INFORME
LABORATORIO NUMERO 3

Por:
Juan David Gomez Quiñones
Mateo Orozco Arevalo

Desarrollado Como Resultado Del Laboratorio Número 3 del Curso
De Computación Científica Dictado por Dr. Hernán Darío Vargas
Pontificia Universidad Javeriana Cali

Resumen:

Mediante el presente documento se presentan los resultados del laboratorio número 3 del curso de computación científica. Para este laboratorio se solicitó cuatro códigos para la implementación de interpolación mediante el método polinómico. Mediante el método de Lagrange, el método de newton y mediante interpolación lineal a trozos. En este informe se presentan y sustentan los códigos desarrollados en el lenguaje Python para la solución de este laboratorio, también se realiza un análisis de la metodología y la lógica aplicada para el desarrollo de cada algoritmo y se presentan varios ejemplos del funcionamiento de los algoritmos junto a su debida explicación.

Abstract:

Through this document, the results of laboratory number 3 of the scientific computing course are presented. For this laboratory, four codes were requested to implementation of interpolation using the polynomial method, by the Lagrange method, the newton method and by pieces linear interpolation. This report presents and supports the codes developed in the Python lecture for the solution of this laboratory, an analysis of the methodology and logic applied for the development of each algorithm is also carried out and several examples of the operation of the algorithms are presented together to its due explanation.

Introducción:

Dentro del análisis numérico, se usa la interpolación para obtener nuevos puntos partiendo ya de puntos que ya se tenían en base a una información inicial. Esto es muy útil para diferentes campos con enfoques científicos ya que es muy común disponer de cierto numero de puntos obtenidos por muestreo u otros métodos similares, y se desea obtener una función que los ajuste. Ligado a la interpolación también se tiene otro problema que es el de la aproximación de una función compleja por medio de una mucho mas simple, es posible partir de cierto numero de valores de la función compleja para construir una mas simple y con esta aproximarse a la función compleja. Claramente las dos funciones no serán completamente iguales, el resultado de la nueva función depende del método de interpolación utilizado, en algunos cazos la eficiencia puede compensar el error cometido en la función.

En el presente informe se mostraran los resultados de los algoritmos de interpolación mediante los métodos de Lagrange, Newton, Lineal A Trozos y el método polinómico (ecuaciones normales). Los algoritmos fueron evaluados con el uso de dos bases de datos, una sobre el precio del peso Argentino en los últimos 50 días y otra sobre el numero total de casos de corona virus en Colombia durante los últimos 50 días.

Materiales Y Metodología:

Para el desarrollo de este laboratorio se trabajó desde casa usando computadores personales con sistemas operativos Windows 10 y Linux (Ubuntu), se uso el lenguaje de programación Python junto a las librerías numpy (Usada para sacar determinantes) y matplotlib (para graficar).

MÉTODO DEL POLINOMIO:

Para la implementación de interpolación mediante el método del polinomio, se decidió usar el metodo de ecuaciones normales el cual se basa en que un problema de mínimos cuadrados lineal puede ser escrito en notación matricial como:

$Ax \approx B$

Donde:

A =[[1, t1 , (t1)**2],
[1, t2 , (t2)**2],
[1, t3 , (t3)**2],
[1, t4 , (t4)**2],
[1, t5 , (t5)**2]]

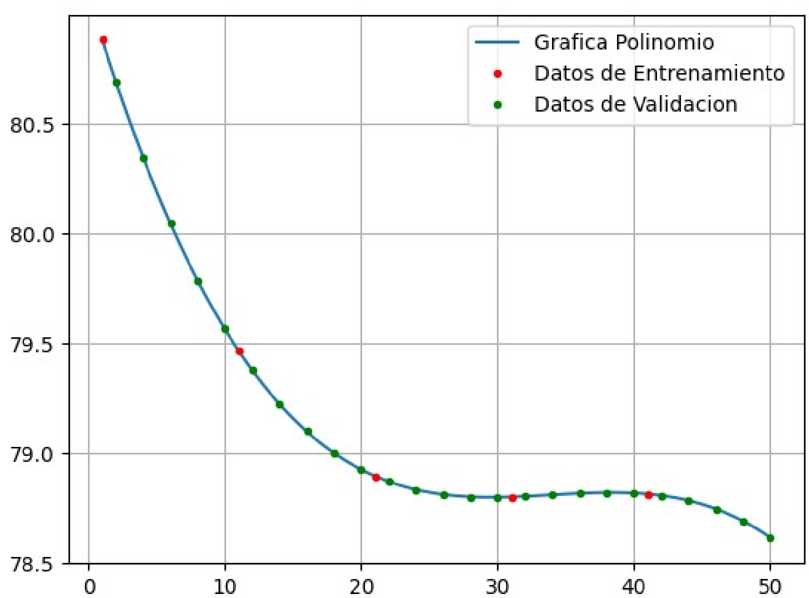
x = [[X1],
[X2],
[X3]]

B = [[y1],
[y2],
[y3],
[y4],
[y5]]

El algoritmo de ecuaciones normales consiste en operar A de tal forma de poder obtener x ya que la matriz x tiene los valores xi solución del polinomio, para poder obtener el vector x se usa la siguiente metodología: Calcular: A transpuesta * A = L * L transpuesta Donde L = se computara por la descomposición de Cholesky de A * A transpuesta Luego la solución de mínimos cuadrados puede computarse con los siguientes dos sistemas triangulares: Ly = A transpuesta * B , que se resuelve con sustitución hacia adelante L transpuesta * x = y , que se resuelve con sustitución hacia atrás Al resolver los sistemas triangulares mencionados anteriormente se obtienen los vectores “y” e “x” respectivamente

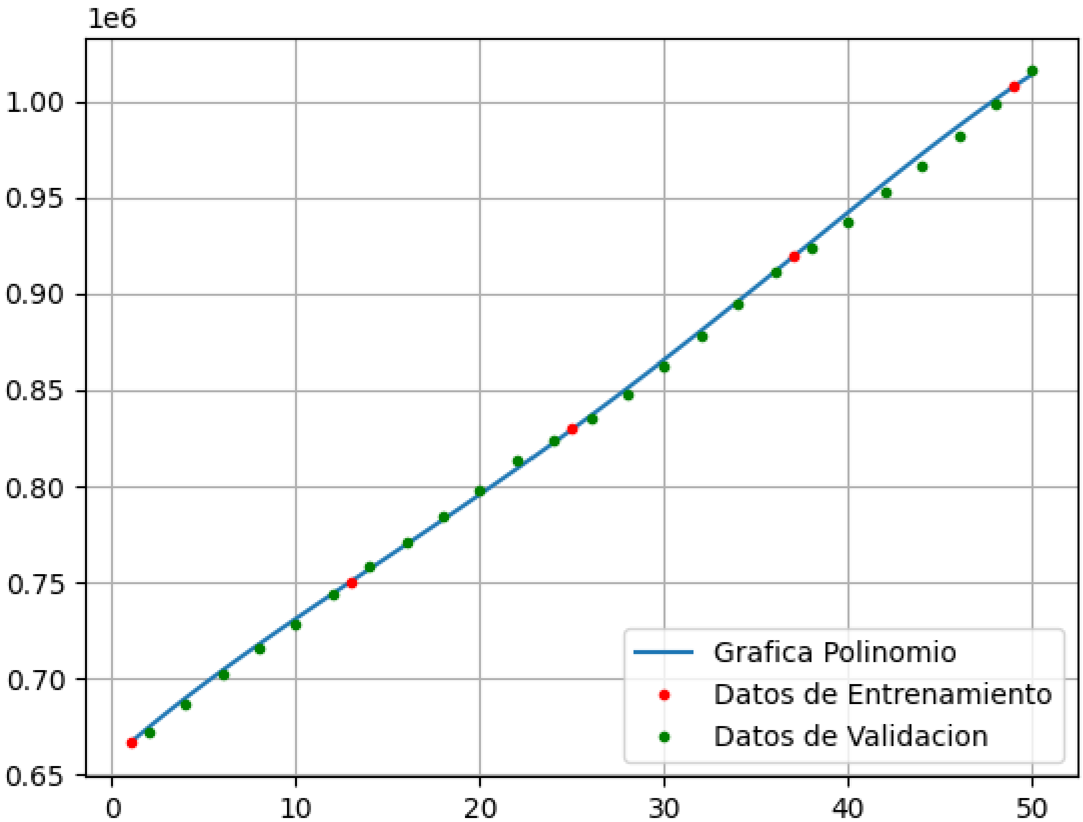
Prueba 1:
usando la base de datos del valor del peso argentino respecto al dólar en los últimos 50 días, manejando un polinomio de grado 5 y 50 valores para t e y. se obtuvieron los siguientes resultados:

```
Ingrese el tamaño del salto: 10
Polinomio x es:
 [ 8.10853113e+01 -2.08509433e-01  6.25985833e-03 -6.17666667e-05
  4.16666670e-09]
El error es:  0.0005052575011939098
```



Prueba 2:
usando la base de " cantidad total de infectado por covid-19 en Colombia" en los últimos 50 días, manejando un polinomio de grado 5 y 50 valores para "t" e "y" se obtuvieron los siguientes resultados:

```
Ingrese el tamaño del salto: 12
Polinomio x es:
 [ 6.58216804e+05  8.46553204e+03 -1.66681882e+02  5.39758552e+00
 -5.20632395e-02]
El error es:  2625.1745677315116
```



Note que para esta base de datos el error es muy alto debido a que se trabajan con valores muy grandes.

MÉTODO DE LAGRANGE:

Este método usa polinomios de Lagrange para hacer la interpolación, un polinomio de Lagrange esta dado por:

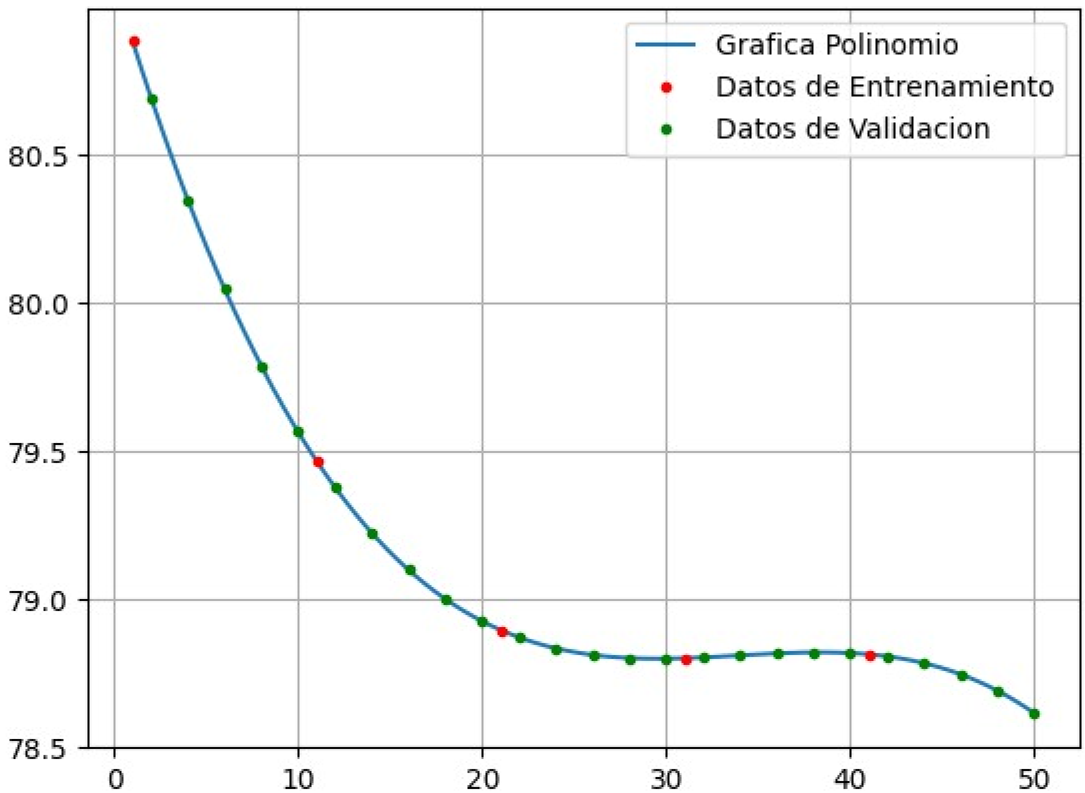
$$l_j(t) = \frac{\prod_{k=1,k\neq j}^{n} (t - t_k)}{\prod_{k=1,k\neq j}^{n} (t_j - t_k)}$$

donde para a base de Lagrange se tiene:

$$l_j(t_i) = \left\{ \begin{array}{l} 1,\ si\ i = j \\ 0,\ si\ i \neq j \end{array} \right\}$$

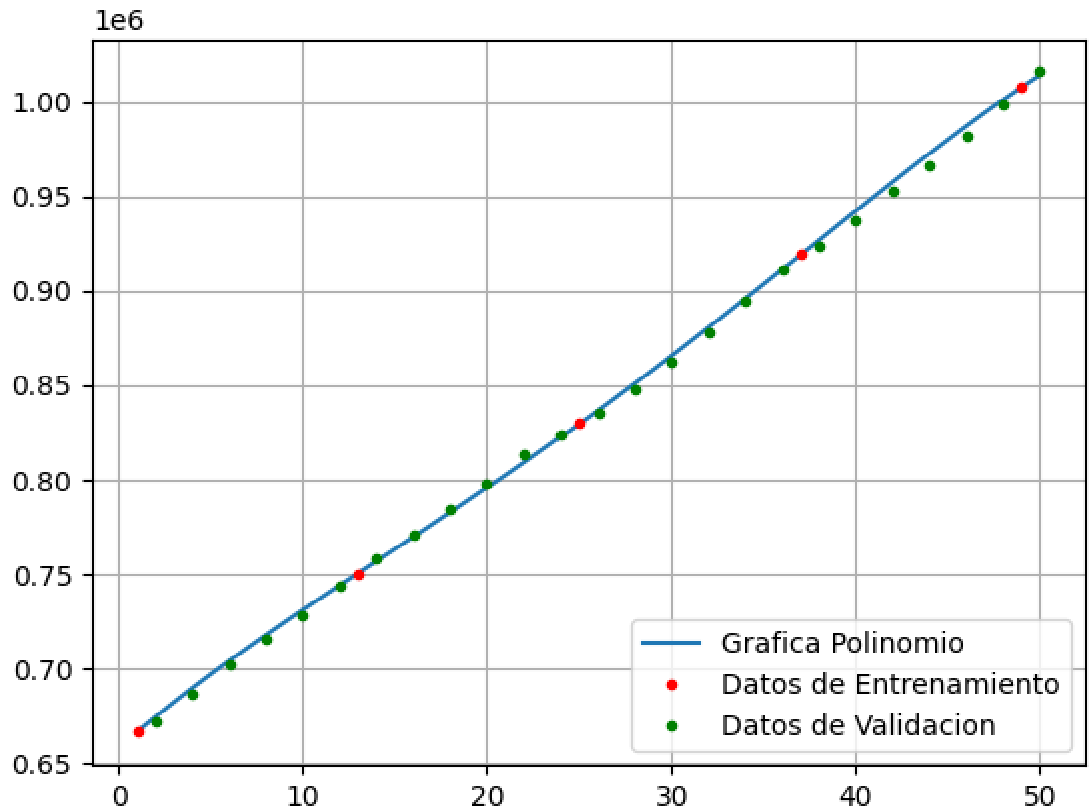
Prueba 1:
usando la base de datos del valor del peso argentino respecto al dólar en los últimos 50 días, manejando un polinomio de grado 5 y 50 valores para t e y. se obtuvieron los siguientes resultados:

```
Ingrese el tamaño del salto: 10
El error es:  0.0005052574999990611
```



Prueba 2:
usando la base de " cantidad total de infectado por covid-19 en Colombia" en los últimos 50 días, manejando un polinomio de grado 5 y 50 valores para "t" e "y" se obtuvieron los siguientes resultados:

```
Ingrese el tamaño del salto: 12
El error es:  2625.174567740462
```



Note que para esta base de datos el error es muy alto debido a que se trabajan con valores muy grandes

MÉTODO DE NEWTON:

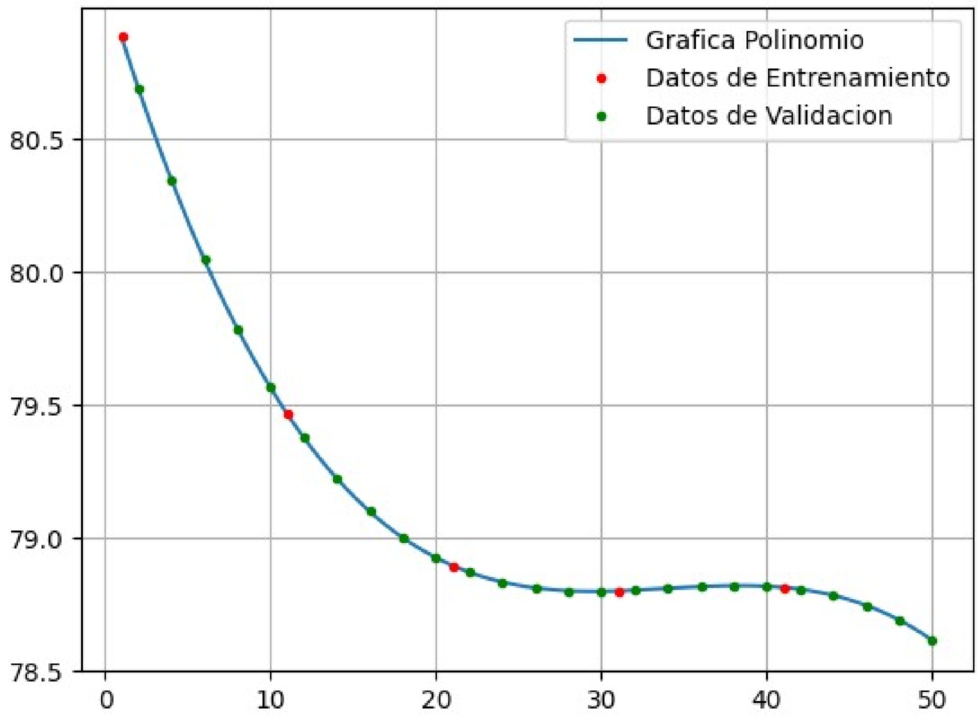
Este método de interpolación se realiza mediante el uso del polinomio interpolante de Newton, donde las funciones base tienen la forma de:

$$\phi_j(t) = \prod_{k=1}^{j-1}(t - t_k),\ j = 1, \ldots, n$$

Lo cual forma una matriz A triangular inferior, por lo que los coeficientes x_j, i = 1 … n se puede hallar mediante sustituciones sucesivas hacia adelante con una complejidad de $O(n^2)$.

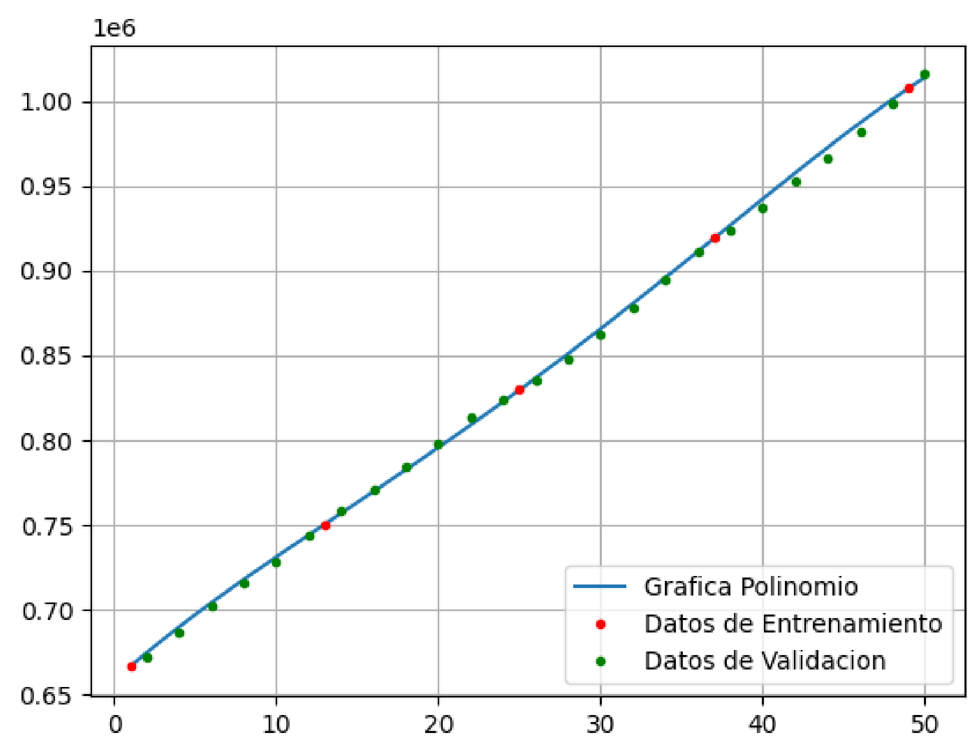
Prueba 1:
usando la base de datos del valor del peso argentino respecto al dólar en los últimos 50 días, manejando un polinomio de grado 5 y 50 valores para t e y. se obtuvieron los siguientes resultados:

```
Ingrese el tamaño del salto: 10
El error es:  0.0005052574999956505
```



<u>Prueba 2:</u>
usando la base de " cantidad total de infectado por covid-19 en Colombia" en los últimos 50 días, manejando un polinomio de grado 5 y 50 valores para "t" e "y" se obtuvieron los siguientes resultados:

```
Ingrese el tamaño del salto: 12
El error es:  2625.174567740485
```

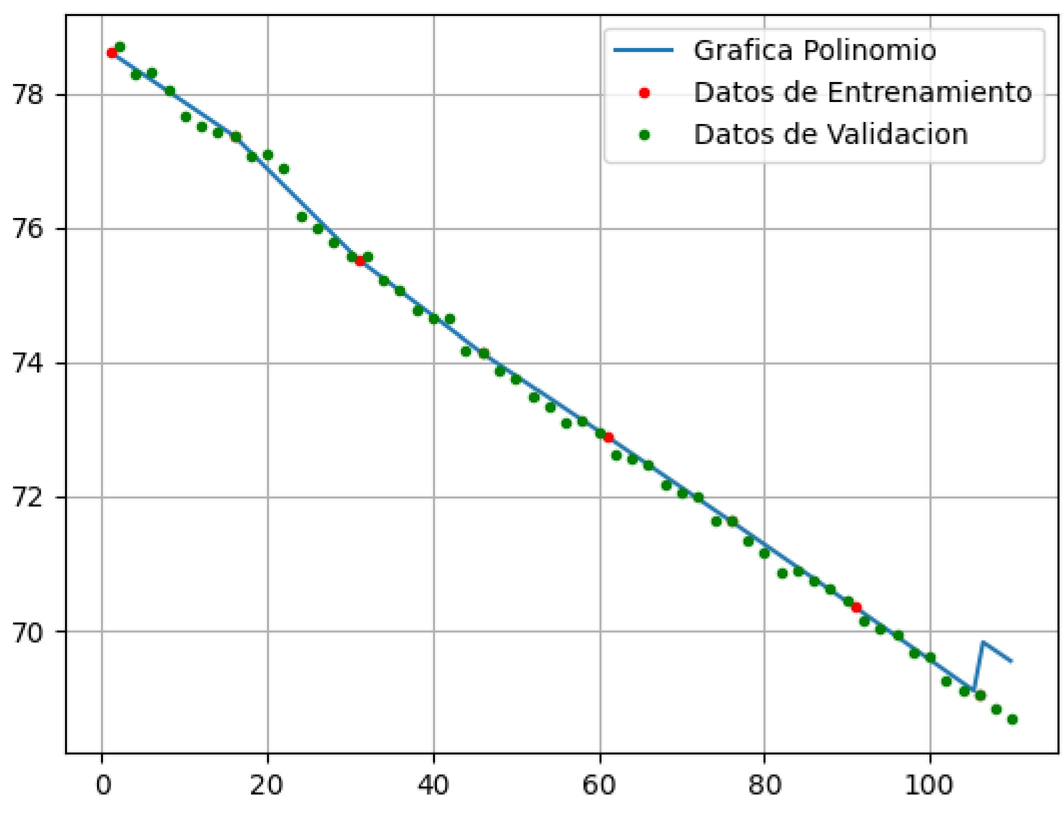


MÉTODO A TROZOS:

Este método de interpolación consta en hacer interpolación creando diferentes polinomios de grado 1 entre cada pareja sub intervalo [ti,ti + 1]. Para la creación de cada polinomio se usa la ecuación de la recta “ y = mx + b”. Se maneja una matriz de tamaño 2 x (n-1) donde cada columna de la matriz representara a uno de los polinomios de grado 1, la primera fila de la matriz almacenan las pendientes (m) correspondiente a cada polinomio y la segunda fila almacena los interceptos (b) para cada polinomio correspondiente.

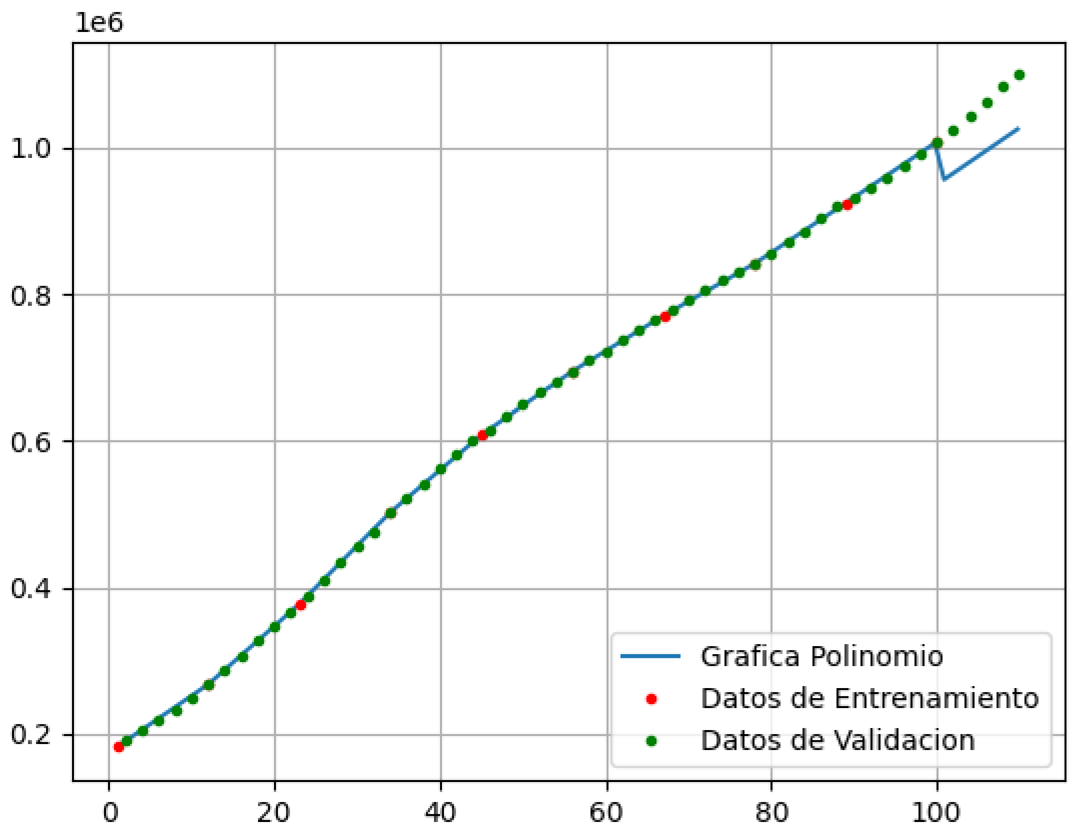
Prueba 1:
usando la base de datos del valor del peso argentino respecto al dólar en los últimos 110 días, manejando un polinomio de grado 10 y 110 valores para t e y. se obtuvieron los siguientes resultados:

```
Ingrese el tamaño del salto: 15
El error es:  0.12179757575757383
```



Prueba 2:
usando la base de “Cantidad total de infectado por covid-19 en Colombia” en los últimos 110 días, manejando un polinomio de grado 7 y 110 valores para “t” e “y” se obtuvieron los siguientes resultados:

```
Ingrese el tamaño del salto: 11
El error es:  7277.292561983459
```



Note que para esta base de datos el error es muy alto debido a que se trabajan con valores muy grandes

CONCLUSIONES:

Con los resultados de este laboratorio se puede concluir que entre todos los métodos de interpolación los métodos de Lagrange, de Newton y del método del polinomio son los mas precisos y que mejor hacen la interpolación. El método a trozos no es tan preciso como los demás métodos de interpolación sin embargo es el de menor complejidad algorítmica y por ende el mas eficiente. También se puede observar que entre mas grande sea el polinomio mas Overfitting se ve en la interpolación.

Referencias:

[1]. Primera Base de datos, Valor del peso argentino: “Dolar-Peso Argentino Historico”: https://es.investing.com/currencies/usd-ars-historical-data

[2]. Segunda Base de datos, cantidad total de infectado por covid-19 en Colombia: “Colombia COVID 19 corona virus casos diarios”: https://datosabiertos.esri.co/datasets/782122624f364fbdbd7e287b96c4a358_6