos calcular la velocidad final común $\vec{v}_2$.

Suponga, por ejemplo, que un cuerpo con masa m_A y componente x inicial de velocidad v_{A1x} choca inelásticamente con un cuerpo de masa m_B en reposo ($v_{B1x} = 0$). Según la ecuación (8.16), la componente x de la velocidad después del choque v_{2x}, común a ambos cuerpos, es

$$v_{2x} = \frac{m_A}{m_A + m_B}v_{A1x} \quad \text{(choque totalmente inelástico, } B \text{ en reposo)} \tag{8.17}$$

Verifiquemos que la energía cinética total después de este choque totalmente inelástico es menor que antes. El movimiento es solo sobre el eje x, por lo que las energías cinéticas K_1 y K_2 antes y después del choque, respectivamente, son

$$K_1 = \tfrac{1}{2}m_A v_{A1x}{}^2$$

$$K_2 = \tfrac{1}{2}(m_A + m_B)v_{2x}{}^2 = \tfrac{1}{2}(m_A + m_B)\left(\frac{m_A}{m_A + m_B}\right)^2 v_{A1x}{}^2$$

La razón entre las energías cinéticas final e inicial es

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_A}{m_A + m_B} \quad \text{(choque totalmente inelástico, } B \text{ en reposo)} \tag{8.18}$$

El lado derecho siempre es menor que la unidad porque el denominador siempre es mayor que el numerador. Aun si la velocidad inicial de m_B no es cero, es fácil verificar que la energía cinética después de un choque totalmente inelástico siempre es menor que antes.

Atención: No se recomienda memorizar las ecuaciones (8.17) y (8.18). Solo se dedujeron para demostrar que siempre se pierde energía cinética en un choque totalmente inelástico.

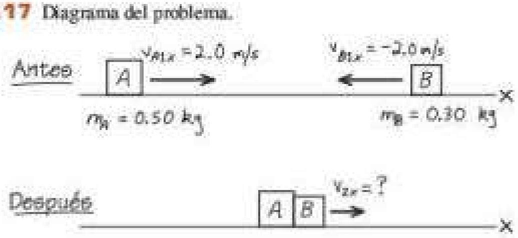
Ejemplo 8.7 Choque totalmente inelástico

Revisaremos el choque descrito en el ejemplo 8.5 (sección 8.2), pero esta vez, los deslizadores están equipados para permanecer unidos después del choque. Calcule la velocidad final común x y compare las energías cinéticas inicial y final del sistema.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: No hay fuerzas externas en la dirección x, así que la componente x del momento lineal se conserva. La figura 8.17 ilustra el diagrama. Las incógnitas son la velocidad final v_{2x} y las energías cinéticas inicial y final del sistema, K_1 y K_2.

8.17 Diagrama del problema.



EJECUTAR: Por la conservación del momento lineal,

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = (m_A + m_B)v_{2x}$$

$$v_{2x} = \frac{m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x}}{m_A + m_B}$$

$$= \frac{(0.50\text{ kg})(2.0\text{ m/s}) + (0.30\text{ kg})(-2.0\text{ m/s})}{0.50\text{ kg} + 0.30\text{ kg}}$$

$$= 0.50\text{ m/s}$$

Puesto que v_{2x} es positiva, los deslizadores se mueven juntos a la derecha después del choque. Antes de este, las energías cinéticas son

$$K_A = \tfrac{1}{2}m_A v_{A1x}{}^2 = \tfrac{1}{2}(0.50\text{ kg})(2.0\text{ m/s})^2 = 1.0\text{ J}$$

$$K_B = \tfrac{1}{2}m_B v_{B1x}{}^2 = \tfrac{1}{2}(0.30\text{ kg})(-2.0\text{ m/s})^2 = 0.60\text{ J}$$

La energía cinética total antes del choque es $K_1 = K_A + K_B = 1.6$ J. La energía cinética después del choque es

$$K_2 = \tfrac{1}{2}(m_A + m_B)v_{2x}{}^2 = \tfrac{1}{2}(0.50\text{ kg} + 0.30\text{ kg})(0.50\text{ m/s})^2$$

$$= 0.10\text{ J}$$

EVALUAR: La energía cinética final es solo $\frac{1}{16}$ de la original; $\frac{15}{16}$ se convierten de energía mecánica en otras formas. Si hay una bola de goma de mascar entre los deslizadores, se aplasta y se calienta. Si hay un resorte entre los deslizadores que se comprime cuando estos se enganchan, la energía se almacena como energía potencial del resorte. En ambos casos, la energía *total* del sistema se conserva, aunque la energía *cinética* no lo hace. Sin embargo, en un sistema aislado, el momento lineal *siempre* se conserva, sin importar que el choque sea elástico o no.

Ejemplo 8.8 El péndulo balístico

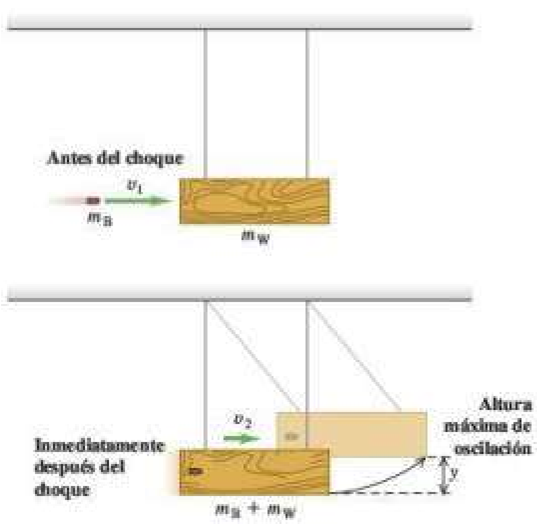
La figura 8.18 muestra un péndulo balístico, un sistema sencillo para medir la rapidez de un proyectil. La bala, con masa m_B, tiene un choque totalmente inelástico con un bloque de madera de masa m_W que cuelga como péndulo. Después del impacto, el bloque oscila hasta una altura máxima y. En términos de y, m_B y m_W, ¿qué rapidez inicial v_1 tiene la bala?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Analizaremos el suceso en dos etapas: **1.** la incrustación de la bala en el bloque y **2.** la oscilación del bloque. Durante la primera etapa, la bala se incrusta en el bloque con tal rapidez, que este no se mueve apreciablemente. Las cuerdas de soporte permanecen casi verticales, así que la fuerza externa horizontal que actúa sobre el sistema formado por la bala y el bloque es insignificante, y la componente horizontal del momento lineal se conserva. Sin embargo, la energía mecánica *no* se conserva en esta etapa porque hay una fuerza no conservativa que realiza trabajo (la fuerza de fricción entre la bala y el bloque).

En la segunda etapa, el bloque y la bala se mueven juntos. Las únicas fuerzas que actúan sobre este sistema son la gravedad (una fuerza conservativa) y las tensiones de las cuerdas (que no efectúan trabajo). Por lo tanto, cuando el péndulo oscila, la *energía mecánica* se conserva. Sin embargo, el momento lineal *no* se conserva durante esta etapa porque hay una fuerza externa neta (la fuerza de gravedad y las tensiones en las cuerdas no se cancelan cuando estas se encuentran inclinadas).

8.18 Péndulo balístico.



PLANTEAR: Tomamos el eje x positivo hacia la derecha y el eje y positivo hacia arriba. La incógnita es v_1. Otra incógnita es la rapidez v_2 del sistema inmediatamente después del choque. Usaremos la conservación del momento lineal en la primera etapa para relacionar v_1 con v_2, y la conservación de la energía en la segunda etapa para relacionar v_2 con y.

EJECUTAR: En la primera etapa, todas las velocidades tienen la dirección $+x$. La conservación del momento lineal da

$$m_B v_1 = (m_B + m_W)v_2$$
$$v_1 = \frac{m_B + m_W}{m_B}v_2$$

Al principio de la segunda etapa, la energía cinética del sistema es $K = \frac{1}{2}(m_B + m_W)v_2^2$. El sistema oscila hacia arriba, se detiene momentáneamente a una altura y, donde su energía cinética es cero y su energía potencial es $(m_B + m_W)gy$, y luego baja. La conservación de energía da

$$\frac{1}{2}(m_B + m_W)v_2^2 = (m_B + m_W)gy$$
$$v_2 = \sqrt{2gy}$$

Sustituimos esta expresión de v_2 en la ecuación de momento lineal:

$$v_1 = \frac{m_B + m_W}{m_B}\sqrt{2gy}$$

EVALUAR: Verifiquemos nuestras respuestas considerando algunas cifras reales: $m_B = 5.00\text{ g} = 0.00500\text{ kg}$, $m_W = 2.00\text{ kg}$ y $y = 3.00\text{ cm} = 0.0300\text{ m}$. Entonces, tenemos

$$v_1 = \frac{0.00500\text{ kg} + 2.00\text{ kg}}{0.00500\text{ kg}}\sqrt{2(9.80\text{ m/s}^2)(0.0300\text{ m})}$$
$$= 307\text{ m/s}$$

La rapidez v_2 del bloque justo después del impacto es

$$v_2 = \sqrt{2gy} = \sqrt{2(9.80\text{ m/s}^2)(0.0300\text{ m})}$$
$$= 0.767\text{ m/s}$$

Las rapideces v_1 y v_2 parecen reales. Antes del impacto, la energía cinética de la bala es $\frac{1}{2}(0.00500\text{ kg})(307\text{ m/s})^2 = 236\text{ J}$ y la del sistema justo después del impacto es $\frac{1}{2}(2.005\text{ kg})(0.767\text{ m/s})^2 = 0.590\text{ J}$. Casi toda la energía cinética desaparece al astillarse la madera y al calentarse la bala y el bloque.

Ejemplo 8.9 Choque entre automóviles

Un automóvil de 1000 kg viaja al norte a 15 m/s, y choca con una vagoneta de 2000 kg que viaja al este a 10 m/s. Los ocupantes usan cinturones de seguridad y no hay lesionados, pero los dos automóviles se alejan del punto de impacto como uno solo. El ajustador de la aseguradora le pide calcular la velocidad de los vehículos justo después del impacto. ¿Qué le contesta?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: Trataremos los automóviles como un sistema aislado, de modo que el momento lineal del sistema se conserva. Podemos hacerlo porque (como veremos después) las magnitudes de las fuerzas horizontales que los vehículos ejercen uno sobre el otro durante el choque son mucho mayores que las fuerzas externas, como la fricción. La figura 8.19 muestra el diagrama y los ejes de coordenadas. Podemos calcular el momento lineal total, $\vec{P}$, antes del choque mediante las ecuaciones (8.15). El momento lineal tiene el mismo valor inmediatamente después del choque; por lo tanto, podemos calcular la velocidad $\vec{V}$ justo después del choque (la incógnita) empleando la relación $\vec{P} = M\vec{V}$, donde $M = m_C + m_T = 3000$ kg es la masa de los vehículos.

EJECUTAR: De acuerdo con las ecuaciones (8.15), las componentes de $\vec{P}$ son

$$\begin{aligned} P_x &= p_{Cx} + p_{Tx} = m_C v_{Cx} + m_T v_{Tx} \\ &= (1000\text{ kg})(0) + (2000\text{ kg})(10\text{ m/s}) \\ &= 2.0 \times 10^4\text{ kg}\cdot\text{m/s} \\ P_y &= p_{Cy} + p_{Ty} = m_C v_{Cy} + m_T v_{Ty} \\ &= (1000\text{ kg})(15\text{ m/s}) + (2000\text{ kg})(0) \\ &= 1.5 \times 10^4\text{ kg}\cdot\text{m/s} \end{aligned}$$

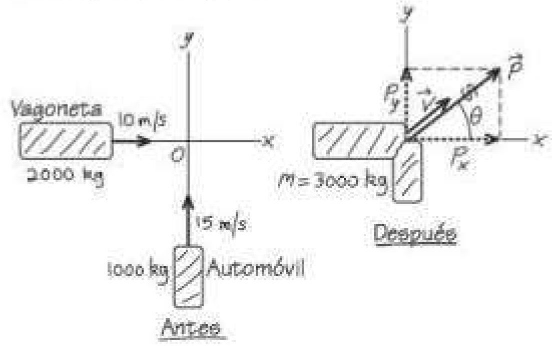
La magnitud de $\vec{P}$ es

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{(2.0 \times 10^4\text{ kg}\cdot\text{m/s})^2 + (1.5 \times 10^4\text{ kg}\cdot\text{m/s})^2} \\ &= 2.5 \times 10^4\text{ kg}\cdot\text{m/s} \end{aligned}$$

y su dirección está dada por el ángulo θ indicado en la figura 8.19:

$$\tan\theta = \frac{P_y}{P_x} = \frac{1.5 \times 10^4\text{ kg}\cdot\text{m/s}}{2.0 \times 10^4\text{ kg}\cdot\text{m/s}} = 0.75 \qquad \theta = 37^\circ$$

8.19 Diagrama para este problema.



Utilizando $\vec{P} = M\vec{V}$, la dirección de la velocidad $\vec{V}$ justo después del choque es también $\theta = 37^\circ$ y su magnitud es

$$V = \frac{P}{M} = \frac{2.5 \times 10^4\text{ kg}\cdot\text{m/s}}{3000\text{ kg}} = 8.3\text{ m/s}$$

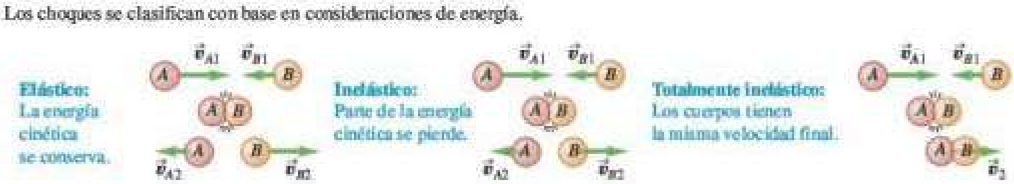
EVALUAR: El choque es inelástico, por lo que cabe esperar que la energía cinética total después del choque sea menor que antes. Como se observa, la energía cinética inicial es 2.1×10^5 J, y la final, 1.0×10^5 J.

Ahora se justifica nuestra suposición de que podemos despreciar las fuerzas externas sobre los vehículos durante el choque. El peso del automóvil es de 10,000 N aproximadamente; si el coeficiente de fricción cinética es de 0.5, la fuerza de fricción sobre el automóvil durante el impacto es de alrededor de 5000 N. La energía cinética inicial del automóvil es $\frac{1}{2}(1000\text{ kg})(15\text{ m/s})^2 = 1.1 \times 10^5$ J, de modo que se debe realizar -1.1×10^5 J de trabajo para detenerlo. Si el automóvil se aplasta 0.20 m al detenerse, se necesitaría una fuerza de magnitud $(1.1 \times 10^5\text{ J})/(0.20\text{ m}) = 5.5 \times 10^5$ N; esta es 110 veces la fuerza de fricción. Por lo tanto, es razonable despreciar la fuerza de fricción externa comparada con las fuerzas internas que los vehículos ejercen uno sobre el otro.

Clasificación de los choques

Es importante recordar que los choques se pueden clasificar considerando su energía (figura 8.20). Un choque en el que la energía cinética se conserva se denomina *elástico*. (Examinaremos esto con mayor profundidad en la siguiente sección). Un choque en el que la energía cinética total disminuye se llama *inelástico*. Cuando dos cuerpos tienen una velocidad final común, decimos que el choque es *totalmente inelástico*. También hay casos en los que la energía cinética final es *mayor* que el valor inicial. El retroceso de los rifles analizado en el ejemplo 8.4 (sección 8.2) es un ejemplo.

8.20 Los choques se clasifican con base en consideraciones de energía.



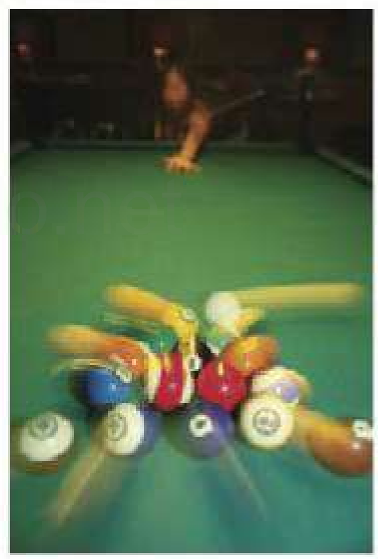
Por último, hacemos hincapié una vez más en que, en ocasiones, podemos utilizar la conservación del momento lineal incluso cuando hay fuerzas externas que actúan sobre el sistema, si la fuerza externa neta que actúa sobre los cuerpos que chocan es pequeña en comparación con las fuerzas internas durante el choque (como en el ejemplo 8.9).

Evalúe su comprensión de la sección 8.3 Para cada situación, indique si el choque es elástico o inelástico. Si es inelástico, indique si es totalmente inelástico. *a*) Usted deja caer de su mano una pelota que choca contra el piso, la cual rebota y casi alcanza a regresar a su mano. *b*) Usted deja caer otra pelota de su mano y deja que choque contra el suelo. La pelota rebota y llega a la mitad de la altura de la que fue soltada. *c*) Usted deja caer una bola de arcilla de su mano. Cuando choca con el suelo, la bola de arcilla se detiene.

8.4 Choques elásticos

Como vimos en la sección 8.3, un *choque elástico* en un sistema aislado es uno en el que se conserva la energía cinética (al igual que el momento lineal). Estos choques ocurren cuando las fuerzas entre los cuerpos que chocan son *conservativas*. Si chocan dos bolas de billar, se aplastan un poco cerca de la superficie de contacto, pero luego rebotan. Parte de la energía cinética se almacena temporalmente como energía potencial elástica, pero al final se convierte una vez más en energía cinética (figura 8.21).

8.21 Las bolas de billar casi no se deforman al chocar, y pronto recuperan su forma original. Por ello, la fuerza de interacción entre las bolas es casi perfectamente conservativa, y el choque es casi perfectamente elástico.



Examinemos un choque elástico entre dos cuerpos A y B. Comencemos con un choque en una dimensión, con todas las velocidades en la misma línea, la que elegimos como eje x. Así, los momentos lineales y las velocidades solo tienen componentes x. Llamamos v_{A1x} y v_{B1x} a las velocidades x antes del choque, y v_{A2x} y v_{B2x} a las velocidades después del choque. Por la conservación de la energía cinética, tenemos

$$\tfrac{1}{2}m_A v_{A1x}{}^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_{B1x}{}^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_{A2x}{}^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_{B2x}{}^2$$

y la conservación del momento lineal da

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

Si conocemos las masas m_A y m_B y las velocidades iniciales v_{A1x} y v_{B1x}, podemos resolver estas dos ecuaciones para obtener las velocidades finales v_{A2x} y v_{B2x}.

Choques elásticos, un cuerpo inicialmente en reposo

La solución general de las ecuaciones anteriores es algo complicada, así que nos concentraremos en el caso especial en que el cuerpo B está en reposo antes del choque (es decir, $v_{B1x} = 0$). Piense que el cuerpo B es el blanco que A debe golpear. Entonces, las ecuaciones de conservación de energía cinética y el momento lineal son, respectivamente,

$$\tfrac{1}{2}m_A v_{A1x}{}^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_{A2x}{}^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_{B2x}{}^2 \quad (8.19)$$

$$m_A v_{A1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x} \quad (8.20)$$

Podemos despejar v_{A2x} y v_{B2x} en términos de las masas y la velocidad inicial v_{A1x}. Esto implica operaciones algebraicas algo complicadas, pero vale la pena. ¡Sin sufrimiento, no hay ganancia! El enfoque más sencillo es un tanto indirecto, pero de pasada revela otra característica interesante de los choques elásticos.

Reacomodemos primero las ecuaciones (8.19) y (8.20) como sigue:

$$m_B v_{B2x}{}^2 = m_A(v_{A1x}{}^2 - v_{A2x}{}^2) = m_A(v_{A1x} - v_{A2x})(v_{A1x} + v_{A2x}) \quad (8.21)$$

$$m_B v_{B2x} = m_A(v_{A1x} - v_{A2x}) \quad (8.22)$$

Ahora dividimos la ecuación (8.21) entre la (8.22) para obtener

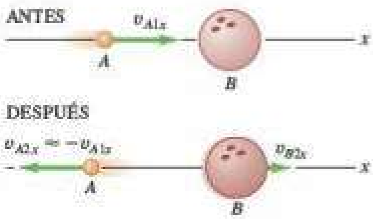
$$v_{B2x} = v_{A1x} + v_{A2x} \quad (8.23)$$

MasteringPHYSICS

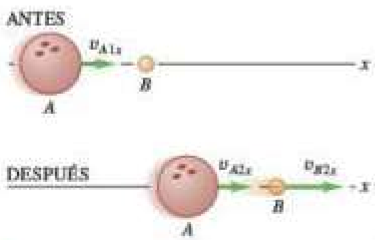
ActivPhysics 6.2: Collisions and Elasticity
ActivPhysics 6.5: Car Collisions: Two Dimensions
ActivPhysics 6.9: Pendulum Bashes Box

8.22 Choque entre *a*) una pelota de ping-pong que se mueve y una bola para jugar a los bolos inicialmente en reposo, y *b*) una bola para jugar a los bolos que se mueve y una pelota de ping-pong inicialmente estacionaria.

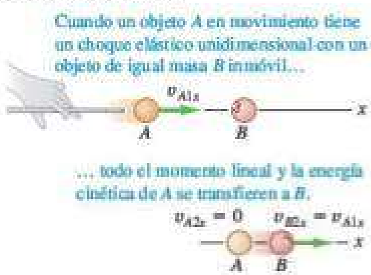
a) La pelota de ping-pong golpea una bola para jugar a los bolos.



b) Una bola para jugar a los bolos golpea una pelota de ping-pong.



8.23 Choque elástico unidimensional entre cuerpos de igual masa.



Sustituimos esta expresión en la ecuación (8.22) para eliminar v_{B2x}, y luego despejamos v_{A2x}:

$$m_B(v_{A1x} + v_{A2x}) = m_A(v_{A1x} - v_{A2x})$$

$$v_{A2x} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A1x} \tag{8.24}$$

Por último, sustituimos este resultado en la ecuación (8.23) para obtener

$$v_{B2x} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A1x} \tag{8.25}$$

Ahora podemos interpretar los resultados. Suponga que *A* es una pelota de ping-pong y *B* es una bola para jugar a los bolos. Esperamos que *A* rebote después del choque con una velocidad casi igual a la original pero en la dirección opuesta (figura 8.22*a*), y que la velocidad de *B* sea mucho menor. Eso es precisamente lo que las ecuaciones predicen. Si m_A es mucho menor que m_B, la fracción de la ecuación (8.24) es aproximadamente igual a (-1), y v_{A2x} es casi igual a $-v_{A1x}$. La fracción de la ecuación (8.25) es mucho menor que 1, así que v_{B2x} es mucho menor que v_{A1x}. La figura 8.22*b* muestra el caso opuesto, en el que *A* es la bola para jugar a los bolos y *B* la pelota de ping-pong, y m_A es mucho mayor que m_B. ¿Qué cree usted que sucederá? Verifique sus predicciones con las de las ecuaciones (8.24) y (8.25).

Otro caso interesante se presenta cuando las masas son iguales (figura 8.23). Si $m_A = m_B$, entonces las ecuaciones (8.24) y (8.25) dan $v_{A2x} = 0$ y $v_{B2x} = v_{A1x}$. Es decir, el cuerpo que al principio está en movimiento se detiene por completo al chocar con el que está inicialmente en reposo, comunicándole todo su momento lineal y toda su energía cinética. Todos los jugadores de billar conocen muy bien este comportamiento.

Choques elásticos y velocidad relativa

Volvamos ahora al caso general en que *A* y *B* tienen diferente masa. La ecuación (8.23) puede reescribirse así:

$$v_{A1x} = v_{B2x} - v_{A2x} \tag{8.26}$$

Aquí, $v_{B2x} - v_{A2x}$ es la velocidad de *B* relativa a *A después* del choque; según la ecuación (8.26), esto es igual a v_{A1x}, el *negativo* de la velocidad de *B* relativa a *A antes* del choque. (Tratamos las velocidades relativas en la sección 3.5). La velocidad relativa tiene la misma magnitud, pero signo opuesto, antes y después del choque. El signo cambia porque *A* y *B* se están acercando antes del choque y alejándose después. Si vemos el choque desde un marco de referencia que se mueve con velocidad constante relativa al primero, las velocidades de los cuerpos son diferentes, pero las velocidades *relativas* son las mismas. Así, lo que dijimos acerca de las velocidades relativas se cumple en general para *cualquier* choque elástico rectilíneo, aun si ningún cuerpo está en reposo inicialmente. *En un choque rectilíneo elástico de dos cuerpos, las velocidades relativas antes y después del choque tienen la misma magnitud pero signo opuesto.* Esto significa que si *B* se está moviendo antes del choque, la ecuación (8.26) se convierte en

$$v_{B2x} - v_{A2x} = -(v_{B1x} - v_{A1x}) \tag{8.27}$$

Resulta que una relación *vectorial* similar a la ecuación (8.27) es una propiedad general de *todos* los choques elásticos, aun si ambos cuerpos se mueven inicialmente y las velocidades no están alineadas. Este resultado proporciona una definición alternativa y equivalente de choque elástico: *en un choque elástico, la velocidad relativa de los dos cuerpos tiene la misma magnitud antes y después del choque*. Siempre que se satisface esta condición, la energía cinética total también se conserva.

Si un choque elástico de dos cuerpos no es de frente, las velocidades no están alineadas. Si todas están en el mismo plano, cada velocidad final tiene dos componentes desconocidas y hay cuatro incógnitas en total. La conservación de la energía y la conservación de las componentes *x* y *y* del momento lineal solo dan tres ecuaciones. Para determinar las velocidades finales sin ambigüedad, necesitamos información adicional, como la dirección o la magnitud de una de esas velocidades.

Ejemplo 8.10 Choque rectilíneo elástico

Repetiremos el experimento del choque en el riel de aire del ejemplo 8.5 (sección 8.2), pero agregando resortes ideales como defensas a los deslizadores para que el choque sea elástico. ¿Cuáles son las velocidades finales de los deslizadores?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: La fuerza externa neta que actúa sobre el sistema es cero, por lo que el momento lineal del sistema se conserva. La figura 8.24 muestra el diagrama. Calcularemos las incógnitas, v_{A2x} y v_{B2x}, empleando la ecuación (8.27), la relación de la velocidad relativa en un choque elástico y la ecuación de conservación del momento lineal.

EJECUTAR: De acuerdo con la ecuación (8.27),

$$\begin{aligned} v_{B2x} - v_{A2x} &= -(v_{B1x} - v_{A1x}) \\ &= -(-2.0\ \text{m/s} - 2.0\ \text{m/s}) = 4.0\ \text{m/s} \end{aligned}$$

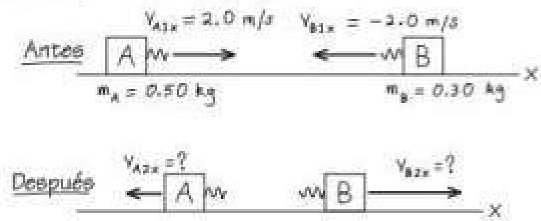
A partir de la conservación del momento lineal,

$$\begin{aligned} m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} &= m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x} \\ (0.50\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s}) + (0.30\ \text{kg})(-2.0\ \text{m/s}) &= (0.50\ \text{kg})v_{A2x} + (0.30\ \text{kg})v_{B2x} \\ 0.50\,v_{A2x} + 0.30\,v_{B2x} &= 0.40\ \text{m/s} \end{aligned}$$

(Para obtener la última ecuación, dividimos ambos lados de la ecuación anterior entre 1 kg. Esto hace las unidades iguales a las de la primera ecuación). Resolviendo estas ecuaciones simultáneamente, tenemos

$$v_{A2x} = -1.0\ \text{m/s} \qquad v_{B2x} = 3.0\ \text{m/s}$$

8.24 Diagrama de este problema.



EVALUAR: Ambos cuerpos invierten sus direcciones; *A* se mueve a la izquierda a 1.0 m/s, y *B* lo hace a la derecha a 3.0 m/s. Esto difiere del resultado del ejemplo 8.5 porque ese choque *no* era elástico. El deslizador *A* con mayor masa desacelera durante el choque, así que pierde energía cinética. El deslizador *B* con menor masa acelera y gana energía cinética. La energía cinética total antes del choque (que calculamos en el ejemplo 8.7) es de 1.6 J. La energía cinética total después del choque es

$$\tfrac{1}{2}(0.50\ \text{kg})(-1.0\ \text{m/s})^2 + \tfrac{1}{2}(0.30\ \text{kg})(3.0\ \text{m/s})^2 = 1.6\ \text{J}$$

Como esperábamos, las energías cinéticas antes y después de este choque elástico son iguales. La energía cinética se transfiere de *A* a *B*, sin que nada de ella se pierda en el proceso.

CUIDADO **Atención a las ecuaciones de choques elásticos** Este problema *no* se podría haber resuelto utilizando las ecuaciones (8.24) y (8.25), ya que estas solo son válidas si el cuerpo *B* inicialmente está *en reposo*. ¡Asegúrese siempre de resolver el problema en cuestión empleando ecuaciones que sean válidas!

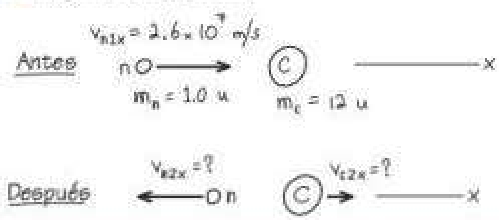
Ejemplo 8.11 Fisión moderada de neutrones en un reactor nuclear

La fisión de núcleos de uranio en un reactor nuclear produce neutrones de alta rapidez. Antes de que un neutrón pueda provocar fisiones adicionales eficientemente, debe ser frenado por choques sucesivos con núcleos en el *moderador* del reactor. El primer reactor nuclear (construido en 1942 en la Universidad de Chicago) usaba carbono (grafito) como moderador. Suponga que un neutrón (masa = 1.0 u) que viaja a 2.6×10^7 m/s experimenta un choque elástico de frente con un núcleo de carbono (masa = 12 u) inicialmente en reposo. Las fuerzas externas durante el choque son despreciables; calcule las velocidades después del choque. (1 u es la *unidad de masa atómica*, igual a 1.66×10^{-27} kg).

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: Se desprecian las fuerzas externas, así que el momento lineal se conserva en el choque. El choque es elástico, de manera que la energía cinética también se conserva. La figura 8.25 muestra el diagrama. Tomamos el eje *x* en la dirección en que el neutrón se mueve inicialmente. Puesto que el choque es de frente, ambas partículas se mueven en este mismo eje después del choque. Como el núcleo de carbono está inicialmente en reposo, podemos usar las ecuaciones (8.24) y (8.25), reemplazando *A* por n (para el neutrón) y *B* por C (para el núcleo del carbono). Tenemos $m_n = 1.0$ u, $m_C = 12$ u, y $v_{n1x} = 2.6 \times 10^7$ m/s. Las incógnitas son las velocidades finales v_{n2x} y v_{C2x}.

8.25 Diagrama de este problema.



EJECUTAR: Dejaremos que usted realice los cálculos. (*Sugerencia:* No es necesario convertir las unidades de masa atómica a kilogramos). Los resultados son

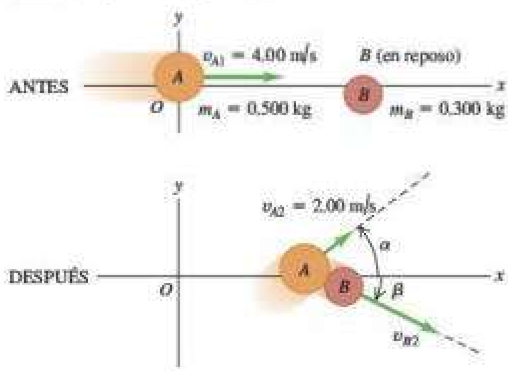
$$v_{n2x} = -2.2 \times 10^7\ \text{m/s} \qquad v_{C2x} = 0.4 \times 10^7\ \text{m/s}$$

EVALUAR: El neutrón termina con $|(m_n - m_C)/(m_n + m_C)| = \frac{11}{13}$ de su rapidez inicial, y la rapidez del núcleo de carbono en retroceso es $|2m_n/(m_n + m_C)| = \frac{2}{13}$ de la rapidez inicial del neutrón. La energía cinética es proporcional a la rapidez al cuadrado, así que la energía cinética final del neutrón es $(\frac{11}{13})^2 \approx 0.72$ de su valor original. Después de un segundo choque de frente, su energía cinética será $(0.72)^2$, es decir, cerca de la mitad de su valor original, y así sucesivamente. Después de una docena de choques (algunos de los cuales son de frente), la rapidez del neutrón será lo suficientemente baja y podrá causar una reacción de fisión eficiente en un núcleo de uranio.

Ejemplo 8.12 Choque elástico bidimensional

La figura 8.26 muestra un choque elástico de dos discos de hockey (masas $m_A = 0.500$ kg y $m_B = 0.300$ kg) en una mesa de aire, sin fricción. El disco A tiene velocidad inicial de 4.00 m/s en la dirección $+x$ y velocidad final de 2.00 m/s en una dirección α desconocida. El disco B está inicialmente en reposo. Calcule la rapidez final v_{B2} del disco B y los ángulos α y β.

8.26 Choque elástico que no es de frente.



SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: Usaremos las ecuaciones de conservación de la energía y conservación del momento lineal en x y y. Estas tres ecuaciones deben ser suficientes para obtener las tres incógnitas mencionadas en el enunciado del problema.

EJECUTAR: Puesto que el choque es elástico, las energías cinéticas inicial y final son iguales:

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2}^2$$

$$v_{B2}^2 = \frac{m_A v_{A1}^2 - m_A v_{A2}^2}{m_B}$$

$$= \frac{(0.500\text{ kg})(4.00\text{ m/s})^2 - (0.500\text{ kg})(2.00\text{ m/s})^2}{0.300\text{ kg}}$$

$$v_{B2} = 4.47\text{ m/s}$$

La conservación de las componentes x y y del momento lineal total da

$$m_A v_{A1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

$$(0.500\text{ kg})(4.00\text{ m/s}) = (0.500\text{ kg})(2.00\text{ m/s})(\cos\alpha) + (0.300\text{ kg})(4.47\text{ m/s})(\cos\beta)$$

$$0 = m_A v_{A2y} + m_B v_{B2y}$$

$$0 = (0.500\text{ kg})(2.00\text{ m/s})(\text{sen }\alpha) - (0.300\text{ kg})(4.47\text{ m/s})(\text{sen }\beta)$$

Tenemos dos ecuaciones simultáneas para α y β. Dejamos al lector dar los detalles de la solución. (*Sugerencia:* Despeje $\cos\beta$ en la primera ecuación y $\text{sen }\beta$ en la segunda; luego, eleve al cuadrado las ecuaciones y súmelas. Como $\text{sen}^2\beta + \cos^2\beta = 1$, esto elimina β y deja una ecuación de la que podemos despejar $\cos\alpha$ y, por lo tanto, α. Luego se sustituye este valor en cualquiera de las dos ecuaciones para despejar β). Los resultados son

$$\alpha = 36.9° \qquad \beta = 26.6°$$

EVALUAR: Para comprobar las respuestas, nos aseguramos de que la componente y del momento lineal sea cero antes y después del choque. En este caso dichas componentes son

$$p_{A2y} = (0.500\text{ kg})(2.00\text{ m/s})(\text{sen }36.9°) = +0.600\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

$$p_{B2y} = -(0.300\text{ kg})(4.47\text{ m/s})(\text{sen }26.6°) = -0.600\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

y la suma de estos valores es cero.

Evalúe su comprensión de la sección 8.4 Casi todos los reactores nucleares modernos usan agua como moderador (véase el ejemplo 8.11). ¿Las moléculas de agua (masa $m_w = 18.0$ u) son mejores o peores moderadores que los átomos de carbono? (Una ventaja del agua es que también actúa como refrigerante del núcleo radiactivo del reactor).

8.5 Centro de masa

Podemos replantear el principio de conservación del momento lineal en una forma útil usando el concepto de **centro de masa**. Supongamos que tenemos varias partículas con masas m_1, m_2, etcétera. Las coordenadas de m_1 son (x_1, y_1), las de m_2 son (x_2, y_2), y así sucesivamente. Definimos el centro de masa del sistema como el punto con coordenadas (x_{cm}, y_{cm}) dadas por

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_ix_i}{\sum_i m_i}$$

$$y_{cm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_iy_i}{\sum_i m_i} \qquad \text{(centro de masa)} \quad (8.28)$$

El vector de posición $\vec{r}_{cm}$ del centro de masa se puede expresar en términos de los vectores de posición $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots$ de las partículas como

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum_i m_i} \quad \text{(centro de masa)} \quad (8.29)$$

En términos estadísticos, el centro de masa es una posición *media ponderada de la masa* de las partículas.

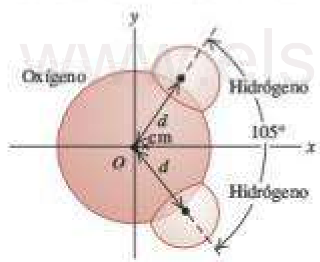
Ejemplo 8.13 Centro de masa de una molécula de agua

La figura 8.27 muestra un modelo simple de la estructura de una molécula de agua. La separación entre el oxígeno y el hidrógeno es $d = 9.57 \times 10^{-11}$ m. Cada átomo de hidrógeno tiene una masa de 1.0 u, y el de oxígeno, de 16.0 u. Determine la posición del centro de masa.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: Casi toda la masa de los átomos se concentra en el núcleo, cuyo radio es apenas 10^{-5} veces el radio del átomo. Así que podemos representar los átomos como partículas puntuales. El sistema de coordenadas se muestra en la figura 8.27, con el eje x a lo largo del eje de simetría de la molécula. Usaremos las ecuaciones (8.28) para determinar x_{cm} y y_{cm}.

8.27 ¿Dónde está el centro de masa de una molécula de agua?



EJECUTAR: El átomo de oxígeno está en $x = 0, y = 0$. La coordenada x de cada átomo de hidrógeno es $d \cos(105°/2)$; las coordenadas y son $\pm d \operatorname{sen}(105°/2)$. De acuerdo con las ecuaciones (8.28),

$$x_{cm} = \frac{\begin{bmatrix}(1.0\text{ u})(d\cos 52.5°) + (1.0\text{ u}) \\ \times (d\cos 52.5°) + (16.0\text{ u})(0)\end{bmatrix}}{1.0\text{ u} + 1.0\text{ u} + 16.0\text{ u}} = 0.068d$$

$$y_{cm} = \frac{\begin{bmatrix}(1.0\text{ u})(d\operatorname{sen} 52.5°) + (1.0\text{ u}) \\ \times (-d\operatorname{sen} 52.5°) + (16.0\text{ u})(0)\end{bmatrix}}{1.0\text{ u} + 1.0\text{ u} + 16.0\text{ u}} = 0$$

Al sustituir $d = 9.57 \times 10^{-11}$ m, obtenemos

$$x_{cm} = (0.068)(9.57 \times 10^{-11}\text{ m}) = 6.5 \times 10^{-12}\text{ m}$$

EVALUAR: El centro de masa está mucho más cerca del átomo de oxígeno (ubicado en el origen) que de cualquiera de los átomos de hidrógeno, porque su masa es mucho mayor. El centro de masa está en el *eje de simetría* de la molécula. Si la molécula gira 180° sobre este eje, se verá exactamente igual que antes. La rotación no afecta la posición del centro de masa, así que *debe* estar en el eje de simetría.

En el caso de cuerpos sólidos, que tienen (al menos en el nivel macroscópico) una distribución continua de materia, las sumas de las ecuaciones (8.28) deben sustituirse por integrales. Los cálculos suelen ser complicados, pero, en general, podemos decir tres cosas acerca de tales problemas (figura 8.28). Primero, si un cuerpo homogéneo tiene un centro geométrico, como una bola de billar, un terrón de azúcar o una lata de jugo de naranja congelado, el centro de masa está en el centro geométrico. Segundo, si un cuerpo tiene un eje de simetría, como una rueda o una polea, el centro de masa está sobre ese eje. Tercero, ninguna ley dice que el centro de masa debe estar dentro del cuerpo. Por ejemplo, el centro de masa de una rosquilla está en el centro del agujero.

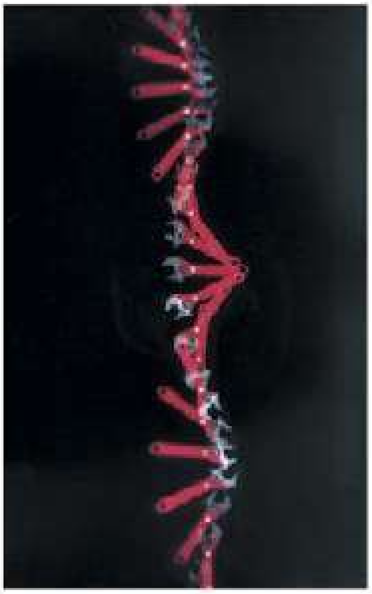
Hablaremos un poco más acerca de la localización del centro de masa en el capítulo 11, cuando veamos un concepto relacionado, el *centro de gravedad.*

8.28 Localización del centro de masa de un objeto simétrico.

Movimiento del centro de masa

Para comprender la importancia del centro de masa de un conjunto de partículas, debemos preguntar qué le sucede cuando las partículas se mueven. Las componentes x y y de velocidad del centro de masa, $v_{cm\text{-}x}$ y $v_{cm\text{-}y}$, son las derivadas de x_{cm} y y_{cm} respecto al tiempo. Asimismo, dx_1/dt es la componente x de velocidad de la partícula 1,

8.29 El centro de masa de esta llave se marca con un punto blanco. La fuerza externa neta que actúa sobre la llave es casi cero. Cuando la llave gira en una superficie horizontal lisa, el centro de masa se mueve en línea recta con velocidad casi constante.



y así sucesivamente, por lo que $dx_1/dt = v_{1x}$, etcétera. Al derivar las ecuaciones (8.28) respecto al tiempo, obtenemos

$$v_{\text{cm-}x} = \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + m_3 v_{3x} + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}$$
$$v_{\text{cm-}y} = \frac{m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + m_3 v_{3y} + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} \tag{8.30}$$

Estas ecuaciones son equivalentes a la ecuación vectorial que se obtiene al derivar la ecuación (8.29) respecto al tiempo:

$$\vec{v}_{\text{cm}} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} \tag{8.31}$$

Denotamos la masa *total* $m_1 + m_2 + \cdots$ con M. Así, podemos rescribir la ecuación (8.31) como

$$M\vec{v}_{\text{cm}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \cdots = \vec{P} \tag{8.32}$$

El lado derecho es el momento lineal total $\vec{P}$ del sistema. Así, hemos demostrado que *el momento lineal total es igual a la masa total multiplicada por la velocidad del centro de masa.* Al atrapar una pelota, realmente estamos atrapando un conjunto de un gran número de moléculas de masas $m_1, m_2, m_3, \ldots$ El impulso que sentimos se debe al momento lineal total de ese conjunto, pero es el mismo como si estuviéramos atrapando una sola partícula de masa $M = m_1 + m_2 + m_3 + \cdots$ que se mueve con velocidad $\vec{v}_{\text{cm}}$, a velocidad del centro de masa del conjunto. Así, la ecuación (8.32) ayuda a justificar la representación de un cuerpo extenso como partícula.

En un sistema de partículas sobre el que la fuerza neta externa es cero, de manera que el momento lineal total $\vec{P}$ es constante, la velocidad del centro de masa $\vec{v}_{\text{cm}} = \vec{P}/M$ también es constante. Suponga que marcamos el centro de masa de una llave ajustable, y deslizamos la llave con cierto giro sobre una mesa lisa horizontal (figura 8.29). El movimiento total parece complicado, pero el centro de masa sigue una línea recta, como si toda la masa estuviera concentrada en ese punto.

Ejemplo 8.14 Tirar de una cuerda en el hielo

Jaime (masa de 90.0 kg) y Ramón (masa de 60.0 kg) están separados 20.0 m, sobre un estanque helado. A medio camino entre ellos hay un tarro de su bebida favorita. Los dos tiran de los extremos de una cuerda ligera que hay entre ellos. Cuando Jaime se ha movido 6.0 m hacia el tarro, ¿cuánto y en qué dirección se ha movido Ramón?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: La superficie es horizontal y (suponemos) sin fricción, así que la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema de Jaime, Ramón y la cuerda es cero; y se conserva su momento lineal total. Inicialmente no hay movimiento, así que el momento lineal total es cero. La velocidad del centro de masa es cero, y permanece en reposo. Tomemos el origen en la posición del tarro, con el eje $+x$ hacia Ramón. La figura 8.30 muestra el diagrama. Usamos la ecuación (8.28) para calcular la posición del centro de masa; se desprecia la masa de la cuerda.

8.30 Diagrama de este problema.

EJECUTAR: Las coordenadas x iniciales de Jaime y Ramón son -10.0 m y $+10.0$ m, respectivamente, así que la coordenada x del centro de masa es

$$x_{\text{cm}} = \frac{(90.0\text{ kg})(-10.0\text{ m}) + (60.0\text{ kg})(10.0\text{ m})}{90.0\text{ kg} + 60.0\text{ kg}} = -2.0\text{ m}$$

Al moverse Jaime 6.0 m hacia el tarro, su nueva coordenada x es -4.0 m; llamaremos a la nueva coordenada x de Ramón x_2. El centro de masa no se mueve, así que

$$x_{\text{cm}} = \frac{(90.0\text{ kg})(-4.0\text{ m}) + (60.0\text{ kg})x_2}{90.0\text{ kg} + 60.0\text{ kg}} = -2.0\text{ m}$$
$$x_2 = 1.0\text{ m}$$

Jaime se ha movido 6.0 m y aún está a 4.0 m del tarro, pero Ramón se movió 9.0 m y está a solo 1.0 m de él.

EVALUAR: La razón de las distancias que los hombres se mueven, $(6.0\text{ m})/(9.0\text{ m}) = \frac{2}{3}$, es igual a la razón *inversa* de sus masas. ¿Puede decir por qué? Como la superficie no tiene fricción, los dos hombres seguirán moviéndose y chocarán en el centro de masa; Ramón llegará primero al tarro. Este resultado es independiente de la fuerza con que ellos tiran; si tiran con más fuerza, solo se logrará que se muevan más rápido.

Fuerzas externas y movimiento del centro de masa

Si la fuerza externa neta que actúa sobre un sistema de partículas no es cero, el momento lineal total no se conserva y la velocidad del centro de masa cambia. Veamos la relación entre el movimiento del centro de masa y las fuerzas que actúan sobre el sistema.

Las ecuaciones (8.31) y (8.32) dan la *velocidad* del centro de masa en términos de las velocidades de las partículas individuales. Derivamos estas ecuaciones respecto al tiempo para demostrar que las *aceleraciones* están relacionadas de la misma forma. Sea $\vec{a}_{cm} = d\vec{v}_{cm}/dt$ la aceleración del centro de masa; entonces,

$$M\vec{a}_{cm} = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{a}_3 + \cdots \tag{8.33}$$

Ahora, $m_1\vec{a}_1$ es la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre la primera partícula, y así sucesivamente, por lo que el lado derecho de la ecuación (8.33) es igual a la suma vectorial $\sum\vec{F}$ de *todas* las fuerzas que actúan sobre *todas* las partículas. Al igual que en la sección 8.2, podemos clasificar cada fuerza como *interna* o *externa*. La suma de todas las fuerzas que actúan sobre todas las partículas es entonces

$$\sum\vec{F} = \sum\vec{F}_{ext} + \sum\vec{F}_{int} = M\vec{a}_{cm}$$

Por la tercera ley de Newton, todas las fuerzas internas se cancelan en pares, y $\sum\vec{F}_{int} = \mathbf{0}$. Lo que queda en el lado izquierdo es la suma solo de las fuerzas *externas*:

$$\sum\vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm} \qquad \text{(cuerpo o conjunto de partículas)} \tag{8.34}$$

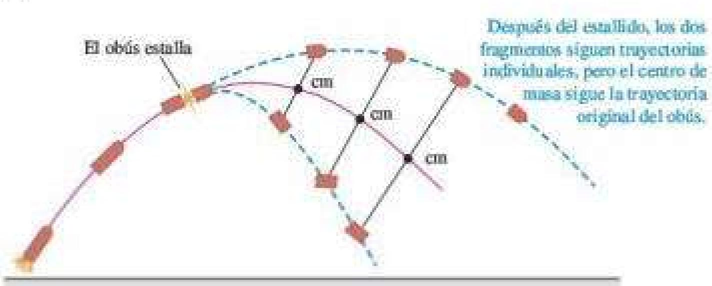
Cuando fuerzas externas actúan sobre un cuerpo o un conjunto de partículas, el centro de masa se mueve como si toda la masa estuviera concentrada en ese punto y sobre él actuara una fuerza neta igual a la suma de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema.

Este resultado quizá no suene muy impresionante, pero, de hecho, es básico en toda la mecánica. En realidad, hemos estado usándolo todo el tiempo; sin él, no podríamos representar un cuerpo extenso como una partícula puntual al aplicar las leyes de Newton. Este resultado explica por qué solo fuerzas *externas* pueden afectar el movimiento de un cuerpo extenso. Si usted tira de su cinturón hacia arriba, este ejercerá una fuerza igual hacia abajo sobre sus manos; se trata de fuerzas *internas* que se cancelan y no afectan el movimiento global del cuerpo.

Suponga que un obús con una trayectoria parabólica (ignorando la resistencia del aire) estalla en vuelo dividiéndose en dos fragmentos de igual masa (figura 8.31*a*). Los fragmentos siguen nuevas trayectorias parabólicas, pero el centro de masa sigue la trayectoria parabólica original, como si toda la masa aún estuviera concentrada ahí. Un juego pirotécnico que estalla en el aire (figura 8.31*b*) es un ejemplo espectacular de este efecto.

8.31 *a*) Un obús estalla en vuelo produciendo dos fragmentos. Si la resistencia del aire es despreciable, el centro de masa sigue la misma trayectoria que tenía el obús antes de estallar. *b*) El mismo efecto se da cuando estallan juegos pirotécnicos.

a)



b)

Esta propiedad del centro de masa es importante al analizar el movimiento de cuerpos rígidos. Describimos el movimiento de un cuerpo extenso como la combinación de un movimiento de traslación del centro de masa y la rotación alrededor de un eje que pasa por ese centro de masa. Volveremos a este tema en el capítulo 10. Tal propiedad también es importante en el movimiento de objetos astronómicos. No es correcto decir que la Luna está en órbita alrededor de la Tierra; más bien, ambos cuerpos se mueven en órbitas alrededor de su centro de masa.

Hay otra forma más útil de describir el movimiento de un sistema de partículas. Usando $\vec{a}_{cm} = d\vec{v}_{cm}/dt$, podemos rescribir la ecuación (8.33) como

$$M\vec{a}_{cm} = M\frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = \frac{d(M\vec{v}_{cm})}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad (8.35)$$

La masa total M del sistema es constante, así que podemos incluirla en la derivada. Al sustituir la ecuación (8.35) en la (8.34), obtenemos

$$\sum\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad \text{(cuerpo extenso o sistema de partículas)} \qquad (8.36)$$

Esta ecuación se parece a la (8.4). La diferencia es que la ecuación (8.36) describe un *sistema* de partículas, como un cuerpo extenso, y la ecuación (8.4) describe una sola partícula. Las interacciones entre las partículas del sistema pueden alterar los momentos lineales individuales de las partículas, pero el momento lineal *total* $\vec{P}$ del sistema solo puede cambiar si fuerzas externas actúan sobre el sistema.

Por último, observamos que, si la fuerza externa neta es cero, la ecuación (8.34) dice que la aceleración $\vec{a}_{cm}$ del centro de masa es cero. Así que la velocidad $\vec{v}_{cm}$ del centro de masa es constante, como en el caso de la llave de la figura 8.29. De acuerdo con la ecuación (8.36), el momento lineal total $\vec{P}$ también es constante. Esto reafirma nuestro planteamiento del principio de conservación del momento lineal que hicimos en la sección 8.3.

Evalúe su comprensión de la sección 8.5 ¿El centro de masa en la figura 8.31*a* continuará en la misma trayectoria parabólica incluso después de que uno de los fragmentos golpee el suelo? ¿Por qué?

8.6 Propulsión de un cohete

Aplicación Propulsión a reacción de los calamares
Tanto un motor a reacción como un calamar usan variaciones en su masa para obtener propulsión. Ambos incrementan su masa tomando un fluido a baja velocidad (aire en el caso del motor, y agua en el del calamar); luego, su masa disminuye al expulsar ese fluido a alta velocidad. El resultado neto es una fuerza de propulsión.

MasteringPHYSICS
ActivPhysics 6.6: Saving an Astronaut

Las consideraciones de momento lineal son especialmente útiles para analizar un sistema en el que las masas de sus partes cambian con el tiempo. En tales casos, no es posible usar la segunda ley de Newton $\sum\vec{F} = m\vec{a}$ directamente porque m cambia. La propulsión de un cohete es un ejemplo típico e interesante de este tipo de análisis. Un cohete es impulsado hacia adelante por la expulsión hacia atrás de combustible quemado que inicialmente estaba en la nave. La fuerza hacia adelante que actúa sobre el cohete es la reacción a la fuerza hacia atrás que actúa sobre el material expulsado. La masa total del sistema es constante, pero la del cohete disminuye al expulsarse material.

Como un ejemplo sencillo, consideremos un cohete encendido en el espacio exterior, donde no hay fuerza gravitacional ni resistencia del aire. Denotamos con m la masa del cohete, la cual cambiará al irse consumiendo el combustible. Elegimos el eje x en la dirección de movimiento del cohete. La figura 8.32*a* muestra el cohete en el instante t, cuando su masa es m y la componente x de su velocidad relativa a nuestro sistema de coordenadas es v. (Por sencillez, omitiremos el subíndice x en este análisis). La componente x del momento lineal total en este instante es $P_1 = mv$. En un lapso corto dt, la masa del cohete cambia en dm. Esta cantidad es intrínsecamente negativa porque la masa m del cohete *disminuye* con el tiempo. Durante dt, se expulsa una masa *positiva* $-dm$ de combustible quemado. Sea v_{esc} la *rapidez* de escape de este material *relativa al cohete*; el combustible quemado se expulsa en dirección opuesta al movimiento, así que su componente x de *velocidad* relativa al cohete es $-v_{esc}$. La componente x de velocidad v_{cq} del combustible quemado con respecto a nuestro sistema de coordenadas es entonces

$$v_{cq} = v + (-v_{esc}) = v - v_{esc}$$

y la componente x del momento lineal de la masa expulsada $(-dm)$ es

$$(-dm)v_{cq} = (-dm)(v - v_{esc})$$

Como se indica en la figura 8.32*b*, al final del intervalo de tiempo dt, la componente x de velocidad del cohete y el combustible no quemado ha aumentado a $v + dv$, y su masa ha disminuido a $m + dm$ (recuerde que dm es negativa). El momento lineal del cohete en este instante es

$$(m + dm)(v + dv)$$

Por lo tanto, la componente x *total* de momento lineal P_2 del cohete más el combustible quemado en el instante $t + dt$ es

$$P_2 = (m + dm)(v + dv) + (-dm)(v - v_{esc})$$

De acuerdo con nuestra suposición inicial, el cohete y el combustible son un sistema aislado, así que el momento lineal se conserva y la componente x total del momento lineal del sistema debe ser la misma en t y en $t + dt$: $P_1 = P_2$. Por lo tanto,

$$mv = (m + dm)(v + dv) + (-dm)(v - v_{esc})$$

Esto puede simplificarse a

$$m\,dv = -dm\,v_{esc} - dm\,dv$$

Podemos despreciar el término $(-dm\,dv)$ porque es el producto de dos cantidades pequeñas y, por lo tanto, mucho menor que los otros términos. Al desechar este término, dividiendo el resto entre dt y reordenando, obtenemos

$$m\frac{dv}{dt} = -v_{esc}\frac{dm}{dt} \tag{8.37}$$

Ahora dv/dt es la aceleración del cohete, así que el primer miembro de la ecuación (masa por aceleración) es igual a la fuerza neta F, o *empuje*, que actúa sobre el cohete:

$$F = -v_{esc}\frac{dm}{dt} \tag{8.38}$$

El empuje es proporcional tanto a la rapidez relativa v_{esc} del combustible expulsado como a la masa de combustible expulsado por unidad de tiempo, $-dm/dt$. (Recuerde que dm/dt es negativa porque es la tasa de cambio de la masa del cohete, así que F es positiva).

La componente x de la aceleración del cohete es

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{v_{esc}}{m}\frac{dm}{dt} \tag{8.39}$$

8.32 Un cohete se mueve en el espacio exterior sin gravedad *a*) en el instante t y *b*) en el instante $t + dt$.

a) *b*)

Video Tutor Demo

En el tiempo t, el cohete tiene masa m y una componente x de la velocidad v.

En el tiempo $t + dt$, el cohete tiene masa $m + dm$ (donde dm es intrínsecamente *negativa*) y componente x de la velocidad $v + dv$. El combustible quemado tiene una componente x de velocidad $v_{cq} = v - v_{esc}$ y masa $-dm$. (Se necesita el signo menos para hacer $-dm$ *positivo* porque dm es negativo).

8.33 Con la finalidad de dar suficiente empuje para elevar su carga en el espacio, el vehículo de lanzamiento Atlas V expele más de 1000 kg de combustible quemado por segundo con una rapidez de casi 4000 m/s.

Esta es positiva porque v_{esc} es positiva (recuerde, es la *rapidez* de escape) y dm/dt es negativa. La masa m del cohete disminuye continuamente al consumirse el combustible. Si v_{esc} y dm/dt son constantes, la aceleración aumenta hasta agotarse el combustible.

La ecuación (8.38) nos dice que un cohete eficaz quema combustible rápidamente ($-dm/dt$ grande), y lo expulsa con rapidez relativa alta (v_{esc} grande), como en la figura 8.33. En los albores de la propulsión a reacción, quienes no entendían la conservación del momento lineal pensaban que un cohete no funcionaría en el espacio exterior porque "no tendría contra qué empujar". Al contrario, los cohetes funcionan de manera *óptima* en el espacio ¡porque no hay resistencia del aire! El cohete de la figura 8.33 *no* está "empujando contra el suelo" para elevarse.

Si la rapidez de escape v_{esc} es constante, podemos integrar la ecuación (8.39) para obtener una relación entre la velocidad v en cualquier instante y la masa restante m. En el instante $t = 0$, sea la masa m_0 y la velocidad v_0. Entonces rescribimos la ecuación (8.39) como

$$dv = -v_{esc}\frac{dm}{m}$$

Cambiamos las variables de integración a v' y m', para poder usar v y m como límites superiores (rapidez y masa finales). Integramos ambos lados usando los límites v_0 a v y m_0 a m, y sacamos la constante v_{esc} de la integral:

$$\int_{v_0}^{v} dv' = -\int_{m_0}^{m} v_{esc}\frac{dm'}{m'} = -v_{esc}\int_{m_0}^{m}\frac{dm'}{m'}$$

$$v - v_0 = -v_{esc}\ln\frac{m}{m_0} = v_{esc}\ln\frac{m_0}{m} \qquad (8.40)$$

La razón m_0/m es la masa original dividida entre la masa después de agotarse el combustible. En naves espaciales prácticas, esta razón se hace lo más grande posible para tener una ganancia máxima de rapidez, lo cual implica que la masa inicial del cohete es casi puro combustible. La velocidad final del cohete será mayor en magnitud (a menudo *mucho* mayor) que la rapidez relativa v_{esc} si $\ln(m_0/m) > 1$, es decir, $m_0/m > e = 2.71828\ldots$

Hemos supuesto en todo este análisis que el cohete se encuentra en el espacio exterior, sin gravedad. Sin embargo, la fuerza de gravedad debe tenerse en cuenta si el cohete se lanza desde la superficie de un planeta, como en la figura 8.33 (véase el problema 8.112).

Ejemplo 8.15 Aceleración de un cohete

Un cohete está en el espacio exterior, lejos de cualquier planeta, cuando enciende su motor. El cohete expulsa el combustible a una tasa constante; en el primer segundo de encendido, el cohete expulsa $\frac{1}{120}$ de su masa inicial m_0 con rapidez relativa de 2400 m/s. ¿Cuál es la aceleración inicial del cohete?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: Conocemos la rapidez de escape del cohete, v_{esc}, y la fracción de la masa inicial perdida durante el primer segundo de encendido, con lo que podemos obtener dm/dt. Usaremos la ecuación (8.39) para calcular la aceleración del cohete.

EJECUTAR: Inicialmente, la tasa de cambio de la masa es

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{m_0/120}{1\text{ s}} = -\frac{m_0}{120\text{ s}}$$

De acuerdo con la ecuación (8.39),

$$a = -\frac{v_{esc}}{m_0}\frac{dm}{dt} = -\frac{2400\text{ m/s}}{m_0}\left(-\frac{m_0}{120\text{ s}}\right) = 20\text{ m/s}^2$$

EVALUAR: La respuesta no depende de m_0. Si v_{esc} es la misma, la aceleración inicial es la misma para una nave de 120,000 kg que expulsa 1000 kg/s que para un astronauta de 60 kg equipado con un cohete pequeño que expulsa 0.5 kg/s.

Ejemplo 8.16 Rapidez de un cohete

Suponga que $\frac{3}{4}$ de la masa inicial del cohete del ejemplo 8.15 es combustible, de manera que el combustible se consume completamente en 90 s a tasa constante. La masa final del cohete es $m = m_0/4$. Si el cohete parte del reposo en nuestro sistema de coordenadas, calcule su rapidez al final de ese tiempo.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR, PLANTEAR y EJECUTAR: Nos dan la velocidad inicial $v_0 = 0$, la rapidez de escape $v_{esc} = 2400$ m/s, y la masa final m como una fracción de la masa inicial m_0. Usamos la ecuación (8.40) para obtener la rapidez final v:

$$v = v_0 + v_{esc} \ln \frac{m_0}{m} = 0 + (2400 \text{ m/s})(\ln 4) = 3327 \text{ m/s}$$

EVALUAR: Veamos qué sucede a medida que el cohete adquiere rapidez. (Para ilustrar este punto, usaremos más cifras de las significativas). Al principio, cuando la velocidad del cohete es cero, el combustible expulsado se mueve hacia atrás, en relación a nuestro sistema de coordenadas, a 2400 m/s. Conforme el cohete se mueve hacia adelante y acelera, la rapidez del combustible relativa a nuestro sistema de referencia disminuye; cuando la rapidez del cohete alcanza los 2400 m/s, esta rapidez relativa es *cero*. [Conociendo la tasa de consumo de combustible, es posible resolver la ecuación (8.40) para demostrar que esto ocurre en el instante $t = 75.6$ s aproximadamente]. Después de este tiempo, el combustible quemado expulsado se mueve *hacia adelante*, no hacia atrás, en nuestro sistema. En relación con nuestro marco de referencia, la última parte del combustible expulsado tiene una velocidad hacia adelante de 3327 m/s − 2400 m/s = 927 m/s.

Evalúe su comprensión de la sección 8.6 *a*) Si un cohete en el espacio exterior, sin gravedad, tiene el mismo empuje en todo momento, ¿su aceleración es constante, creciente o decreciente? *b*) Si el cohete tiene la misma aceleración en todo momento, ¿el empuje es constante, creciente o decreciente?

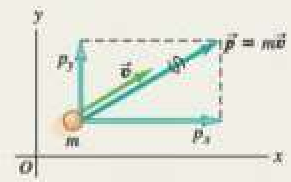
MP

CAPÍTULO 8 RESUMEN

Momento lineal de una partícula: El momento lineal $\vec{p}$ de una partícula es una cantidad vectorial igual al producto de la masa m de la partícula por su velocidad $\vec{v}$. La segunda ley de Newton dice que la fuerza neta que actúa sobre una partícula es igual a la tasa de cambio del momento lineal de la partícula.

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (8.2)$$

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (8.4)$$

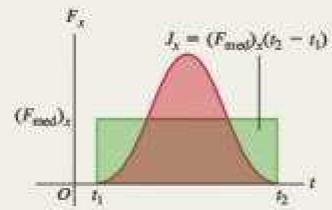


Impulso y momento lineal: Si una fuerza neta constante $\sum \vec{F}$ actúa sobre una partícula durante un intervalo de tiempo Δt de t_1 a t_2, el impulso $\vec{J}$ de la fuerza neta es el producto de la fuerza neta por el intervalo de tiempo. Si $\sum \vec{F}$ varía con el tiempo, $\vec{J}$ es la integral de la fuerza neta en el intervalo de tiempo. En cualquier caso, el cambio en el momento lineal de una partícula durante un intervalo de tiempo es igual al impulso de la fuerza neta que actúa sobre tal partícula durante ese intervalo. El momento lineal de una partícula es igual al impulso que la aceleró desde el reposo hasta su rapidez actual. (Véase los ejemplos 8.1 a 8.3).

$$\vec{J} = \sum \vec{F}(t_2 - t_1) = \sum \vec{F}\,\Delta t \quad (8.5)$$

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F}\,dt \quad (8.7)$$

$$\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad (8.6)$$

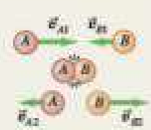


Conservación del momento lineal: Una fuerza interna es una fuerza ejercida por una parte de un sistema sobre otra. Una fuerza externa es una fuerza ejercida sobre cualquier parte del sistema por algún elemento externo al sistema. Si la fuerza externa neta que actúa sobre un sistema es cero, el momento lineal total $\vec{P}$ del sistema (la suma vectorial de los momentos lineales de las partículas individuales que constituyen el sistema) es constante, esto es, se conserva. Cada componente del momento lineal total se conserva individualmente. (Véase los ejemplos 8.4 a 8.6).

$$\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \cdots$$
$$= m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B + \cdots \quad (8.14)$$

Si $\sum \vec{F} = \mathbf{0}$, entonces $\vec{P}$ = constante.

Choques: En todo tipo de choques, los momentos lineales totales inicial y final son iguales. En un choque elástico entre dos cuerpos, las energías cinéticas totales inicial y final también son iguales, y las velocidades relativas inicial y final tienen la misma magnitud. En un choque inelástico entre dos cuerpos, la energía cinética total final es menor que la inicial. Si los dos cuerpos tienen la misma velocidad final, el choque es totalmente inelástico. (Véase los ejemplos 8.7 a 8.12).



Centro de masa: El vector de posición del centro de masa de un sistema de partículas, $\vec{r}_{cm}$, es un promedio ponderado de las posiciones $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots$ de las partículas individuales. El momento lineal total $\vec{P}$ de un sistema es igual a su masa total M multiplicada por la velocidad $\vec{v}_{cm}$, de su centro de masa. El centro de masa se mueve como si toda la masa M estuviera concentrada en ese punto. Si la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema es cero, la velocidad del centro de masa $\vec{v}_{cm}$ es constante. Si la fuerza externa neta no es cero, el centro de masa se acelera como si fuera una partícula de masa M sobre la que actúa la misma fuerza externa neta. (Véase los ejemplos 8.13 y 8.14).

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}$$
$$= \frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum_i m_i} \quad (8.29)$$

$$\vec{P} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \cdots$$
$$= M\vec{v}_{cm} \quad (8.32)$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm} \quad (8.34)$$

Propulsión de un cohete: En la propulsión de cohetes, la masa de un cohete cambia al quemarse el combustible y ser expulsado de la nave. El análisis del movimiento del cohete debe incluir el momento lineal que se lleva el combustible quemado, así como el del cohete mismo. (Véase los ejemplos 8.15 y 8.16).

PROBLEMA PRÁCTICO Un choque después de otro

Una esfera A de masa igual a 0.600 kg se mueve inicialmente a la derecha a 4.00 m/s. La esfera B, de masa igual a 1.80 kg, se encuentra inicialmente a la derecha de la esfera A y se mueve a la derecha a 2.00 m/s. Después de que las esferas chocan, la esfera B se mueve a 3.00 m/s en la misma dirección de antes. *a*) ¿Cuál es la velocidad (magnitud y dirección) de la esfera A después del choque? *b*) ¿El choque es elástico o inelástico? *c*) Luego, la esfera B tiene un choque desalineado con una esfera C, cuya masa es de 1.20 kg y que inicialmente se encuentra en reposo. Después de este choque, la esfera B se mueve a 2.00 m/s a 19.0° de su dirección inicial. ¿Cuál es la velocidad (magnitud y dirección) de la esfera C después del choque? *d*) ¿Cuál es el impulso (magnitud y dirección) impartido a la esfera B por la esfera C cuando chocan? *e*) ¿Esta segunda colisión es elástica o inelástica? *f*) ¿Cuál es la velocidad (magnitud y dirección) del centro de masa del sistema de tres esferas (A, B y C) después del segundo choque? Ninguna fuerza externa actúa sobre las esferas de este problema.

GUÍA DE SOLUCIÓN

Véase el área de estudio MasteringPhysics® para consultar una solución con Video Tutor.

IDENTIFICAR y PLANTEAR

1. En estos choques, el momento lineal se conserva. ¿Puede explicar por qué?
2. Elija los ejes x y y, y asigne subíndices a los valores antes del primer choque, después del primer choque pero antes del segundo, y después del segundo choque.
3. Elabore una lista de las incógnitas, y elija las ecuaciones que usará para obtenerlas.

EJECUTAR

4. Obtenga la velocidad de la esfera A después del primer choque. ¿A se frena o se acelera con este choque? ¿Esto es lógico?
5. Ahora que conoce las velocidades tanto de A como de B después del primer choque, determine si este es elástico o inelástico. (¿Cómo se hace esto?).
6. El segundo choque es bidimensional, de modo que tendrá que cumplirse que *ambas* componentes del momento lineal se conserven. Use esto para calcular la rapidez y dirección de la esfera C después del segundo choque. (*Sugerencia:* Después del primer choque, la esfera B tiene la misma velocidad hasta que golpea a la esfera C).
7. Use la definición de impulso para calcular el impulso impartido a la esfera B por la esfera C. Recuerde que el impulso es un vector.
8. Use la misma técnica empleada en el paso 5 para determinar si el segundo choque es elástico o no.
9. Calcule la velocidad del centro de masa después del segundo choque.

EVALUAR

10. Compare las direcciones de los vectores que obtuvo en los pasos 6 y 7. ¿Esto es una coincidencia? ¿Por qué?
11. Calcule la velocidad del centro de masa antes y después del primer choque. Compare con el resultado del paso 9. Otra vez, ¿esto es una coincidencia? ¿Por qué?

Problemas

Para tareas asignadas por el profesor, visite www.masteringphysics.com

•, ••, •••: Problemas de dificultad creciente. **PA**: Problemas acumulativos que incorporan material de capítulos anteriores. **CALC**: Problemas que requieren cálculo. **BIO**: Problemas de ciencias biológicas.

PREGUNTAS PARA ANÁLISIS

P8.1 Al partir leños con martillo y cuña, ¿es más efectivo un martillo pesado que uno ligero? ¿Por qué?

P8.2 Suponga que usted atrapa una pelota de béisbol y, después, alguien le ofrece la opción de atrapar una bola para jugar a los bolos con el mismo momento lineal, o bien, con la misma energía cinética que la pelota. ¿Qué elegiría? ¿Por qué?

P8.3 Al caer la lluvia, ¿qué pasa con su momento lineal al golpear el suelo? ¿Es válida su respuesta para la famosa manzana de Newton?

P8.4 Un auto tiene la misma energía cinética si viaja al sur a 30 m/s que si lo hace al noroeste a 30 m/s. ¿Su momento lineal es el mismo en ambos casos? Explique.

P8.5 Un camión acelera conforme se frena en una autopista. Un marco de referencia inercial está fijo al suelo con su origen en un poste. Otro marco está fijo a un automóvil de policía que viaja en la autopista con velocidad constante. ¿El momento lineal del camión es el mismo en ambos marcos de referencia? Explique. ¿La tasa de cambio del momento lineal del camión es la misma en los dos marcos? Explique.

P8.6 *a*) Cuando un automóvil grande choca con uno pequeño, ¿cuál experimenta el mayor cambio en el momento lineal: el automóvil grande o el pequeño? ¿O es igual en ambos? *b*) Considerando la respuesta del inciso *a*), ¿por qué es más probable que los ocupantes del automóvil pequeño se lesionen, suponiendo que ambos automóviles son igual de sólidos?

P8.7 Una mujer de pie en una capa de hielo horizontal sin fricción lanza una roca grande con rapidez v_0 y ángulo α sobre la horizontal. Considere el sistema formado por la mujer y la roca. ¿Se conserva el momento lineal del sistema? ¿Por qué? ¿Se conserva cualquier componente del momento lineal del sistema? Nuevamente, ¿por qué?

P8.8 En el ejemplo 8.7 (sección 8.3), donde los deslizadores de la figura 8.15 quedan unidos después de chocar, el choque es inelástico, ya que $K_2 < K_1$. En el ejemplo 8.5 (sección 8.2), ¿el choque es inelástico? Explique.

P8.9 En un choque totalmente inelástico entre dos objetos que se unen después del choque, ¿es posible que la energía cinética final del sistema sea cero? De ser así, cite un ejemplo. Si la energía cinética final es cero, ¿cuál debe ser el momento lineal inicial del sistema? ¿La energía cinética inicial del sistema es igual a cero? Explique.

P8.10 Puesto que la energía cinética de una partícula está dada por $K = \frac{1}{2}mv^2$ y su momento lineal por $\vec{p} = m\vec{v}$, es fácil demostrar que $K = p^2/2m$. ¿Cómo es posible entonces tener un evento durante el cual el momento lineal total del sistema sea constante, pero la energía cinética total cambie?

P8.11 En los ejemplos 8.10 a 8.12 (sección 8.4), verifique que el vector de velocidad relativa de los dos cuerpos tenga la misma magnitud antes y después del choque. En cada caso, ¿qué sucede con la *dirección* del vector de velocidad relativa?

P8.12 Si un vidrio cae al piso, es más probable que se rompa si el piso es de concreto que si es de madera. ¿Por qué? (Remítase a la figura 8.3*b*).

P8.13 En la figura 8.22*b*, la energía cinética de la pelota de ping-pong es mayor después de su interacción con la bola para jugar a los bolos que antes. ¿De dónde proviene la energía adicional? Describa el suceso en términos de la conservación de energía.

P8.14 Se dispara una ametralladora hacia una placa de acero. ¿La fuerza media que actúa sobre la placa por los impactos es mayor si las balas rebotan o si se aplastan y se quedan adheridas a la placa? Explique.

P8.15 Una fuerza neta de 4 N actúa durante 0.25 s sobre un objeto en reposo y le imprime una rapidez final de 5 m/s. ¿Cómo podría una fuerza de 2 N producir esa rapidez final?

P8.16 Una fuerza neta cuya componente x es $\sum F_x$ actúa sobre un objeto desde el instante t_1 hasta el t_2. La componente x del momento lineal del objeto es la misma en ambos instantes, pero $\sum F_x$ no siempre es cero en ese lapso. ¿Qué puede decir acerca de la gráfica de $\sum F_x$ contra t?

P8.17 Un tenista golpea la pelota con la raqueta. Considere el sistema de la pelota y la raqueta. ¿El momento lineal total del sistema es el mismo justo antes y justo después del golpe? ¿El momento lineal total justo después del golpe es el mismo que 2 s después, cuando la pelota se encuentra en el punto más alto de su trayectoria? Explique cualquier diferencia entre ambos casos.

P8.18 En el ejemplo 8.4 (sección 8.2), considere el sistema del rifle y la bala. ¿Qué rapidez tiene el centro de masa del sistema después del disparo? Explique su respuesta.

P8.19 Se suelta del reposo un huevo desde una azotea hasta el suelo. Conforme el huevo cae, ¿qué pasa con el momento lineal del sistema formado por el huevo y la Tierra?

P8.20 Una mujer está de pie en el centro de un lago congelado perfectamente liso y sin fricción. Puede ponerse en movimiento aventando objetos, pero suponga que no tiene nada que lanzar. ¿Puede llegar a la orilla *sin* lanzar nada?

P8.21 En un entorno con gravedad cero, ¿puede una nave impulsada por cohetes alcanzar una rapidez mayor que la rapidez relativa con que se expulsa el combustible quemado?

P8.22 Cuando un objeto se divide en dos (por explosión, desintegración radiactiva, etcétera), el fragmento más ligero adquiere más energía cinética que el más pesado (también se pueden incluir los casos en los que ocurre el retroceso). Esto es una consecuencia de la conservación del momento lineal, pero, ¿puede explicarlo también empleando las leyes de Newton del movimiento?

P8.23 Una manzana cae de un árbol sin experimentar resistencia del aire. Conforme cae, ¿cuál de los siguientes enunciados acerca de ella es verdadero? *a*) Solo su momento lineal se conserva; *b*) solo su energía mecánica se conserva; *c*) tanto su momento lineal como su energía mecánica se conservan; *d*) su energía cinética se conserva.

P8.24 Dos trozos de arcilla chocan y quedan pegados. Durante el choque, ¿cuál de los siguientes enunciados es verdadero? *a*) Solo el momento lineal de la arcilla se conserva; *b*) solo la energía mecánica de la arcilla se conserva; *c*) tanto el momento lineal como la energía mecánica de la arcilla se conservan; *d*) la energía cinética de la arcilla se conserva.

P8.25 Dos canicas se presionan contra un ligero resorte ideal entre ellas, sin que estén unidas al resorte de ninguna forma. Luego, se les libera sobre una mesa horizontal sin fricción y pronto se alejan libremente del resorte. Conforme las canicas se alejan entre sí, ¿cuál de los siguientes enunciados acerca de ellas es verdadero? *a*) Solo el momento lineal de las canicas se conserva; *b*) solo la energía mecánica de las canicas se conserva; *c*) tanto el momento lineal como la energía mecánica de las canicas se conservan; *d*) la energía cinética de las canicas se conserva.

P8.26 Una camioneta muy pesada choca de frente con un automóvil compacto muy ligero. ¿Cuál de los siguientes enunciados acerca del choque es correcto? *a*) La cantidad de energía cinética que pierde la camioneta es igual a la cantidad de energía cinética que gana el automóvil compacto; *b*) el momento lineal que pierde la camioneta es igual al momento lineal que gana el automóvil compacto; *c*) durante el choque, el automóvil compacto experimenta una fuerza considerablemente mayor que la camioneta; *d*) ambos vehículos pierden la misma cantidad de energía cinética.

EJERCICIOS

Sección 8.1 Momento lineal e impulso

8.1 • *a*) ¿Qué magnitud tiene el momento lineal de un camión de 10,000 kg que viaja con rapidez de 12.0 m/s? *b*) ¿Con qué rapidez tendría que viajar una camioneta de 2000 kg para tener **i.** el mismo momento lineal? **ii.** ¿la misma energía cinética?

8.2 • En una competencia varonil de pista y campo, la bala tiene una masa de 7.30 kg y se lanza con una rapidez de 15.0 m/s a 40.0° por encima de la horizontal ubicada sobre la pierna izquierda extendida de un hombre. ¿Cuáles son las componentes iniciales horizontal y vertical del momento lineal de esa bala?

8.3 •• *a*) Demuestre que la energía cinética K y la magnitud del momento lineal p de una partícula de masa m están relacionadas por la expresión $K = p^2/2m$. *b*) Un cardenal (*Richmondena cardinalis*) de 0.040 kg y una pelota de béisbol de 0.145 kg tienen la misma energía cinética. ¿Cuál tiene mayor magnitud de momento lineal? ¿Cuál es la razón entre las magnitudes del momento lineal del cardenal y de la pelota? *c*) Un hombre de 700 N y una mujer de 450 N tienen el mismo momento lineal. ¿Quién tiene mayor energía cinética? ¿Cuál es la razón entre las energías cinéticas del hombre y de la mujer?

8.4 • Dos vehículos se aproximan a una intersección. Uno es una camioneta *pickup* de 2500 kg que viaja a 14.0 m/s con dirección este-oeste (la dirección $-x$), y el otro es un automóvil sedán de 1500 kg que va de sur a norte (la dirección $+y$) a 23.0 m/s. *a*) Determine las componentes x y y del momento lineal neto de este sistema. *b*) ¿Cuáles son la magnitud y dirección del momento lineal neto?

8.5 • Un defensor de línea de fútbol americano de 110 kg corre hacia la derecha a 2.75 m/s, mientras otro defensor de 125 kg corre directamente hacia el primero a 2.60 m/s. ¿Cuáles son *a*) la magnitud y dirección del momento lineal neto de estos dos deportistas, y *b*) su energía cinética total?

8.6 •• BIO **Biomecánica.** La masa de una pelota de tenis reglamentaria es de 57 g (si bien puede variar ligeramente), y las pruebas han demostrado que la pelota está en contacto con la raqueta durante 30 ms. (Este número también puede variar, dependiendo de la raqueta y del golpe). En este ejercicio supondremos un contacto de 30.0 ms. El servicio de tenis más rápido que se conoce lo realizó "Big Bill" Tilden en 1931 con una rapidez de 73.14 m/s. *a*) ¿Qué impulso y qué fuerza ejerció Big Bill sobre la pelota de tenis en su servicio récord? *b*) Si el oponente de Big Bill devolvió su servicio con una rapidez de 55 m/s, ¿qué fuerza e impulso ejerció sobre la pelota, suponiendo solo movimiento horizontal?

8.7 • **Fuerza de un golpe de golf.** Una pelota de golf de 0.0450 kg, en reposo, adquiere una rapidez de 25.0 m/s al ser golpeada por un palo. Si el tiempo de contacto es de 2.00 ms, ¿qué fuerza media actúa sobre la pelota? ¿Es significativo el efecto del peso de la pelota durante el tiempo de contacto? ¿Por qué?

8.8 • **Fuerza de un batazo.** Una pelota de béisbol tiene masa de 0.145 kg. *a*) Si se lanza con una velocidad de 45.0 m/s y después de batearla su velocidad es de 55.0 m/s en la dirección opuesta, determine la magnitud del cambio de momento lineal de la pelota y el impulso aplicado a ella con el bate. *b*) Si la pelota está en contacto con el bate durante 2.00 ms, calcule la magnitud de la fuerza media aplicada por el bate.

8.9 • Un disco de hockey de 0.160 kg se mueve en una superficie horizontal cubierta de hielo y sin fricción. En $t = 0$, el disco se mueve hacia la derecha a 3.00 m/s. *a*) Calcule la velocidad (magnitud y dirección) del disco después de que se aplica una fuerza de 25.0 N hacia la derecha durante 0.050 s. *b*) Si, en lugar de ello, se aplica una fuerza de 12.0 N dirigida a la izquierda, entre $t = 0$ y $t = 0.050$ s, ¿cuál es la velocidad final del disco?

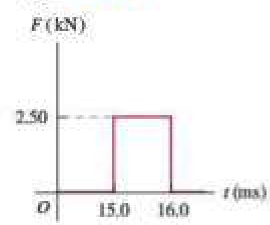
8.10 • El motor de un sistema de maniobras orbitales (OMS) del transbordador espacial ejerce una fuerza de $(26{,}700\ \text{N})\hat{j}$ durante 3.90 s, expulsando una masa insignificante de combustible en comparación con la masa de 95,000 kg de la nave. *a*) ¿Qué impulso tiene la fuerza en el lapso de 3.90 s? *b*) ¿Cómo cambia el momento lineal de la nave por este impulso? *c*) ¿Y su velocidad? *d*) ¿Por qué no podemos calcular el cambio resultante en la energía cinética del transbordador?

8.11 • CALC En el instante $t = 0$, un cohete de 2150 kg en el espacio exterior enciende un motor que ejerce una fuerza creciente sobre él en la dirección $+x$. Esta fuerza obedece la ecuación $F_x = At^2$, donde t es el tiempo, y tiene una magnitud de 781.25 N cuando $t = 1.25$ s. *a*) Calcule el valor en el SI de la constante A, incluyendo sus unidades. *b*) ¿Qué impulso ejerce el motor sobre el cohete durante el lapso de 1.50 s que comienza 2.00 s después de encender el motor? *c*) ¿Cuánto cambia la velocidad del cohete durante ese lapso?

8.12 •• Un bate golpea una pelota de 0.145 kg. Justo antes del impacto, la pelota viaja horizontalmente hacia la derecha a 50.0 m/s, y pierde contacto con el bate viajando hacia la izquierda a 65.0 m/s con un ángulo de 30° por arriba de la horizontal. Si la pelota y el bate están en contacto durante 1.75 ms, calcule las componentes horizontal y vertical de la fuerza media que actúa sobre la pelota.

8.13 • Una piedra de 2.00 kg se desliza hacia la derecha por una superficie horizontal sin fricción a 5.00 m/s, cuando repentinamente es golpeada por un objeto que ejerce una gran fuerza horizontal sobre ella por un breve lapso. La gráfica en la figura E8.13 indica la magnitud de esa fuerza como función del tiempo. *a*) ¿Qué impulso ejerce esa fuerza sobre la piedra? *b*) Calcule la magnitud y dirección de la velocidad de la piedra inmediatamente después de que la fuerza deja de actuar, si esa fuerza actúa **i.** hacia la derecha o **ii.** hacia la izquierda.

Figura **E8.13**



8.14 •• BIO **Fractura de un hueso.** Pruebas experimentales han demostrado que un hueso se romperá si experimenta una densidad de fuerza de $1.03 \times 10^8\ \text{N/m}^2$. Suponga que una persona de 70.0 kg patina sin cuidado hacia una viga de metal que golpea con su frente y detiene completamente su movimiento hacia adelante. Si el área de contacto con la frente de la persona es de 1.5 cm², ¿cuál es la máxima rapidez con la cual puede golpear la viga sin romperse un hueso cuando su cabeza está en contacto con la viga por 10.0 ms?

8.15 •• Durante su calentamiento para un partido, una jugadora de tenis golpea verticalmente una pelota de 57.0 g con su raqueta. Si la pelota está en reposo justo antes de ser golpeada y adquiere una altura de 5.50 m, ¿qué impulso dio la jugadora a la pelota?

8.16 •• CALC Partiendo en $t = 0$, se aplica una fuerza neta horizontal $\vec{F} = (0.280\ \text{N/s})t\hat{\imath} + (-0.450\ \text{N/s}^2)t^2\hat{\jmath}$ a una caja que tiene un momento lineal inicial $\vec{p} = (-3.00\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\imath} + (4.00\ \text{kg}\cdot\text{m/s})\hat{\jmath}$. ¿Cuál es el momento lineal de la caja en $t = 2.00$ s?

Sección 8.2 Conservación del momento lineal

8.17 •• Los gases en expansión que salen por el cañón de un rifle también contribuyen al retroceso. Una bala de calibre .30 tiene una masa de 0.00720 kg y una rapidez de 601 m/s relativa al cañón del rifle, cuya masa es de 2.80 kg. El rifle, sostenido sin firmeza, retrocede a 1.85 m/s en relación con el suelo. Calcule el momento lineal de los gases al salir del cañón, en un sistema de coordenadas fijo al suelo.

8.18 • Una astronauta de 68.5 kg está haciendo una reparación en el espacio en la estación espacial en órbita. Ella arroja una herramienta de 2.25 kg con una rapidez de 3.20 m/s en relación con la estación espacial. ¿Con qué rapidez y dirección comenzará a moverse la astronauta?

8.19 • BIO **Propulsión animal.** Los calamares y pulpos se impulsan a sí mismos expeliendo agua. Para hacer esto, guardan agua en una cavidad y luego contraen repentinamente esa cavidad para forzar la salida del agua a través de una abertura. Un calamar de 6.50 kg (incluyendo el agua en la cavidad) está en reposo, cuando de pronto ve un peligroso depredador. *a*) Si el calamar tiene 1.75 kg de agua en su cavidad, ¿con qué rapidez debe expeler esa agua para alcanzar una rapidez de 2.50 m/s y escapar así del depredador? Desprecie cualquier efecto de arrastre del agua circundante. *b*) ¿Cuánta energía cinética genera el calamar con esta maniobra?

8.20 •• Suponga que usted está de pie en una plancha de hielo que cubre el estacionamiento del estadio de fútbol americano de Buffalo; la fricción entre sus pies y el hielo es insignificante. Un amigo le lanza un balón de 0.400 kg que viaja horizontalmente a 10.0 m/s. La masa de usted es de 70.0 kg. *a*) Si atrapa el balón, ¿con qué rapidez se moverán usted y el balón después? *b*) Si el balón lo golpea en el pecho y rebota moviéndose horizontalmente a 8.0 m/s en la dirección opuesta, ¿qué rapidez tendrá usted después del choque?

8.21 •• En una mesa de aire horizontal sin fricción, el disco A (con masa de 0.250 kg) se mueve hacia el disco B (con masa de 0.350 kg) que está en reposo. Después del choque, A se mueve a 0.120 m/s a la izquierda, y B lo hace a 0.650 m/s a la derecha. *a*) ¿Qué rapidez tenía A antes del choque? *b*) Calcule el cambio de energía cinética total del sistema durante el choque.

8.22 •• Cuando los automóviles están equipados con parachoques (defensas) flexibles, rebotan durante choques a baja rapidez, provocando daños menores. En un accidente de este tipo, un auto de 1750 kg viaja hacia la derecha a 1.50 m/s y choca con un auto de 1450 kg que va hacia la izquierda a 1.10 m/s. Las mediciones indican que la rapidez del auto más pesado inmediatamente después del choque era de 0.250 m/s en su dirección original. Podemos ignorar la fricción de la carretera durante el choque. *a*) ¿Cuál era la rapidez del auto más ligero inmediatamente después del choque? *b*) Calcule el cambio en la energía cinética combinada del sistema de los dos vehículos durante este choque.

8.23 •• Dos masas idénticas de 1.50 kg se presionan contra los extremos opuestos de un resorte ligero con constante de fuerza de 1.75 N/cm, comprimiendo el resorte 20.0 cm a partir de su longitud normal. Calcule la rapidez de cada masa cuando se mueven libremente sobre una mesa horizontal sin fricción.

8.24 • El bloque A de la figura E8.24 tiene una masa de 1.00 kg, y el B, de 3.00 kg. A y B se juntan de manera forzada, comprimiendo un resorte S entre ellos; luego, el sistema se suelta del reposo en una superficie plana sin fricción. El resorte, de masa despreciable, está suelto y cae a la superficie después de extenderse. El bloque B adquiere una rapidez de 1.20 m/s. *a*) ¿Qué rapidez final tiene A? *b*) ¿Cuánta energía potencial se almacenó en el resorte comprimido?

Figura **E8.24**

8.25 •• Un cazador que se encuentra sobre un estanque congelado y sin fricción utiliza un rifle que dispara balas de 4.20 g a 965 m/s. La masa del cazador (incluyendo su rifle) es de 72.5 kg; el hombre sostiene con fuerza el arma después de disparar. Calcule la velocidad de retroceso del cazador si dispara el rifle *a*) horizontalmente y *b*) a 56.0° por encima de la horizontal.

8.26 • Un núcleo atómico súbitamente se fisiona (se divide) en dos partes. El fragmento A, de masa m_A, viaja hacia la izquierda con una rapidez v_A. El fragmento B, de masa m_B, viaja hacia la derecha con una rapidez v_B. *a*) Con base en la conservación del momento lineal, despeje v_B en términos de m_A, m_B y v_A. *b*) Utilice los resultados del inciso *a*) para demostrar que $K_A/K_B = m_B/m_A$, donde K_A y K_B son las energías cinéticas de los dos fragmentos.

8.27 •• Dos patinadores, Daniel (masa de 65.0 kg) y Rebeca (masa de 45.0 kg) están practicando. Daniel se detiene para atar su agujeta y, cuando está detenido, es golpeado por Rebeca, quien se desplazaba a 13.0 m/s antes de chocar con él. Después del choque, Rebeca se mueve con una velocidad de magnitud igual a 8.00 m/s con un ángulo de 53.1° con respecto a su dirección original. Ambos patinadores se mueven en una superficie de patinaje horizontal y sin fricción. *a*) Calcule la magnitud y dirección de la velocidad de Daniel después del choque. *b*) ¿Cuál es el cambio en la energía cinética total de los dos patinadores como resultado del choque?

8.28 •• Usted está de pie sobre una gran plancha de hielo sin fricción, sosteniendo una gran roca. Para salir del hielo, usted avienta la roca de manera que esta adquiere una velocidad relativa a la Tierra de 12.0 m/s, a 35.0° por arriba de la horizontal. Si su masa es de 70.0 kg y la masa de la roca es de 15.0 kg, ¿qué rapidez tiene usted después de lanzar la roca? (Véase la pregunta para análisis P8.7).

8.29 • **Masa variable.** Un vagón abierto de 24,000 kg viaja sin fricción sobre una vía horizontal. Está lloviendo muy fuerte, y la lluvia cae de forma vertical. El vagón originalmente está vacío y tiene una rapidez de 4.00 m/s. *a*) ¿Qué rapidez tiene el vagón después de acumular 3000 kg de agua de lluvia? *b*) Puesto que la lluvia cae verticalmente, ¿cómo afecta esto al movimiento horizontal del vagón?

8.30 • Un astronauta en el espacio no puede utilizar medios convencionales, como una báscula o balanza, para determinar la masa de un objeto. Pero cuenta con dispositivos para medir la distancia y el tiempo de manera exacta. Él sabe que su masa es de 78.4 kg, pero no está seguro de la masa de un enorme tanque de gas en el interior del cohete sin aire. Cuando el tanque se aproxima a él a 3.50 m/s, empuja su cuerpo contra este, lo que disminuye la rapidez del tanque a 1.20 m/s (pero no invierte su dirección) y da al astronauta una rapidez de 2.40 m/s. ¿Cuál es la masa del tanque?

8.31 •• **Choque de asteroides.** Dos asteroides de igual masa, pertenecientes al cinturón de asteroides entre Marte y Júpiter, chocan de forma oblicua. El asteroide A, que inicialmente viajaba a 40.0 m/s, se desvía 30.0° con respecto a su dirección original, mientras que el asteroide B, que inicialmente estaba en reposo, viaja a 45.0° con respecto a la dirección original de A (figura E8.31). *a*) Calcule la rapidez de cada asteroide después del choque. *b*) ¿Qué fracción de la energía cinética original del asteroide A se disipa durante el choque?

Figura **E8.31**

Sección 8.3 Conservación del momento lineal y choques

8.32 • Dos patinadores chocan y quedan asidos sobre una pista de hielo sin fricción. Uno de ellos, cuya masa es de 70.0 kg, se movía hacia la derecha a 2.00 m/s, mientras que el otro, cuya masa es de 65.0 kg, se movía hacia la izquierda a 2.50 m/s. ¿Cuáles son la magnitud y dirección de la velocidad de estos patinadores inmediatamente después de que chocan?

8.33 •• Un pez de 15.0 kg, que nada a 1.10 m/s, repentinamente engulle un pez de 4.50 kg que estaba detenido. Desprecie los efectos de arrastre del agua. *a*) Calcule la rapidez del pez grande inmediatamente después de haberse comido al pequeño. *b*) ¿Cuánta energía mecánica se disipó durante esta comida?

8.34 • Dos amorosas nutrias se deslizan una hacia la otra por una superficie horizontal lodosa (y por lo tanto, sin fricción). Una de ellas, con masa de 7.50 kg, se desliza hacia la izquierda a 5.00 m/s, mientras que la otra, con masa de 5.75 kg, se desliza hacia la derecha a 6.00 m/s. Las nutrias quedan unidas después de chocar. *a*) Calcule la magnitud y la dirección de la velocidad de estas nutrias después del choque. *b*) ¿Cuánta energía mecánica se disipa durante este juego?

8.35 • **Misión de impacto profundo.** En julio de 2005, en la misión "Impacto Profundo" de la NASA, una sonda de 372 kg, que se desplazaba a 37,000 km/h, chocó directamente contra la superficie del cometa Tempel 1. La rapidez original del cometa en ese momento era de 40,000 km/h y su masa se estimó en el rango de $(0.10 - 2.5) \times 10^{14}$ kg. Utilice el menor valor de la masa estimada. *a*) ¿Cuál es el cambio en la velocidad del cometa que se produjo por el choque? ¿Será perceptible ese cambio? *b*) Suponga que este cometa fuera a chocar contra la Tierra para fusionarse con ella. ¿En cuánto cambiaría la velocidad de nuestro planeta? ¿Sería apreciable ese cambio? (La masa de la Tierra es de 5.97×10^{24} kg).

8.36 • Un auto deportivo de 1050 kg se desplaza hacia el oeste a 15.0 m/s por una carretera horizontal cuando choca con un camión de 6320 kg, que viaja hacia el este por el mismo camino a 10.0 m/s. Los dos vehículos quedan unidos después del choque. *a*) ¿Qué velocidad (magnitud y dirección) tendrán los dos vehículos inmediatamente después del choque? *b*) ¿Qué rapidez debería llevar el camión para que ambos vehículos se detengan por el choque? *c*) Encuentre el cambio de energía cinética del sistema de los dos vehículos en las situaciones de los incisos *a*) y *b*). ¿En cuál situación tiene mayor magnitud el cambio de energía cinética?

8.37 •• En un campo de fútbol muy lodoso, un apoyador de 110 kg taclea a un corredor de 85 kg. Justo antes del choque, el apoyador resbala con una velocidad de 8.8 m/s hacia el norte, y el corredor lo hace con una velocidad de 7.2 m/s hacia el este. ¿Con qué velocidad (magnitud y dirección) se mueven juntos los dos jugadores inmediatamente después del choque?

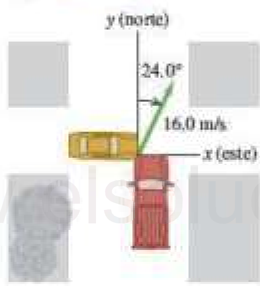
8.38 •• **Análisis de un accidente.** Dos automóviles chocan en una intersección. El automóvil A, con masa de 2000 kg, va de oeste a este, mientras que el automóvil B, con masa de 1500 kg, va de norte a sur a 15 m/s. Como resultado de este choque, los dos automóviles quedan enredados y se mueven después como uno solo. En su papel de testigo experto, usted inspecciona la escena y determina que, después del choque, los automóviles se movieron a un ángulo de 65° al sur del este del punto de impacto. *a*) Con qué rapidez se mueven los automóviles justo después del choque? *b*) ¿Con qué rapidez iba el automóvil *A* inmediatamente antes del choque?

8.39 • Dos automóviles, uno compacto con masa de 1200 kg y otro grande, un devorador de gasolina, de 3000 kg, chocan de frente a velocidades típicas de autopista. *a*) ¿Cuál experimenta un cambio de mayor magnitud en su momento lineal? ¿Cuál experimenta un mayor cambio de velocidad? *b*) Si el automóvil más grande cambia su velocidad en Δv, calcule el cambio en la velocidad del automóvil pequeño en términos de Δv. *c*) ¿Los ocupantes de cuál automóvil esperaría usted que sufran lesiones más graves? Explique su respuesta.

8.40 •• BIO **Defensa de las aves.** Para proteger a sus crías en el nido, los halcones peregrinos vuelan tras las aves de rapiña (como los cuervos) con gran rapidez. En uno de tales episodios, un halcón de 600 g que vuela a 20.0 m/s choca con un cuervo de 1.50 kg que vuela a 9.0 m/s. El halcón choca con el cuervo en ángulo recto con respecto a su trayectoria original y rebota a 5.0 m/s. (Estas cifras son estimaciones del autor, quien presenció este ataque en el norte de Nuevo México). *a*) ¿En qué ángulo cambió el halcón la dirección del vuelo del cuervo? *b*) ¿Cuál era la rapidez del cuervo inmediatamente después del choque?

8.41 • En el cruce de la Avenida Texas y el Paseo Universitario, un automóvil subcompacto amarillo de 950 kg que viaja al este por el Paseo choca con una camioneta *pickup* color rojo de 1900 kg que viaja al norte por la Avenida Texas y no respetó el alto de un semáforo (figura E8.41). Los dos vehículos quedan unidos después del choque y se deslizan a 16.0 m/s en dirección 24.0° al este del norte. Calcule la rapidez de cada vehículo antes del choque. El choque tiene lugar durante una tormenta; las fuerzas de fricción entre los vehículos y el pavimento húmedo son despreciables.

Figura **E8.41**



8.42 •• Una bala de 5.00 g se dispara horizontalmente hacia un bloque de madera de 1.20 kg que descansa en una superficie horizontal. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es de 0.20. La bala queda incrustada en el bloque, que se desliza 0.230 m por la superficie antes de detenerse. ¿Qué rapidez tenía inicialmente la bala?

8.43 •• **Péndulo balístico.** Una bala de rifle de 12.0 g se dispara a 380 m/s contra un péndulo balístico de 6.00 kg, suspendido de una cuerda de 70.0 cm de longitud (véase el ejemplo 8.8, sección 8.3). Calcule *a*) la distancia vertical que sube el péndulo, *b*) la energía cinética inicial de la bala y *c*) la energía cinética de la bala y el péndulo inmediatamente después de que la bala se incrusta en el péndulo.

8.44 •• **Combinación de las leyes de conservación.** Un bloque de 15.0 kg está sujeto a un resorte horizontal muy ligero con constante de fuerza de 500.0 N/m, que reposa sobre una mesa horizontal sin fricción (figura E8.44). De repente, es golpeado por una piedra de 3.00 kg que viaja de forma horizontal a 8.00 m/s hacia la derecha, con lo cual la piedra rebota horizontalmente a 2.00 m/s hacia la izquierda. Calcule la distancia máxima que el bloque comprime el resorte después del choque.

Figura **E8.44**

8.45 •• PA Un adorno de 5.00 kg cuelga de un alambre de 1.50 m cuando es golpeado repentinamente por un proyectil de 3.00 kg que viaja en trayectoria horizontal a 12.0 m/s. El proyectil se incrusta en el adorno durante el choque. ¿Cuál es la tensión del alambre inmediatamente después del choque?

Sección 8.4 Choques elásticos

8.46 •• Un deslizador de 0.150 kg se mueve a la derecha a 0.80 m/s en un riel de aire horizontal sin fricción y choca de frente con un deslizador de 0.300 kg que se mueve a la izquierda con una rapidez de 2.20 m/s. Calcule la velocidad final (magnitud y dirección) de cada deslizador si el choque es elástico.

8.47 •• Los bloques *A* (masa de 2.00 kg) y *B* (masa de 10.00 kg) se mueven en una superficie horizontal sin fricción. En un principio, el bloque *B* está en reposo y el *A* se mueve hacia él a 2.00 m/s. Los bloques están equipados con protectores de resorte ideal, como en el ejemplo 8.10 (sección 8.4). El choque es de frente, así que todos los movimientos antes y después del choque están en una línea recta. *a*) Calcule la energía máxima almacenada en los protectores de resorte y la velocidad de cada bloque en ese momento. *b*) Calcule la velocidad de cada bloque una vez que se han separado.

8.48 • Una canica de 10.0 g se desliza a la izquierda a 0.400 m/s sobre una acera horizontal de Nueva York, cubierta de hielo y sin fricción, y tiene un choque elástico de frente con una canica de 30.0 g que se desliza a la derecha con una velocidad de magnitud igual a 0.200 m/s (figura E8.48). *a*) Determine la velocidad (magnitud y dirección) de cada canica después del choque. (Puesto que el choque es de frente, los movimientos son en una línea). *b*) Calcule el *cambio en el momento lineal* (es decir, el momento lineal después del choque menos el momento lineal antes del choque) para cada canica. Compare los valores obtenidos. *c*) Calcule el *cambio de energía cinética* (es decir, la energía cinética después del choque menos la energía cinética antes del choque) para cada canica. Compare los valores obtenidos.

Figura **E8.48**

8.49 •• **Moderadores.** Los reactores nucleares canadienses usan moderadores de *agua pesada* en los que se dan choques elásticos entre neutrones y deuterones de masa 2.0 u (véase el ejemplo 8.11 en la sección 8.4). *a*) ¿Qué rapidez tiene un neutrón, expresada como fracción de su rapidez original, después de un choque elástico de frente con un deuterón inicialmente en reposo? *b*) ¿Qué energía cinética tiene, expresada como fracción de su energía cinética original? *c*) ¿Cuántos choques sucesivos como este reducirán la rapidez de un neutrón a 1/59,000 de su valor original?

8.50 •• Imagine que controla un acelerador de partículas que envía un haz de protones (masa *m*) a 1.50×10^7 m/s contra un objetivo gaseoso de un elemento desconocido. El detector indica que algunos protones rebotan en la misma línea después de chocar con uno de los núcleos del elemento desconocido. Todos esos protones tienen una rapidez de rebote de 1.20×10^7 m/s. Suponga que la rapidez inicial del núcleo objetivo es despreciable y que el choque es elástico. *a*) Calcule la masa del núcleo del elemento desconocido. Exprese su respuesta en términos de la masa *m* del protón. *b*) ¿Qué rapidez tiene el núcleo desconocido inmediatamente después de este choque?

Sección 8.5 Centro de masa

8.51 • Tres bloques de chocolate de forma irregular tienen las siguientes masas y coordenadas de su respectivo centro de masa: **1.** 0.300 kg, (0.200 m, 0.300 m); **2.** 0.400 kg, (0.100 m, −0.400 m); **3.** 0.200 kg, (−0.300 m, 0.600 m). Determine las coordenadas del centro de masa del sistema formado por los tres bloques.

8.52 • Calcule la posición del centro de masa del sistema formado por el Sol y Júpiter. (Como Júpiter tiene mayor masa que el resto de los planetas juntos, se obtendrá básicamente la posición del centro de masa del Sistema Solar). ¿El centro de masa está dentro o fuera del Sol? Use los datos del apéndice F.

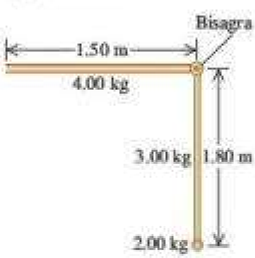
8.53 •• **Plutón y Caronte.** El diámetro de Plutón mide aproximadamente 2370 km, y el diámetro de su satélite Caronte mide 1250 km. Aunque la distancia varía, sus centros a menudo están separados unos 19,700 km. Suponiendo que tanto Plutón como Caronte tienen la misma composición y, por consiguiente, la misma densidad media, determine la ubicación del centro de masa de este sistema en relación con el centro de Plutón.

8.54 • Una camioneta de 1200 kg avanza en una autopista recta a 12.0 m/s. Otro automóvil, con masa de 1800 kg y rapidez de 20.0 m/s, tiene su centro de masa 40.0 m adelante del centro de masa de la camioneta (figura E8.54). *a)* Determine la posición del centro de masa del sistema formado por los dos vehículos. *b)* Calcule la magnitud del momento lineal total del sistema, a partir de los datos anteriores. *c)* Calcule la rapidez del centro de masa del sistema. *d)* Calcule el momento lineal total del sistema, usando la rapidez del centro de masa. Compare su resultado con el del inciso *b)*.

Figura **E8.54**

8.55 • La refacción de una máquina consiste en una barra delgada y uniforme de 4.00 kg y 1.50 m de longitud, colgada en forma perpendicular, mediante una bisagra, a una barra vertical similar cuya masa es de 3.00 kg y que mide 1.80 m de longitud. La barra más larga tiene una bola pequeña, pero densa, de 2.00 kg unida a uno de sus extremos (figura E8.55). ¿Qué distancia se mueve horizontal y verticalmente el centro de masa de esta refacción si la barra vertical se mueve alrededor del pivote en sentido antihorario 90° para hacer a la refacción completamente horizontal?

Figura **E8.55**



8.56 • En un instante dado, el centro de masa de un sistema de dos partículas se encuentra sobre el eje x en $x = 2.0$ m y tiene una velocidad de (5.0 m/s). Una partícula está en el origen. La otra tiene masa de 0.10 kg y está en reposo en el eje x, en $x = 8.0$ m. *a)* ¿Qué masa tiene la partícula que se localiza en el origen? *b)* Calcule el momento lineal total del sistema. *c)* ¿Qué velocidad tiene la partícula que se encuentra en el origen?

8.57 •• En el ejemplo 8.14 (sección 8.5), Ramón tira de la cuerda para impulsarse con una rapidez de 0.70 m/s. ¿Cuál es la rapidez de Jaime?

8.58 • **CALC** Un sistema consta de dos partículas. En $t = 0$ una partícula está en el origen; la otra, cuya masa es de 0.50 kg, se encuentra en el eje y en $y = 6.0$ m. En $t = 0$ el centro de masa del sistema está en el eje y en $y = 2.4$ m. La velocidad del centro de masa está dada por $(0.75\ \text{m/s}^3)t^2\hat{\imath}$. *a)* Calcule la masa total del sistema. *b)* Calcule la aceleración del centro de masa en cualquier instante t. *c)* Calcule la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema en $t = 3.0$ s.

8.59 • **CALC** El momento lineal de un modelo de avión controlado por radio está dado por $[(-0.75\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^3)t^2 + (3.0\ \text{kg}\cdot\text{m/s})]\hat{\imath} + (0.25\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2)t\hat{\jmath}$. Determine las componentes x, y y z de la fuerza neta que actúa sobre el avión.

8.60 •• **BIO** **Cambio de su centro de masa.** Para mantener los cálculos muy sencillos, pero todavía razonables, modelaremos una pierna humana de 92.0 cm de longitud (medida a partir de la articulación de la cadera), suponiendo que las partes superior e inferior de la pierna (incluyendo el pie) tienen longitudes iguales y que cada una de ellas es uniforme. Para una persona de 70.0 kg, la masa de la parte superior de la pierna es de 8.60 kg, mientras que la de la parte inferior (incluyendo el pie) es de 5.25 kg. Determine la ubicación del centro de masa de esta pierna, en relación con la articulación de la cadera, si está *a)* estirada horizontalmente, y *b)* doblada por la rodilla para formar un ángulo recto con la parte superior de la pierna que permanece horizontal.

Sección 8.6 Propulsión de un cohete

8.61 •• Un astronauta de 70 kg flota en el espacio en una unidad de maniobras tripulada (MMU, por las siglas de *manned maneuvering unit*) de 110 kg y experimenta una aceleración de 0.029 m/s^2 al disparar uno de sus impulsores. *a)* Si la rapidez del gas N_2 que escapa, relativa al astronauta, es de 490 m/s, ¿cuánto gas se gasta en 5.0 s? *b)* ¿Qué empuje tiene el impulsor?

8.62 • Un cohete pequeño quema 0.0500 kg de combustible cada segundo, expulsándolo como gas con una velocidad de 1600 m/s relativa al cohete. *a)* ¿Qué empuje tiene el cohete? *b)* ¿Funcionaría el cohete en el espacio exterior donde no hay atmósfera? Si es así, ¿cómo se podría guiar? ¿Podría frenarlo?

8.63 • El modelo de motor C6-5 de un cohete tiene un impulso de 10.0 N·s durante 1.70 s mientras quema 0.0125 kg de combustible. El empuje máximo es de 13.3 N. La masa inicial del motor más el combustible es de 0.0258 kg. *a)* ¿Qué fracción del empuje máximo es el empuje medio? *b)* Calcule la rapidez relativa de los gases de escape, suponiéndola constante. *c)* Suponiendo que la rapidez relativa de los gases de escape es constante, calcule la rapidez final del motor si está sujeto a una armazón muy ligera y se enciende estando en reposo en el espacio exterior, sin gravedad.

8.64 •• Sin duda, los cohetes alcanzan gran rapidez, pero, ¿qué rapidez máxima es razonable? Suponga que un cohete se enciende desde el reposo en una estación espacial donde la fuerza de gravedad es despreciable. *a)* Si el cohete expulsa gas con rapidez relativa de 2000 m/s y se desea que el cohete alcance una rapidez final de $1.00 \times 10^{-3}c$, donde c es la rapidez de la luz, ¿qué fracción de la masa total inicial del cohete *no* es combustible? *b)* ¿Cuál es esta fracción si se desea alcanzar una rapidez final de 3000 m/s?

8.65 •• Un cohete de una etapa se enciende desde el reposo en una plataforma espacial donde la fuerza de gravedad es despreciable. Si el combustible se quema en 50.0 s y la rapidez relativa de los gases de escape es $v_{esc} = 2100$ m/s, ¿cuál debe ser la razón de masas m_0/m para adquirir una rapidez final v de 8.00 km/s (similar a la rapidez orbital de un satélite terrestre)?

PROBLEMAS

8.66 •• **PA** **CALC** Una niña de 40.0 kg se desliza sobre una superficie horizontal sin fricción, con un momento lineal inicial hacia el este, de magnitud igual a 90.0 k·m/s. En $t = 0$, se aplica sobre la niña una fuerza neta de magnitud $F = (8.20\ \text{N/s})t$ en dirección hacia el oeste. *a)* ¿En qué valor de t la niña tiene un momento lineal hacia el oeste de magnitud de 60.0 kg·m/s? *b)* ¿Cuánto trabajo ha realizado la fuerza sobre la niña en el intervalo de tiempo de $t = 0$ hasta el tiempo calculado en el inciso *a)*? *c)* ¿Cuál es la magnitud de la aceleración de la niña en el instante calculado en el inciso *a)*?

8.67 •• Una esfera de acero con masa de 40.0 g se deja caer desde una altura de 2.00 m sobre una plancha de acero horizontal, rebotando a una altura de 1.60 m. *a)* Calcule el impulso que se da a la esfera en el impacto. *b)* Si el contacto dura 2.00 ms, calcule la fuerza media que actúa sobre la esfera durante el impacto.

8.68 • En una erupción volcánica, una roca de 2400 kg es lanzada verticalmente hacia arriba. Al alcanzar su altura máxima, estalla de forma súbita (a causa de los gases atrapados) y se divide en dos fragmentos, uno de los cuales tiene una masa tres veces mayor que la del otro. El fragmento más liviano comenzó con una velocidad horizontal y tocó tierra 318 m directamente al norte del punto del estallido. ¿Dónde caerá el otro fragmento? Desprecie la resistencia del aire.

8.69 •• Una pelota de tenis de 0.560 N tiene una velocidad de $(20.0\ \mathrm{m/s})\hat{\imath} - (4.0\ \mathrm{m/s})\hat{\jmath}$, justo antes de ser golpeada por una raqueta. Durante los 3.00 ms que la raqueta y la pelota están en contacto, la fuerza neta que actúa sobre la pelota es constante e igual a $-(380\ \mathrm{N})\hat{\imath} + (110\ \mathrm{N})\hat{\jmath}$. *a)* ¿Qué componentes x y y tiene el impulso de la fuerza neta aplicada a la pelota? *b)* ¿Qué componentes x y y tiene la velocidad final de la pelota?

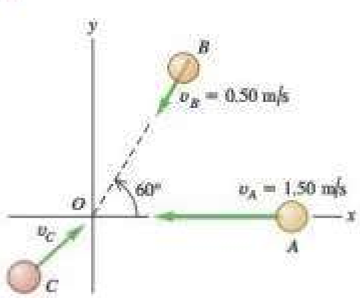
8.70 • Tres discos de hockey idénticos en una mesa horizontal de aire tienen imanes repelentes. Se les junta y luego se les suelta simultáneamente. Todos tienen la misma rapidez en cualquier instante. Un disco se mueve al oeste. ¿Cuál es la dirección de la velocidad de cada uno de los otros dos discos?

8.71 •• Un convertible azul de 1500 kg viaja al sur, y una camioneta roja de 2000 kg viaja al oeste. Si el momento lineal total del sistema formado por los dos vehículos es de 7200 kg·m/s dirigido 60.0° al oeste del sur, ¿qué rapidez tiene cada vehículo?

8.72 •• Un vagón de ferrocarril se mueve sobre vías rectas sin fricción con resistencia despreciable del aire. En los casos que siguen, el vagón tiene inicialmente una masa total (vehículo y contenido) de 200 kg y viaja hacia el este a 5.00 m/s. Suponiendo que no se sale de la vía, calcule su *velocidad final* si: *a)* una masa de 25.0 kg se lanza lateralmente desde el vagón con velocidad de 2.00 m/s relativa a la velocidad inicial del vagón; *b)* una masa de 25.0 kg se lanza hacia atrás con velocidad de 5.00 m/s relativa al movimiento inicial del vagón; *c)* una masa de 25.0 kg se avienta al interior del vagón con velocidad de 6.00 m/s relativa al suelo y opuesta en dirección a la velocidad inicial del vagón.

8.73 • Las esferas A (masa de 0.020 kg), B (masa de 0.030 kg) y C (masa de 0.050 kg) se acercan al origen deslizándose sobre una mesa de aire sin fricción (figura P8.73). Las velocidades iniciales de A y B se indican en la figura. Las tres esferas llegan al origen simultáneamente y se unen. *a)* ¿Qué componentes x y y debe tener la velocidad inicial de C si después del choque los tres objetos tienen una velocidad de 0.50 m/s en la dirección $+x$? *b)* Si C tiene la velocidad obtenida en el inciso *a)*, ¿cuál es el cambio en la energía cinética del sistema de las tres esferas como resultado del choque?

Figura **P8.73**



8.74 ••• Usted y sus amigos efectúan experimentos de física en un estanque congelado que sirve como superficie horizontal sin fricción. Sam, de 80.0 kg, recibe un empujón y se desliza hacia el este. Abigaíl, de 50.0 kg, recibe también un empujón y se desliza hacia el norte. Los dos chocan. Después del choque, Sam se mueve a 37.0° al norte del este con rapidez de 6.00 m/s, y Abigaíl, a 23.0° al sur del este con rapidez de 9.00 m/s. *a)* ¿Qué rapidez tenía cada uno antes del choque? *b)* ¿Cuánto disminuyó la energía cinética total de las dos personas durante el choque?

8.75 ••• El núcleo del ^{214}Po decae radiactivamente emitiendo una partícula alfa (masa 6.65×10^{-27} kg) con una energía cinética de 1.23×10^{-12} J, medida en el marco de referencia del laboratorio. Suponiendo que el Po estaba inicialmente en reposo en este marco, calcule la velocidad de retroceso del núcleo que queda después de la desintegración.

8.76 • **PA** En una exhibición de autos antiguos, un Nash Metropolitan modelo 1955 de 840 kg avanza a 9.0 m/s seguido de un Packard Clipper modelo 1957 de 1620 kg que avanza a 5.0 m/s. *a)* ¿Qué auto tiene mayor energía cinética? ¿Cuál es la razón entre las energías cinéticas del Nash y el Packard? *b)* ¿Qué auto tiene mayor magnitud del momento lineal? ¿Cuál es la razón entre las magnitudes de momento lineal del Nash y el Packard? *c)* Sean F_N y F_P las fuerzas netas requeridas para detener en un tiempo t el Nash y el Packard, respectivamente. ¿Cuál fuerza es mayor: F_N o F_P? ¿Cuánto vale la razón F_N/F_P? *d)* Sean ahora F_N y F_P las fuerzas netas requeridas para detener en una distancia d el Nash y el Packard, respectivamente. ¿Cuál fuerza es mayor: F_N o F_P? ¿Cuánto vale la razón F_N/F_P?

8.77 •• **PA** Un bloque de madera de 8.00 kg reposa en el extremo de una mesa sin fricción a 2.20 m arriba del suelo. Una bola de arcilla de 0.500 kg se desliza a través de la mesa con una rapidez de 24.0 m/s, golpea el bloque de madera y se adhiere a él. El objeto combinado abandona el extremo de la mesa y cae al suelo. ¿Qué distancia horizontal recorre el objeto cuando llega al suelo?

8.78 ••• **PA** Un pequeño bloque de madera de 0.800 kg de masa está suspendido del extremo inferior de una cuerda ligera de 1.60 m de longitud. El bloque está en reposo inicialmente. Una bala de 12.0 g de masa es disparada al bloque con una velocidad horizontal v_0. La bala golpea el bloque y se incrusta en él. Después del choque, el objeto combinado oscila en el extremo de la cuerda. Cuando el bloque se eleva una altura vertical de 0.800 m, la tensión en la cuerda es de 4.80 N. ¿Cuál era la velocidad inicial v_0 de la bala?

8.79 •• **Combinación de las leyes de conservación.** Un trozo de hielo de 5.00 kg se desliza a 12.0 m/s sobre el piso de un valle cubierto de hielo cuando choca y se adhiere con otro pedazo de hielo de 5.00 kg que estaba en reposo (figura P8.79). Como el valle tiene hielo, no hay fricción. Después del choque, ¿qué altura sobre el suelo del valle alcanzan los pedazos combinados?

Figura **P8.79**

8.80 •• **Análisis de un accidente automovilístico.** Suponga que lo llaman como testigo experto para analizar el siguiente accidente automovilístico: el automóvil B, con una masa de 1900 kg, estaba detenido ante un semáforo cuando fue golpeado por detrás por el automóvil A, con una masa de 1500 kg. Los automóviles se enganchan de los parachoques durante la colisión y se deslizan hasta detenerse con los frenos de todos los neumáticos bloqueados. Las mediciones de las marcas del derrape dejadas por los neumáticos miden 7.15 m de longitud. El coeficiente de fricción cinética entre los neumáticos y el pavimento es de 0.65. *a*) ¿Cuál era la rapidez del automóvil *A* inmediatamente antes del choque? *b*) Si el límite de rapidez es de 35 mph, ¿el automóvil *A* lo *rebasó* y, de ser así, por cuántas millas por hora?

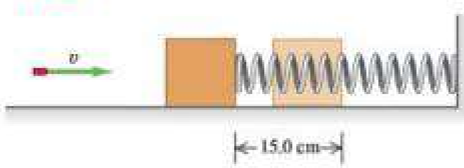
8.81 •• **Análisis de un accidente.** Un automóvil sedán de 1500 kg atraviesa una gran intersección viajando de norte a sur cuando es golpeado por una camioneta de 2200 kg que viaja de este a oeste. Los dos automóviles se enganchan debido al impacto y se deslizan como uno solo después del choque. Las mediciones en la escena del accidente indican que el coeficiente de fricción cinética entre los neumáticos de los automóviles y el pavimento es de 0.75 y los automóviles se deslizaron hasta detenerse 5.39 m al oeste y 6.43 m al sur del punto de impacto. ¿A qué rapidez viajaba cada automóvil justo antes del choque?

8.82 ••• **PA** Un bastidor de 0.150 kg, suspendido de un resorte, estira a este 0.070 m. Un trozo de masilla de 0.200 kg en reposo se deja caer sobre el bastidor desde una altura de 30.0 cm (figura P8.82). ¿Qué distancia máxima baja el bastidor con respecto a su posición inicial?

Figura **P8.82**

8.83 • Una bala de rifle de 8.00 g golpea y se incrusta en un bloque de 0.992 kg que descansa en una superficie horizontal sin fricción sujeto a un resorte (figura P8.83). El impacto comprime el resorte 15.0 cm. La calibración del resorte indica que se requiere una fuerza de 0.750 N para comprimirlo 0.250 cm. *a*) Calcule la magnitud de la velocidad del bloque inmediatamente después del impacto. *b*) ¿Qué rapidez tenía inicialmente la bala?

Figura **P8.83**



8.84 •• **Rebote de una bala.** Una piedra de 0.100 kg descansa en una superficie horizontal sin fricción. Una bala de 6.00 g que viaja horizontalmente a 350 m/s golpea la piedra y rebota horizontalmente en ángulo recto de su dirección original, con rapidez de 250 m/s. *a*) Calcule la magnitud y la dirección de la velocidad de la piedra después del golpe. *b*) ¿Es perfectamente elástico el choque?

8.85 •• Un doble de cine (masa de 80.0 kg) se pone de pie en un alféizar a 5.0 m sobre el piso (figura P8.85). Sujetando una cuerda atada a un candelabro, oscila hacia abajo para pelear con el villano (masa de 70.0 kg), quien está de pie exactamente abajo del candelabro. (Suponga que el centro de masa del doble baja 5.0 m, y él suelta la cuerda justo al chocar con el villano). *a*) ¿Con qué rapidez comienzan a deslizarse los contrincantes entrelazados sobre el piso? *b*) Si el coeficiente de fricción cinética entre sus cuerpos y el piso es $\mu_k = 0.250$, ¿qué distancia se deslizan?

Figura **P8.85**

8.86 •• **PA** Dos masas idénticas se sueltan del reposo en un tazón hemisférico liso de radio *R*, desde las posiciones que se muestran en la figura P8.86. Se puede despreciar la fricción entre las masas y la superficie del tazón. Si se unen cuando chocan, ¿qué altura por arriba del fondo del tazón alcanzarán las masas después de chocar?

Figura **P8.86**

8.87 •• Una pelota con masa *M*, que se mueve horizontalmente a 4.00 m/s, choca elásticamente con un bloque de masa 3*M* que inicialmente está en reposo y cuelga del techo por medio de un alambre de 50.0 cm. Determine el ángulo máximo de oscilación del bloque después del impacto.

8.88 ••• **PA** Una esfera de plomo de 20.00 kg cuelga de un gancho atado a un alambre delgado de 3.50 m de longitud, y puede girar en un círculo completo. De forma repentina, un dardo de acero de 5.00 kg la golpea horizontalmente, incrustándose en ella. ¿Qué rapidez inicial mínima debe tener el dardo para que la combinación describa un círculo completo después del choque?

8.89 ••• **PA** Una pelota de 8.00 kg, que cuelga del techo atada a un alambre ligero de 135 cm de longitud, experimenta un choque elástico con una pelota de 2.00 kg que se mueve horizontalmente a 5.00 m/s justo antes del choque. Calcule la tensión en el alambre inmediatamente después del choque.

8.90 •• Un obús en reposo de 7.0 kg explota y se divide en dos fragmentos, uno de masa igual a 2.0 kg y el otro de 5.0 kg. Si el fragmento más pesado gana 100 J de energía cinética a partir de la explosión, ¿cuánta energía cinética gana el más ligero?

8.91 •• Una bala de 4.00 g viaja horizontalmente con una velocidad de magnitud igual a 400 m/s y choca con un bloque de madera de 0.800 kg que estaba en reposo en una superficie plana. La bala atraviesa el bloque y sale con su rapidez reducida a 190 m/s. El bloque se desliza una distancia de 45.0 cm sobre la superficie con respecto a su posición inicial. *a*) ¿Qué coeficiente de fricción cinética hay entre el bloque y la superficie? *b*) ¿En cuánto se reduce la energía cinética de la bala? *c*) ¿Qué energía cinética tiene el bloque en el instante en que la bala sale de él?

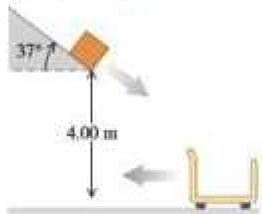
8.92 •• Una bala de 5.00 g se dispara *a través de* un bloque de madera de 1.00 kg suspendido de una cuerda de 2.00 m de longitud. El centro de masa del bloque se eleva 0.38 cm. Calcule la rapidez de la bala al salir del bloque si su rapidez inicial es de 450 m/s.

8.93 •• Un neutrón de masa *m* experimenta un choque elástico de frente con un núcleo de masa *M* en reposo. *a*) Demuestre que si la energía cinética inicial del neutrón es K_0, la energía cinética que pierde durante el choque es $4mMK_0/(M+m)^2$. *b*) ¿Con qué valor de *M* pierde más energía el neutrón incidente? *c*) Si *M* tiene el valor calculado en el inciso *b*), ¿qué rapidez tiene el neutrón después del choque?

8.94 •• **División de energía en choques elásticos.** Un objeto estacionario con masa m_B es golpeado de frente por un objeto con masa m_A que se mueve con rapidez inicial v_0. *a*) Si el choque es elástico, ¿qué porcentaje de la energía original tendrá cada objeto después del choque? *b*) Aplique el resultado del inciso *a*) a los siguientes casos especiales: **i.** $m_A = m_B$ y **ii.** $m_A = 5m_B$. *c*) ¿Con qué valores, si existen, de la razón de masas m_A/m_B la energía cinética original se divide equitativamente entre los dos objetos después del choque?

8.95 •• **PA** En el centro de distribución de una compañía de embarques, un carrito abierto de 50.0 kg está rodando hacia la izquierda con rapidez de 5.00 m/s (figura P8.95). La fricción entre el carrito y el piso es despreciable. Un paquete de 15.0 kg baja deslizándose por una rampa inclinada 37° sobre la horizontal y sale proyectado con una rapidez de 3.00 m/s. El paquete cae en el carrito y siguen avanzando juntos. Si el extremo inferior de la rampa está a una altura de 4.00 m sobre el fondo del carrito, *a*) ¿qué rapidez tendrá el paquete inmediatamente antes de caer en el carrito? y *b*) ¿qué rapidez final tendrá el carrito?

Figura **P8.95**



8.96 • Un disco azul de hockey con masa de 0.0400 kg, que se desliza con rapidez de 0.200 m/s sobre una mesa de aire horizontal sin fricción, experimenta un choque perfectamente elástico de frente con un disco rojo de masa *m*, inicialmente en reposo. Después del choque, la velocidad del disco azul es de 0.050 m/s en la misma dirección que su velocidad inicial. Calcule *a*) la velocidad (magnitud y dirección) del disco rojo después del choque; y *b*) la masa *m* del disco rojo.

8.97 ••• Jack y Jill están de pie sobre una caja en reposo en la superficie horizontal sin fricción de un estanque congelado. La masa de Jack es de 75.0 kg, la de Jill es de 45.0 kg y la de la caja es de 15.0 kg. Se acuerdan que deben ir por un cubo de agua, así que los dos saltan horizontalmente desde encima de la caja. Inmediatamente después de saltar, cada uno se aleja de la caja con una rapidez de 4.00 m/s relativa a la caja. *a*) ¿Qué rapidez final tiene la caja si Jack y Jill saltan simultáneamente y en la misma dirección? (*Sugerencia:* Use un sistema de coordenadas inercial fijo al suelo). *b*) ¿Cuál es la rapidez final de la caja si Jack salta primero y Jill lo hace unos segundos después, en la misma dirección? *c*) ¿Qué rapidez final tiene la caja si Jill salta primero y luego Jack, en la misma dirección?

8.98 • Imagine que sostiene una pelota pequeña en contacto con una pelota grande y directamente arriba del centro de esta última. Si luego deja caer la pelota pequeña un poco después de dejar caer la grande, la pelota pequeña rebotará con rapidez sorprendente. Para ver el caso extremo, ignore la resistencia del aire y suponga que la pelota grande choca elásticamente con el piso y luego rebota para chocar elásticamente con la pelota pequeña en descenso. Justo antes del choque entre las dos pelotas, la grande se mueve hacia arriba con velocidad $\vec{v}$ y la pequeña tiene velocidad $-\vec{v}$. (¿Entiende por qué?). Suponga que la masa de la pelota grande es mucho mayor que la de la pequeña. *a*) ¿Qué velocidad tiene la pelota pequeña justo después del choque con la grande? *b*) Use la respuesta al inciso *a*) para calcular la razón entre la distancia de rebote de la pelota pequeña y la distancia que cayó antes del choque.

8.99 ••• Un disco de hockey *B* descansa sobre una superficie de hielo liso y es golpeado por otro disco *A* de la misma masa. *A* viaja inicialmente a 15.0 m/s y es desviado 25.0° con respecto a su dirección original. Suponga un choque perfectamente elástico. Calcule la rapidez final de cada disco y la dirección de la velocidad de *B* después del choque.

8.100 ••• **División de energía.** Un objeto con masa *m*, que inicialmente está en reposo, explota y produce dos fragmentos, uno con masa m_A y otro con masa m_B, donde $m_A + m_B = m$. *a*) Si se libera una energía *Q* en la explosión, ¿cuánta energía cinética tendrá cada fragmento inmediatamente después de la explosión? *b*) ¿Qué porcentaje de la energía total liberada recibirá cada fragmento si la masa de uno es cuatro veces la del otro?

8.101 ••• **Desintegración de neutrones.** Un neutrón en reposo se desintegra (se rompe) para producir un protón y un electrón. En la desintegración se libera energía, la cual aparece como energía cinética del protón y del electrón. La masa de un protón es 1836 veces la de un electrón. ¿Qué fracción de la energía total liberada se convertirá en energía cinética del protón?

8.102 •• Un núcleo de ^{232}Th (torio) en reposo se desintegra para producir un núcleo de ^{228}Ra (radio) con emisión de una partícula alfa. La energía cinética total de los productos de la desintegración es de 6.54×10^{-13} J. La masa de una partícula alfa es 1.76% de la masa de un núcleo de ^{228}Ra. Calcule la energía cinética de: *a*) el núcleo de ^{228}Ra en retroceso y *b*) la partícula alfa.

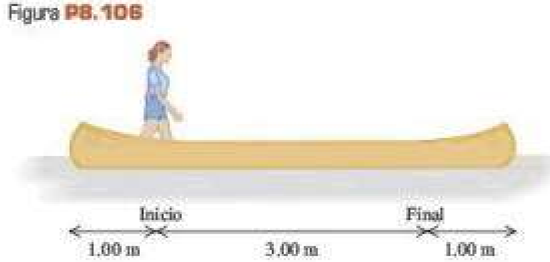
8.103 • **Antineutrino.** En la desintegración beta, un núcleo emite un electrón. Un núcleo de ^{210}Bi (bismuto) en reposo experimenta la desintegración beta para producir ^{210}Po (polonio). Suponga que el electrón emitido se mueve hacia la derecha con un momento lineal de 5.60×10^{-22} kg·m/s. El núcleo de ^{210}Po, cuya masa es de 3.50×10^{-25} kg, retrocede hacia la izquierda con rapidez de 1.14×10^3 m/s. La conservación del momento lineal requiere la emisión de una segunda partícula, llamada antineutrino. Calcule la magnitud y dirección del momento lineal del antineutrino emitido en esta desintegración.

8.104 •• Jonathan y Jane están sentados en un trineo en reposo sobre hielo sin fricción. Jonathan pesa 800 N, Jane pesa 600 N y el trineo pesa 1000 N. Las dos personas ven una araña venenosa en el piso del trineo y saltan hacia afuera. Jonathan salta a la izquierda con velocidad (relativa al hielo) de 5.00 m/s a 30.0° por arriba de la horizontal, y Jane salta a la derecha a 7.00 m/s (relativa al hielo) a 36.9° por arriba de la horizontal. Calcule la velocidad horizontal (magnitud y dirección) del trineo después del salto.

8.105 •• Dos amigos, Burt y Ernie, están de pie en los extremos opuestos de un tronco uniforme que está flotando en un lago. El tronco tiene 3.0 m de longitud y masa de 20.0 kg. La masa de Burt es de 30.0 kg y la de Ernie de 40.0 kg. Inicialmente los dos amigos y el tronco están en reposo relativo a la orilla. Entonces Burt ofrece a Ernie una galleta, quien camina hacia el extremo del tronco de Burt para tomarla. En relación con la orilla, ¿qué distancia se mueve el tronco durante el tiempo en que Ernie llega con Burt? Ignore la fuerza horizontal que el agua ejerce sobre el tronco y suponga que ni Burt ni Ernie caen del tronco.

8.106 •• Una mujer de 45.0 kg está de pie en una canoa de 60.0 kg y 5.00 m de longitud. Ella camina desde un punto a 1.00 m de un extremo hasta un punto a 1.00 m del otro extremo (figura P8.106). Si se ignora la resistencia del agua al movimiento de la canoa, ¿qué distancia se mueve la canoa durante este proceso?

Figura **P8.106**



8.107 •• Imagine que está de pie en una plancha de concreto que descansa sobre un lago congelado. Suponga que no hay fricción entre la plancha y el hielo. La plancha pesa cinco veces más que usted. Si usted comienza a caminar a 2.00 m/s en relación con el hielo, ¿con qué rapidez relativa al hielo se moverá la plancha?

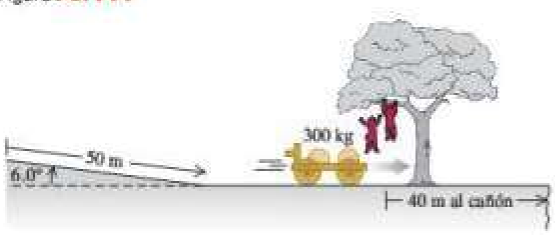
8.108 •• **PA** Un proyectil de 20.0 kg se dispara con un ángulo de 60.0° sobre la horizontal y rapidez de 80.0 m/s. En el punto más alto de la trayectoria, el proyectil estalla en dos fragmentos de igual masa; uno cae verticalmente con rapidez inicial cero. Ignore la resistencia del aire. *a)* ¿A qué distancia del punto de disparo cae el otro fragmento si el terreno es plano? *b)* ¿Cuánta energía se libera en la explosión?

8.109 ••• **PA** Un cohete de fuegos artificiales se dispara verticalmente hacia arriba. En su altura máxima de 80.0 m, estalla y se divide en dos fragmentos, uno con masa de 1.40 kg y otro con masa de 0.28 kg. En la explosión, 860 J de energía química se convierten en energía cinética de los dos fragmentos. *a)* ¿Qué rapidez tiene cada fragmento inmediatamente después de la explosión? *b)* Se observa que los dos fragmentos caen al suelo al mismo tiempo. ¿Qué distancia hay entre los puntos en los que caen? Suponga que el suelo es horizontal y que la resistencia del aire es despreciable.

8.110 ••• Un obús de 12.0 kg es disparado con un ángulo de 55.0° sobre la horizontal con una rapidez inicial de 150 m/s. En el punto más alto de la trayectoria, el obús estalla en dos fragmentos, uno con tres veces más masa que el otro. Los dos fragmentos llegan al suelo al mismo tiempo. Suponga que la resistencia del aire es despreciable. Si el fragmento más pesado cae en el punto desde el cual se lanzó el obús, ¿dónde caerá el fragmento más ligero y cuánta energía se habrá liberado en la explosión?

8.111 • **PA** Un bandido suelta una carreta con dos cajas de oro (masa total = 300 kg) que estaba en reposo 50 m cuesta arriba de una pendiente de 6.0° (figura P8.111). El plan es que la carreta baje la cuesta, ruede por terreno plano y luego caiga en un cañón donde sus cómplices esperan. Sin embargo, en un árbol a 40 m del borde del cañón están el Llanero Solitario (masa de 75.0 kg) y Toro (masa de 60.0 kg), quienes se dejan caer verticalmente sobre la carreta al pasar por debajo de ellos. *a)* Si nuestros héroes necesitan 5.0 s para tomar el oro y saltar, ¿lo lograrán antes de que la carreta llegue al borde del risco? La carreta rueda con fricción despreciable. *b)* Cuando los héroes caen en la carreta, ¿se conserva la energía cinética del sistema de los héroes más la carreta? Si no, ¿aumenta o disminuye, y por cuánto?

Figura **P8.111**



8.112 •• **CALC** En la sección 8.6 consideramos un cohete que se enciende en el espacio exterior donde no hay resistencia del aire y la fuerza de gravedad es despreciable. Suponga ahora que el cohete en reposo acelera verticalmente desde la superficie terrestre. Siga ignorando la resistencia del aire y considere solo la parte del movimiento en la que la altura del cohete es pequeña y g puede suponerse constante. *a)* ¿Cómo se modifica la ecuación (8.37) cuando se toma en cuenta la fuerza de gravedad? *b)* Deduzca una expresión para la aceleración a del cohete, análoga a la ecuación (8.39). *c)* ¿Qué aceleración tiene el cohete del ejemplo 8.15 (sección 8.6) si está cerca de la superficie terrestre y no en el espacio? Ignore la resistencia del aire. *d)* Calcule la rapidez del cohete del ejemplo 8.16 (sección 8.6) después de 90 s si parte de la superficie terrestre y no del espacio exterior. Puede despreciar la resistencia del aire. Compare su respuesta con la rapidez calculada en el ejemplo 8.16.

8.113 •• **Cohete de múltiples etapas.** Suponga que la primera etapa de un cohete de dos etapas tiene una masa total de 12,000 kg, de los cuales 9000 kg son de combustible. La masa total de la segunda etapa es 1000 kg, de los cuales 700 kg corresponden al combustible. Suponga que la rapidez relativa v_{esc} del material expulsado es constante, e ignore los efectos gravitacionales (que son pequeños durante el periodo de encendido si la tasa de consumo de combustible es alta). *a)* Suponga que todo el combustible de este cohete de dos etapas se utiliza en un cohete de una sola etapa con la misma masa total de 13,000 kg. En términos de v_{esc}, ¿qué rapidez tendría el cohete, partiendo del reposo, al agotarse el combustible? *b)* En cuanto al cohete de dos etapas, ¿qué rapidez tiene al agotarse el combustible de la primera etapa si esta transporta la segunda etapa hasta este punto? Dicha rapidez es ahora la rapidez inicial de la segunda etapa, que en este punto se separa de la primera. *c)* ¿Qué rapidez final tiene la segunda etapa? *d)* ¿Qué valor de v_{esc} se requiere para impartir a la segunda etapa del cohete una rapidez de 7.00 km/s?

PROBLEMAS DE DESAFÍO

8.114 • **CALC** **Gota de lluvia de masa variable.** En un problema de propulsión de cohetes, la masa es variable. Un problema similar es una gota de lluvia que cae a través de una nube de gotitas de agua, algunas de las cuales se adhieren a la gota *aumentando* su masa al caer. La fuerza sobre la gota es

$$F_{ext} = \frac{dp}{dt} = m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt}$$

Suponga que la masa de la gota depende de la distancia x que ha caído. Entonces, $m = kx$, donde k es constante, y $dm/dt = kv$. Puesto que $F_{ext} = mg$, esto da

$$mg = m\frac{dv}{dt} + v(kv)$$

O bien, dividiendo entre k,

$$xg = x\frac{dv}{dt} + v^2$$

Esta es una ecuación diferencial con solución de la forma $v = at$, donde a es la aceleración constante. Suponga que la velocidad inicial de la gota es cero. *a)* Usando la solución propuesta para v, calcule la aceleración a. *b)* Calcule la distancia que la gota cae en $t = 3.00$ s. *c)* Con $k = 2.00$ g/m, calcule la masa de la gota en $t = 3.00$ s. [Otros aspectos interesantes del problema pueden consultarse en K. S. Krane, *Amer. Jour. Phys.*, vol. 49 (1981), pp. 113-117].

8.115 •• **CALC** En la sección 8.5, calculamos el centro de masa considerando objetos constituidos por un número *finito* de masas puntuales u objetos que, por simetría, pueden representarse con un número finito de masas puntuales. Si la distribución de masa de un objeto sólido no permite una determinación simple del centro de masa por simetría, las sumas de las ecuaciones (8.28) deben generalizarse a integrales:

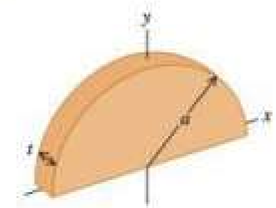
$$x_{cm} = \frac{1}{M}\int x\,dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M}\int y\,dm$$

donde x y y son las coordenadas de un fragmento pequeño del objeto con masa dm. Se integra sobre todo el objeto. Considere una varilla www.elsolucionario.net

delgada de longitud L, masa M y área transversal A. Sea el origen de coordenadas en el extremo izquierdo de la varilla y el eje $+x$ a lo largo de la varilla. *a*) Si la densidad $\rho = M/V$ del objeto es uniforme, realice la integración anterior para demostrar que la coordenada x del centro de masa está en el centro geométrico de la varilla. *b*) Si la densidad del objeto varía linealmente con x, es decir, $\rho = \alpha x$ (donde α es una constante positiva), calcule la coordenada x del centro de masa de la varilla.

8.116 •• **CALC** Use los métodos del problema de desafío 8.115 para calcular las coordenadas x y y del centro de masa de una placa metálica semicircular con densidad uniforme ρ, espesor t y radio a. La masa de la placa es entonces $M = \frac{1}{2}\rho\pi a^2 t$. Use el sistema de coordenadas de la figura P8.116.

Figura **P8.116**



Respuestas

Pregunta inicial del capítulo ?

Las dos balas tienen la misma magnitud de momento lineal $p = mv$ (el producto de la masa por la rapidez), pero la bala ligera, más rápida, tiene dos veces más energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$. Por lo tanto, la bala ligera puede efectuar dos veces más trabajo sobre la zanahoria (y causar dos veces más daño) en el proceso de detenerse (véase la sección 8.1).

Preguntas de las secciones Evalúe su comprensión

8.1 Respuesta: v, i y ii (empate en segundo lugar), iii y iv (empate en tercer lugar) El impulso de la fuerza neta se puede calcular de dos formas: **1.** como la fuerza neta multiplicada por el tiempo durante el que actúa la fuerza neta, y **2.** como el cambio en el momento lineal de la partícula sobre la que actúa la fuerza neta. Nuestra elección del método depende de qué información se nos dé. Tomamos la dirección $+x$ hacia el este. **i.** La fuerza no se conoce, así que usamos el método 2: $J_x = mv_{2x} - mv_{1x} = (1000\ \text{kg})(0) - (1000\ \text{kg})(25\ \text{m/s}) = -25{,}000\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$, por lo que la magnitud del impulso es $25{,}000\ \text{kg}\cdot\text{m/s} = 25{,}000\ \text{N}\cdot\text{s}$. **ii.** Por la misma razón que en **i**, usamos el método 2: $J_x = mv_{2x} - mv_{1x} = (1000\ \text{kg})(0) - (1000\ \text{kg})(25\ \text{m/s}) = -25{,}000\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$, y la magnitud del impulso, una vez más, es $25{,}000\ \text{kg}\cdot\text{m/s} = 25{,}000\ \text{N}\cdot\text{s}$. **iii.** La velocidad final no se conoce, así que usamos el método 1: $J_x = (\sum F_x)_{\text{med}}(t_2 - t_1) = (2000\ \text{N})(10\ \text{s}) = 20{,}000\ \text{N}\cdot\text{s}$, por lo que la magnitud del impulso es $20{,}000\ \text{N}\cdot\text{s}$. **iv.** Por la misma razón que en **iii**, empleamos el método 1: $J_x = (\sum F_x)_{\text{med}}(t_2 - t_1) = (-2000\ \text{N})(10\ \text{s}) = -20{,}000\ \text{N}\cdot\text{s}$, de manera que la magnitud del impulso es $20{,}000\ \text{N}\cdot\text{s}$. **v.** La fuerza no se conoce, así que usamos el método 2: $J_x = mv_{2x} - mv_{1x} = (1000\ \text{kg})(-25\ \text{m/s}) - (1000\ \text{kg})(25\ \text{m/s}) = -50{,}000\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$ y la magnitud del impulso es $50{,}000\ \text{kg}\cdot\text{m/s} = 50{,}000\ \text{N}\cdot\text{s}$.

8.2 Respuestas: *a*) $v_{C2x} > 0$, $v_{C2y} > 0$, *b*) pieza *C* No hay fuerzas horizontales externas, así que las componentes x y y del momento lineal total del sistema se conservan. Las dos componentes son cero antes de soltarse el resorte, así que después deberán ser cero. Por lo tanto,

$$P_x = 0 = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x} + m_C v_{C2x}$$
$$P_y = 0 = m_A v_{A2y} + m_B v_{B2y} + m_C v_{C2y}$$

Nos dicen que $m_A = m_B = m_C$, $v_{A2x} < 0$, $v_{A2y} = 0$, $v_{B2x} = 0$ y $v_{B2y} < 0$. Podemos resolver las ecuaciones anteriores para demostrar que $v_{C2x} = -v_{A2x} > 0$ y $v_{C2y} = -v_{B2y} > 0$, por lo que las componentes de velocidad de la pieza *C* son positivas. La pieza *C* tiene una rapidez $\sqrt{v_{C2x}^2 + v_{C2y}^2} = \sqrt{v_{A2x}^2 + v_{B2y}^2}$, que es mayor que la rapidez de cualquiera de las piezas *A* o *B*.

8.3 Respuestas: *a*) elástico, *b*) inelástico, *c*) totalmente inelástico En cada caso, la energía potencial gravitacional se convierte en energía cinética conforme la pelota cae, y el choque es entre la pelota y el suelo. En *a*) toda la energía inicial se convierte en energía potencial gravitacional, así que no se pierde energía cinética en el rebote, y el choque es elástico. En *b*) hay menos energía potencial gravitacional al final que al principio, por lo que algo de energía cinética se pierde en el rebote. Por lo tanto, el choque es inelástico. En *c*) la pelota pierde toda la energía cinética que tiene para dar, la pelota queda pegada al suelo, y el choque es totalmente inelástico.

8.4 Respuesta: peores Después del choque con una molécula de agua inicialmente en reposo, la rapidez del neutrón es $|(m_n - m_w)/(m_n + m_w)| = |(1.0\ \text{u} - 18\ \text{u})/(1.0\ \text{u} + 18\ \text{u})| = \frac{17}{19}$ de su rapidez inicial, y su energía cinética es $\left(\frac{17}{19}\right)^2 = 0.80$ del valor inicial. Por lo tanto, una molécula de agua es peor moderador que un átomo de carbono, cuyos valores son $\frac{11}{13}$ y $\left(\frac{11}{13}\right)^2 = 0.72$ respectivamente.

8.5 Respuesta: no Si la gravedad es la única fuerza que actúa sobre el sistema de dos fragmentos, el centro de masa seguirá la trayectoria parabólica de un objeto que cae libremente. Sin embargo, una vez que el fragmento toca tierra, el suelo ejerce una fuerza normal sobre ese fragmento. Por lo tanto, la fuerza neta sobre el sistema cambia, y la trayectoria del centro de masa se modifica en respuesta a ello.

8.6 Respuestas: *a*) creciente, *b*) decreciente De acuerdo con las ecuaciones (8.37) y (8.38), el empuje F es igual a $m\,(dv/dt)$, donde m es la masa del cohete y dv/dt es su aceleración. Como m disminuye con el tiempo, si el empuje F es constante, la aceleración deberá aumentar con el tiempo (la misma fuerza actúa sobre una masa menor); si la aceleración dv/dt es constante, el empuje deberá disminuir con el tiempo (se requiere una fuerza menor para acelerar una masa más pequeña).

Problema práctico

Respuestas: *a*) 1.00 m/s a la derecha *b*) Elástico
c) 1.93 m/s a −30.4°
d) 2.31 kg · m/s a 149.6° *e*) Inelástico
f) 1.67 m/s en dirección $+x$