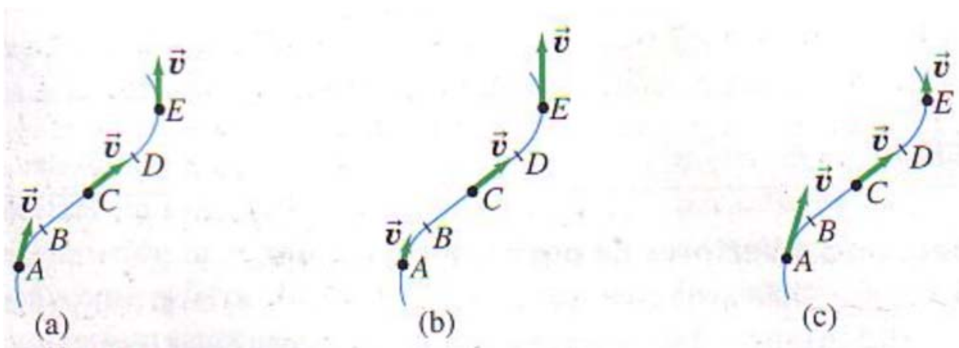
UNIDAD Nº2-b: MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

1) Una partícula sigue un camino como se muestra en la figura. Entre B y D, el camino es recto. Dibuje los vectores de aceleración en A, C y E si a) la partícula se mueve con rapidez constante; b) la rapidez aumenta continuamente; c) la rapidez disminuye continuamente.



2) Las ecuaciones paramétricas del movimiento de una partícula son:

$x = 3 + 2t + 4t^2$
$y = -1 + t + 2t^2$
$z = 5 - 3t - 6t^2$

Determinar: a) El tipo de movimiento descrito por la partícula. b) La ecuación de la trayectoria. c) La velocidad media en el intervalo de tiempo t= (1, 3).

Rta: a) Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado; b) $\frac{x-3}{2} = y + 1 = \frac{z-5}{-3}$; c) (18, 9; −27) m/s

3) El vector posición de una partícula cuyo movimiento es plano varía en función del tiempo según la expresión $\mathbf{r} = 2t\,\mathbf{i} - 8t^2\,\mathbf{j}$ m. Determinar: a) la ecuación de la trayectoria, b) la velocidad y aceleración.

Rta: a) $y = -2\,x^2$; b) v = 2i-16tj; a=-16j

4) Un punto material se mueve en el plano xy con las siguientes velocidades y aceleraciones:

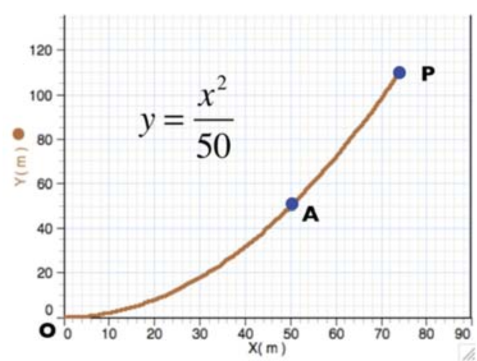
$v_y = 8t$ (m/s), $a_x = 4t$ (m/s^2); tal que en t = 0 s las condiciones iniciales son r = (0,2 m), v_x= 0 m/s. Hallar: a) La ecuación cartesiana de la trayectoria. b) La rapidez de la partícula cuando la coordenada x alcanza el valor de 18 m.

Rta: a) $x = \frac{1}{12}(y-2)^{3/2}$; b) v=30 m/s

5) Un pez que nada en un plano horizontal tiene una velocidad $\bar{v}_i = (4{,}00\,\check{\imath} + 1{,}00\,\check{\jmath})$ m/s en un punto en el océano donde la posición relativa a cierta roca es $\bar{r}_i = (10{,}00\,\check{\imath} - 4{,}00\check{\jmath})$ m . Después de que el pez nada con aceleración constante durante 20 segundos, su velocidad es $\bar{v} = (20{,}0\,\check{\imath} - 5{,}00\,\check{\jmath})$ m/s. a) ¿Cuáles son las componentes de la aceleración? b) ¿Cuál es la dirección de la aceleración respecto del vector unitario $\check{\imath}$? c) Si el pez mantiene la aceleración constante, ¿dónde está en t=25,0s y en qué dirección se mueve?

Rta: a) $\bar{a} = (0{,}800\,\check{\imath} + 0{,}200\,\check{\jmath})\mathrm{m/s^2}$; b) α_a=14 º2 ’; c) $\bar{r}_i = (360\,\check{\imath} - 21{,}0\check{\jmath})$ m

6) Una partícula recorre la parábola $y = \frac{x^2}{50}$ dirigiéndose hacia el punto O desde el punto P, como muestra la figura. La rapidez de la partícula es de la forma v=10t (m/s). a) Si la partícula tarda 3s en llegar al punto A, calcular el vector velocidad. b) Si la partícula tarda 5s en llegar al punto O, calcular el vector velocidad en O.

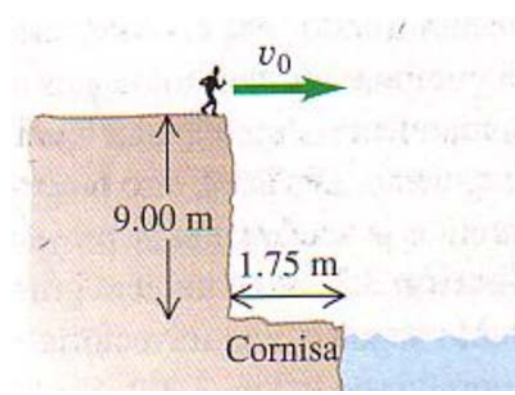


Rta: a) v = (−13,42;−26,83) m/s; b) v=(−50;0) m/s

7) La aceleración de una partícula cuyo movimiento es plano está dada por a =-k **i** + k **j** en donde k es una constante positiva. En el instante inicial se encuentra en el origen de coordenadas con velocidad v(0) = v_0 **i**. Determinar: a) la trayectoria, b) el valor de la velocidad mínima.

Rta: a) $(x+y)^2 = \left(\frac{2v_0}{k}\right)^2 y$;

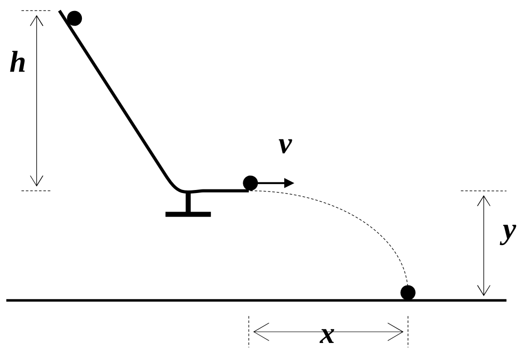
b) $v = \sqrt{(v_0 - 2v_0kt + 2k^2t^2)}$; $v_{min} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0$



8) Una osada nadadora de 510 N se lanza desde un risco con un impulso horizontal, como se muestra en la figura. ¿Qué rapidez mínima debe tener al saltar de lo alto del risco para no chocar con la cornisa en la base, que tiene una anchura de 1,75 m y está a 9,00 m abajo del borde superior del risco?

Rta: v_0=1,29 m/s

9) Suponga que una bolita se suelta desde el reposo en el extremo superior de la rampa, tal como muestra la figura. Encuentre la expresión que permita calcular la velocidad con la que la bolita abandona la rampa si conoce h, x e y.



10) Un cañón, situado a 60,0m de la base de un risco vertical de 25,0 m de altura, dispara una bala de cañón de 15 Kg con un ángulo de 43,0 º sobre la horizontal, hacia el risco. a) ¿Qué velocidad mínima de salida debe tener la bala para librar el borde superior del risco? b) El suelo en la parte superior del risco es plano, con una altura constante de 25,0 m sobre el cañón. En las condiciones de la parte a), ¿a qué distancia del borde del risco cae la bala?

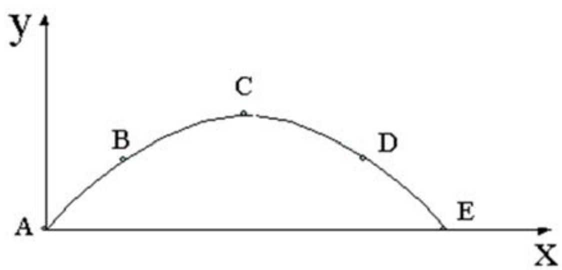
Rta: a) v_0=32,6 m/s; b) x=60 m

8) Un cohete diseñado para colocar cargas pequeñas en órbita se lleva hasta una altitud de 12,0 km, montado en un avión comercial convertido. Cuando el avión está volando en línea recta, con rapidez constante de 850 km/h, deja caer el cohete. Después, el avión mantiene la misma altitud y rapidez y sigue volando en línea recta. El cohete cae durante un lapso corto, después del cual el motor se enciende. A partir de ese momento, los efectos combinados del empuje y la gravedad imparten al cohete una aceleración constante de magnitud 3,00 g, dirigida con un ángulo de 30,0 º arriba de la horizontal. Por motivos de seguridad, el cohete deberá estar por lo menos 1,00 km adelante del avión cuando vuelva a alcanzar la altitud de éste. Determinar el tiempo mínimo que el

cohete debe caer antes de que su motor se encienda. Se puede hacer caso omiso de la resistencia del aire.

Rta: t = 5,15 s

9) Disparamos un proyectil desde el origen y éste describe una trayectoria parabólica como la de la figura. Despreciamos la resistencia del aire. Dibuje en las posiciones A, B, C, D y E el vector velocidad y el vector aceleración.



10) Una botella se deja caer desde el reposo en la posición x = 20 m e y = 30 m. Al mismo tiempo se lanza desde el origen una piedra con una velocidad de 15 m/s. a) Determinar el ángulo con el que tenemos que lanzar la piedra para que rompa la botella, calcular la altura a la que ha ocurrido el choque. b) Dibujar en la misma gráfica la trayectoria de la piedra y de la botella.

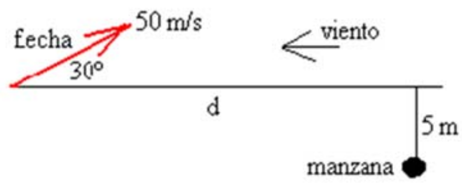
Rta: a) $\alpha = 56{,}3º$; b) y=1,69 m

11) Un avión militar vuela horizontalmente a una velocidad de 360 km/h y a una altura de 1000 m. a) Si quiere lanzar una bomba sobre un objetivo estático en tierra, ¿a qué distancia horizontal de éste debe hacerlo? b) Si el objetivo es un camión que circula a 72 km/h en la misma trayectoria rectilínea que el bombardero, ¿a qué distancia debe lanzar la bomba, tanto si el camión se acerca como si se aleja?

Rta: a) x = 1429m; b) x = 1714m si se acerca y x = 1143m si se aleja.

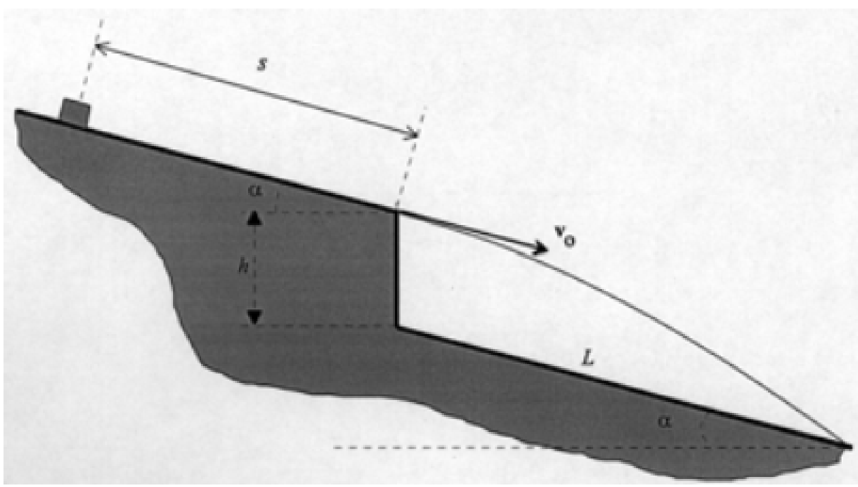
12) Un arquero va a intentar ensartar con una flecha una manzana dispuesta a cierta distancia d del punto de disparo (la manzana está 5m por debajo del punto de lanzamiento de la flecha). La flecha sale con una velocidad inicial de 50 m/s haciendo una inclinación de 30 º con la horizontal y el viento produce una aceleración horizontal opuesta a su velocidad de 2 m/s^2.

a) Calcular la distancia horizontal d a la que deberá estar la manzana.
b) Hallar la altura máxima que alcanza la flecha medida desde el punto de lanzamiento.



Rta: a) d = 201,23 m; b) y = 31,89 m

13) El bloque de la figura desliza sobre el plano inclinado partiendo del reposo recorriendo una distancia s hasta el borde del desnivel de altura h. Determinar la longitud L desde el pie del desnivel hasta el punto de choque.

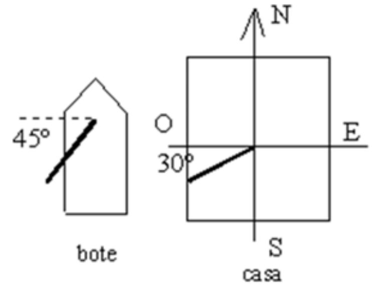


Rta: $L = 2\sqrt{s\ h\ sen\alpha}$

14) Un río fluye al sur a 2,0 m/s. Un hombre cruza el río en una lancha a motor con velocidad relativa al agua de 4,2 m/s al este. El río tiene 800 m de ancho. a) ¿Qué velocidad (magnitud y dirección) tiene la lancha relativa a la Tierra? b) ¿Cuánto tiempo tarda en cruzar el río? c) ¿A qué distancia al sur de su punto de partida llegará a la otra orilla? d) ¿Qué dirección debería tomar la lancha para llegar a un punto en la orilla opuesta directamente al este de su punto de partida? e) ¿Qué velocidad tendría la lancha relativa a la Tierra? f) ¿Cuánto tardaría en cruzar?

Rta: a) 4,65 m/s |64º; b) t =190s; c) r=380 m; d) α = 62º; e) v = 3,7 m/s; f) t = 217 s

15) Una bandera situada en el mástil de un bote flamea haciendo un ángulo de 45 º como se muestra en la figura, pero la bandera situada en la casa flamea haciendo un ángulo de 30 º. Si la velocidad del bote es de 10 km/h hacia el norte. Calcular la velocidad del viento.



Rta: v = 27,3 km/h

16) Durante una tormenta, la trayectoria de las gotas de agua observadas desde la ventana de un tren cuya velocidad es de 15 km/h, forman un ángulo de 30 ° con la vertical. Cuando la velocidad del tren ha aumentado hasta 30km/h el ángulo de las gotas con la vertical es de 45 °. Si el tren se parase ¿cuál sería el ángulo de la trayectoria de las gotas de agua respecto del suelo? Determinar la velocidad con que caen las gotas de agua.

Rta: ángulo = 81,2°; velocidad = 9,9m/s

17) La ciudad A está directamente al oeste de la ciudad B. Cuando no hay viento, un avión comercial realiza el vuelo redondo de 5310 km entre ellas en 6,60 h viajando con la misma rapidez en ambas direcciones. Cuando sopla un viento fuerte y constante de oeste a este y el avión tiene la misma rapidez respecto al aire que antes, el viaje redondo dura 6,70 h. ¿Con qué rapidez sopla el viento?

Rta: v = 98,1 km/h

18) Una piedra redondeada deslizándose sobre una canaleta circular tiene una rapidez de 9,2 m/seg y sufre una aceleración de 3,8 m/seg^2. a) ¿Cuál es el radio de la trayectoria. b) ¿cuánto tiempo le tomará completar el circuito?

Rta: a) R = 22,27 m; b) t = 15,21 s

19) a) ¿Cuánto vale la aceleración centrípeta de un objeto ubicado sobre el ecuador de la Tierra, debida a la rotación de la misma? b) ¿cuánto debe valer el periodo de rotación de la tierra para que la aceleración centrípeta sea igual a 9,8 m/seg^2?

Rta: a) 0,0336 m/s^2; b) 5063,09 s

20) Un satélite de la Tierra se mueve en una órbita circular a 643,7 km sobre la superficie de la tierra. Se encuentra que el tiempo que tarda en dar una revolución es de 98 minutos. Encuentre la aceleración de la gravedad en la órbita a partir de esos datos.

Rta: $0{,}735 m/s^2$

Problemas de desafío

1) La variación de la aceleración de la gravedad con la altura viene dada por:

$$g = \frac{GM_0}{(R_0 + h)^2}$$

y cuando $h = 0$, $g_0 = 9{,}8 m/s^2$. Teniendo en cuenta esta expresión calcule la velocidad inicial, v_0, que habría que darle a un objeto para que lanzado desde la superficie terrestre ascienda una altura vertical de 4000 km. ($R_0 \approx 6400$ km, $M_0 \approx 5{,}972\ 10^{24}$ kg, $G \approx 6.675\ 10^{-11}\ Nm^2/Kg^2$).

Rta: $v_0 = 5429{,}97$ m/s

2) Una partícula se mueve sobre un plano con una aceleración $a = -9y\,\mathbf{j}\ m/s^2$. En el instante inicial, el vector posición es $r_0 = 3\mathbf{j}$ m y su velocidad $v_0 = 3\mathbf{i}$ m/s. Determinar: a) la trayectoria, b) Y el tiempo transcurrido hasta que la trayectoria corta al eje x.

Rta: a) $y = 3\cos(x)$; b) $t = \frac{(2n+1)}{3}\frac{\pi}{2}$

3) Desde un tren que se mueve sobre una vía recta y horizontal a 72 km/h se lanza un objeto en dirección perpendicular a la vía y paralelo al suelo con una velocidad de v_0=15m/s. Determinar: a) su trayectoria vista desde el tren y vista desde el suelo, b) el punto de impacto con el suelo si se ha lanzado desde una altura de 4 m. No tener en cuenta la resistencia del aire.

Rta: Punto de impacto (13,55; 18,07; 0) m en $t = 0{,}90$ s

4) Una partícula se mueve en el plano de acuerdo con la curva:

$$\begin{cases} x = R\mathrm{sen}(\omega t) + \omega R t \\ y = R\cos(\omega t) + R \end{cases}$$

Donde ω y R son constantes.
a) Dibuje la trayectoria. b) Calcule la velocidad y la aceleración instantánea cuando la partícula alcanza su valor máximo y mínimo.