Tensores y Autovalores

Juan Diego Figueroa Hernández

Juan Andrés Guarín Rojas

2 de febrero de 2022

#LaUISqueQueremos

Universidad Industrial de Santander

72 años Universidad Industrial de Santander Patrimonio educativo y cultural

Momentos centrados y su representación

$$\mu_0(v) = \sum_{i=1}^{N} v_i$$

Momento centrado de orden 0

$$\mu_1(v) = \sum_{i=1}^{N} v_i \left(|x\rangle_i - |\bar{x}\rangle \right)$$

Momento centrado de orden 1

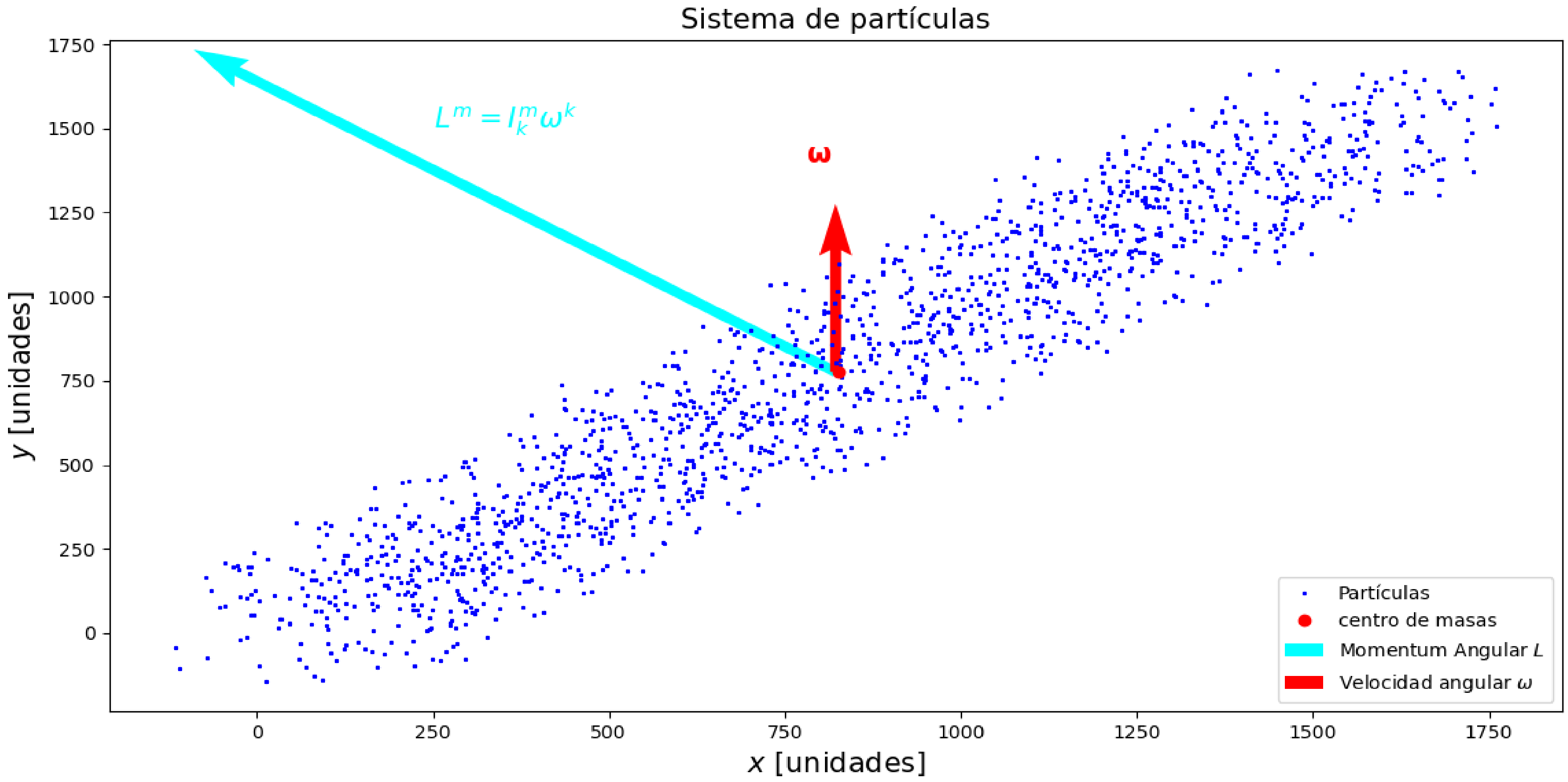
$$\mu_2(v) = \sum_{i=1}^{N} v_i \left(|x\rangle_i - |\bar{x}\rangle \right)^2$$

Momento centrado de orden 2

$$|\bar{x}\rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} |x\rangle_i = \begin{pmatrix} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} y_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{x}^1 \\ \bar{x}^2 \end{pmatrix}$$

Vector promedio

Momentos centrados y su representación

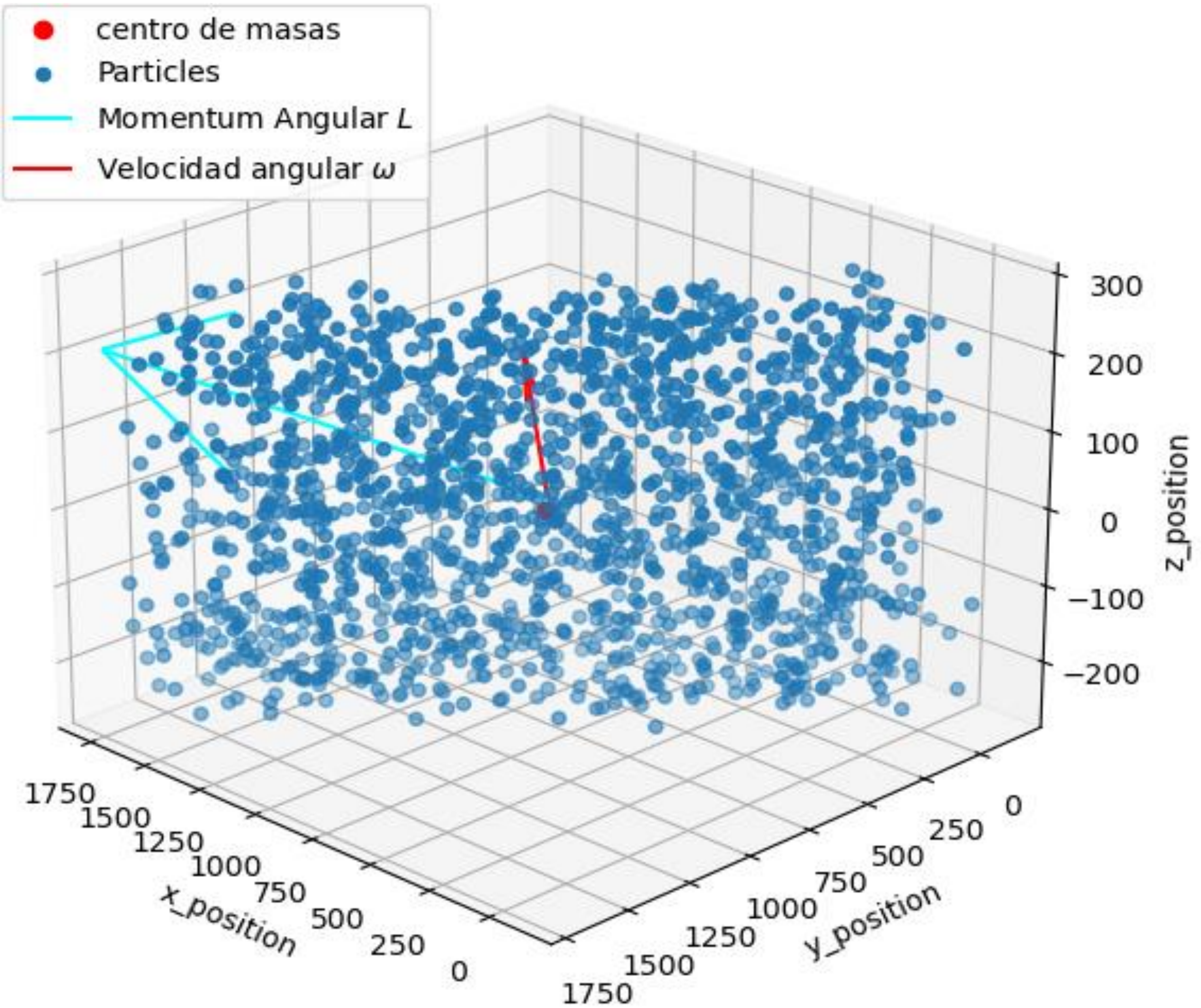


$$I = \mu_2' = \begin{pmatrix} \mu_{2_{22}} & -\mu_{2_{12}} \\ -\mu_{2_{21}} & \mu_{2_{11}} \end{pmatrix}$$

$\mu_0(v) = Masa\ total\ del\ sistema$

$\mu_1(v) = Centro\ de\ Masa\ 2D$ $\mu_2(v) = Tensor\ momento\ de\ inercia\ del\ sistema$

Momentos centrados y su representación



$$I = \mu_2' = \begin{pmatrix} \mu_{2_{22}} + \mu_{2_{33}} & -\mu_{2_{12}} & -\mu_{2_{13}} \\ -\mu_{2_{21}} & \mu_{2_{11}} + \mu_{2_{33}} & -\mu_{2_{23}} \\ -\mu_{2_{31}} & -\mu_{2_{32}} & \mu_{2_{11}} + \mu_{2_{22}} \end{pmatrix}$$

$\mu_0(v) = Masa\ total\ del\ sistema$

$\mu_1(v) = Centro\ de\ Masa\ 3D$ $\mu_2(v) = Tensor\ momento\ de\ inercia\ del\ sistema$

Transformación de coordenadas

$$|x\rangle = \tilde{x}^1(a_1|i\rangle + a_2|j\rangle) + \tilde{x}^2(b_1|i\rangle + b_2|j\rangle)$$

$$= (\tilde{x}^1 a_1 + \tilde{x}^2 b_1)|i\rangle + (\tilde{x}^1 a_2 + \tilde{x}^2 b_2)|j\rangle$$

$$= x^1|i\rangle + x^2|j\rangle$$

$$x^1 = \tilde{x}^1 a_1 + \tilde{x}^2 b_1$$

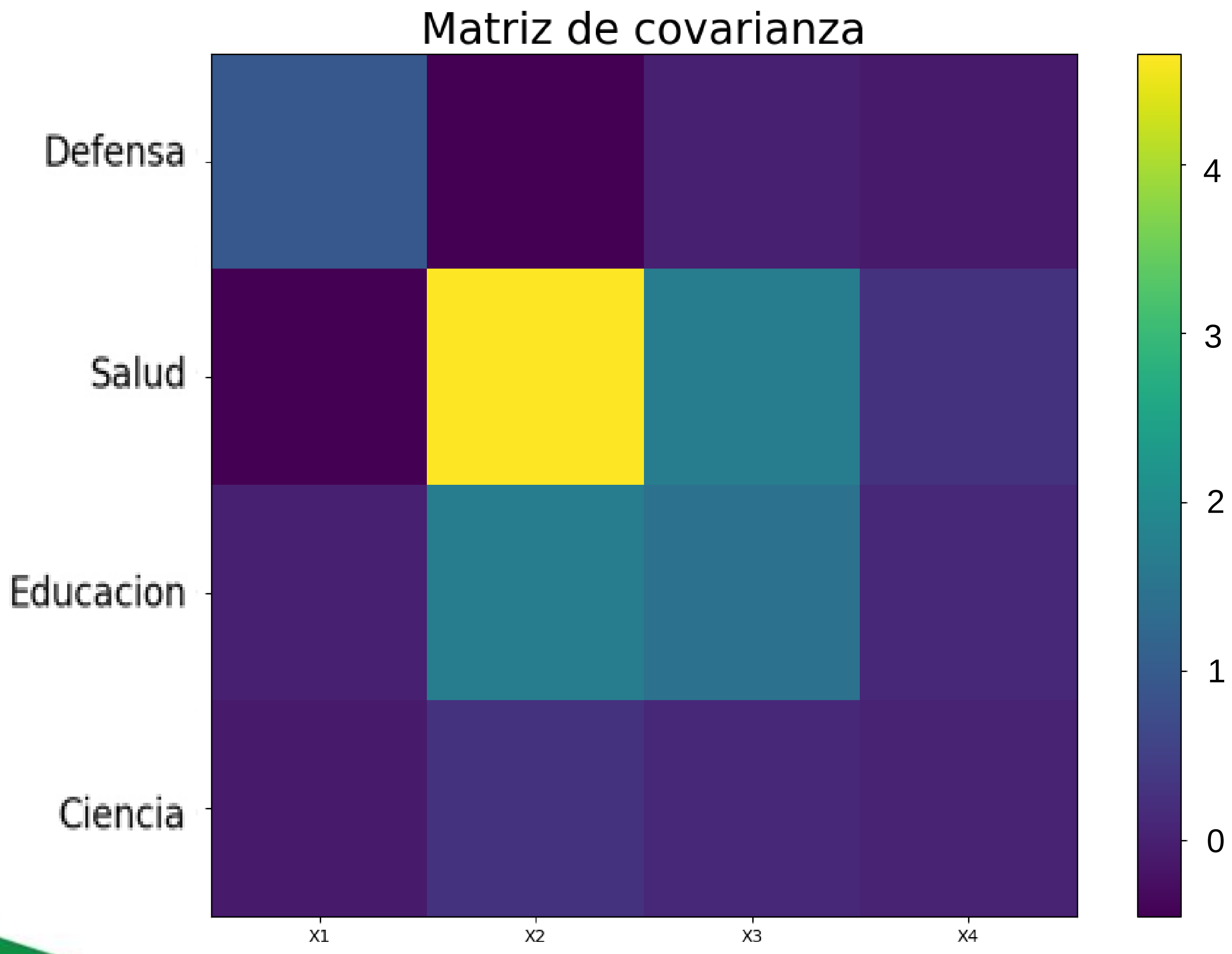
$$x^2 = \tilde{x}^1 a_2 + \tilde{x}^2 b_2$$

$$\frac{\partial x^i}{\partial \tilde{x}^j} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$$

$$\left(\frac{\partial x^i}{\partial \tilde{x}^j}\right)^{-1}$$

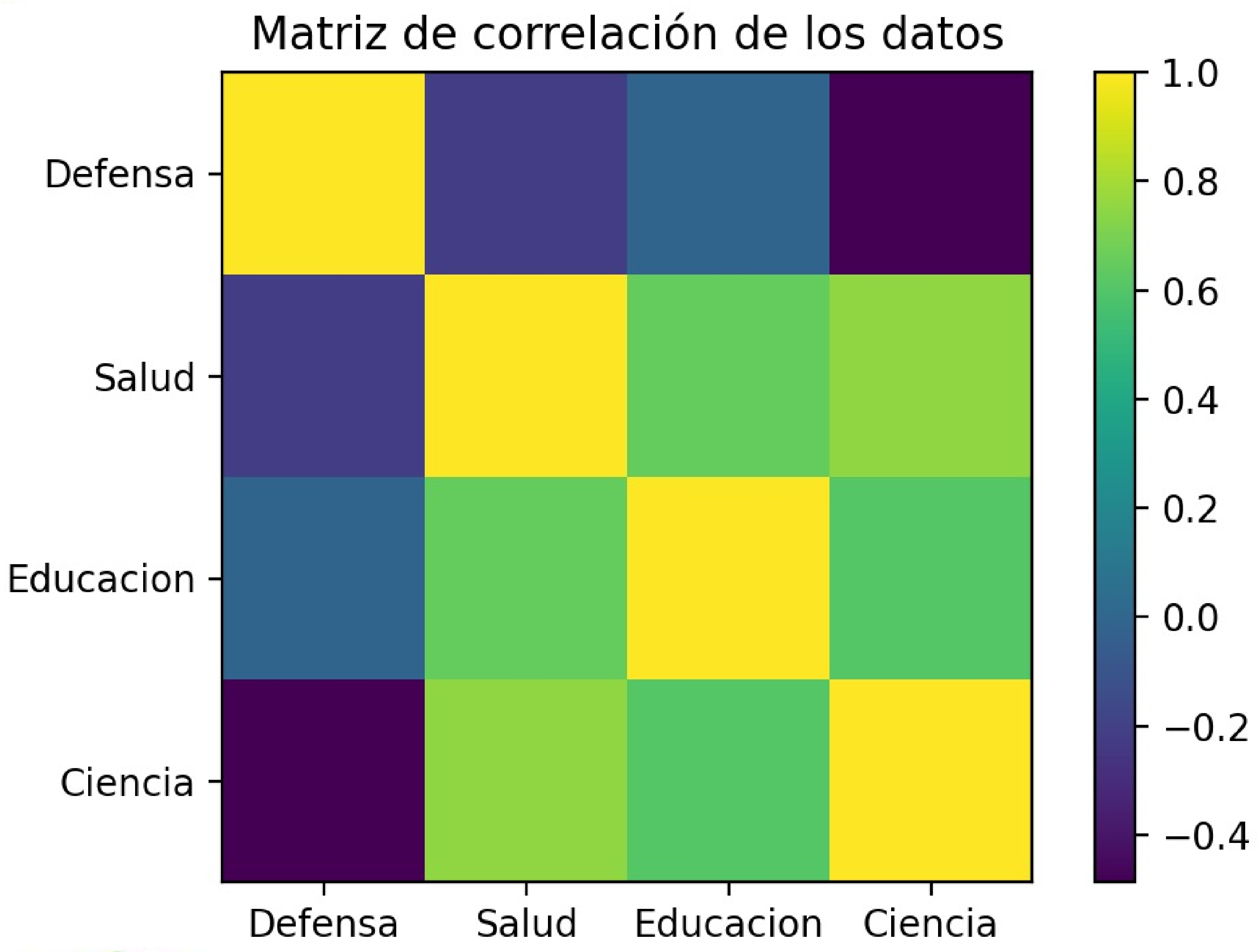
Matriz de cambio de la base cartesiana a la propia

Matriz de covarianza de los datos



$\mu_2(v) = matriz$
$de\ covarianza$

Matriz de correlación de los datos



$$CORR_{ij} = \frac{\mu_{2_{ij}}}{\sqrt{\sum_{m=1}^{N}(x_m^i - \bar{x}^i)^2}\sqrt{\sum_{n=1}^{N}(x_n^j - \bar{x}^j)^2}},$$

x_m^i

$i \rightarrow$ *Variable e.g.: gastos en defensa*

$m \rightarrow$ *Año correspondiente*

Conclusiones

- El momento μ_0 fue la masa total del sistema. El momento μ_1 correspondió al centro de masa, al dividir entre la masa total. El momento μ_2 proporcionó a el tensor de momento de inercia, al acomodar correctamente sus componentes.

- Los ejes principales de inercia fueron hallados usando el momento μ_2. Tomando en cuenta una modificación para que coincidiera con el tensor de inercia

- La matriz de cambio de coordenadas se obtuvo usando la inversa de la matriz con las componentes cartesianas de los autovectores en columnas.

- Los incrementos o disminuciones del porcentaje del PIB en Salud, Educación y Ciencia están fuertemente relacionados entre sí. Lo que implica que estos tres gastos tienden a comportarse igual.

- Los gastos en defensa tienen una correlación muy baja con los demás. Los valores negativos se relación con correlaciones opuestas, es decir, aumentos en defensa implicarían disminución del gasto en otro factor.

Gracias!

Universidad
Industrial de
Santander