Serie de Taylor centrada en x0 = 0

para la funciíon f (x) = sin(x) es de hecho:

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{7} + \frac{x^7}{7} - \ldots$$

```
% Definimos la función
syms x
f = sin(x);
x0 = 0;
% Definimos el número máximo de términos de la serie
n = 10;
sum_sin = 0;
df = f;
% Calculamos la serie de Taylor
for i = 1:n
    df = diff(df, x);
    if mod(i, 2) == 1
        sum_sin = sum_sin + subs(df, x, x0) * (x - x0)^i / factorial(i);
    end
end

% Mostramos el resultado
sum_sin
```

sum_sin =

$$\frac{x^9}{362880} - \frac{x^7}{5040} + \frac{x^5}{120} - \frac{x^3}{6} + x$$

Ejercicio 1.12: Haz todos los c´alculos para demostrar que la Serie de Taylor centrada en x0 = 0

para la funciíon f (x) = cos(x) es de hecho:

$$\sin(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} - \frac{x^6}{6} + \ldots$$

```
syms y;
% Definimos la función
f = cos(y);
x0 = 0;
% Definimos el número máximo de términos de la serie
n = 10;
sum_cos = 0;
% Calculamos la serie de Taylor
for i = 0:n
    df = diff(f, y, i);
    sum_cos = sum_cos + subs(df, y, x0) * (y - x0)^i / factorial(i);
end
sum_cos
```

sum_cos =

$$-\frac{y^{10}}{3628800}+\frac{y^8}{40320}-\frac{y^6}{720}+\frac{y^4}{24}-\frac{y^2}{2}+1$$

Ejercicio 1.13: Calculemos algunas Series de Taylor que no est´an centradas en x0 = 0 (es decir, Series de Taylor que no son Series de Maclaurin). Por ejemplo, aproximemos la función f (x) = sin(x) cerca de x0 = $\frac{\pi}{2}$.

Cerca del punto x0 = $\frac{\pi}{2}$ la aproximaci ón de la Serie de Taylor tomaría la forma:

Escribe los primeros t´erminos de la Serie de Taylor para f (x) = sin(x)

centrada en x0 = $\frac{\pi}{2}$. Luego escribe código MATLAB para construir la figura 2 aproximaciones sucesivas para f (x) = sin(x) centradas en $\frac{\pi}{2}$..

```
% 1 Definimos la función
syms z
f(z)=sin(z)
```

f(z) = $\sin(z)$

```
% 2 y 3, Derivadas y serie
%------Entrada:
x0 = (pi)/3;
f
```

f(z) = $\sin(z)$

```
% n para este caso no sabemos n
error = 10e-5;
%--------Fin entrada.
%--------Paso 1
sum = 0;
n = 8; %El maximo de iteraciones
df(z) = f;
%--------Paso 2 hacer la serie de Taylor
for i = 1:n
    df(z)=diff(df,z);
    sum = sum + subs(df,z,x0)*(z-x0)^i/factorial(i);
end
sum
```

sum(z) =

$$\frac{z}{2}-\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}\,\left(z-\frac{\pi}{3}\right)^2}{4}+\frac{\sqrt{3}\,\left(z-\frac{\pi}{3}\right)^4}{48}-\frac{\sqrt{3}\,\left(z-\frac{\pi}{3}\right)^6}{1440}+\frac{\sqrt{3}\,\left(z-\frac{\pi}{3}\right)^8}{80640}-\frac{\left(z-\frac{\pi}{3}\right)^3}{12}+\frac{\left(z-\frac{\pi}{3}\right)^5}{240}-\frac{\left(z-\frac{\pi}{3}\right.}{1008}$$

Ejercicio 1.14: Repite el ejercicio anterior para las funciones

A. $f(x) = \cos(x)$ centrado en $x_0 = \pi$

```
% 1 Definimos la función
syms x
f(x)=cos(x)
```

f(x) = $\cos(x)$

```
% 2 y 3, Derivadas y serie
%------Entrada:
x0 = pi;
f
```

f(x) = $\cos(x)$

```
% n para este caso no sabemos n
error = 10e-5;
%--------Fin entrada.
%--------Paso 1
sum = 0;
n = 8; %El maximo de iteraciones
df(x) = f;
%--------Paso 2 hacer la serie de Taylor
for i = 1:n
    df(x)=diff(df,x);
    sum = sum + subs(df,x,x0)*(x-x0)^i/factorial(i);
end
sum
```

sum(x) =

$$\frac{(x-\pi)^2}{2} - \frac{(x-\pi)^4}{24} + \frac{(x-\pi)^6}{720} - \frac{(x-\pi)^8}{40320}$$

B. $f(x) = \log(x)$ centrado en $x_0 = 1$

```
% 1 Definimos la función
syms x
f(x)=log(x)
```

f(x) = $\log(x)$

```
% 2 y 3, Derivadas y serie
%------Entrada:
x0 = 1;
f
```

f(x) = $\log(x)$

```
% n para este caso no sabemos n
```

```
error = 10e-5;
%--------Fin entrada.
%--------Paso 1
sum = 0;
n = 8; %El maximo de iteraciones
df(x) = f;
%--------Paso 2 hacer la serie de Taylor
for i = 1:n
    df(x)=diff(df,x);
    sum = sum + subs(df,x,x0)*(x-x0)^i/factorial(i);
end
sum
```

```
sum(x) =
```

$$x - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \frac{(x-1)^5}{5} - \frac{(x-1)^6}{6} + \frac{(x-1)^7}{7} - \frac{(x-1)^8}{8} - 1$$