**Hay un sistema constituido por N partículas, cada una puede estar en dos niveles de energía distintos (no degenerados) de valor y .**

**Si llamamos al número de partículas en el estado y a al número de partículas en el estado . Se tienen las siguientes restricciones para la energía total y el número total de partículas:**

1. **Muestre que el número de configuraciones posibles (microestados) está dado por:**

Para argumentar esto, se modifica la definición de la función ligeramente sin alterar su significado de la siguiente manera.

Ahora, nótese que si es o bien es , solo hay un único estado posible. Este estado es cuando todas las partículas estan en el mismo nivel de energía:

Y la fórmula dada cumple con esta observación. Solo con saber que y reemplazar sale facilmente la igualdad:

Ahora, para otros casos se puede definir recursivamente. Se puede asignar el nivel máximo a la primera partícula, dejando partículas en el nivel mínimo energía y partículas en el nivel máximo por definir. Sin embargo, también se puede asignar el nivel mínimo a la primera partícula, dejando partículas en el nivel mínimo energía y partículas en el nivel máximo por definir:

Al reemplazar la fórmula dada se obtiene lo siguiente:

Ahora, esta ecuación se puede simplificar usando las propiedades de los factoriales:

Y al cancelar los factores comunes queda:

Esto es claramente cierto, así que está comprobado.

1. **Usando la ecuación de entropía y la formula de Stirling , muestre que la entropía es aproximadamente igual a:**

Ya que la entropía es:

Se puede reemplazar la fórmula dada para calcular los microestados:

Por las propiedades de los logaritmos se puede hacer la siguiente simplificación:

Ahora, se puede combinar la suma como una sumatoria, solamente para hacer que la fórmula dada coincida con la calculada:

Al usar la fórmula de Stirling queda lo siguiente:

Entonces, se pueden sacar el segundo término de la sumatoria:

Y finalmente, sabiendo que , queda:

1. **Si definimos la fracción de partículas que se encuentran en el nivel de energía . Muestre que la entropía toma la forma:**

Se puede tomar la ecuación de entropía, expandirla y reemplazar la ecuación anterior:

Sabiendo que , se puede separar el primer término de la suma en dos partes:

Usando las propiedades de los logaritmos, se puede simplificar de la siguiente manera:

De nuevo, sabiendo que , se puede expresar esta función en términos de y :

Ahora, solo hace falta dividir la parte dentro del paréntesis por y reemplazar :

Y quedó mostrado.

1. **Dibuje la entropía como función de .**
2. **De la primera ley de la termodinámica tenemos:**

**muestre que la proporción de partículas como función de la temperatura está dada por:**

1. **Para bajas y altas temperaturas y encuentre . Muestre que la entropía a altas temperaturas vale:**

**(g) Un gas ideal conformado por N partículas, realiza una expansión isotérmica de un**

**volumen a un volumen . Calcule el cambio de entropía y compare con el resultado anterior. ¿Cómo se relacionan?**