MATEMÁTICA DISCRETA
Estructuras Algebraicas

Prof. Sergio Salinas

Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de Cuyo

Segundo semestre 2024

Contenido

Clasificación de Grupos

1. **Grupos Finito:** contienen un número finito de elementos.
2. **Grupos Infinito:** tienen un número infinito de elementos.
3. **Grupos Abelianos:** grupos en los que la operación es conmutativa.
4. **Grupos No Abelianos:** grupos donde la operación no es conmutativa.
5. **Grupos Cíclicos:** es un grupo que puede ser generado por un solo elemento.
6. **Grupos de Permutación:** grupos formados por las permutaciones de un conjunto.

7. **Grupos Simples:** grupos no triviales que no tienen subgrupos normales distintos de la identidad y del propio grupo.

8. **Grupos de Lie:** se utilizan en física y geometría.

9. **Grupos de Presentación:** grupos definidos por generadores y relaciones. Se utilizan para describir grupos complejos.

10. **Grupos Abelianos Libres:** grupos abelianos donde no hay relaciones no triviales entre generadores. Cualquier conjunto de generadores puede combinarse libremente.

11. **Grupos de Automorfismos:** grupos formados por los automorfismos de un grupo dado, donde la operación es la composición de funciones.

12. **Grupos de Galois:** grupos que relacionan las raíces de polinomios y las extensiones de cuerpos. Son fundamentales en la teoría de cuerpos y en la resolución de ecuaciones.

Definición

Decimos que un grupo $< G, * >$ *es* **cíclico** *si existe un elemento* $a \in G$ *tal que cualquier elemento* $x \in G$ *se puede expresar como*

$$x = a^n,$$

para algún entero n*. El elemento* a *se dice que es un* **generador** *de* G*, y algunas veces se lo denota por* $< a >$*.*

Ejemplo, $\mathbb{Z}_5$ es un grupo cíclico:

+	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
[0]	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
[1]	[1]	[2]	[3]	[4]	[0]
[2]	[2]	[3]	[4]	[0]	[1]
[3]	[3]	[4]	[0]	[1]	[2]
[4]	[4]	[0]	[1]	[2]	[3]

Ejemplo, $\mathbb{Z}_5$ es un grupo cíclico:

$+$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$
$[0]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$
$[1]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$
$[2]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$
$[3]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$
$[4]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$

Es posible observar que $[1]$ es un elemento generador de $< \mathbb{Z}_5, + >$ ya que

$$\begin{gathered}
1 \cdot [1] = [1] \\
2 \cdot [1] = [1] + [1] = [2] \\
3 \cdot [1] = [1] + [1] + [1] = [3] \\
4 \cdot [1] = [1] + [1] + [1] + [1] = [4]
\end{gathered}$$

Grupos cíclicos

Ejemplo, $\mathbb{Z}_5$ es un grupo cíclico:

$+$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$
$[0]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$
$[1]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$
$[2]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$
$[3]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$
$[4]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$

Es posible observar que $[2]$ es un elemento generador de $< \mathbb{Z}_5, + >$ ya que

$$\begin{gathered}
1 \cdot [2] = [2] \\
2 \cdot [2] = [2] + [2] = [4] \\
3 \cdot [2] = [2] + [2] + [2] = [1] \\
4 \cdot [2] = [2] + [2] + [2] + [2] = [3]
\end{gathered}$$

Ejemplo, $\mathbb{Z}_5$ es un grupo cíclico:

$+$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$
$[0]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$
$[1]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$
$[2]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$
$[3]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$
$[4]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$

Ejemplo, $\mathbb{Z}_5$ es un grupo cíclico:

$+$	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
[0]	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
[1]	[1]	[2]	[3]	[4]	[0]
[2]	[2]	[3]	[4]	[0]	[1]
[3]	[3]	[4]	[0]	[1]	[2]
[4]	[4]	[0]	[1]	[2]	[3]

Es posible observar que [3] es un elemento generador de $< \mathbb{Z}_5, + >$ ya que

Ejemplo, $\mathbb{Z}_5$ es un grupo cíclico:

$+$	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
[0]	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
[1]	[1]	[2]	[3]	[4]	[0]
[2]	[2]	[3]	[4]	[0]	[1]
[3]	[3]	[4]	[0]	[1]	[2]
[4]	[4]	[0]	[1]	[2]	[3]

Es posible observar que [3] es un elemento generador de $< \mathbb{Z}_5, + >$ ya que

$$1 \cdot [3] = [3]$$

Ejemplo, $\mathbb{Z}_5$ es un grupo cíclico:

$+$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$
$[0]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$
$[1]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$
$[2]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$
$[3]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$
$[4]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$

Es posible observar que [3] es un elemento generador de $< \mathbb{Z}_5, + >$ ya que

$$1 \cdot [3] = [3]$$
$$2 \cdot [3] = [3] + [3] = [1]$$

Ejemplo, $\mathbb{Z}_5$ es un grupo cíclico:

$+$	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
[0]	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
[1]	[1]	[2]	[3]	[4]	[0]
[2]	[2]	[3]	[4]	[0]	[1]
[3]	[3]	[4]	[0]	[1]	[2]
[4]	[4]	[0]	[1]	[2]	[3]

Es posible observar que [3] es un elemento generador de $< \mathbb{Z}_5, + >$ ya que

$$1 \cdot [3] = [3]$$
$$2 \cdot [3] = [3] + [3] = [1]$$
$$3 \cdot [2] = [3] + [3] + [3] = [4]$$

Ejemplo, $\mathbb{Z}_5$ es un grupo cíclico:

$+$	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
[0]	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
[1]	[1]	[2]	[3]	[4]	[0]
[2]	[2]	[3]	[4]	[0]	[1]
[3]	[3]	[4]	[0]	[1]	[2]
[4]	[4]	[0]	[1]	[2]	[3]

Es posible observar que [3] es un elemento generador de $< \mathbb{Z}_5, + >$ ya que

$$\begin{gathered}1 \cdot [3] = [3] \\ 2 \cdot [3] = [3] + [3] = [1] \\ 3 \cdot [2] = [3] + [3] + [3] = [4] \\ 4 \cdot [2] = [3] + [3] + [3] + [3] = [2]\end{gathered}$$

Ejemplo, $\mathbb{Z}_5$ es un grupo cíclico:

$+$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$
$[0]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$
$[1]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$
$[2]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$
$[3]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$
$[4]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$

Es posible observar que [3] es un elemento generador de $< \mathbb{Z}_5, + >$ ya que

$$
\begin{gathered}
1 \cdot [3] = [3] \\
2 \cdot [3] = [3] + [3] = [1] \\
3 \cdot [2] = [3] + [3] + [3] = [4] \\
4 \cdot [2] = [3] + [3] + [3] + [3] = [2]
\end{gathered}
$$

¿Existen otros elementos generadores de $< \mathbb{Z}_5, + >$?

Ejemplo, $\mathbb{Z}_5$ es un grupo cíclico:

$+$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$
$[0]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$
$[1]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$
$[2]$	$[2]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$
$[3]$	$[3]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$
$[4]$	$[4]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$

Es posible observar que [3] es un elemento generador de $< \mathbb{Z}_5, + >$ ya que

$$\begin{gathered} 1 \cdot [3] = [3] \\ 2 \cdot [3] = [3] + [3] = [1] \\ 3 \cdot [2] = [3] + [3] + [3] = [4] \\ 4 \cdot [2] = [3] + [3] + [3] + [3] = [2] \end{gathered}$$

¿Existen otros elementos generadores de $< \mathbb{Z}_5, + >$?
Todos los elementos generadores de $< \mathbb{Z}_5, + >$ son $[1], [2], [3], [4]$ y $[5]$.

Theorem

Sea $< \mathbb{Z}_5, + >$ *un grupo cíclico, entonces se cumplen las siguientes propiedades:*

1. *G es un grupo abeliano.*
2. *Si a es un generador de G entonces a^{-1} también es un generador de G.*
3. *Si G es finito y a es un generador de G de orden n entonces*

$$G = \{a, a^2, \cdots, a^{n-1}, a^n = e\}$$

4. *Sea G finito de orden n, $1 \leq m < n$ y a un generador de G, entonces*

   a^m es un generador de G si y sólo si el máximo común divisor de m y n es 1.

   Además, n es el menor entero positivo tal que $a^n = e$.

Grupos de Permutaciones

Permutaciones

Permutaciones

- Consideraremos funciones de un conjunto en sí mismo, es decir $f : A \to A$, donde el dominio y la imagen de la función es el mismo conjunto A.

Permutaciones

- Consideraremos funciones de un conjunto en sí mismo, es decir $f : A \to A$, donde el dominio y la imagen de la función es el mismo conjunto A.
- Dos funciones f y g en A son iguales si y sólo si $f(x) = g(x)$ para cada elemento x en A.

Permutaciones

- Consideraremos funciones de un conjunto en sí mismo, es decir $f : A \to A$, donde el dominio y la imagen de la función es el mismo conjunto A.
- Dos funciones f y g en A son iguales si y sólo si $f(x) = g(x)$ para cada elemento x en A.
- Si f y g son funciones de A en A, entonces su composición $f \circ g$ es también una función de A en A definida por $[f \circ g](x) = f(g(x))$ para cada x en A.

Permutaciones

- Consideraremos funciones de un conjunto en sí mismo, es decir $f : A \to A$, donde el dominio y la imagen de la función es el mismo conjunto A.
- Dos funciones f y g en A son iguales si y sólo si $f(x) = g(x)$ para cada elemento x en A.
- Si f y g son funciones de A en A, entonces su composición $f \circ g$ es también una función de A en A definida por $[f \circ g](x) = f(g(x))$ para cada x en A.
- Es importante resaltar que la composición de funciones es asociativa y la composición de dos funciones biyectivas también es una función biyectiva.

Definición

Una permutación es una función biyectiva de un conjunto no vacío $S \to S$ recibe el nombre de permutación de S.

Por ejemplo, si $S = \{a, b\}$ las dos posibles permutaciones de $\{a, b\}$ son $\{a, b\}$ y $\{b, a\}$ y se representan con la siguiente notación:

Permutaciones

Por ejemplo, si $S = \{a, b\}$ las dos posibles permutaciones de $\{a, b\}$ son $\{a, b\}$ y $\{b, a\}$ y se representan con la siguiente notación:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix} \text{ y}$$

Por ejemplo, si $S = \{a, b\}$ las dos posibles permutaciones de $\{a, b\}$ son $\{a, b\}$ y $\{b, a\}$ y se representan con la siguiente notación:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix} \text{ y } \sigma_2 = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix},$$

Permutaciones

Por ejemplo, si $S = \{a, b\}$ las dos posibles permutaciones de $\{a, b\}$ son $\{a, b\}$ y $\{b, a\}$ y se representan con la siguiente notación:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix} \text{ y } \sigma_2 = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix},$$

donde el primer renglón de σ contiene los elementos de S en el orden indicado y el segundo renglón proporciona sus imágenes.

Por ejemplo, si $S = \{a, b\}$ las dos posibles permutaciones de $\{a, b\}$ son $\{a, b\}$ y $\{b, a\}$ y se representan con la siguiente notación:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix} \text{ y } \sigma_2 = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix},$$

donde el primer renglón de σ contiene los elementos de S en el orden indicado y el segundo renglón proporciona sus imágenes.

En estas condiciones el conjunto $S_2 = \{\sigma_1, \sigma_2\}$ es el conjunto de todas las permutaciones posibles de elementos de S.

Propiedades:

Propiedades:

1. La composición de cualesquiera dos permutaciones de A es una permutación de A.

Propiedades:

1. La composición de cualesquiera dos permutaciones de A es una permutación de A.
2. Para cualquier conjunto A la función identidad en A representada por ε es una función donde $\varepsilon(x) = x$ para cada elemento de A.

Propiedades:

1. La composición de cualesquiera dos permutaciones de A es una permutación de A.
2. Para cualquier conjunto A la función identidad en A representada por ε es una función donde $\varepsilon(x) = x$ para cada elemento de A.
3. Cualquier permutación f en A cumple la siguiente propiedad $f \circ \varepsilon = f$ y $\varepsilon \circ f = f$, otra forma de representarlo es mediante la siguiente notación $[f \circ \varepsilon](x) = f(\varepsilon(x)) = f(x)$.

Propiedades:

1. La composición de cualesquiera dos permutaciones de A es una permutación de A.
2. Para cualquier conjunto A la función identidad en A representada por ε es una función donde $\varepsilon(x) = x$ para cada elemento de A.
3. Cualquier permutación f en A cumple la siguiente propiedad $f \circ \varepsilon = f$ y $\varepsilon \circ f = f$, otra forma de representarlo es mediante la siguiente notación $[f \circ \varepsilon](x) = f(\varepsilon(x)) = f(x)$.
4. Considerando que una permutación es una función biyectiva entonces por definición existe la inversa de tal función.

Propiedades:

1. La composición de cualesquiera dos permutaciones de A es una permutación de A.
2. Para cualquier conjunto A la función identidad en A representada por ε es una función donde $\varepsilon(x) = x$ para cada elemento de A.
3. Cualquier permutación f en A cumple la siguiente propiedad $f \circ \varepsilon = f$ y $\varepsilon \circ f = f$, otra forma de representarlo es mediante la siguiente notación $[f \circ \varepsilon](x) = f(\varepsilon(x)) = f(x)$.
4. Considerando que una permutación es una función biyectiva entonces por definición existe la inversa de tal función.
5. La inversa de cualquier permutación de A es una permutación de A.

Propiedades:

1. La composición de cualesquiera dos permutaciones de A es una permutación de A.
2. Para cualquier conjunto A la función identidad en A representada por ε es una función donde $\varepsilon(x) = x$ para cada elemento de A.
3. Cualquier permutación f en A cumple la siguiente propiedad $f \circ \varepsilon = f$ y $\varepsilon \circ f = f$, otra forma de representarlo es mediante la siguiente notación $[f \circ \varepsilon](x) = f(\varepsilon(x)) = f(x)$.
4. Considerando que una permutación es una función biyectiva entonces por definición existe la inversa de tal función.
5. La inversa de cualquier permutación de A es una permutación de A.
6. Si f es cualquier permutación de A y f^{-1} es su inversa entonces $f^{-1} \circ f = \varepsilon$ y $f \circ f^{-1} = \varepsilon$ es decir $[f^{-1} \circ f](x) = \varepsilon(x)$ esto es $f^{-1}(f(x)) = x$.

Propiedades:

1. La composición de cualesquiera dos permutaciones de A es una permutación de A.
2. Para cualquier conjunto A la función identidad en A representada por ε es una función donde $\varepsilon(x) = x$ para cada elemento de A.
3. Cualquier permutación f en A cumple la siguiente propiedad $f \circ \varepsilon = f$ y $\varepsilon \circ f = f$, otra forma de representarlo es mediante la siguiente notación $[f \circ \varepsilon](x) = f(\varepsilon(x)) = f(x)$.
4. Considerando que una permutación es una función biyectiva entonces por definición existe la inversa de tal función.
5. La inversa de cualquier permutación de A es una permutación de A.
6. Si f es cualquier permutación de A y f^{-1} es su inversa entonces $f^{-1} \circ f = \varepsilon$ y $f \circ f^{-1} = \varepsilon$ es decir $[f^{-1} \circ f](x) = \varepsilon(x)$ esto es $f^{-1}(f(x)) = x$.

Ejemplo:

Ejemplo:

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \text{ y}$$

Ejemplo:

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

entonces

$$f \circ g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejemplo:

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

entonces

$$f \circ g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

ya que por ejemplo $f \circ g(1) = f(g(1)) = f(3) = 4$ y así con cada elemento.

Permutaciones

- El conjunto de todas las permutaciones de un conjunto A con la operación $\circ$ de composición es un grupo.

- El conjunto de todas las permutaciones de un conjunto A con la operación $\circ$ de composición es un grupo.
- Para cualquier conjunto A de todas las permutaciones de A se denomina grupo simétrico en A y se representa con el símbolo S_A.

Permutaciones

- El conjunto de todas las permutaciones de un conjunto A con la operación $\circ$ de composición es un grupo.
- Para cualquier conjunto A de todas las permutaciones de A se denomina grupo simétrico en A y se representa con el símbolo S_A.
- Para cualquier entero positivo n, el grupo simétrico en el conjunto $A = \{1, 2, 3, ..., n\}$ se denomina grupo simétrico de n elementos y se denota con S_n.

Consideremos el conjunto $A = \{1, 2, 3\}$ entonces S_3 está definido por todas las posibles permutaciones en A.

Consideremos el conjunto $A = \{1, 2, 3\}$ entonces S_3 está definido por todas las posibles permutaciones en A.

	$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	
	$\tau_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	$\tau_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	

Consideremos el conjunto $A = \{1, 2, 3\}$ entonces S_3 está definido por todas las posibles permutaciones en A.

	$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	
	$\tau_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	$\tau_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	

Utilizando la notación de funciones entonces $\sigma_1(2) = 3$ y la composición $[\sigma_1 \circ \tau_1](3) = \sigma_1(\tau_1(3)) = \sigma_1(2) = 3$.

Es posible verificar la siguiente tabla para S_3 :

Es posible verificar la siguiente tabla para S_3 :

$\circ$	σ_0	σ_1	σ_2	τ_1	τ_2	τ_3
σ_0	σ_0	σ_1	σ_2	τ_1	τ_2	τ_3
σ_1	σ_1	σ_2	σ_0	τ_2	τ_3	τ_1
σ_2	σ_2	σ_0	σ_1	τ_3	τ_1	τ_2
τ_1	τ_1	τ_3	τ_2	σ_0	σ_2	σ_1
τ_2	τ_2	τ_1	τ_3	σ_1	σ_0	σ_2
τ_3	τ_3	τ_2	τ_1	σ_2	σ_1	σ_0

Calcular las permutaciones de los elementos $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ dadas por:

Calcular las permutaciones de los elementos $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ dadas por:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \ \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \ \delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Permutaciones

Calcular las permutaciones de los elementos $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ dadas por:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \; \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \; \delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\alpha\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Calcular las permutaciones de los elementos $\{1,2,3,4,5\}$ dadas por:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \ \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \ \delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\alpha\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\alpha^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Considerar las permutaciones de los elementos $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ dadas por:

Considerar las permutaciones de los elementos $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ dadas por:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \ \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \ \delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Considerar las permutaciones de los elementos $\{1,2,3,4,5\}$ dadas por:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \ \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \ \delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\beta\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Considerar las permutaciones de los elementos $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ dadas por:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\beta\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\delta^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Resolver la ecuación $\alpha x = \beta$ significa encontrar el valor de x que satisface la igualdad.

Resolver la ecuación $\alpha x = \beta$ significa encontrar el valor de x que satisface la igualdad.

Para ello se calcula α^{-1} y se multiplica en ambos lados de la igualdad, es decir $\alpha^{-1}\alpha x = \alpha^{-1}\beta$, entonces $ex = \alpha^{-1}\beta$ y por lo tanto $x = \alpha^{-1}\beta$.

Resolver la ecuación $\alpha x = \beta$ significa encontrar el valor de x que satisface la igualdad.

Para ello se calcula α^{-1} y se multiplica en ambos lados de la igualdad, es decir $\alpha^{-1}\alpha x = \alpha^{-1}\beta$, entonces $ex = \alpha^{-1}\beta$ y por lo tanto $x = \alpha^{-1}\beta$.

- $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

Resolver la ecuación $\alpha x = \beta$ significa encontrar el valor de x que satisface la igualdad.

Para ello se calcula α^{-1} y se multiplica en ambos lados de la igualdad, es decir $\alpha^{-1}\alpha x = \alpha^{-1}\beta$, entonces $ex = \alpha^{-1}\beta$ y por lo tanto $x = \alpha^{-1}\beta$.

- $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$
- $\alpha^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

Resolver la ecuación $\alpha x = \beta$ significa encontrar el valor de x que satisface la igualdad.

Para ello se calcula α^{-1} y se multiplica en ambos lados de la igualdad, es decir $\alpha^{-1}\alpha x = \alpha^{-1}\beta$, entonces $ex = \alpha^{-1}\beta$ y por lo tanto $x = \alpha^{-1}\beta$.

- $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$
- $\alpha^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$
- $x = \alpha^{-1}\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} =$
  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

Posibles conjuntos a considerar

1. Conjuntos de números:

Posibles conjuntos a considerar

1. Conjuntos de números:
   1) $\mathbb{N} = \{x | x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$

Posibles conjuntos a considerar

1. Conjuntos de números:
   1) $\mathbb{N} = \{x | x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
   2) $\mathbb{Z} = \{x | x \text{ es un número entero }\} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

Posibles conjuntos a considerar

1. Conjuntos de números:
   1) $\mathbb{N} = \{x|x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
   2) $\mathbb{Z} = \{x|x \text{ es un número entero }\} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
   3) $\mathbb{Q} = \{x|x \text{ es un número racional}\}$ es todo número que puede expresarse como una fracción $\frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros.

1. Conjuntos de números:
   1) $\mathbb{N} = \{x|x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
   2) $\mathbb{Z} = \{x|x \text{ es un número entero }\} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
   3) $\mathbb{Q} = \{x|x \text{ es un número racional}\}$ es todo número que puede expresarse como una fracción $\frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros.
   4) $I = \{x|x \text{ es un número irracional}\}$ es todo número que no puede expresarse como una razón de dos números enteros. Ejemplos: $\pi, e, \sqrt{2}$.

Posibles conjuntos a considerar

1. Conjuntos de números:
   1) $\mathbb{N} = \{x|x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
   2) $\mathbb{Z} = \{x|x \text{ es un número entero }\} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
   3) $\mathbb{Q} = \{x|x \text{ es un número racional}\}$ es todo número que puede expresarse como una fracción $\frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros.
   4) $I = \{x|x \text{ es un número irracional}\}$ es todo número que no puede expresarse como una razón de dos números enteros. Ejemplos: $\pi, e, \sqrt{2}$.
   5) $\mathbb{R} = \{x|x \text{ es un número real}\}$ es todo número en una recta.

Posibles conjuntos a considerar

1. Conjuntos de números:
   1) $\mathbb{N} = \{x|x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
   2) $\mathbb{Z} = \{x|x \text{ es un número entero }\} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
   3) $\mathbb{Q} = \{x|x \text{ es un número racional}\}$ es todo número que puede expresarse como una fracción $\frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros.
   4) $I = \{x|x \text{ es un número irracional}\}$ es todo número que no puede expresarse como una razón de dos números enteros. Ejemplos: $\pi, e, \sqrt{2}$.
   5) $\mathbb{R} = \{x|x \text{ es un número real}\}$ es todo número en una recta.
   6) $\mathbb{C} = \{x|x \text{ es un número complejo}\}$ este conjunto incluye todas las raíces de los polinomios.

Posibles conjuntos a considerar

1. Conjuntos de números:
    1) $\mathbb{N} = \{x|x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
    2) $\mathbb{Z} = \{x|x \text{ es un número entero }\} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
    3) $\mathbb{Q} = \{x|x \text{ es un número racional}\}$ es todo número que puede expresarse como una fracción $\frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros.
    4) $I = \{x|x \text{ es un número irracional}\}$ es todo número que no puede expresarse como una razón de dos números enteros. Ejemplos: $\pi, e, \sqrt{2}$.
    5) $\mathbb{R} = \{x|x \text{ es un número real}\}$ es todo número en una recta.
    6) $\mathbb{C} = \{x|x \text{ es un número complejo}\}$ este conjunto incluye todas las raíces de los polinomios.
2. Conjunto de permutaciones S_n.

Posibles conjuntos a considerar

1. Conjuntos de números:
   1) $\mathbb{N} = \{x|x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
   2) $\mathbb{Z} = \{x|x \text{ es un número entero }\} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
   3) $\mathbb{Q} = \{x|x \text{ es un número racional}\}$ es todo número que puede expresarse como una fracción $\frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros.
   4) $I = \{x|x \text{ es un número irracional}\}$ es todo número que no puede expresarse como una razón de dos números enteros. Ejemplos: $\pi, e, \sqrt{2}$.
   5) $\mathbb{R} = \{x|x \text{ es un número real}\}$ es todo número en una recta.
   6) $\mathbb{C} = \{x|x \text{ es un número complejo}\}$ este conjunto incluye todas las raíces de los polinomios.
2. Conjunto de permutaciones S_n.
3. Conjuntos formado por $n\mathbb{Z}$.

Posibles conjuntos a considerar

1. Conjuntos de números:
   1) $\mathbb{N} = \{x|x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
   2) $\mathbb{Z} = \{x|x \text{ es un número entero }\} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
   3) $\mathbb{Q} = \{x|x \text{ es un número racional}\}$ es todo número que puede expresarse como una fracción $\frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros.
   4) $I = \{x|x \text{ es un número irracional}\}$ es todo número que no puede expresarse como una razón de dos números enteros. Ejemplos: $\pi, e, \sqrt{2}$.
   5) $\mathbb{R} = \{x|x \text{ es un número real}\}$ es todo número en una recta.
   6) $\mathbb{C} = \{x|x \text{ es un número complejo}\}$ este conjunto incluye todas las raíces de los polinomios.
2. Conjunto de permutaciones S_n.
3. Conjuntos formado por $n\mathbb{Z}$.
4. Conjuntos formado por $\mathbb{Z}_n$.

Posibles conjuntos a considerar

1. Conjuntos de números:
   1) $\mathbb{N} = \{x | x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
   2) $\mathbb{Z} = \{x | x \text{ es un número entero }\} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
   3) $\mathbb{Q} = \{x | x \text{ es un número racional}\}$ es todo número que puede expresarse como una fracción $\frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros.
   4) $I = \{x | x \text{ es un número irracional}\}$ es todo número que no puede expresarse como una razón de dos números enteros. Ejemplos: $\pi, e, \sqrt{2}$.
   5) $\mathbb{R} = \{x | x \text{ es un número real}\}$ es todo número en una recta.
   6) $\mathbb{C} = \{x | x \text{ es un número complejo}\}$ este conjunto incluye todas las raíces de los polinomios.
2. Conjunto de permutaciones S_n.
3. Conjuntos formado por $n\mathbb{Z}$.
4. Conjuntos formado por $\mathbb{Z}_n$.
5. Conjunto de divisores D_n.

Posibles conjuntos a considerar

1. Conjuntos de números:
    1) $\mathbb{N} = \{x|x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
    2) $\mathbb{Z} = \{x|x \text{ es un número entero }\} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
    3) $\mathbb{Q} = \{x|x \text{ es un número racional}\}$ es todo número que puede expresarse como una fracción $\frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros.
    4) $I = \{x|x \text{ es un número irracional}\}$ es todo número que no puede expresarse como una razón de dos números enteros. Ejemplos: $\pi, e, \sqrt{2}$.
    5) $\mathbb{R} = \{x|x \text{ es un número real}\}$ es todo número en una recta.
    6) $\mathbb{C} = \{x|x \text{ es un número complejo}\}$ este conjunto incluye todas las raíces de los polinomios.
2. Conjunto de permutaciones S_n.
3. Conjuntos formado por $n\mathbb{Z}$.
4. Conjuntos formado por $\mathbb{Z}_n$.
5. Conjunto de divisores D_n.
6. Conjunto de productos $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$.

Posibles conjuntos a considerar

1. Conjuntos de números:
   1) $\mathbb{N} = \{x|x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
   2) $\mathbb{Z} = \{x|x \text{ es un número entero }\} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
   3) $\mathbb{Q} = \{x|x \text{ es un número racional}\}$ es todo número que puede expresarse como una fracción $\frac{p}{q}$ donde p y q son números enteros.
   4) $I = \{x|x \text{ es un número irracional}\}$ es todo número que no puede expresarse como una razón de dos números enteros. Ejemplos: π, e, $\sqrt{2}$.
   5) $\mathbb{R} = \{x|x \text{ es un número real}\}$ es todo número en una recta.
   6) $\mathbb{C} = \{x|x \text{ es un número complejo}\}$ este conjunto incluye todas las raíces de los polinomios.
2. Conjunto de permutaciones S_n.
3. Conjuntos formado por $n\mathbb{Z}$.
4. Conjuntos formado por $\mathbb{Z}_n$.
5. Conjunto de divisores D_n.
6. Conjunto de productos $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$.

Fin