Demostrar la formula de combinaciones con repetición.

En este problema se entiende que hay opciones para elegir, objetos que hay que elegir y no se toma en cuenta el orden de las elecciones para contar las posibilidades.

Se puede pensar que si se elige un orden predefinido de tal manera que la regla solo permita una única forma de ordenar cualquier conjunto de elementos, el número total de estas formas ordenadas sería igual a el número total de combinaciones. Entonces se elige un orden arbitrario:

Ahora, se construye un conjunto ordenado en el que cada elemento es menor o igual que el anterior. Al principio se tienen espacios para llenar y opciones para escoger. Luego de escoger el primer elemento, hay espacios para llenar, pero el número de opciones para escoger va a depender de la opción que se escogió antes: Si elegí , tengo opciones, Si elegí , tengo opciones

Si elegí , tengo opciones, Si elegí , tengo opción. Nótese que al elegir lo que queda por escoger se siguen las mismas reglas que se siguieron al elegir el elemento anterior:

Esta definición es recursiva y para que se pueda aplicar se deben establecer los casos base: En primer lugar, si solo queda una opción para escoger (o se escogió anteriormente el último elemento), solo habrá una única manera de llenar el conjunto ordenado, la cual es llenar el conjunto con ese elemento. En segundo lugar, si solo hay un espacio por llenar, el número de posibilidades es exactamente igual al número de opciones, ya que luego de elegir ese elemento, ya no se puede hacer nada más:

Usando la fórmula dada al inicio y sabiendo que y que , se puede mostrar que para estos casos particulares se cumple la fórmula:

Ahora, ya que se probó que los casos base cumplen la fórmula dada, se puede reemplazar la fórmula en la definición recursiva para comprobar que se cumple en todos los casos: