UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERIA
en acción continua...

FISICA I

GUIA DE PROBLEMAS

EJERCITACION DE LA UNIDAD Nº1: ERRORES

Análisis dimensional

En muchas situaciones es posible que deba verificar una ecuación específica, para ver si satisface sus expectativas. Un procedimiento útil y poderoso llamado **análisis dimensional** ayuda para esta comprobación porque **las dimensiones son tratadas como cantidades algebraicas**. Por ejemplo, las cantidades se suman o restan sólo si tienen las mismas dimensiones. Además, los términos en ambos lados de una ecuación deben tener las mismas dimensiones. Al seguir estas simples reglas le será posible usar el análisis dimensional para determinar si una expresión tiene la forma correcta. Cualquier correspondencia es correcta sólo si las dimensiones en ambos lados de la ecuación son las mismas.

Para ilustrar este procedimiento, suponga que está interesado en una ecuación para la posición x de un automóvil en un tiempo t si el automóvil parte del reposo en $x = 0$ y se mueve con aceleración constante a. La expresión correcta para esta situación es $x = \frac{1}{2}at^2$. Aplique el análisis dimensional para cotejar la validez de esta expresión. La cantidad x en el lado izquierdo tiene la dimensión de longitud. Para que la ecuación sea correcta en términos dimensionales, la cantidad en el lado derecho también debe tener la dimensión de longitud. Es posible realizar una verificación dimensional al sustituir las dimensiones para aceleración, L/T^2 (tabla 1.5), y tiempo, T, en la ecuación. Esto es, la forma dimensional de la ecuación $x = \frac{1}{2}at^2$ es

$$L = \frac{L}{\cancel{T^2}} \cdot \cancel{T^2} = L$$

Muestre que la expresión $v = at$ es dimensionalmente correcta, donde v representa rapidez, a aceleración y t un instante de tiempo.

SOLUCIÓN

Identifique las dimensiones de v en la tabla 1.5: $[v] = \frac{L}{T}$

Encuentre las dimensiones de a en la tabla 1.5 y multiplique por las dimensiones de t: $[at] = \frac{L}{T^{\cancel{2}}}\cancel{T} = \frac{L}{T}$

Por lo tanto, $v = at$ es dimensionalmente correcta porque se tienen las mismas dimensiones en ambos lados. (Si la expresión se hubiese dado como $v = at^2$, sería dimensionalmente *incorrecta*. ¡Inténtelo y verá!)

Dimensiones y unidades de cuatro cantidades deducidas

Cantidad	Área	Volumen	Rapidez	Aceleración
Dimensiones	L^2	L^3	L/T	L/T^2
Unidades del SI	m^2	m^3	m/s	m/s^2
Sistema usual estadounidense	ft^2	ft^3	ft/s	ft/s^2

Conversión de unidades

1.4 Conversión de unidades

A veces debe convertir unidades de un sistema de medición a otro o convertir dentro de un sistema (por ejemplo, de kilómetros a metros). Las igualdades entre unidades de longitud del SI y las usuales estadounidenses son las siguientes:

$$1 \text{ mil} = 1\,609 \text{ m} = 1.609 \text{ km} \qquad 1 \text{ ft} = 0.304\,8 \text{ m} = 30.48 \text{ cm}$$

$$1 \text{ m} = 39.37 \text{ pulg} = 3.281 \text{ ft} \qquad 1 \text{ pulg} = 0.025\,4 \text{ m} = 2.54 \text{ cm (exactamente)}$$

En el apéndice A se encuentra una lista más completa de factores de conversión.

Como las dimensiones, las unidades se manipulan como cantidades algebraicas que se cancelan mutuamente. Por ejemplo, suponga que desea convertir 15.0 in a centímetros. Puesto que 1 in se define como exactamente 2.54 cm, encuentre que

$$15.0 \text{ pulg} = (15.0 \cancel{\text{pulg}})\left(\frac{2.54 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{pulg}}}\right) = 38.1 \text{ cm}$$

donde la relación entre paréntesis es igual a 1. Se debe colocar la unidad "pulgada" en el denominador de modo que se cancele con la unidad en la cantidad original. La unidad restante es el centímetro, el resultado deseado.

EJEMPLO 1.3 **¿Está acelerando?**

En una autopista interestatal en una región rural de Wyoming, un automóvil viaja con una rapidez de 38.0 m/s. ¿El conductor rebasó el límite de velocidad de 75.0 mi/h?

SOLUCIÓN

De la rapidez en m/s convierta metros en millas:

$$(38.0 \cancel{\text{m}}/\text{s})\left(\frac{1 \text{ mi}}{1\,609 \cancel{\text{m}}}\right) = 2.36 \times 10^{-2} \text{ mi/s}$$

Convierta segundos a horas:

$$(2.36 \times 10^{-2} \text{ mi}/\cancel{\text{s}})\left(\frac{60 \cancel{\text{s}}}{1 \cancel{\text{min}}}\right)\left(\frac{60 \cancel{\text{min}}}{1 \text{ h}}\right) = 85.0 \text{ mi/h}$$

En efecto, el conductor rebasó el límite de velocidad y debe reducirla.

¿Qué pasaría si? ¿Y si el conductor viniese de fuera de Estados Unidos y estuviese familiarizado con magnitudes de velocidad medidas en km/h? ¿Cuál es la rapidez del automóvil en km/h?

Respuesta Se puede convertir la respuesta final a las unidades adecuadas:

$$(85.0\ \cancel{\text{mi}}/\text{h})\left(\frac{1.609\ \text{km}}{1\ \cancel{\text{mi}}}\right) = 137\ \text{km/h}$$

La figura 1.3 muestra un indicador de velocidad de un automóvil que muestra magnitudes de velocidad tanto en mi/h como en km/h. ¿Le es posible verificar la conversión que acaba de realizar con esta fotografía?

Figura 1.3 Indicador de velocidad de un vehículo que muestra magnitudes de velocidad tanto en millas por hora como en kilómetros por hora.

Estimación y cálculo del orden de magnitud

EJEMPLO 1.4 **Respiraciones en una vida**

Estime el número de respiraciones realizadas durante una vida humana promedio.

SOLUCIÓN

Comience por estimar que la vida humana promedio es de alrededor de 70 años. Piense acerca del número promedio de respiraciones que una persona realiza en 1 min. Este número varía dependiendo de si la persona se ejercita, duerme, está enojada, serena y cosas por el estilo. Al orden de magnitud más cercano, debe elegir 10 respiraciones por minuto como estimación. (Es cierto que dicha estimación está más cerca al valor promedio verdadero que 1 respiración por minuto o 100 respiraciones por minuto.)

Encuentre el número aproximado de minutos en un año:

$$1\ \cancel{\text{año}}\left(\frac{400\ \cancel{\text{días}}}{1\ \cancel{\text{año}}}\right)\left(\frac{25\ \cancel{\text{h}}}{1\ \cancel{\text{día}}}\right)\left(\frac{60\ \text{min}}{1\ \cancel{\text{h}}}\right) = 6 \times 10^5\ \text{min}$$

Halle el número aproximado de minutos en una vida de 70 años:

$$\text{número de minutos} = (70\ \text{años})(6 \times 10^5\ \text{min/años}) = 4 \times 10^7\ \text{min}$$

Encuentre el número aproximado de respiraciones en una vida:

$$\text{número de respiraciones} = (10\ \text{respiraciones/min})(4 \times 10^7\ \text{min}) = 4 \times 10^8\ \text{respiraciones}$$

Por lo tanto, una persona toma en el orden de 10^9 respiraciones en una vida. Advierta cuánto más simple fue, en el primer cálculo, multiplicar 400×25 que trabajar con el más preciso 365×24.

¿Qué pasaría si? ¿Y si la vida promedio se estimase como 80 años en lugar de 70? ¿Esto cambiaría la estimación final?

Respuesta Se podría afirmar que $(80\ \text{años})(6 \times 10^5\ \text{min/año}) = 5 \times 10^7$ min, de modo que la estimación final debería ser 5×10^8 respiraciones. Esta respuesta todavía está en el orden de 10^9 respiraciones, de modo que una estimación del orden de magnitud no cambiaría.

FISICA I

GUIA DE PROBLEMAS

Prefijos para potencias de diez

Potencia	Prefijo	Abreviatura	Potencia	Prefijo	Abreviatura
10^{-24}	yocto	y	10^{3}	kilo	k
10^{-21}	zepto	z	10^{6}	mega	M
10^{-18}	atto	a	10^{9}	giga	G
10^{-15}	femto	f	10^{12}	tera	T
10^{-12}	pico	p	10^{15}	peta	P
10^{-9}	nano	n	10^{18}	exa	E
10^{-6}	micro	μ	10^{21}	zetta	Z
10^{-3}	mili	m	10^{24}	yotta	Y
10^{-2}	centi	c			
10^{-1}	deci	d			

Cifras significativas

1.6 Cifras significativas

Cuando se miden ciertas cantidades, los valores medidos se conocen sólo dentro de los límites de la incertidumbre experimental. El valor de esta incertidumbre depende de varios factores, como la calidad del aparato, la habilidad del experimentador y el número de mediciones realizadas. El número de **cifras significativas** en una medición sirve para expresar algo acerca de la incertidumbre.

Como ejemplo de cifras significativas, suponga que se le pide medir el área de un disco compacto usando una regleta como instrumento de medición. Suponga que la precisión a la que puede medir el radio del disco es ± 0.1 cm. Debido a la incertidumbre de ± 0.1 cm, si el radio mide 6.0 cm, sólo es posible afirmar que su radio se encuentra en algún lugar entre 5.9 y 6.1 cm. En este caso, el valor medido de 6.0 cm tiene dos cifras significativas. Note que **las cifras significativas incluyen el primer dígito estimado**. Por lo tanto, el radio se podría escribir como (6.0 ± 0.1) cm.

Ahora encuentre el área del disco usando la ecuación para el área de un círculo. Si afirma que el área es $A = \pi r^2 = \pi(6.0\text{ cm})^2 = 113\text{ cm}^2$, la respuesta sería injustificable porque contiene tres cifras significativas, que es mayor que el número de cifras significativas en el radio. Una buena regla empírica para la determinación del número de cifras significativas que se pueden afirmar en una multiplicación o división es la siguiente:

Cuando los números se sumen o resten, el número de lugares decimales en el resultado debe ser igual al número más pequeño de lugares decimales de cualquier término en la suma.

Cuando se multiplican muchas cantidades, el número de cifras significativas en la respuesta final es el mismo que el número de cifras significativas en la cantidad que tiene el número más pequeño de cifras significativas. La misma regla aplica para la división.

Operación matemática	Cifras significativas en el resultado
Multiplicación o división	No más que en el número que tiene menos cifras significativas *Ejemplo:* $(0.745 \times 2.2)/3.885 = 0.42$ *Ejemplo:* $(1.32578 \times 10^7) \times (4.11 \times 10^{-3}) = 5.45 \times 10^4$
Suma o resta	Lo determina el número con mayor incertidumbre (es decir, el menor número de dígitos a la derecha del punto decimal) *Ejemplo:* $27.153 + 138.2 - 11.74 = 153.6$

Ejemplo 1.3 Cifras significativas al multiplicar

La energía en reposo E de un objeto con masa en reposo m está dada por la ecuación de Einstein

$$E = mc^2$$

donde c es la rapidez de la luz en el vacío. Calcule E para un objeto con $m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg (la masa del electrón, con tres cifras significativas). La unidad del SI para E es el joule (J); $1\ \text{J} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: La incógnita es la energía E. Nos dan la ecuación que debemos utilizar y el valor de la masa m; en la sección 1.3 vimos que el valor exacto de la rapidez de la luz es $c = 299{,}792{,}458$ m/s $= 2.99792458 \times 10^8$ m/s.

EJECUTAR: Si sustituimos los valores de m y c en la ecuación de Einstein, tenemos

$$\begin{aligned} E &= (9.11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(2.99792458 \times 10^8\ \text{m/s})^2 \\ &= (9.11)(2.99792458)^2(10^{-31})(10^8)^2\ \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \\ &= (81.87659678)(10^{[-31+(2\times 8)]})\ \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \\ &= 8.187659678 \times 10^{-14}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

Dado que el valor de m se dio con sólo tres cifras significativas, debemos redondear esto a

$$E = 8.19 \times 10^{-14}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 = 8.19 \times 10^{-14}\ \text{J}$$

Casi todas las calculadoras usan notación científica y escriben los exponentes automáticamente; sin embargo, conviene saber realizar este tipo de cálculos a mano para cuando sea necesario.

EVALUAR: Mientras que la energía en reposo contenida en un electrón parecería ridículamente pequeña, en la escala atómica es enorme. Comparemos nuestra respuesta con 10^{-19} J, la energía que un solo átomo gana o pierde durante una reacción química común: ¡la energía en reposo de un electrón es aproximadamente 1,000,000 veces mayor! (Analizaremos el significado de la energía en reposo en el capítulo 37.)

FISICA I
GUIA DE PROBLEMAS

EJERCITACION

Análisis dimensional

1) ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones son dimensionalmente correctas?

a- $v_f = v_i + ax$, b- $y = y(2m)\cos(kx)\,; k = 2m^{-1}$

2) La ley de gravedad universal de Newton se representa por:

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

Aquí la F es la magnitud de la fuera gravitacional ejercida por un objeto pequeño, de masa m, sobre otro más grande, de masa M y r es la distancia de separación entre ellos. La fuerza tiene las unidades del SI $\left[\frac{kg.m}{s^2}\right]$. Cuáles son las unidades en el sistema SI de la constante de proporcionalidad G.

Conversión de unidades

3) Un lote rectangular mide 100 ft por 150 ft. Determine el área de este lote en metros cuadrados.

4) Un auditorio mide 40,0 m x 20,0 m x 1,0 m. La densidad del aire es de 1,20 kg/m^3. ¿Cuáles son a- el volumen de la habitación en pies cúbicos y el peso en libras del aire en la habitación?

5) Suponga que llenar un tanque de gasolina de 30,0 galones tarda 7,00 min.
a- Calcule la rapidez a la cual el tanque se llena en galones por segundo.
b- Calcule la rapidez a la cual el tanque se llena en metros cúbicos por segundo.

6) Una pieza sólida de plomo tiene una masa de 23,94 g y un volumen de 2,10 cm^3. Partir de estos datos, calcule la densidad del plomo en unidades del SI (kg/m^3).

Cifras significativas y notación exponencial

7) Una placa rectangular tiene unalongitud de (21,3 $\pm$ 0,2) cm y un ancho de (9,8 $\pm$ 0,1) cm. Calcule el área de la placa y su incertidumbre.

8) ¿Cuántas cifras significativas hay en los siguientes números:

a- (78,9 $\pm$ 0,2) , b- (3,788 $\pm 10^9$), c- (2,46 $\pm 10^{-6}$), d-0,0053

9) El radio de una esfera sólida uniforme mide $(6{,}50\ \pm 0{,}20)$ cm y su masa es de $(1{,}85\ \pm 0{,}02)$ kg. Determine la densidad de la esfera en kilogramos por metros cúbicos y la incertidumbre en la densidad.

10)Una barra que se extiende entre x = 0 cm y x =14,0 cm tiene un área de sección transversal uniforme A = 9,00 cm^2. Se fabrica de aleación de metal que cambia continuamente de modo que, a lo largo de su longitud, su densidad cambia de manera uniforme de 2,70 g/cm^3 a 19,3 g/cm^3. Calcule las constants B y C requeridas en la expresión: $\rho = B + Cx$ para describir la densidad variable.

11) En la siguieten tabla se presenta la información, obtenida a partir de las observaciones, de las masas y dimensiones de cilindros sólidas de aluminio, cobre, latón, estaño y hierro. Use esta información para calcular la densidad de dichas sustancias. Compare sus resultados con los de la tabla mostrada más abajo y que da sus densidades.

Sustancia	Masa (g)	Diámetro (cm)	Longitud (cm)
Aluminio	51.5	2.52	3.75
Cobre	56.3	1.23	5.06
Latón	94.4	1.54	5.69
Estaño	69.1	1.75	3.74
Hierro	216.1	1.89	9.77

Densidades de algunas sustancias comunes a temperatura (0°C) y presión (atmosférica) estándar

Sustancia	ρ (kg/m³)	Sustancia	ρ (kg/m³)
Aire	1.29	Hielo	0.917×10^3
Aluminio	2.70×10^3	Hierro	7.86×10^3
Benceno	0.879×10^3	Plomo	11.3×10^3
Cobre	8.92×10^3	Mercurio	13.6×10^3
Alcohol etílico	0.806×10^3	Roble	0.710×10^3
Agua pura	1.00×10^3	Oxígeno gaseoso	1.43
Glicerina	1.26×10^3	Pino	0.373×10^3
Oro	19.3×10^3	Platino	21.4×10^3
Helio	1.79×10^{-1}	Agua de mar	1.03×10^3
Hidrógeno gaseoso	8.99×10^{-2}	Plata	10.5×10^3