

## Estimación de la Varianza del Ruido y Cálculo del Chi Cuadrado ( $\chi^2$ ) en Simulaciones LSST

1) Qué es lo que queremos medir con  $\sigma^2$

En el test de detectabilidad del subhalo, el estadístico usado es:

$$\chi^2 = \text{SUM} (I_{\text{sub}} - I_{\text{clean}})^2 / \sigma^2$$

donde  $I_{\text{sub}}$  es la imagen con subhalo,  $I_{\text{clean}}$  la imagen sin subhalo, y  $\sigma^2$  la varianza del ruido en cada píxel

Queremos medir cuánto más se diferencia la imagen con subhalo respecto a lo que el ruido esperaría. El denominador

2) Qué representa  $I_A$  e  $I_B$

En la práctica no conocemos la varianza instrumental exacta, así que la estimamos empíricamente con dos simulaciones

$$I_A = I_{\text{cleanA}} \text{ (sin subhalo, ruido semilla A)}$$

$$I_B = I_{\text{cleanB}} \text{ (sin subhalo, ruido semilla B)}$$

Ambas tienen la misma señal, pero distinto ruido. Su diferencia contiene solo ruido:

$$I_A - I_B = \text{ruido}_A - \text{ruido}_B$$

3) Cómo se obtiene  $\sigma^2$

Si  $n_A$  y  $n_B$  son realizaciones independientes de ruido con varianza  $\sigma^2$ :

$$\text{Var}(n_A - n_B) = 2 * \sigma^2$$

Por tanto:

$$\sigma^2 \approx 0.5 * (I_A - I_B)^2$$

El factor 1/2 corrige la doble varianza.

4) Qué representa esto en la práctica

Cada píxel tiene su propio estimador:

$$\sigma_i^2 = 0.5 * (I_{\text{cleanA}_i} - I_{\text{cleanB}_i})^2$$

Así el denominador en  $\chi^2$  refleja el ruido empírico, no la señal.

5) Por qué es preferible a una varianza teórica

El ruido LSST depende de magnitud y PSF, y es difícil modelarlo sin simulaciones completas.

Con este método el ruido se estima directamente del pipeline de simulación, garantizando coherencia y sin sesgos

6) Formalidad estadística

Si  $I_A = S + n_A$  y  $I_B = S + n_B$ , con  $n_A, n_B \sim N(0, \sigma^2)$ :

$$E[\sigma_i^2] = \sigma^2 \text{ (no sesgado)}$$

$$\text{Var}(\sigma_i^2) = \sigma^4 \text{ (ruidoso pero correcto al promediar)}$$

El  $\chi^2$  resultante sigue  $\chi^2(N_{\text{dof}})$  si no hay subhalo, y se desvía positivamente cuando hay señal.

7) Uso posterior

- Se promedia  $\chi^2$  en el anillo  $\rightarrow \chi^2_{\text{red}}$ .

- Se toma  $\log(\chi^2_{\text{red}})$   $\rightarrow$  detectabilidad continua o score.

Cada paso (diferencia, 1/2, anillo, log) mide el exceso de señal morfológica sobre el ruido estadístico.

Resumen

---