UNLP. Facultad de Informática

LÓGICA E INTELIGENCIA ARTIFICIAL CURSO 2025 - PRÁCTICA 3

Temario

Lógica de Enunciados – Sistemas Formales proposicionales

El Sistema formal L: axiomas y regla de inferencia.

Demostración de teoremas y deducciones en L.

Corrección, completitud y decidibilidad de L.

Bibliografía

- Hamilton. Lógica para matemáticos. Capítulo 2.

Ejercicios

Demostraciones.

1. Sean A y B fbfs del sistema formal L. Dar una <u>demostración sintáctica</u> en L (ver Def. 2.2) de los siguientes teoremas:

i- $\vdash_L ((\neg A \to A) \to A)$
ii- $\vdash_L ((A \to B) \to (\neg B \to \neg A))$

Comentar cada paso, indicando cuáles son los esquemas de axioma instanciados y cuáles las reglas de inferencia utilizadas.
Intentar resolver i- y ii- sin usar el (Meta)teorema de la Deducción (ver Prop. 2.8), y luego usándolo.
Contemplar las definiciones 2.2 y 2.5 hasta identificar claramente sus diferencias.

Deducciones a partir de conjuntos de fórmulas.

2. Dada la siguiente secuencia de fbfs del sistema formal proposicional L:

$$((\neg p) \to (\neg(q \to r))) \to ((q \to r) \to p)$$
$$((\neg p) \to (\neg(q \to r)))$$
$$((q \to r) \to p)$$

Analizar si se trata de una <u>deducción</u> de una fbf A (ver Def. 2.5) a partir de algún Γ.
En ese caso:
i- Describir Γ y A, y explicar cada paso de la sucesión finita (según Def. 2.5).
ii- Determinar si A, es un teorema del sistema formal L (ver Def. 2.2).
iii- Determinar si A es una tautología.

3. Sean A , B y C tres fbfs del sistema formal L. Construir una <u>deducción</u> en L (ver Def. 2.5 y Prop. 2.8) para:

$\{((A \to B) \to C), B\} \vdash_L (A \to C)$

Indicar los pasos seguidos.

4. Sea Γ un conjunto cualquiera, dado, de fbfs. Se sabe que $\Gamma \vdash_L A$. ¿Es cierto que para todo Γ_i , con $\Gamma_i \subset \Gamma$, sucede que $\Gamma_i \vdash_L A$?. Fundamentar.

5. Sean Γ y Γ_0 dos conjuntos cualesquiera de fbfs. ¿Es cierto que para todo Γ existe algún $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$ tal que si $\Gamma \vdash_L A$ entonces $\Gamma_0 \vdash_L A$?. Fundamentar.

6. Sean A , B y C tres fbfs del sistema formal L. Sea Γ un conjunto cualquiera dado de fbfs. Se sabe que $\Gamma \cup \{A , B\} \vdash_L C$, y también se sabe que $\Gamma \vdash_L A$.

i. ¿Es cierto que $\Gamma \vdash_L (C \rightarrow B)$?. Fundamentar.
ii. ¿Es cierto que $\Gamma \vdash_L (B \rightarrow C)$?. Fundamentar.
iii. ¿Es cierto que $\Gamma \vdash_L C$?. Fundamentar.
iv. ¿Es cierto que $\Gamma \cup \{B\} \vdash_L C$?. Fundamentar.
v. ¿Es cierto que $\Gamma \cup \{B\} \vdash_L (C \rightarrow A)$?. Fundamentar.

7. Se dice que un conjunto Γ de fbfs es **independiente** si, para toda $A \in \Gamma$, $\Gamma - \{A\} \nvdash A$.
Dados los siguientes conjuntos de fbfs, determinar si son o no independientes. Fundamentar.

$\Gamma_1 = \{p, q, \neg p\}$.
$\Gamma_2 = \{p, q\}$.

8- Nos asignan para trabajar con un agente inteligente proposicional que usa un sistema formal llamado S, definido de modo tal que S coincide en todos sus elementos con el sistema formal L y además agrega la regla de inferencia: $B , A \rightarrow (B \rightarrow C) \therefore A \rightarrow C$. ¿En S se demuestran los mismos teoremas que en L? Fundamentar por la afirmativa o por la negativa (ver Sección 2.1, Def. 2.1 y Def. 2.2).

9- Nos asignan para trabajar con un agente inteligente proposicional que usa un sistema formal llamado T, definido de modo tal que T coincide en todos sus elementos con el sistema formal L y además agrega la regla de inferencia: $B, (C \rightarrow (B \rightarrow A)) \therefore ((C \rightarrow B) \rightarrow A)$. ¿T demuestra los mismos teoremas que L? Fundamentar por la afirmativa o por la negativa (ver Sección 2.1, Def. 2.1 y Def. 2.2).

10- Sea V un agente inteligente programado de modo tal que coincide en casi todas sus propiedades y componentes con el sistema L <u>excepto</u> en que un subconjunto de teoremas de L no es demostrable en V. ¿Es V consistente? Fundamentar por la afirmativa o por la negativa. (ver Sección 2.1, Def. 2.1 , Def. 2.2, Def 2.16 y Def. 2.17).