**Hay un sistema constituido por N partículas, cada una puede estar en dos niveles de energía distintos (no degenerados) de valor y .**

**Si llamamos al número de partículas en el estado y a al número de partículas en el estado . Se tienen las siguientes restricciones para la energía total y el número total de partículas:**

1. **Muestre que el número de configuraciones posibles (microestados) está dado por:**

Para argumentar esto, se modifica la definición de la función ligeramente sin alterar su significado de la siguiente manera.

Ahora, nótese que si es o bien es , solo hay un único estado posible. Este estado es cuando todas las partículas estan en el mismo nivel de energía:

Y la fórmula dada cumple con esta observación. Solo con saber que y reemplazar sale facilmente la igualdad:

Ahora, para otros casos se puede definir recursivamente. Se puede asignar el nivel máximo a la primera partícula, dejando partículas en el nivel mínimo energía y partículas en el nivel máximo por definir. Sin embargo, también se puede asignar el nivel mínimo a la primera partícula, dejando partículas en el nivel mínimo energía y partículas en el nivel máximo por definir:

Al reemplazar la fórmula dada se obtiene lo siguiente:

Ahora, esta ecuación se puede simplificar usando las propiedades de los factoriales:

Y al cancelar los factores comunes queda:

Esto es claramente cierto, así que está comprobado.

1. **Usando la ecuación de entropía y la formula de Stirling , muestre que la entropía es aproximadamente igual a:**

Ya que la entropía es:

Se puede reemplazar la fórmula dada para calcular los microestados:

Por las propiedades de los logaritmos se puede hacer la siguiente simplificación:

Ahora, se puede combinar la suma como una sumatoria, solamente para hacer que la fórmula dada coincida con la calculada:

Al usar la fórmula de Stirling queda lo siguiente:

Entonces, se pueden sacar el segundo término de la sumatoria:

Y finalmente, sabiendo que , queda:

1. **Si definimos la fracción de partículas que se encuentran en el nivel de energía . Muestre que la entropía toma la forma:**

Se puede tomar la ecuación de entropía, expandirla y reemplazar la ecuación anterior:

Sabiendo que , se puede separar el primer término de la suma en dos partes:

Usando las propiedades de los logaritmos, se puede simplificar de la siguiente manera:

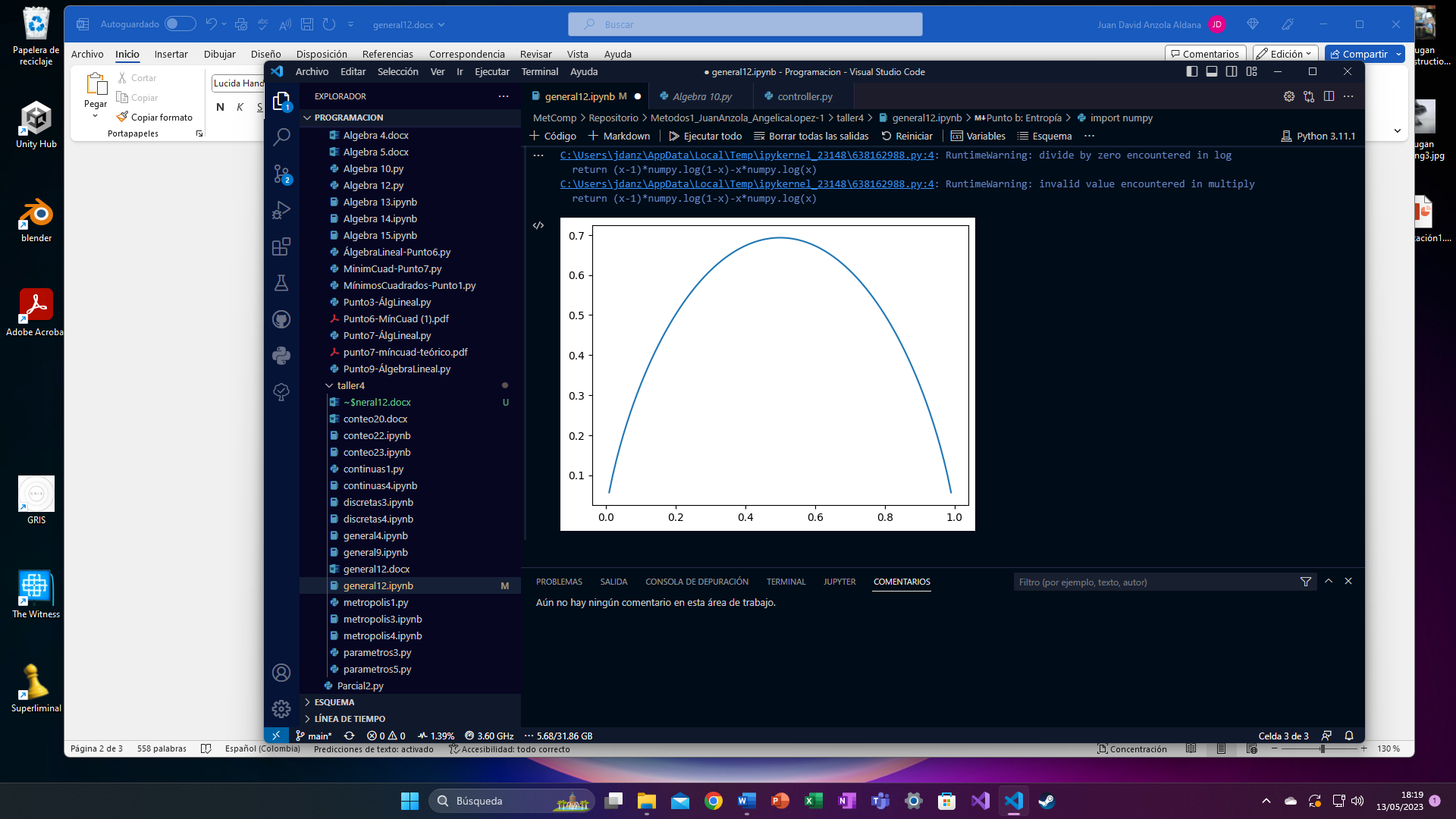
De nuevo, sabiendo que , se puede expresar esta función en términos de y :

Ahora, solo hace falta dividir la parte dentro del paréntesis por y reemplazar :

Y quedó mostrado.

1. **Dibuje la entropía como función de .**

La gráfica de entropía en función de es:



Esta gráfica se hizo con el siguiente pseudocódigo:

import numpy

import matplotlib.pyplot as plt

*def* entropia(*x*):

    return (x-1)\*numpy.log(1-x)-x\*numpy.log(x)

x0=numpy.linspace(0,1,100)

plt.plot(x0,entropia(x0))

plt.show()

1. **De la primera ley de la termodinámica tenemos:**

**muestre que la proporción de partículas como función de la temperatura está dada por:**

Lo primero que hay que hacer es encontrar una ecuación que relacione la energía con . Para ello se pueden usar las condiciones iniciales dadas:

Ahora, hay que despejar en la ecuación que se acaba de encontrar:

Ya con x en términos de la energía, se puede derivar esta fórmula y la fórmula de la entropía:

Ahora, solo hace falta evaluar la fórmula de la temperatura, que viene dada:

Y quedó mostrado.

1. **Para bajas y altas temperaturas y encuentre . Muestre que la entropía a altas temperaturas vale:**

Se calculan los siguientes límites de forma sucesiva usando cada resultado anterior:

Ya conociendo en el límite de temperatura, se reemplaza en la fórmula de la entropía:

Y quedó mostrado.

1. **Un gas ideal conformado por N partículas, realiza una expansión isotérmica de un**

**volumen a un volumen . Calcule el cambio de entropía y compare con el resultado anterior. ¿Cómo se relacionan?**Según internet, se debe aplicar esta fórmula:

Como la temperatura y por ende la energía interna son constantes en este problema, se pueden convertir los diferenciales en diferencias y llegar a lo siguiente:

El trabajo es igual a:

Usando la ecuación de los gases ideales:

Al reemplazar los valores iniciales y finales dados queda:

Este resultado es igual al resultado de la pregunta anterior y se puede explicar porque en esta expansión el número de ubicaciones posibles se duplica para cada partícula, y en problema anterior se puede decir que, para cada átomo, el número de niveles de energía posibles se duplica. Esto no es totalmente cierto, pero se hizo una aproximación que puede estar dando errores en el cálculo.