

Distribuciones

Juan De Dios Popo Sánchez

2023-12-07

Distribuciones

Distribución binomial

Ejemplo 1:

Suponga que hay doce preguntas de opción múltiple en un examen de matemáticas. Cada pregunta tiene cinco posibles respuestas y solo una de ellas es correcta. Encuentre la probabilidad de tener cuatro o menos respuestas correctas si un estudio intento responder a cada pregunta al azar.

Solución para que saque 4 respuestas correctas:

Dado que sólo uno de cada cinco respuestas posibles es correcta, la probabilidad de responder correctamente una pregunta al azar es de $1/5=0.2$, Podemos encontrar la probabilidad de tener exactamente 4 respuestas correctas por intentos aleatorios de la siguiente manera:

1.- Probabilidad de escoger una respuesta de 5 posibles

```
p<-1/5
```

2.- Espacio muestral (12 preguntas e total)

```
n<-12
```

3.- Probabilidad de tener 4 respuestas correctas elegidas aleatoriamente

```
k<-4
```

Función en R

```
dbinom(k, n, 0.2)
```

```
## [1] 0.1328756
```

```
dbinom(4, 12, 0.2)
```

```
## [1] 0.1328756
```

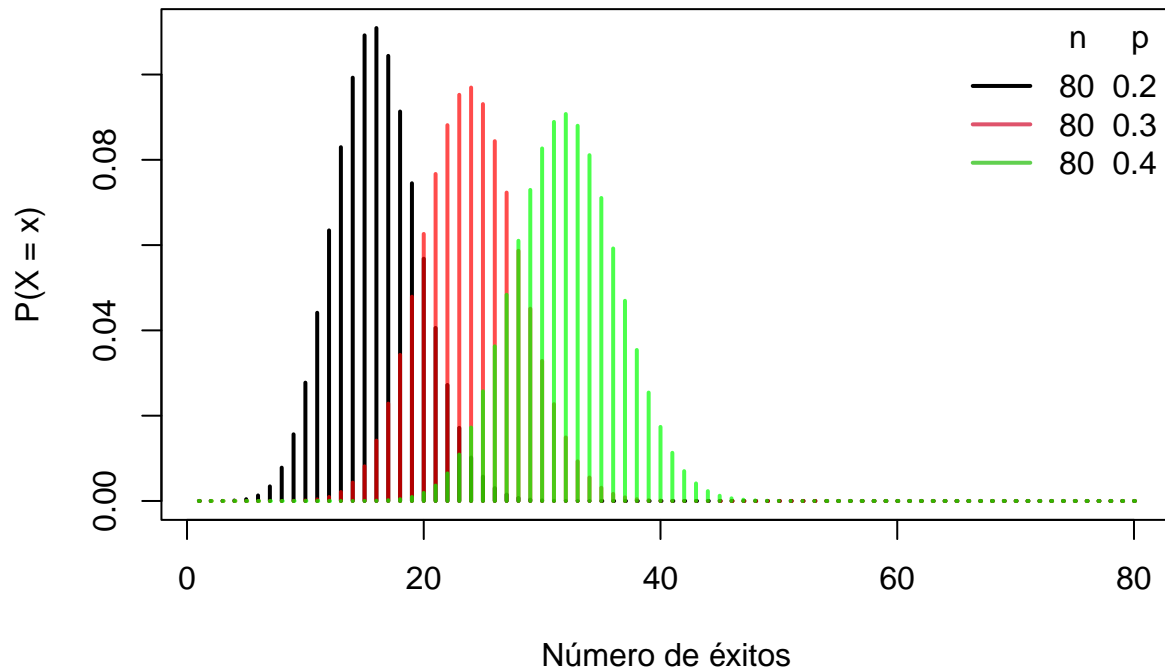
Ejemplo de cómo realizar un gráfico de la distribución normal

Rejilla de valores del eje X, $x=80$. Se van a utilizar el mismo valor de “x”, de “n” y la probabilidad es la que va a ir cambiando, en esta ocasión se ocuparán las probabilidades de **0.2, 0.3 y 0.4**. Además de poner la leyenda.

```
x <- 1:80
plot(dbinom(x, size = 80, prob = 0.2), type = "h", lwd = 2,
     main = "Función de probabilidad binomial",
     ylab = "P(X = x)", xlab = "Número de éxitos")
lines(dbinom(x, size = 80, prob = 0.3), type = "h",
      lwd = 2, col = rgb(1,0,0, 0.7))
```

```
lines(dbinom(x, size = 80, prob = 0.4), type = "h",
      lwd = 2, col = rgb(0, 1, 0, 0.7))
legend("topright", legend = c("80 0.2", "80 0.3", "80 0.4"),
      title = "n    p", title.adj = 0.85,
      lty = 1, col = 1:3, lwd = 2, box.lty = 0)
```

Función de probabilidad binomial

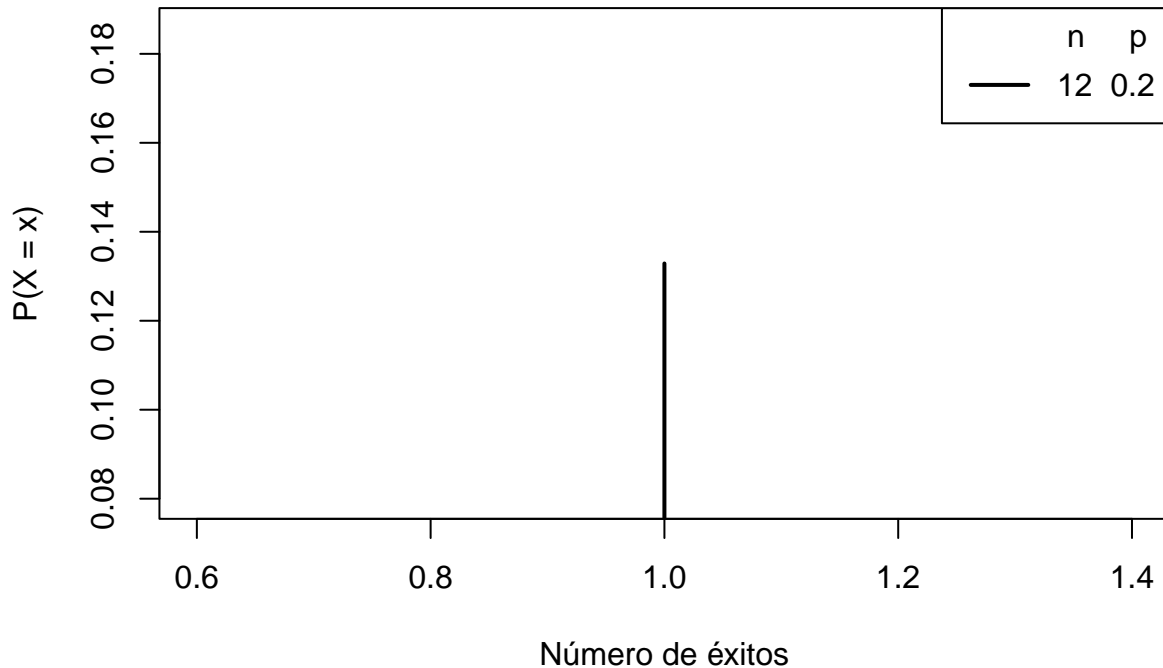


Ejercicio de cómo realizar nuestro gráfico la distribución binomial

$x=4$ size = 12 propabilidad = 0

```
x <- 4
plot(dbinom(4, size = 12, prob = 0.2), type = "h", lwd = 2,
     main = "Función de probabilidad binomial",
     ylab = "P(X = x)", xlab = "Número de éxitos")
legend("topright", legend = c("12 0.2"),
     title = "n    p", title.adj = 0.85,
     lty = 1, col = 1:3, lwd = 2, box.lty = 1)
```

Función de probabilidad binomial



Ejemplo 2:

Suponga que hay doce preguntas de opción múltiple en un examen de matemáticas. Cada pregunta tiene cinco posibles respuestas, y sólo una de ellas es correcta. Encuentre la probabilidad de tener cuatro o menos respuestas correctas si un estudiante intenta responder a cada pregunta al azar.

Solución 2: Para que saque una respuesta más o menos correcta

Para encontrar la probabilidad de tener cuatro o menos respuestas correctas de forma aleatoria se utiliza la función *dbinom* con $k=0,1,2,3,4$.

1.- La forma sencilla de calcular la probabilidad:

```
sum(dbinom(0:4, 12, 0.2))
```

```
## [1] 0.9274445
```

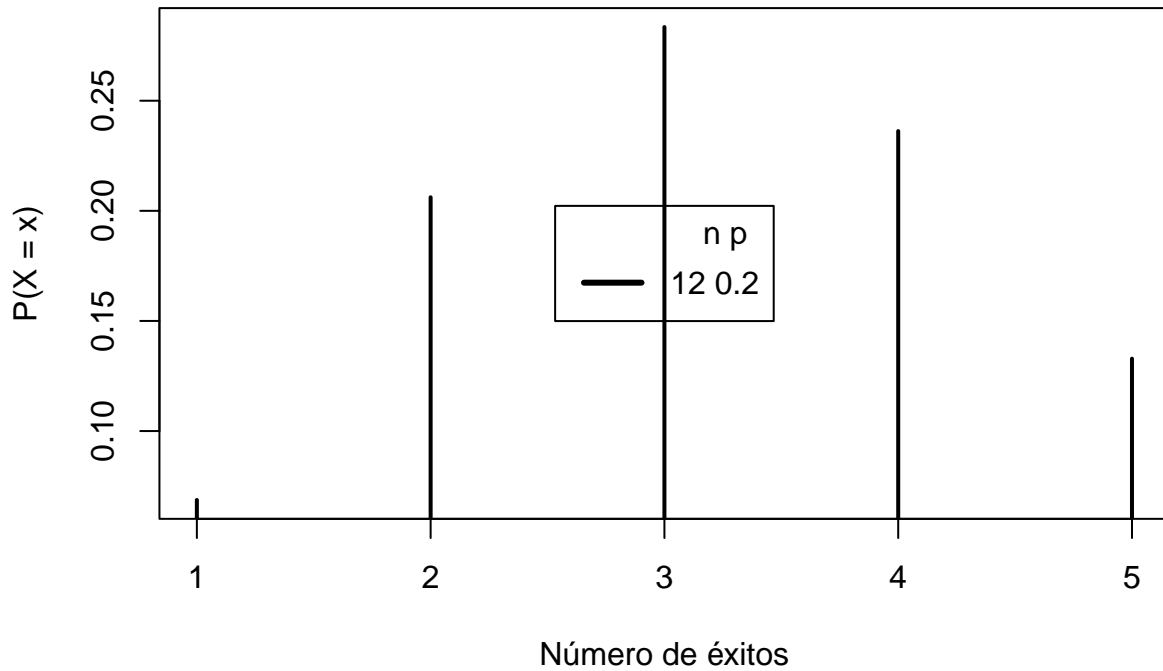
2.- Código para realizar nuestro gráfico de la distribución binomial

NOTA 1: Se pone la leyenda en el centro del gráfico, buscando la manera en la que no se pierda ningún dato.

NOTA 2: Se ponen ambos códigos de manera conjunta para que la leyenda salga junto con el gráfico.

```
x <- 0:4
plot(dbinom(0:4, size = 12, prob = 0.2), type = "h", lwd = 2,
     main = "Función de probabilidad binomial 2",
     ylab = "P(X = x)", xlab = "Número de éxitos")
legend("center", legend = c("12 0.2"),
     title = "n p", title.adj = 0.85,
     lty = 1, col = 1:3, lwd = 3, box.lty = 1)
```

Función de probabilidad binomial 2



Ejercicios:

1.- ¿Cuál es la probabilidad de que 2 o 3 preguntas sean respondidas correctamente? (Continuación del ejercicio anterior)

a) Forma fácil y rápida

```
sum(dbinom(2:3, 12, 0.2))
```

```
## [1] 0.519691
```

b) Forma tardada

```
dbinom(2, 12, 0.2)
```

```
## [1] 0.2834678
```

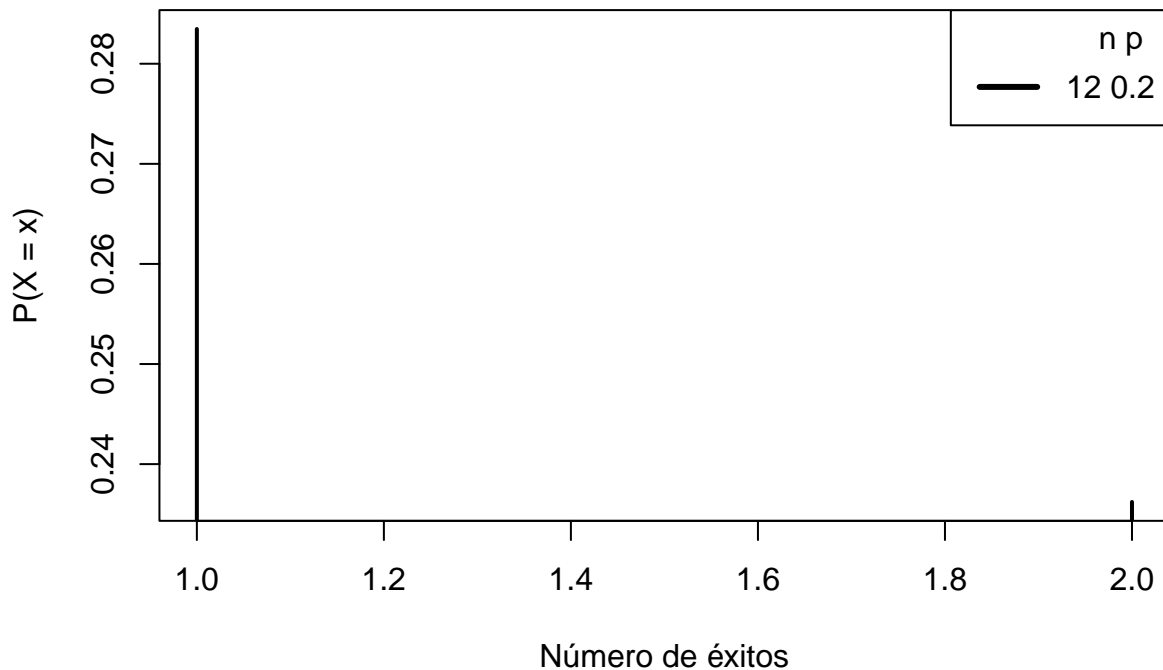
```
dbinom(3, 12, 0.2)
```

```
## [1] 0.2362232
```

c) Código para realizar nuestro gráfico de la distribución binomial

```
x <- 2:3
plot(dbinom(2:3, size = 12, prob = 0.2), type = "h", lwd = 2,
     main = "Función de probabilidad binomial 3",
     ylab = "P(X = x)", xlab = "Número de éxitos")
legend("topright", legend = c("12 0.2"),
     title = "n p", title.adj = 0.85,
     lty = 1, col = 1:3, lwd = 3, box.lty = 1)
```

Función de probabilidad binomial 3



2.- Supongamos que la empresa Apple fabricó el Iphone 11S con una probabilidad de 0.005 de ser defectuoso. El producto se envía en una caja que contiene 25 artículos. ¿Cuál es la probabilidad de que una caja elegida al azar contenga un Iphone 11S defectuoso?

1. Probabilidad general = 0.005
2. Probabilidad de que salga un celular defectuoso en la caja

```
p<-1/25
```

3. Espacio muestral

```
n<-25
```

4. Probabilidad de que salga el teléfono defectuoso

```
k<-1
```

5. Función en R: dbinom(k, n, p)

```
dbinom(1, 25, 0.040)
```

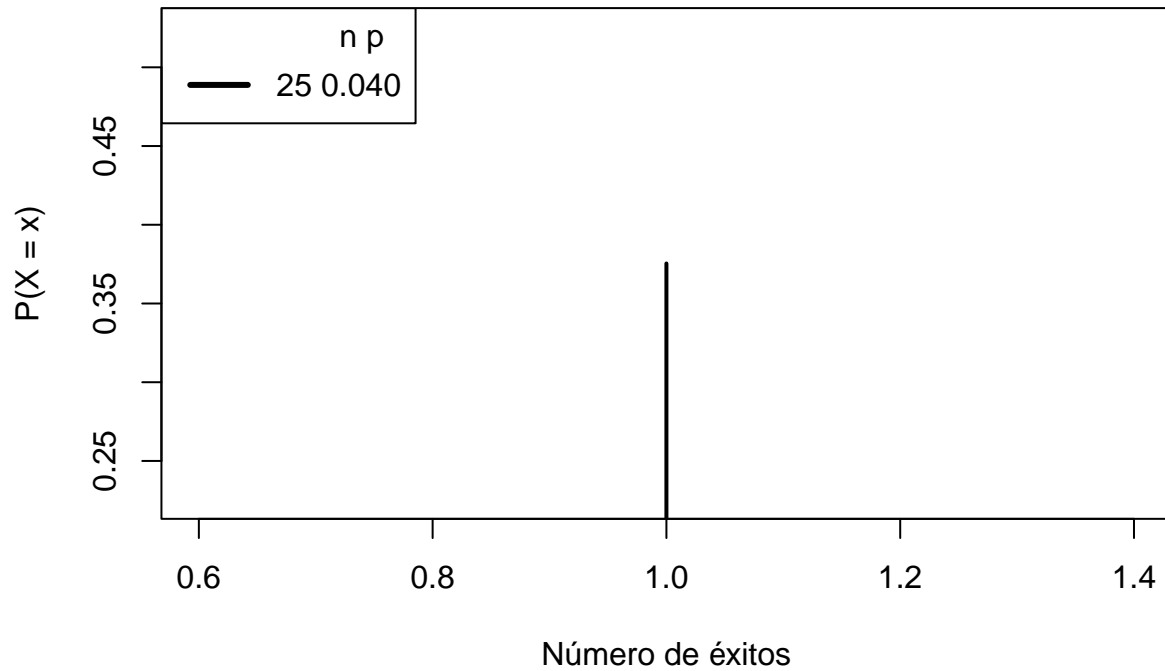
```
## [1] 0.3754132
```

6.- Código para realizar nuestro gráfico de la distribución binomial.

NOTA: La leyenda se cambia de lugar para que no se tape ningún dato

```
x <- 1
plot(dbinom(1, size = 25, prob = 0.040), type = "h", lwd = 2,
     main = "Función de probabilidad binomial 4",
     ylab = "P(X = x)", xlab = "Número de éxitos")
legend("topleft", legend = c("25 0.040"),
     title = "n p", title.adj = 0.85,
     lty = 1, col = 1:3, lwd = 3, box.lty = 1)
```

Función de probabilidad binomial 4



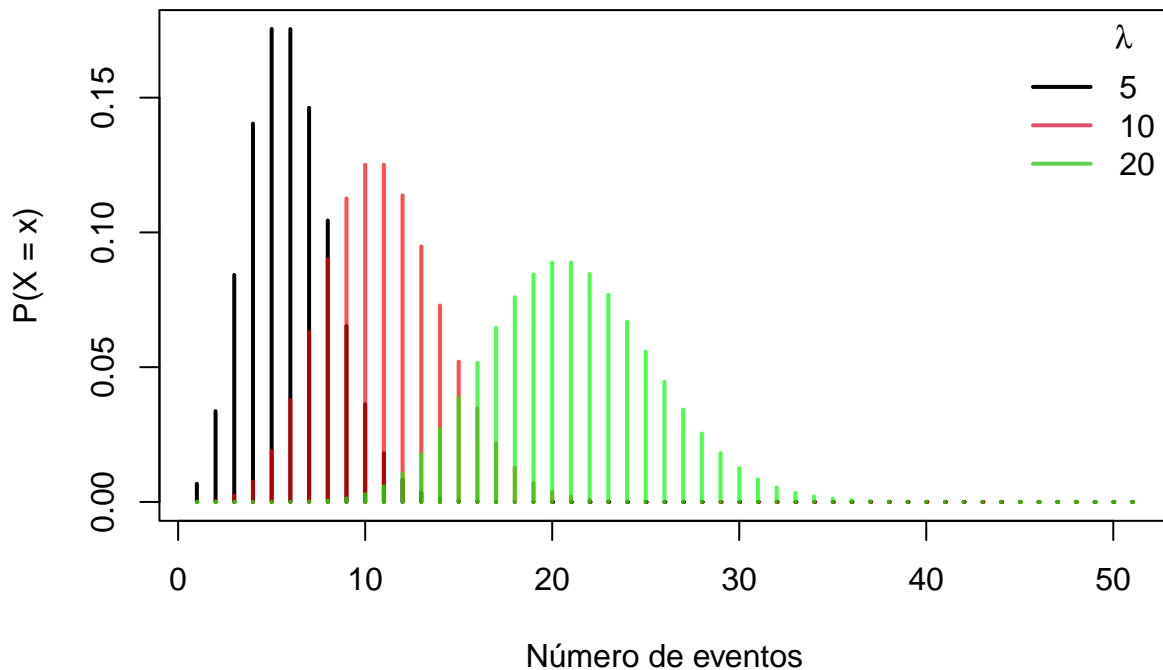
Distribución Poisson

Ejemplo de cómo realizar un gráfico de distribución Poisson

Rejilla de valores del eje X, $x=0:50$. Se van a utilizar el mismo de valor de “x”, y lambda es la que va a ir cambiando, en esta ocasión se ocuparán valores de 5, 10 y 20. Además de poner la leyenda.

```
x <- 0:50
plot(dpois(x, 5), type = "h", lwd = 2,
     main = "Función de masa de probabilidad",
     ylab = "P(X = x)", xlab = "Número de eventos")
lines(dpois(x, 10), type = "h", lwd = 2,
      col = rgb(1,0,0, 0.7))
lines(dpois(x, 20), type = "h", lwd = 2,
      col = rgb(0, 1, 0, 0.7))
legend("topright", legend = c("5", "10", "20"),
      title = expression(lambda), title.adj = 0.75,
      lty = 1, col = 1:3, lwd = 2, box.lty = 0)
```

Función de masa de probabilidad



Ejemplos a desarrollar:

Suponga que se desea saber el número de llegadas de los estudiantes de una Escuela Primaria en un lapso de 15 minutos a la entrada de la escuela. Se puede suponer que la probabilidad de llegada de los estudiantes es la misma que cualquiera de los dos lapsos con la misma dirección siendo estas independientes a que llegue o no el estudiante. El número promedio de alumnos que llegan en un lapso de 15 minutos son 35. Para optimizar la llegada de los estudiantes evitando las aglomeraciones se requiere saber la probabilidad de que lleguen 50 alumnos en 15 minutos.

1.- Probabilidad de que 35 alumnos lleguen en 15 minutos a la entrada de la escuela $x = \text{número de alumnos}$
 $= 35$ $\lambda = \text{tiempo de llegada} = 15$

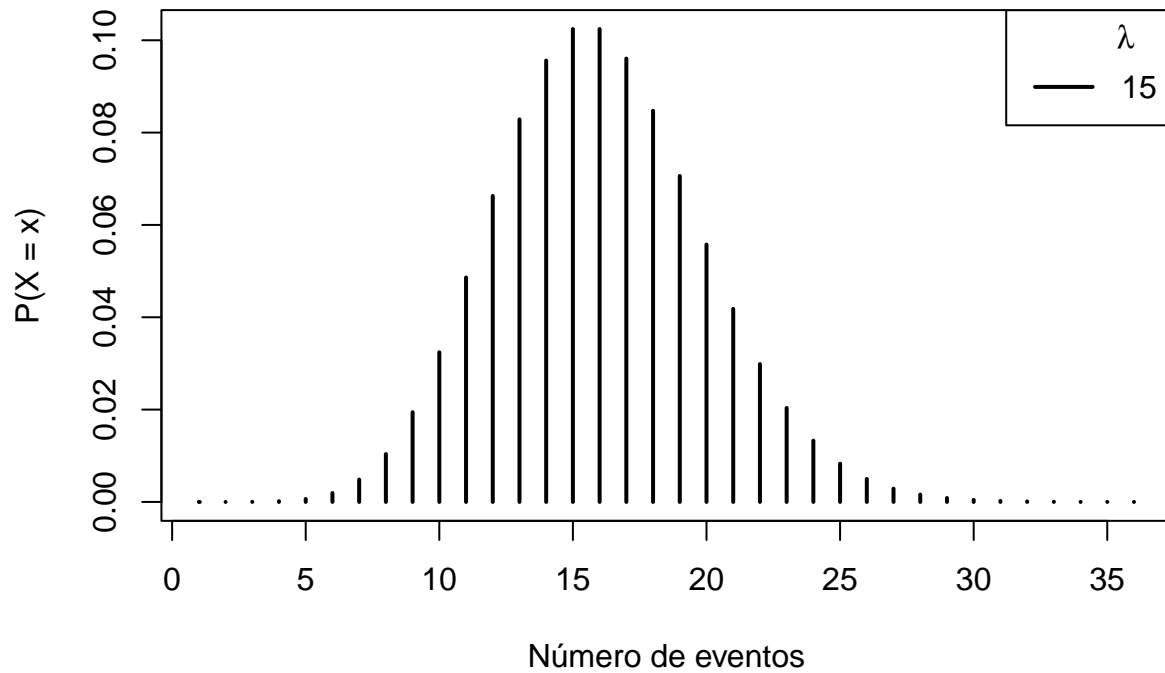
```
x=35
lamda=15
dpois(x,lamda)
```

```
## [1] 4.310664e-06
```

b) Gráfico junto con la leyenda

```
plot(dpois(0:35, 15), type = "h", lwd = 2,
     main = "Función de probabilidad de Poisson",
     ylab = "P(X = x)", xlab = "Número de eventos")
legend("topright", legend = c("15"),
     title = expression(lambda), title.adj = 0.75, lty = 1,
     col = 1:3, lwd = 2, box.lty = 1)
```

Función de probabilidad de Poisson



2.- Probabilidad de que 50 alumnos lleguen en 15 minutos a la entrada de la escuela x = número de alumnos = 50 λ = tiempo de llegada = 15

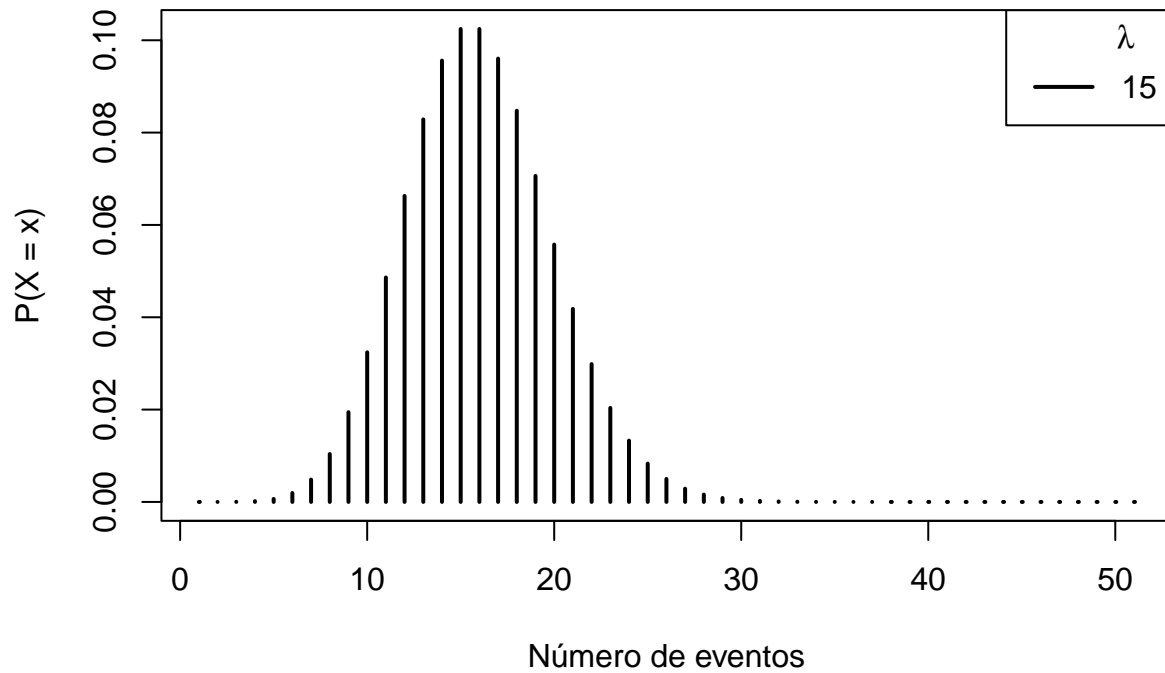
```
x=50
lamda=15
dpois(x,lamda)
```

```
## [1] 6.413142e-13
```

b) Gráfico y leyenda

```
plot(dpois(0:50, 15), type = "h", lwd = 2,
     main = "Función de probabilidad de Poisson 2",
     ylab = "P(X = x)", xlab = "Número de eventos")
legend("topright", legend = c("15"),
     title = expression(lambda), title.adj = 0.75,lty = 1,
     col = 1:3, lwd = 2, box.lty = 1)
```


Función de probabilidad de Poisson 2



Ejercicios

1.- ¿Cuál es la probabilidad de que a la escuela lleguen 34 alumnos en 5 minutos?

- a) Probabilidad de que 34 alumnos lleguen en 5 minutos a la entrada de la escuela $x =$ número de alumnos = 34 $\lambda =$ tiempo de llegada = 5

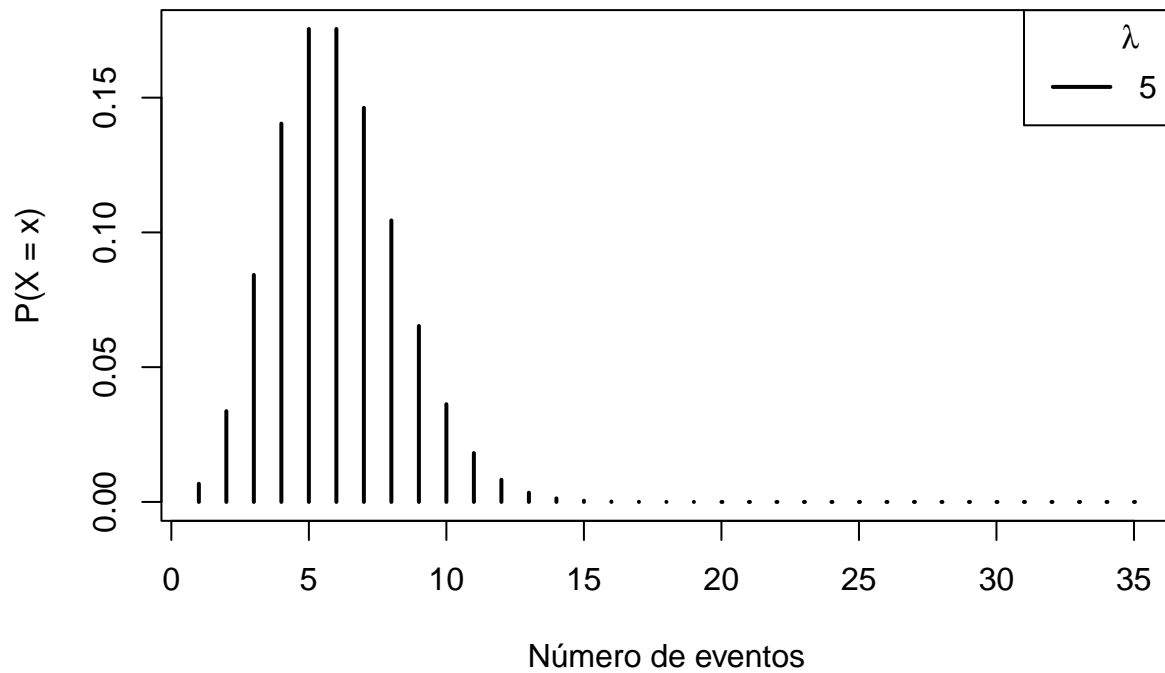
```
x=34
lambda=5
dpois(x,lambda)
```

```
## [1] 1.005822e-05
```

- b) Gráfico con su leyenda

```
x <- 34
plot(dpois(0:34, 5), type = "h", lwd = 2,
     main = "Función de probabilidad de Poisson 3",
     ylab = "P(X = x)", xlab = "Número de eventos")
legend("topright", legend = c("5"),
     title = expression(lambda), title.adj = 0.75, lty = 1,
     col = 1:3, lwd = 2, box.lty = 1)
```

Función de probabilidad de Poisson 3



2.- ¿Cuál es la probabilidad de que a la salida de la escuela, se encuentren 60 alumnos en 5 minutos? a)
 Probabilidad de que 60 alumnos salgan en 5 minutos a la salida de la escuela $x = \text{número de alumnos} = 60$
 $\lambda = \text{tiempo de llegada} = 5$

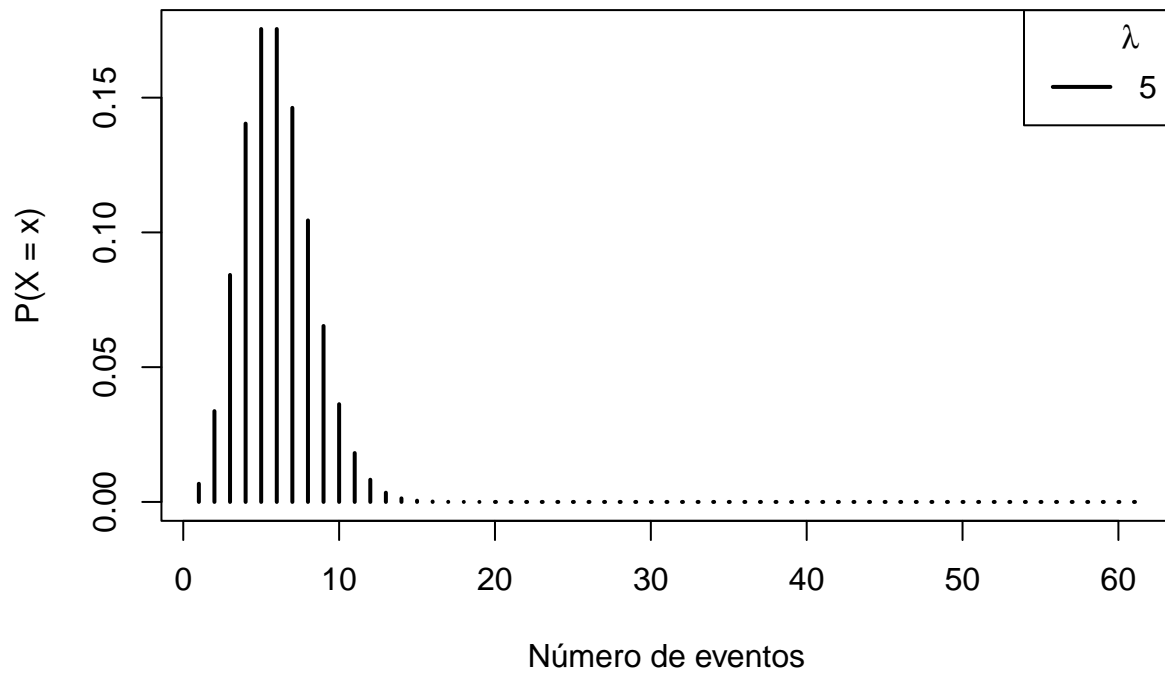
```
x=60
lamda=5
dpois(x,lamda)
```

```
## [1] 7.023491e-43
```

b) Gráfico y leyenda

```
plot(dpois(0:60, 5), type = "h", lwd = 2,
     main = "Función de probabilidad de Poisson 4",
     ylab = "P(X = x)", xlab = "Número de eventos")
legend("topright", legend = c("5"), title = expression(lambda),
     title.adj = 0.75, lty = 1, col = 1:3, lwd = 2,
     box.lty = 1)
```

Función de probabilidad de Poisson 4



3.- ¿Cuál es la probabilidad de que a la salida de la escuela, se encuentren 120 alumnos en 5 minutos? a)
 Probabilidad de que 120 alumnos salgan en 5 minutos a la salida de la escuela x = número de alumnos = 120 λ = tiempo de llegada = 5

```
x=120
lamda=5
dpois(x,lamda)
```

```
## [1] 7.577645e-118
```

b) Gráfico con su leyenda

```
plot(dpois(0:120, 5), type = "h", lwd = 2,
     main = "Función de probabilidad de Poisson 5",
     ylab = "P(X = x)", xlab = "Número de eventos")
legend("topright", legend = c("5"), title = expression(lambda),
     title.adj = 0.85, lty = 1, col = 1:3, lwd = 2,
     box.lty = 1)
```

Función de probabilidad de Poisson 5

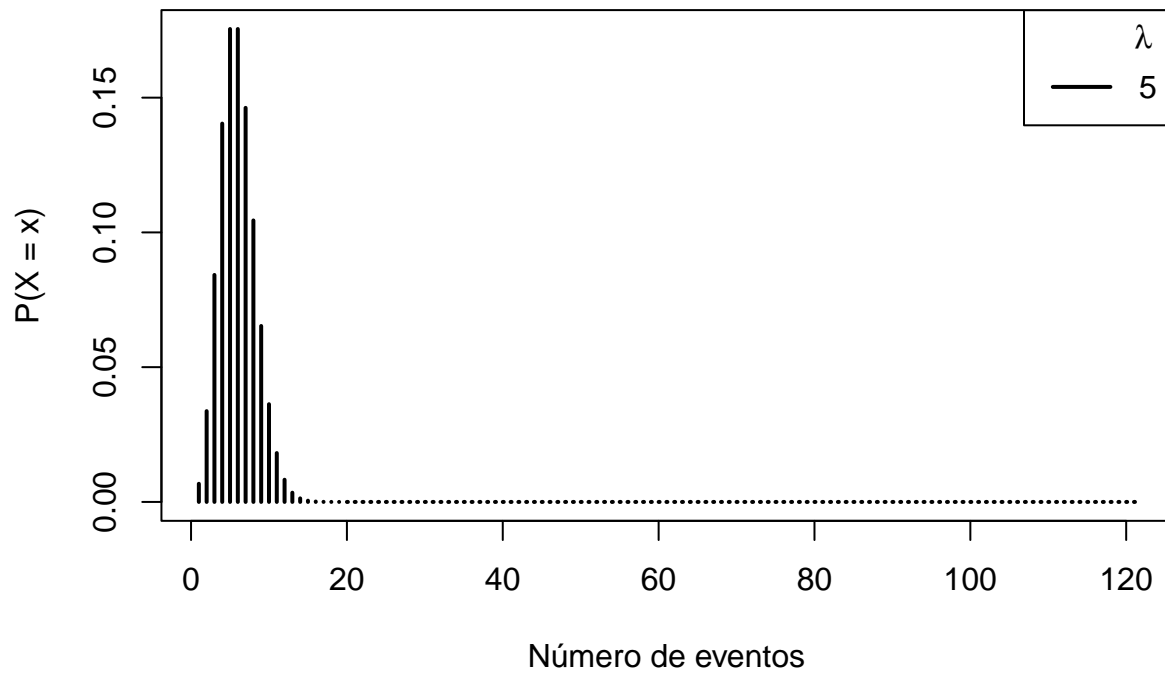


Gráfico para que esten todas las distribuciones juntas

Se realiza un gráfico en el que se junten las distribuciones, sin embargo se debe modificar el valor de lambda para que se pueda observar bien el gráfico, pero el valor de "x" sigue igual, además de que la leyenda también cambia.

```
plot(dpois(0:120, 5), type = "h", lwd = 2,
     main = "Función de probabilidad de Poisson 6",
     ylab = "P(X = x)", xlab = "Número de eventos")
lines(dpois(0:60, 10), type = "h", lwd = 3,
      col = rgb(1,0,0, 0.7))
lines(dpois(0:34, 20), type = "h", lwd = 4,
      col = rgb(0, 1, 0, 0.7))
legend("topright", legend = c("5", "10", "20"),
      title = expression(lambda), title.adj = 0.75,
      lty = 1, col = 1:3, lwd = 2, box.lty = 0)
```

Función de probabilidad de Poisson 6

