INDUCCIÓN

Autor: Juan Diego Vélez Sánchez
IS&C, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia
Correo-e: juandiego.velez@utp.edu.co

***Resumen* — Este documento presenta un resumen sobre el razonamiento inductivo, el cual es aplicado en diferentes áreas como las matemáticas, este permite demostrar los resultados de un sistema en concreto, donde un conjunto de propiedades determinan el resultado.**

***Palabras clave*— Pensamiento, inducción, irregularidad, sistemas,**

I. INTRODUCCIÓN

La inducción es un proceso de conocimiento y demostración, el cual consiste en observar las diferentes circunstancias, irregularidades o resultados de un sistema, el cual partiendo de estas observaciones se puede llegar a una conclusión general o final, es realmente útil a la hora de plantear teorías, donde estas eventualmente serán comparadas y verificadas.

Por ejemplo, si le hacemos la siguiente peganta a cualquier persona, posiblemente obtengamos la misma respuesta, la pregunta es:

¿De qué color es un cuervo?

Es una pregunta totalmente simple, pero nos permite darnos una idea de lo que es el razonamiento inductivo, la mayoría de las personas sin ninguna duda alguna dirían:

Que un cuervo es de color negro.

Figura 1. Cuervo

Pero ¿por qué llegamos a la misma respuesta o conclusión?

Simplemente decimos que un cuervo es negro ya que todos los que se han observado hasta el momento son de este color, por ende la afirmación de que un cuervo es de color negro es verdadera hasta que se demuestre lo contrario, lo cual si se llega a ver un cuervo de un color diferente, ya no es verdad decir que cualquier cuervo es negro, si no que tendrá una variabilidad en su color.

Otro claro ejemplo es acerca del desierto.

Imaginemos que vamos a ir a un desierto, el tipo de ropa que llevaríamos sin ninguna duda, seria ropa cómoda, ligera y fresca, también decimos que el clima en el desierto para cualquier día siempre va ser soleado y caluroso, nos imaginamos que el clima del desierto es totalmente lo mismo día tras día, pero como un sistema que contiene irregularidades, gracias a las observaciones y circunstancias, existe una pequeña posibilidad de que pueda llover cualquier día, lo cual rompe ese ciclo de que siempre va hacer lo mismo y llegamos a la conclusión, de que deberíamos estar preparados por si ocurre este tipo de eventos.

Figura 2. Desierto

Este pensamiento inductivo, lo encontramos en diferentes áreas, una de ellas son las matemáticas, comúnmente en las funciones, ecuaciones etc. Donde a pesar de que estas funcionan con miles de casos diferentes y llegan a los resultados esperados, pueden fallar y volverse obsoletas.

II. DEMOSTRAR UN SISTEMA IRREGULAR

Por demostrar que una cierta parte o ley de un sistema irregular se cumple, se debe comprobar por lo menos con los siguientes tres paso o procesos:

1. Si algo ocurre, se debe ver y comprobar por lo menos una vez.

2. Para cualquier valor de acuerdo al sistema se debe asumir que este cumplirá con el principio acordado.

3. Comprobar y demostrar que por ese valor en el sistema, el siguiente inevitablemente también cumplirá.

Un claro ejemplo es el efecto domino, el cual una ficha tiene la mismas características que cualquier otra, como por ejemplo, la ficha pesa lo mismo, tiene el mismo tamaño, misma forma, etc. Pero cuando acomodamos dos fichas una al lado de otra, a una distancia prudente para que al caer la primera toque la segunda, esta inevitablemente también caerá, podemos deducir que el principio ocurre una vez (al tumbar una ficha cae la siguiente), lo hemos visto y comprobado, pero que pasa si introducimos una tercera ficha con la misma distancia a la que esta la segunda de la primera, ya verificamos que al caer la primera ficha esta tumbara a la segunda y por siguiente la segunda tumba la tercera, este es el efecto domino.

Pero si alteramos las características de estas como el peso, o incluso una distancia entre cualquier ficha a otra, el efecto domino desaparece, este es el principio de irregularidad, donde un sistema puede expandirse como el efecto domino pero también puede fallar gracias a sus irregularidades.

El efecto domino cumple con el primer paso, ya que observamos que al tumbar la primera ficha la segunda cae, o sea, ya lo vimos y comprobamos una vez. El segundo paso lo cumple, ya que si escogemos cualquier ficha del domino asumimos que esta cumple con el principio acordado, lo cual quiere decir que también caerá, solo nos falta el tercer paso, el cual es un gran problema ya que nos toca demostrar que gracias a esta ficha la siguiente inevitablemente se caerá.

El tercer paso es el más importante ya que podemos garantizar si el domino es regular o irregular, o sea, se cumple la inducción y el principio acordado, por fuerza todo el domino se va a caer, ya que estamos utilizando la misma distancia entre fichas, como también su peso etc.

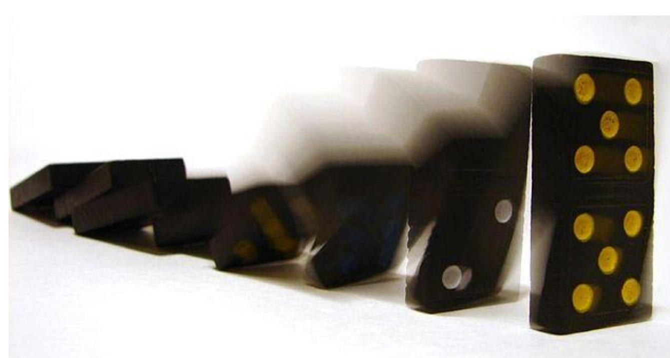

Figura 3. Efecto Domino

III. PRINCIPIO DE INDUCCIÓN MATEMÁTICA

Podemos acoplar la demostración a sistemas irregulares en las matemáticas por ejemplo una función, debe funcionar por lo menos una vez, cualquier valor puede funcionar y demostrar que gracias a este el siguiente también cumplirá. Por ejemplo para los números naturales:

1. Si tenemos una propiedad que la cumple el número 1.

2. Suponemos que la cumple cualquier número N.

3. Podemos demostrar que la cumple N + 1.

Esta propiedad (la propiedad conmutativa) la tiene todos los números naturales, no hace falta demostrarla para cada número natural ya que estos son infinitos, esto quiere decir que hay una unidad entre el número natural que sigue como también el anterior a él.

Gracias a esto obtenemos resultados más rápidos y no obliga a ejecutar los procesos para todos los valores posibles, aunque pueden fallar. La idea principal de esto, es que gracias a esa irregularidad llegar a conclusiones generales las cuales pueden cambiar a largo plazo según las circunstancias presentadas.

Otro claro ejemplo es la suma de números naturales menores o iguales a n.

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

N = cantidad de elementos

Tenemos una ecuación que calcula esta suma sin necesidad de la suma, imaginemos que vamos a sumar los primeros 100 números, tendríamos que hacer 100 sumas, lo cual es bastante lento y difícil, pero esta fórmula es equivalente a la suma de esos cien números y lo vamos a comprobar:

El primer dice que debemos ver que la ecuación funciona por lo menos una vez, lo cual si tenemos solo un argumento pasa lo siguiente:

$$1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2}.$$

Si hacemos el procedimiento el resultado será 1, lo cual el principio se cumple una vez.

El segundo paso es coger otros valores y suponer que estos funcionan:

$$1 + 2 + 3 = \mathbf{[\,3\,(\,3 + 1\,)\,]\,/\,2}$$

La suma de la izquierda da 6, y si resolvemos la ecuación de la derecha nos da lo mismo.

$$\mathbf{[\,3\,(\,4\,)\,]\,/\,2}$$

$$\mathbf{12\,/\,2 = 6}$$

Solo nos falta el tercer paso, el cual es demostrar, que n es igual a (n + 1):

$$\frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{2}$$

Si resolvemos las dos ecuaciones obtenemos que son iguales:

$$\frac{k(k+1)+2(k+1)}{2} = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{2}$$

$$\frac{k^2+k+2k+2}{2} = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{2}$$

$$\frac{(k+1)(k+2)}{2} = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{2}$$

$$\frac{(k+1)((k+1)+1)}{2} = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{2}$$

Si despejamos el lado izquierdo obtendremos lo mismo que el lado derecho, gracias a esto se ha demostrado que gracias al valor de n el siguiente (n+1) inevitablemente también cumplirá con el principio, la propiedad cumple para la suma de 1 hasta el N que puede ser infinito, lo cual se ahorra el trabajo de ir probando el valor de N uno por uno.

IV. GEOMETRÍA

Un polígono convexo es aquel que sus ángulos miden menos de 180, y sus diagonales son interiores:

Figura 4. Polígono de 5 lados

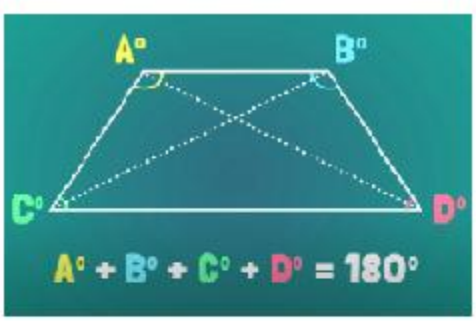

Figura 5. Suma de los ángulos de un polígono

Vamos a demostrar que la suma de los ángulos interiores de un polígono convexo es igual a:

180 * (n - 2)

Donde N es la cantidad de lados

El polígono más pequeño es el triángulo, el cual contiene solo tres lados:

Figura 6. Polígono convexo de 3 lados.

La suma de sus ángulos es 180

N = 3

Por lo cual si remplazamos la N en la ecuación obtenemos:

180 * (3 - 2) = 180

180 * 1 = 180

180 = 180

Como podemos ver el primer paso de la inducción se cumple, ver y comprobar por lo menos una vez.

Ahora suponemos que los polígonos de N lados también cumplen esto:

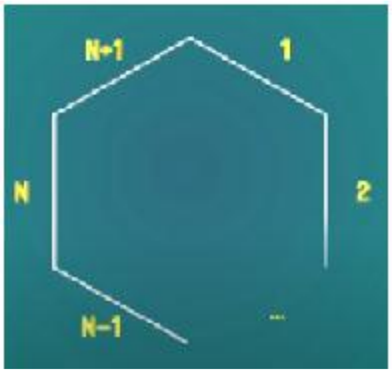

Figura 7. Polígono de N lados

Tenemos dos lados y una cantidad que no sabemos, por eso la parte con tres puntos, que equivalen a cualquier cantidad de lados hasta llegar a N, como ya comprábamos que para N cumple, debemos demostrar que para N + 1 también.

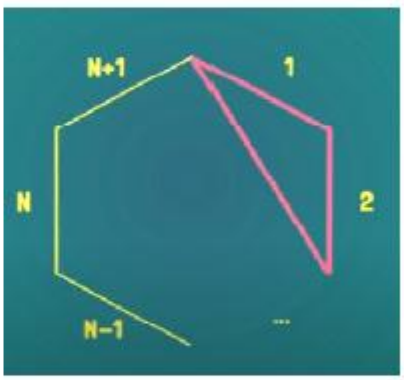

Figura 8. Formación de un polígono de 3 lados

Unimos los vértices de dos lados, ahora tenemos un triángulo y el resto de lados del polígono equivalen a un polígono de N lados.

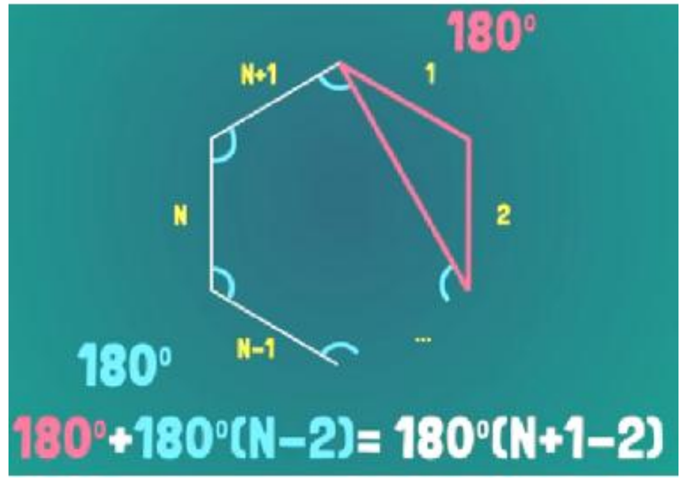

Figura 9. Suma de los ángulos de N + 1

Calculamos la suma de los ángulos del polígono rojo, como anteriormente lo comprobamos este nos da 180.

Como tenemos un polígono de N lados (líneas blancas) la suma de sus ángulos es 180 * (N - 2), y como el triángulo hace parte de este polígono debemos sumarle este valor. Como estamos verificando que N se cumple N + 1 se cumplirá inevitablemente.

Poligono rojo:

180 * (3 - 2) = 180

Como para un poligono de N lados es:

180 * (N - 2)

Como estamos verificando N + 1

180 * (N + 1 + 2)

Como el polígono rojo hace parte del polígono de N lados tenemos que:

180 * (3 - 2) + 180 * (N - 2)

Y como estamos comprobando que esto se cumple y es igual para N + 1 tenemos que:

$$180 * (3 - 2) + 180 * (N - 2) = 180 * (N + 1 - 2)$$

$$180 * (1) + 180N - 360 = 180 (N - 1)$$

$$180N - 360 + 180 = 180N - 180$$

$$180N - 180 = 180N - 180$$

Como vemos nos da igual en ambos lados, lo cual la inducción se cumple, y esto es verdadero para todos los peligonos convexos del mundo, o sea la cantidad infinita de polígonos convexos de N lados.

V. CONCLUSIONES

La inducción se refiere a tomar observaciones específicas de un sistema en particular y compararlas a un grupo en general más grande, de observaciones y casos individuales se construyen principios generales, es decir:

Si los resultados son correctos al ser evaluados por diferentes datos dependiendo del sistema, es posible que para los otros datos que faltan por ser evaluados también cumplan con lo esperado.

El pensamiento inductivo va desde un elemento a lo general, como lo es la propiedad conmutativa de un número natural en el conjunto de números naturales.

Sacar conclusiones, Si tomamos los datos de cien mil personas, podemos utilizar estos datos para generalizar a cien millones de personas, suponiendo que ambos comparten características. Lo mismo pasa para una función si la evaluó varias veces y compruebo que es así es para cualquier caso como n de n + 1, se puede generalizar y decir que la inducción se cumple y no se sigue evaluando ya que en muchos sentidos las evaluaciones pueden llegar a ser infinitas, lo cual es de bastante ayuda este método inductivo para sacar ideas, resultados y conclusiones de los diferentes sistemas.

REFERENCIAS

https://www.youtube.com/watch?v=5HuMMTTfAGs

https://es.wikipedia.org/wiki/Razonamiento_inductivo

https://es.wikipedia.org/wiki/Inducci%C3%B3n_matem%C3%A1tica

https://www.youtube.com/watch?v=wJoySbjlYHA