

Fenómeno de difracción con hipocicloides

Juan Diego Figueroa Hernández

Gabriela Sánchez Ariza

Nicolás Toledo Parra

*

*Universidad Industrial de Santander
Cl. 9 Cra 27, Bucaramanga, Santander*

12 de Marzo de 2022

Índice

1. Introducción	1
2. Metodología	2
3. Simulación y resultados	4
4. Conclusiones	5

Resumen

En este trabajo se busca realizar el estudio de la difracción producida por diferentes hipocicloides, para lo cual se realizó un código en MatLab en donde por medio de las ecuaciones que describen las curvas hipocicloides, y por medio de una *Fast Fourier Transform* se obtuvo la transformada de Fourier de las mismas, esta transformada corresponderá a la difracción. Para la visualización tanto de los hipocicloides como de la difracción se hizo uso de una interfaz gráfica de usuario conocida como GUIDE, en donde de forma interactiva se escoge un valor k , el cual es la razón entre el radio mayor y el menor que determinan la forma del hipocicloide, y se obtiene posteriormente la representación tanto del hipocicloide como de la transformada para ese valor. De este estudio se obtuvo que el valor k determina la simetría del hipocicloide y también de la transformada en el espacio inverso. Además, se apreció que si en el espacio directo el hipocicloide se hacía más pequeño, en el espacio inverso se hacía más grande y viceversa.

1. Introducción

La difracción es un fenómeno que ocurre cuando una onda pasa a través de un obstáculo, abertura o cuando impacta contra el borde de un elemento opaco. En la propagación de la luz a través de una o más rendijas el fotón se puede caracterizar como una función de onda, la cual sigue la trayectoria del fotón desde el punto donde se crea hasta la pantalla, esta trayectoria depende de la distancia que deba recorrer, de las condiciones iniciales, del entorno físico y de la geometría del obstáculo. Para este trabajo se realizó el estudio del fenómeno de difracción sobre obstáculos o rendijas de diferentes formas conocidas como curvas

*e-mail:juan2200815@correo.uis.edu.co; gabriela2200816@correo.uis.edu.co; nicolas2200017@correo.uis.edu.co

hipocicloides.

Una curva hipocicloide corresponde a la trayectoria descrita por un punto fijo que se encuentra ubicado sobre una circunferencia que rota sin deslizar en el interior de otra circunferencia que permanece fija, y que tampoco genera deslizamiento. Estas curvas son interesantes de estudiar por sus diversas formas, las cuales van cambiando dependiendo de la relación que exista entre los radios de cada una de las circunferencias (ver figura 1), esta relación se define en este trabajo por medio de un factor k , que viene a ser la razón entre el radio de la circunferencia grande, y el radio de la circunferencia pequeña.

A lo largo de este trabajo se podrá observar la metodología, en la que se presenta la forma de estudiar el fenómeno de difracción por medio del software MatLab [1], para lo cual se tuvo en cuenta la teoría que explica el fenómeno. Además, se presenta la simulación y resultados, en donde se presentan los resultados obtenidos a partir del código realizado en MatLab. Finalmente, se tienen las conclusiones, en donde se hace un balance sobre la comprensión lograda entre los aspectos teóricos y experimentales a lo largo del proyecto, y se hace uso de diferentes bibliografías.

Michael Faraday dijo alguna vez: *"Nada es demasiado maravilloso para ser cierto si obedece a las leyes de la naturaleza"*, así que con este trabajo, que tiene por objetivo mejorar la comprensión sobre el fenómeno de la difracción aplicado a las curvas hipocicloides, se aprecia la maravilla de los patrones de difracción producidos y aunque parezca algo alejado de nuestra realidad es cierto y es posible entenderlo gracias a la ciencia.

2. Metodología

Para empezar a estudiar el fenómeno de la difracción se procede a realizar una interfaz gráfica de usuario GUIDE en MatLab, en la cual se espera mostrar el hipocicloide y su respectiva transformada de Fourier. Para esto se definieron los 2 *axis* necesarios para visualizar las imágenes, un *popupmenu* para seleccionar el valor de K el cual define el tipo de hipocicloide con el que se desea trabajar, y los demás paneles que permiten visualizar el logo de la UIS y los nombres de los autores de este trabajo para mayor estética de la presentación (ver figura 1).

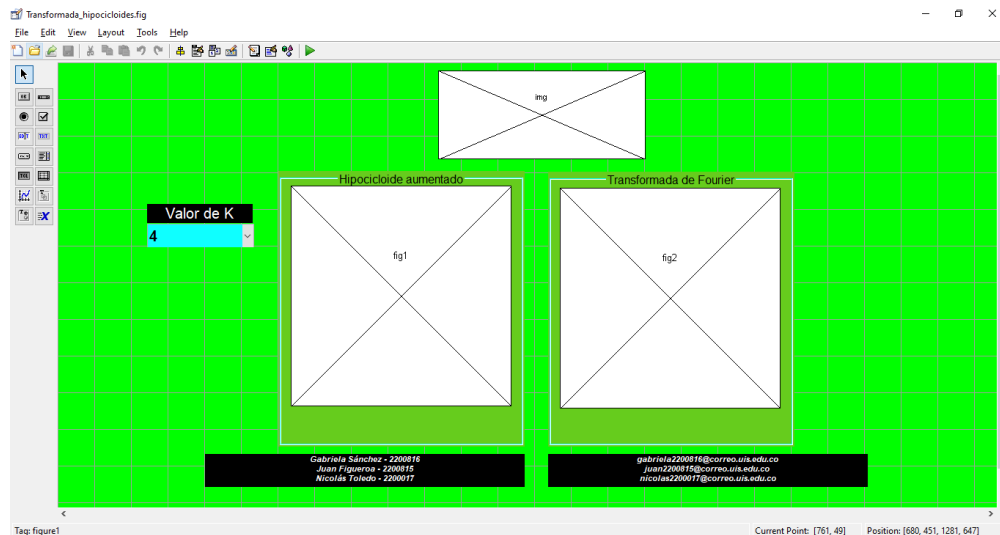


Figura 1: En esta figura se presenta la interfaz gráfica de usuario GUIDE, en la que se puede observar el espacio para el logo de la UIS, la opción de escoger el valor k , el panel para el hipocicloide y el panel para la transformada de Fourier, y por último los nombres, códigos y correos de los autores.

Posteriormente, se procede a realizar en el código la parte del hipocicloide, para ello se parte de las ecuaciones paramétricas de una curva hipocicloide, en este caso son las siguientes (2); en donde r es el radio de la circunferencia menor, Rc es el radio de la circunferencia más grande, k es la razón entre el radio grande y el radio pequeño, y t el parámetro empleado, el cual será el ángulo en las ecuaciones y tomará 10000 valores entre 0 y 2π , también se centra la imagen con base en las dimensiones del panel.

```
% Se parametriza la ecuación del hipocicloide y se centra
x = ((Rc)-r)*cos(t) + r*cos(t*((Rc)-r)/r) + 256;
y = ((Rc)-r)*sin(t) - r*sin(t*((Rc)-r)/r) + 256;
```

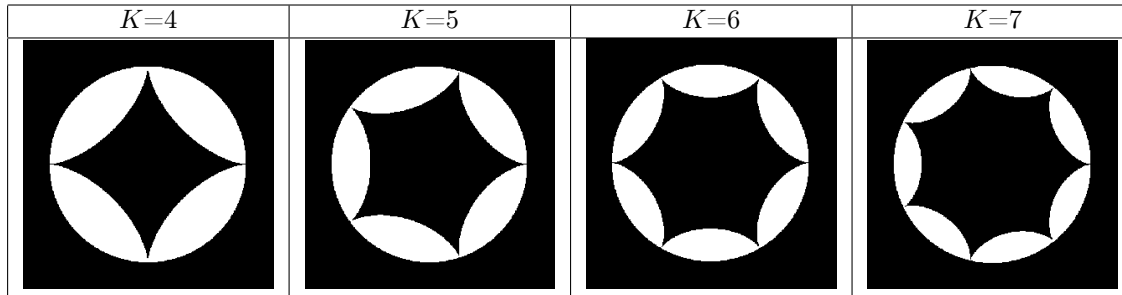
Figura 2: En esta figura se muestra la parametrización que se realizó en el código de MatLab de la ecuación de una curva hipocicloide centrada con respecto a las dimensiones del panel.

Después se realiza de nuevo una parametrización, pero en este caso para la circunferencia mayor la cual también está centrada con respecto a las dimensiones de la imagen (ver figura 3). Lo anterior se realiza para poder convertir las ecuaciones paramétricas en imágenes binarias, las cuales se combinan para tomar la intersección entre ellas, obteniendo imágenes de hipocicloides como las que se muestran en el cuadro (1).

```
% Se parametriza la ecuación de la circunferencia y se centra
x1=(Rc)*cos(t) + 256;
y1=(Rc)*sin(t) + 256;
```

Figura 3: En esta figura se muestra la parametrización que se realizó en el código de MatLab de la ecuación de la circunferencia mayor centrada con respecto a las dimensiones del panel.

Cuadro 1: En esta figura están ejemplares de curvas hipocicloides definidas para cuatro diferentes valores de K .



Por preferencia se decide hacer la transformada de estos hipocicloides con dimensiones pequeñas con respecto al panel, sin embargo, con el fin de que se pueda apreciar de mejor manera el hipocicloide, se decide plantear de nuevo las ecuaciones paramétricas del hipocicloide pero con un factor de escala, teniendo en cuenta y aclarando que la transformada se realiza a ese mismo hipocicloide pero más pequeño. En otras palabras lo que se muestra a la izquierda es el hipocicloide con un *zoom in*. Finalmente, se realiza la transformada de Fourier del hipocicloide parametrizado al inicio, tomando en cuenta que hay que usar el comando *abs*, porque la matriz resultante se compone de números complejos, y además se selecciona un comando el cual hace que *imshow* determine la escala de grises como se aprecia en la figura 4.

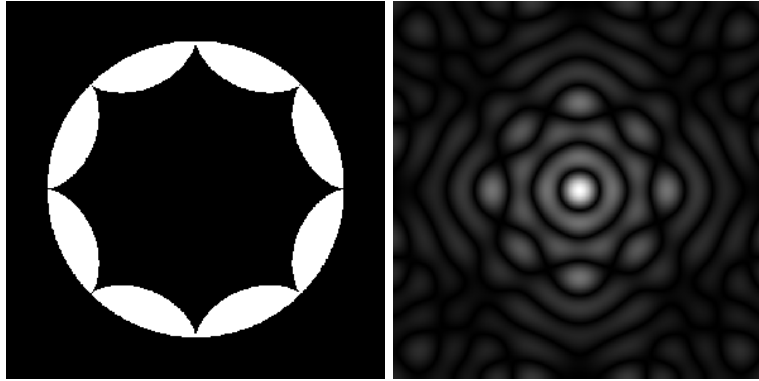


Figura 4: En esta figura se observa a la izquierda el hipocicloide ampliado con un valor de $K=8$ y a la derecha la transformada de Fourier del hipocicloide original.

3. Simulación y resultados

Como se mencionó anteriormente, en la interfaz gráfica GUIDE de MatLab se establecía el valor de K y se obtenía el hipocicloide y su respectiva transformada de Fourier (ver figura 5). En este trabajo el valor de K puede variar entre los naturales desde 4 hasta 16, obteniendo resultados interesantes, en la figura 2 se pueden observar algunos. Estos resultados junto con el código se pueden encontrar en el siguiente repositorio de GitHub ¹.

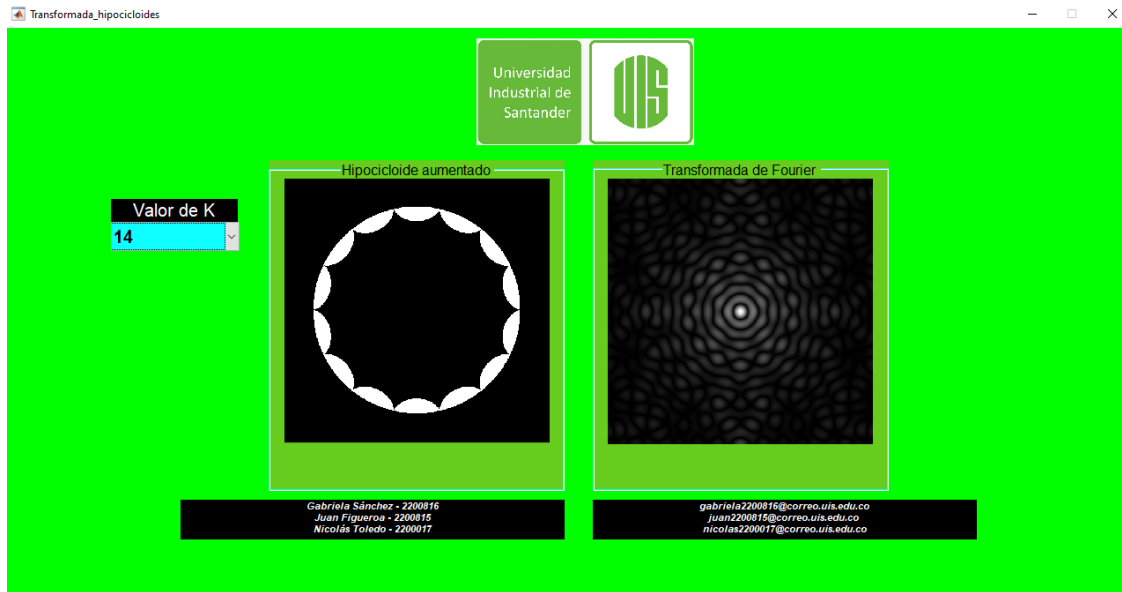
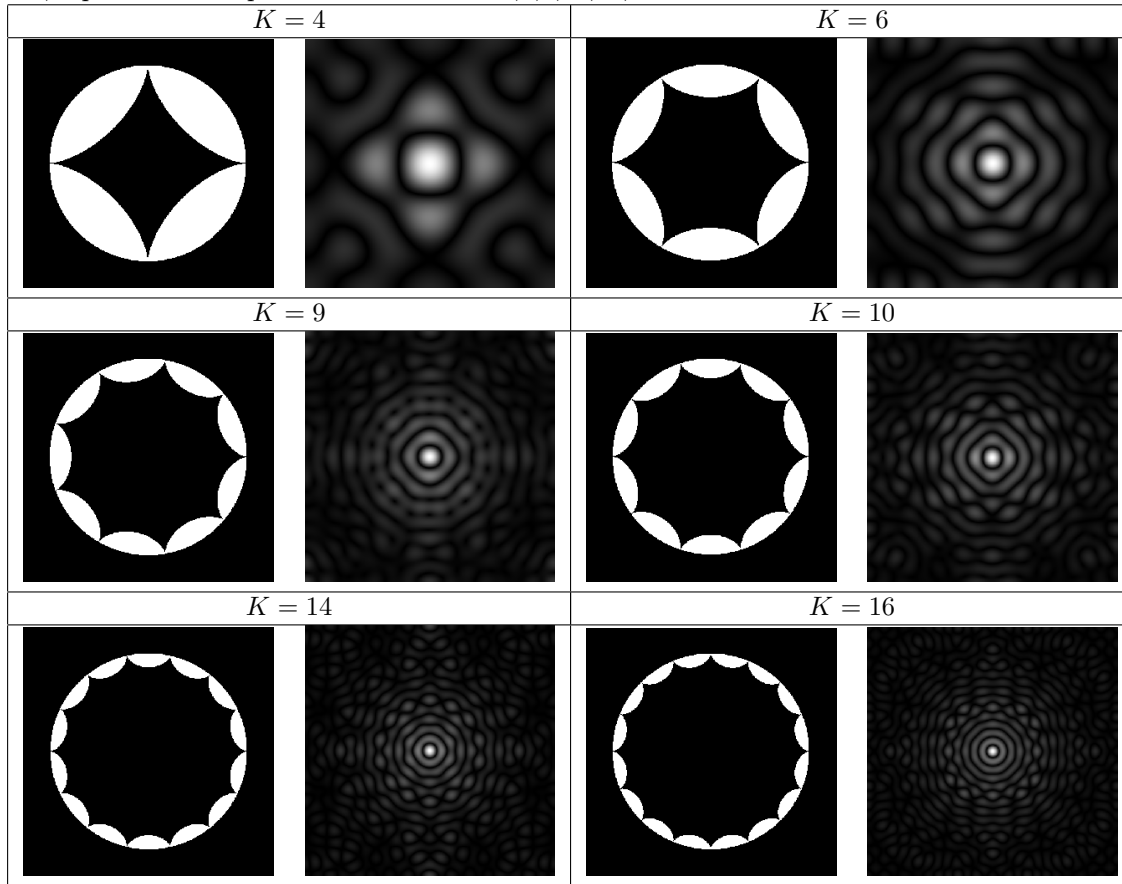


Figura 5: En esta figura se presenta la interfaz gráfica de usuario GUIDE, en la que se puede observar el logo de la UIS, la opción de escoger el valor k , el hipocicloide y su transformada de Fourier, y por último los nombres, códigos y correos de los autores.

¹<https://github.com/JuanDiegoFigueroa/Fast-Fourier-Transform->

Cuadro 2: En la siguiente tabla se presentan algunos de los resultados obtenidos del código realizado en MatLab, específicamente para valores de K de 4,6,9,10,14,16.



4. Conclusiones

Con base en los anteriores resultados y el análisis mencionado se concluye lo siguiente:

- En primera instancia, este trabajo permite entender aplicaciones del fenómeno de difracción, por ejemplo en el estudio de estructuras cristalinas por medio de difracción con rayos x [2], lo cual permite caracterizar la estructura atómica del material empleado.
- En segunda instancia, el valor de k determina la simetría del hipocicloide, debido a la relación matemática que se tiene con el par de circunferencias, y por lo tanto también determina simetrías en el espacio inverso, como se apreció en los resultados anteriores.
- Además, modificando la simulación con respecto a las dimensiones del hipocicloide se apreció también que si en el espacio directo la estructura es relativamente pequeña, en el espacio inverso será relativamente grande, lo mismo ocurre en sentido opuesto.
- Finalmente, por medio de este trabajo se demuestra que la difracción es un fenómeno que depende de la forma de la rendija u obstáculo que se tenga, ya que para este trabajo todas las condiciones eran las mismas y lo único que variaba correspondía a la forma del hipocicloide.

Referencias

- [1] Moler C ea (2018) Matlab, . URL <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.
- [2] I G (2020) Difracción de rayos x y analisis de estructuras cristalinas, . URL <https://www.youtube.com/watch?v=QALB-XpWsdA/>.