ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN

PERÍODO ACADÉMICO: 2025-A
ASIGNATURA: ICCD412 Métodos Numéricos **GRUPO:** GR2
TIPO DE INSTRUMENTO: Tarea 12
FECHA DE ENTREGA LÍMITE: 29/06/2025
ALUMNO: Murillo Tobar Juan

TEMA

Eliminación Gaussiana y Gauss-Jordan

OBJETIVOS

- Utilizar el método de Gauss para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Utilizar el método de Gauss Jordan para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

DESARROLLO

1. Para cada uno de los siguientes sistemas lineales, obtenga, de ser posible, una solución con métodos gráficos. Explique los resultados desde un punto de vista geométrico.

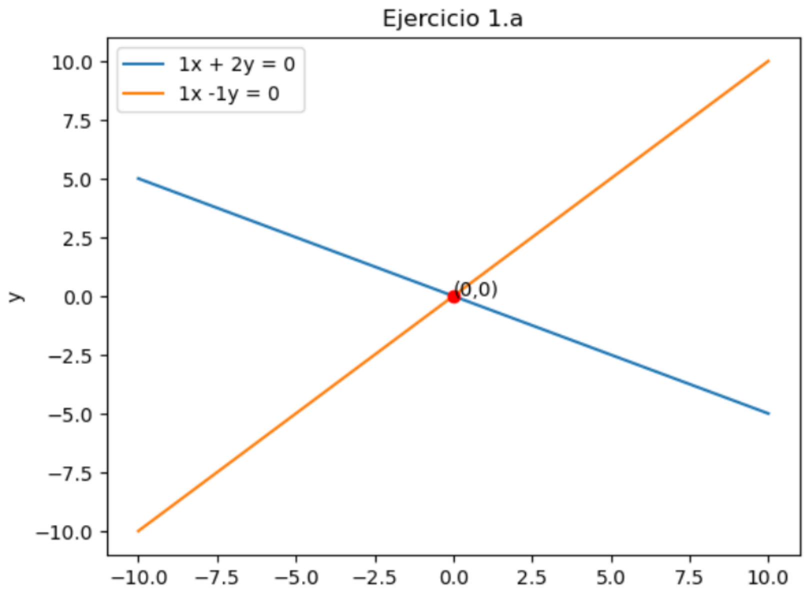
a. $x_1 + 2x_2 = 0,$
$x_1 - x_2 = 0.$

b. $x_1 + 2x_2 = 3,$
$-2x_1 - 4x_2 = 6.$

c. $2x_1 + x_2 = -1,$
$x_1 + x_2 = 2,$
$x_1 - 3x_2 = 5.$

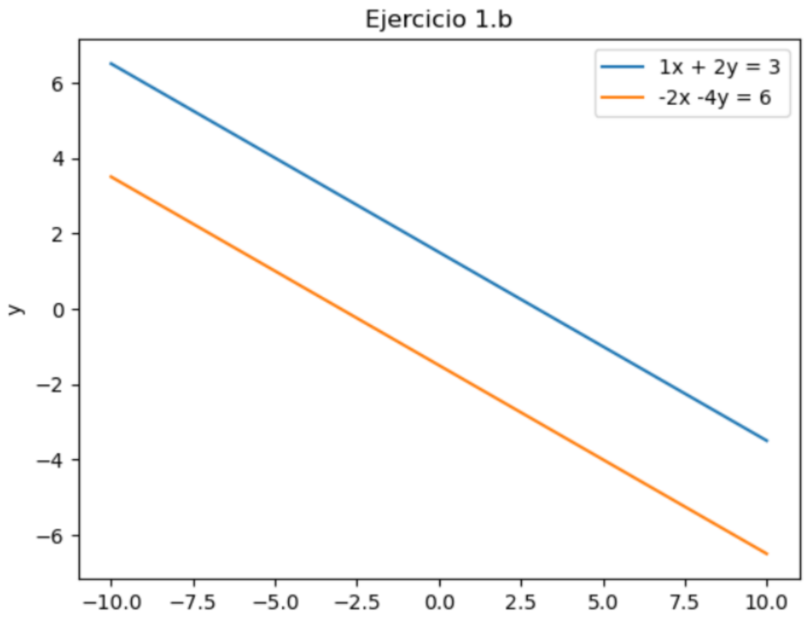
d. $2x_1 + x_2 + x_3 = 1,$
$2x_1 + 4x_2 - x_3 = -1.$

a)



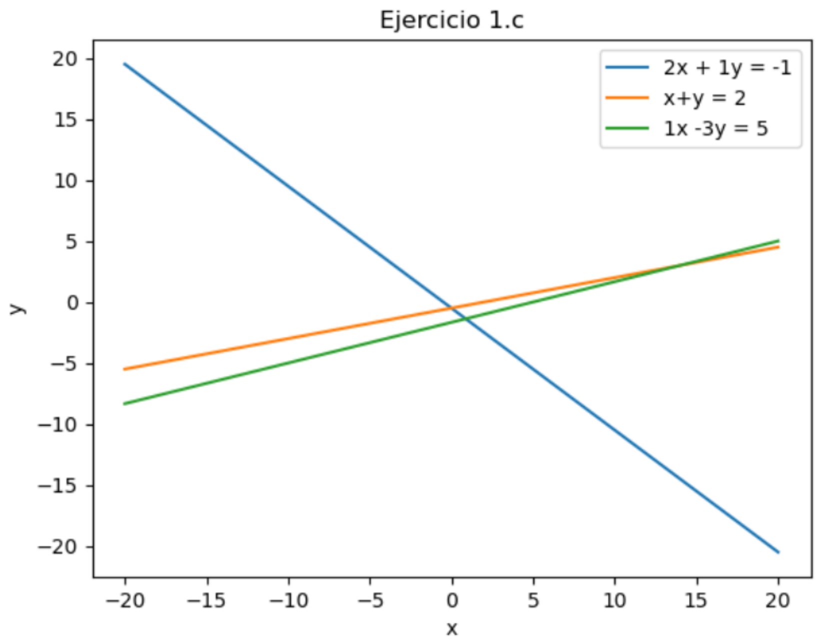
En este caso se obtuvo una solución ya que existe un punto en común entre ambas rectas.

b)



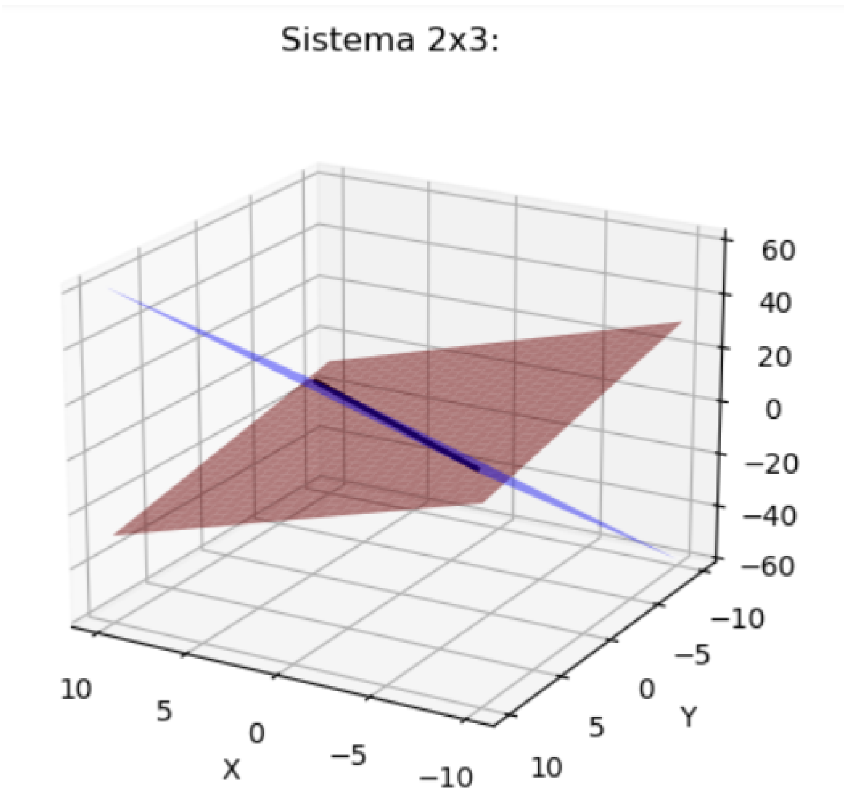
No existen soluciones porque ambas rectas son paralelas y no se cortaran en un punto.

c)



No existe ni única solución ni infinitas soluciones porque no tienen un punto de corte en común.

d)



Existen infinitas soluciones porque ambos planos se cortan formando una recta con infinitos puntos.

2. Utilice la eliminación gaussiana con sustitución hacia atrás y aritmética de redondeo de dos dígitos para resolver los siguientes sistemas lineales. No reordene las ecuaciones. (La solución exacta para cada sistema es $x_1 = -1$, $x_2 = 2, x_3 = 3$.)

a. $-x_1 + 4x_2 + x_3 = 8,$
$\frac{5}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_2 + \frac{2}{3}x_3 = 1,$
$2x_1 + x_2 + 4x_3 = 11.$

b. $4x_1 + 2x_2 - x_3 = -5,$
$\frac{1}{9}x_1 + \frac{1}{9}x_2 - \frac{1}{3}x_3 = -1,$
$x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 9,$

a)

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 1 & 8 \\ 1{,}67 & 0{,}67 & 0{,}67 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 11 \end{bmatrix}$$

1.67*F1+F2 $\longrightarrow$ F2

2*F1+F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 1 & 8 \\ 0 & 7{,}35 & 2{,}34 & 14{,}36 \\ 0 & 9 & 6 & 27 \end{bmatrix}$$

9*F2-7.35*F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 1 & 8 \\ 0 & 7{,}35 & 2{,}34 & 14{,}36 \\ 0 & 0 & -23{,}04 & -69{,}21 \end{bmatrix}$$

Haciendo la substitución para atrás Y redondeando obtenemos $X3 = 3{,}00$ $X2 = 1{,}00$ $X1 = -1{,}00$

b)

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 & -5 \\ 0{,}11 & 0{,}11 & -0{,}33 & -1 \\ 1 & 4 & 2 & 9 \end{bmatrix}$$

-0.11*F1+4*F2 $\longrightarrow$ F2

-4*F3+F1 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 & -5 \\ 0 & 0{,}22 & -1,21 & -3{,}45 \\ 0 & -14 & -9 & -41 \end{bmatrix}$$

14*F2+0.22*F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 & -5 \\ 0 & 0{,}22 & -1,21 & -3{,}45 \\ 0 & 0 & -18{,}92 & -57{,}32 \end{bmatrix}$$

Haciendo la substitución para atrás Y redondeando obtenemos $X3 = 3{,}03$ $X2 = 0{,}98$ $X1 = -0{,}98$

3. Utilice el algoritmo de eliminación gaussiana para resolver, de ser posible, los siguientes sistemas lineales, y determine si se necesitan intercambios de fila:

a. $\begin{aligned} x_1 - \ x_2 + 3x_3 &= 2, \\ 3x_1 - 3x_2 + \ x_3 &= -1, \\ x_1 + \ x_2 \qquad &= 3. \end{aligned}$

b. $\begin{aligned} 2x_1 - 1.5x_2 + 3x_3 &= 1, \\ -x_1 + \qquad 2x_3 &= 3, \\ 4x_1 - 4.5x_2 + \ 5x_3 &= 1, \end{aligned}$

c. $\begin{aligned} 2x_1 \qquad\qquad\qquad &= 3, \\ x_1 + 1.5x_2 \qquad\qquad &= 4.5, \\ -\ 3x_2 + 0.5x_3 \qquad &= -6.6. \\ 2x_1 - \ 2x_2 + \ x_3 + x_4 &= 0.8. \end{aligned}$

d. $\begin{aligned} x_1 + x_2 + \qquad x_4 &= 2, \\ 2x_1 + x_2 - \ x_3 + \ x_4 &= 1, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 0, \\ 3x_1 - x_2 - \ x_3 + 2x_4 &= -3. \end{aligned}$

Por código:

```
print("a)")
sol = gauss(A, b1)
print("b)")
sol = gauss(B, b2)
print("c)")
sol = gauss(C, b3)
print("d)")
sol = gauss(D, b4)
```

```
a)
Se intercambió la fila 1 con la fila 2
Solución final:
[1.1875 1.8125 0.875 ]
b)
Solución final:
[-1.  0.  1.]
c)
Solución final:
[ 1.5        2.        -1.1999998  2.9999998]
d)
No tiene solución (sistema inconsistente).
```

A mano:

a)

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

-3*F1+F2 $\longrightarrow$ F2

-F1+F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -8 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

F3 cambia con F2 (Si hubo cambio de filas)

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -8 & -7 \end{bmatrix}$$

Haciendo la substitución para atrás Y redondeando obtenemos $X3 = 0{,}875$ $X2 = 1{,}8125$ $X1 = 1{,}1875$

b)

$$\begin{bmatrix} 2 & -1{,}5 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & -4{,}5 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

F1+2*F2 $\longrightarrow$ F2

-2*F1+F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 2 & -1{,}5 & 3 & 1 \\ 0 & -1{,}5 & 7 & 7 \\ 0 & -1{,}5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

-F2+F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 2 & -1{,}5 & 3 & 1 \\ 0 & -1{,}5 & 7 & 7 \\ 0 & 0 & -8 & -8 \end{bmatrix}$$

(No hubo cambio de filas)

Haciendo la substitución para atrás Y redondeando obtenemos $X3 = 1$ $X2 = 0$ $X1 = -1$

c)

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1{,}5 & 0 & 0 & 4{,}5 \\ 0 & -3 & 0{,}5 & 0 & -6{,}6 \\ 2 & -2 & 1 & 1 & 0{,}8 \end{bmatrix}$$

-2F2+F1 $\longrightarrow$ F2

-F1+F4 $\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & -3 & 0{,}5 & 0 & -6{,}6 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & -2{,}2 \end{bmatrix}$$

-F2+F3 $\longrightarrow$ F3

-2F2+3F4 $\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 & -0{,}6 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 5{,}4 \end{bmatrix}$$

-6F3+F4 $\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 & -0{,}6 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

(No hubo cambio de filas)

Haciendo la substitución para atrás Y redondeando obtenemos $X4 = 3$ $X3 = -1{,}2$ $X2 = 2$ $X1 = 1{,}5$

d)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

-2F1+F2 $\longrightarrow$ F2

-4F1+F3 $\longrightarrow$ F3

-3F1+F4 $\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & -5 & -2 & -2 & -8 \\ 0 & -4 & -1 & -1 & -9 \end{bmatrix}$$

-5F2+F3 $\longrightarrow$ F3

-4F2+3F4 $\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

-F3+F4 $\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

No hay solución

4. Use el algoritmo de eliminación gaussiana y la aritmética computacional de precisión de 32 bits para resolver los siguientes sistemas lineales.

a. $\frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{5}x_2 + \frac{1}{6}x_3 = 9,$
$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{5}x_3 = 8,$
$\frac{1}{2}x_1 + x_2 + 2x_3 = 8.$

b. $3.333x_1 + 15920x_2 - 10.333x_3 = 15913,$
$2.222x_1 + 16.71x_2 + 9.612x_3 = 28.544,$
$1.5611x_1 + 5.1791x_2 + 1.6852x_3 = 8.4254.$

c. $x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 + \frac{1}{4}x_4 = \frac{1}{6},$
$\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{4}x_3 + \frac{1}{5}x_4 = \frac{1}{7},$
$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{5}x_3 + \frac{1}{6}x_4 = \frac{1}{8},$
$\frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{5}x_2 + \frac{1}{6}x_3 + \frac{1}{7}x_4 = \frac{1}{9}.$

d. $2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 = 7,$
$x_1 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 2,$
$-2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -5,$
$3x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_5 = 6,$
$x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = -3.$

Por código:

```
print("a)")
sol = gauss(A, b1)
print("b)")
sol = gauss(B, b2)
print("c)")
sol = gauss(C, b3)
print("d)")
sol = gauss(D, b4)
```

```
a)
Solución final:
[-227.07666  476.9226  -177.69215]
b)
Solución final:
[1.         1.0000001 1.0001063]
c)
Solución final:
[-0.03174721  0.5952535  -2.380991    2.7778032 ]
d)
Solución final:
[1.8830409  2.8070176  0.7309941  1.4385965  0.09356724]
```

A mano:

a)

$$\begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}16666667 & 9 \\ 0{,}33333334 & 0{,}25 & 0{,}2 & 8 \\ 0{,}5 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

0.25*F2-0.33333334*F1$\longrightarrow$ F2

-2*F1+F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}16666667 & 9 \\ 0 & -0{,}004166668 & -0{,}005555557 & -1 \\ 0 & 0{,}6 & 1{,}6666666 & -10 \end{bmatrix}$$

0.6*F2+0.004166668*F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}16666667 & 9 \\ 0 & -0{,}004166668 & -0{,}005555557 & -1 \\ 0 & 0 & 0{,}003611112 & -0{,}64166668 \end{bmatrix}$$

Al hacer la sustitución para atrás obtenemos

$X3 = -177{,}6922676$ $X2 = 476{,}9229325$ $X1 = -227{,}0768319$

b)

$$\begin{bmatrix} 3{,}333 & 15920 & -10{,}333 & 15913 \\ 2{,}222 & 16{,}71 & 9{,}612 & 28{,}544 \\ 1{,}5611 & 5{,}1791 & 1{,}6852 & 8{,}4254 \end{bmatrix}$$

-2.222*F1+3.333*F2 $\longrightarrow$ F2

-1.5611*F1+3.333*F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 3{,}333 & 15920 & -10{,}333 & 15913 \\ 0 & -35318{,}54557 & 54{,}996722 & -35263{,}54885 \\ 0 & -24835{,}45006 & 21{,}7476179 & -24813{,}70244 \end{bmatrix}$$

-24835.45006*F2+35318.54557*F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 3{,}333 & 15920 & -10{,}333 & 15913 \\ 0 & -35318{,}54557 & 54{,}996722 & -35263{,}54885 \\ 0 & 0 & -597774{,}1089 & -597773{,}985 \end{bmatrix}$$

Al hacer la sustitución para atrás obtenemos

$X3 = 0{,}99999979$ $X2 = 0{,}99999999$ $X1 = 1{,}000047$

c)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 & 0{,}33333334 & 0{,}25 & 0{,}16666667 \\ 0{,}5 & 0{,}33333334 & 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}14285714 \\ 0{,}33333334 & 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}16666667 & 0{,}125 \\ 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}16666667 & 0{,}14285714 & 0{,}11111111 \end{bmatrix}$$

-0.5*F1+F2 $\longrightarrow$ F2

-0.33333334*F1+F3 $\longrightarrow$ F3

-0.25*F1+F4 $\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 & 0{,}33333334 & 0{,}25 & 0{,}16666667 \\ 0 & 0{,}083333330 & 0{,}083333335 & 0{,}075 & 0{,}059523805 \\ 0 & 0{,}083333335 & 0{,}088888891 & 0{,}083333338 & 0{,}06944444 \\ 0 & 0{,}075 & 0{,}083333338 & 0{,}08035714 & 0{,}06944444 \end{bmatrix}$$

-0.083333335*F2+0.083333330*F3 $\longrightarrow$ F3

-0.075*F1+0.083333330*F4 $\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,33333334 & 0,25 & 0,16666667 \\ 0 & 0,083333330 & 0,083333335 & 0,075 & 0,059523805 \\ 0 & 0 & 0,000462962 & 0,000694444 & 0,000826719 \\ 0 & 0 & 0,000694444 & 0,001071428 & 0,001322751 \end{bmatrix}$$

-0.000694444*F3+0.000462962*F4 $\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,33333334 & 0,25 & 0,16666667 \\ 0 & 0,083333330 & 0,083333335 & 0,075 & 0,059523805 \\ 0 & 0 & 0,000462962 & 0,000694444 & 0,000826719 \\ 0 & 0 & 0 & 0,000000013 & 0,000000038 \end{bmatrix}$$

Al hacer la sustitución para atrás obtenemos

$X4 = 2{,}92307692$ $X3 = -2{,}59890445$ $X2 = 0{,}68242098$ $X1 = -0{,}03901158$

d)

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & -3 & 7 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & -1 & -5 \\ 3 & 1 & -4 & 0 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

Hacemos algunos cambios de filas

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & -1 & -5 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & -3 & 7 \\ 3 & 1 & -4 & 0 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

-F1 + F2 $\longrightarrow$ F2

-2F1 + F24$\longrightarrow$ F4

-3F1 + F5 $\longrightarrow$ F5

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & -1 & -5 \\ 0 & 1 & -5 & 3 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & -10 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

-2F2 + F3 $\longrightarrow$ F3

F2 + F4 $\longrightarrow$ F4

F2 + F5 $\longrightarrow$ F5

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & -8 & 3 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & -13 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

8F3 + 5F4 $\longrightarrow$ F4

13F3 + 5F5 $\longrightarrow$ F5

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 23 & -33 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 28 & -3 & 40 \end{bmatrix}$$

-28F4 + 23F5 $\longrightarrow$ F5

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 23 & -33 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 855 & 80 \end{bmatrix}$$

Al hacer la sustitución para atrás obtenemos

$X5 = 0{,}093567251$

$X4 = 1{,}43859649$

$X3 = 0{,}73099415$

$X2 = 2{,}80701755$

$X1 = 1{,}88304089$

5. Dado el sistema lineal:

$$\begin{aligned} x_1 - \quad x_2 + \alpha x_3 &= -2, \\ -x_1 + 2x_2 - \alpha x_3 &= 3, \\ \alpha x_1 + \quad x_2 + \quad x_3 &= 2. \end{aligned}$$

a. Encuentre el valor(es) de α para los que el sistema no tiene soluciones.
b. Encuentre el valor(es) de α para los que el sistema tiene un número infinito de soluciones.
c. Suponga que existe una única solución para una a determinada, encuentre la solución.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & \alpha & -2 \\ -1 & 2 & -\alpha & 3 \\ \alpha & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

F1+F2 $\longrightarrow$ F2

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & \alpha & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ \alpha & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

-αF1+F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & \alpha & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1+\alpha & 1-\alpha^2 & 2+2\alpha \end{bmatrix}$$

Ahora se divide en dos casos cuando $\alpha = 0$ o $\alpha \neq 0$ (Porque no se puede multiplicar por 0)

$\alpha = 0$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Obtenemos una única solución donde x2 = 1, x3 = 1 x1 = -1

$\alpha \neq 0$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & \alpha & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1+\alpha & 1-\alpha^2 & 2+2\alpha \end{bmatrix}$$

Aquí nos damos cuenta que si alpha es -1 tenemos infinitas soluciones porque tendríamos una ecuación menos.

Si alpha es 1 no tenemos solución porque tendríamos en la ultima fila 2x2 = 4 pero en la segunda fila tengo x2 = 1, por lo tanto no habría solución.

Y para cualquier otro valor obtendría una única solución.

Ej $\alpha = 2$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$

-3F2+F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix}$$

Haciendo la substitución para atrás $X3 = -1$ $X2 = 1$ $X1 = 1$

6. Suponga que en un sistema biológico existen n especies de animales y m fuentes de alimento. Si x_j representa la población de las j-ésimas especies, para cada $j = 1, \cdots, n$; b_i; representa el suministro diario disponible del i-ésimo alimento y a_{ij} representa la cantidad del i-ésimo alimento.

$$\begin{array}{cccc} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m, \end{array}$$

representa un equilibrio donde existe un suministro diario de alimento para cumplir con precisión con el promedio diario de consumo de cada especie.

a. Si

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{x} = (x_j) = [1000, 500, 350, 400]$, y $\mathbf{b} = (b_i) = [3500, 2700, 900]$. ¿Existe suficiente alimento para satisfacer el consumo promedio diario?

b. ¿Cuál es el número máximo de animales de cada especie que se podría agregar de forma individual al sistema con el suministro de alimento que cumpla con el consumo?

c. Si la especie 1 se extingue, ¿qué cantidad de incremento individual de las especies restantes se podría soportar?

d. Si la especie 2 se extingue, ¿qué cantidad de incremento individual de las especies restantes se podría soportar?

a)

Al reemplazar las x obtengo

$$\begin{bmatrix} 3200 \\ 2500 \\ 750 \end{bmatrix}$$

Y son menores al consumo asi que si se satisface.

b) Para k1 y para los demás, solo que difiere en la posición de ki en la columna(k representa el incremento primera,segunda,... especie)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} * \left(\begin{bmatrix} 1000 \\ 500 \\ 350 \\ 400 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \leq \begin{bmatrix} 3500 \\ 2700 \\ 900 \end{bmatrix}$$

Al operar obtengo

$$\begin{bmatrix} k1 \\ k1 \\ k1 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 300 \\ 200 \\ 150/0 \end{bmatrix}$$

Especie 1 = 200 esp mas

Aquí me da el incremento para cada alimento por lo que eligo el que se adapte a todos. No considero la ultima porque nos dice que para el alimento en donde se tenga k por 0 se puede incrementar infinitamente los animales porque no consumen dicho alimento.

Para k2

Al operar obtengo

$$\begin{bmatrix} k2 \\ k2 \\ k2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 150 \\ 200/0 \\ 150/0 \end{bmatrix}$$

Especie 2 = 150 esp mas

Para k3

Al operar obtengo

$$\begin{bmatrix} k3 \\ k3 \\ k3 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 300/0 \\ 100 \\ 150 \end{bmatrix}$$

Especie 3 = 100 esp mas

Para k4

Al operar obtengo

$$\begin{bmatrix} k4 \\ k4 \\ k4 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 150 \end{bmatrix}$$

Especie 4 = 100 esp mas

c) Reemplazo primera fila de x por 0 y no analizo k1 porque no existe la especie.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} * \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 500 \\ 350 \\ 400 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \leq \begin{bmatrix} 3500 \\ 2700 \\ 900 \end{bmatrix}$$

Al operar obtengo

$$\begin{bmatrix} k2 \\ k2 \\ k2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 650 \\ 1200/0 \\ 150/0 \end{bmatrix}$$

Especie 2 = 650 esp mas

Para k3

Al operar obtengo

$$\begin{bmatrix} k3 \\ k3 \\ k3 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1300/0 \\ 600 \\ 150 \end{bmatrix}$$

Especie 3 = 150 esp mas

Para k4

Al operar obtengo

$$\begin{bmatrix} k4 \\ k4 \\ k4 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 433{,}33 \\ 600 \\ 150 \end{bmatrix}$$

Especie 4 = 150 esp mas

d) Reemplazo segunda fila de x por 0 y no analizo k2 porque no existe la especie.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} * (\begin{bmatrix} 1000 \\ 0 \\ 350 \\ 400 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}) \leq \begin{bmatrix} 3500 \\ 2700 \\ 900 \end{bmatrix}$$

Al operar obtengo

$$\begin{bmatrix} k1 \\ k1 \\ k1 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1300 \\ 200 \\ 150/0 \end{bmatrix}$$

Especie 1 = 200 esp mas

Para k3

Al operar obtengo

$$\begin{bmatrix} k3 \\ k3 \\ k3 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1300/0 \\ 100 \\ 150 \end{bmatrix}$$

Especie 3 = 100 esp mas

Para k4

Al operar obtengo

$$\begin{bmatrix} k4 \\ k4 \\ k4 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 433{,}33 \\ 100 \\ 150 \end{bmatrix}$$

Especie 4 = 100 esp mas

7. Repita el ejercicio 4 con el método Gauss-Jordan.

a)

$$\begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}16666667 & 9 \\ 0{,}33333334 & 0{,}25 & 0{,}2 & 8 \\ 0{,}5 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

0.25*F2-0.33333334*F1 $\longrightarrow$ F2

-2*F1+F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}16666667 & 9 \\ 0 & -0{,}004166668 & -0{,}005555557 & -1 \\ 0 & 0{,}6 & 1{,}6666666 & -10 \end{bmatrix}$$

0.6*F2+0.004166668*F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}16666667 & 9 \\ 0 & -0{,}004166668 & -0{,}005555557 & -1 \\ 0 & 0 & 0{,}003611112 & -0{,}64166668 \end{bmatrix}$$

F3/0.003611112 $\longrightarrow$ F3

0.005555557*F3 +F2 $\longrightarrow$ F2

-0.16666667*F3+F1 $\longrightarrow$ F1

$$\begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}2 & 0 & 38{,}61537853 \\ 0 & -0{,}004166668 & 0 & -1{,}98717952 \\ 0 & 0 & 1 & -177{,}6922676 \end{bmatrix}$$

F2/-0.004166668 $\longrightarrow$ F3

-0.2*F2+F1 $\longrightarrow$ F1

F1/0.25 $\longrightarrow$ F1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -227{,}0768319 \\ 0 & 1 & 0 & 476{,}9229325 \\ 0 & 0 & 1 & -177{,}6922676 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 3{,}333 & 15920 & -10{,}333 & 15913 \\ 2{,}222 & 16{,}71 & 9{,}612 & 28{,}544 \\ 1{,}5611 & 5{,}1791 & 1{,}6852 & 8{,}4254 \end{bmatrix}$$

-2.222*F1+3.333*F2 $\longrightarrow$ F2

-1.5611*F1+3.333*F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 3{,}333 & 15920 & -10{,}333 & 15913 \\ 0 & -35318{,}54557 & 54{,}996722 & -35263{,}54885 \\ 0 & -24835{,}45006 & 21{,}7476179 & -24813{,}70244 \end{bmatrix}$$

-24835.45006*F2+35318.54557*F3 $\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 3{,}333 & 15920 & -10{,}333 & 15913 \\ 0 & -35318{,}54557 & 54{,}996722 & -35263{,}54885 \\ 0 & 0 & -597774{,}1089 & -597773{,}985 \end{bmatrix}$$

F3/-597774.1089 $\longrightarrow$ F3

10.333*F3+F1 $\longrightarrow$ F1

-54.996722*F3+F2 $\longrightarrow$ F2

$$\begin{bmatrix} 3{,}333 & 15920 & 0 & 15923{,}333 \\ 0 & -35318{,}54557 & 0 & -35318{,}54556 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}99999979 \end{bmatrix}$$

F2/-35318.54557 $\longrightarrow$ F2

15920*F2+F1 $\longrightarrow$ F1

F1/3.333 $\longrightarrow$ F1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1{,}000047 \\ 0 & 1 & 0 & 0{,}99999999 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}99999979 \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 & 0{,}33333334 & 0{,}25 & 0{,}16666667 \\ 0{,}5 & 0{,}33333334 & 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}14285714 \\ 0{,}33333334 & 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}16666667 & 0{,}125 \\ 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}16666667 & 0{,}14285714 & 0{,}11111111 \end{bmatrix}$$

-0.5*F1+F2 $\longrightarrow$ F2

-0.33333334*F1+F3 $\longrightarrow$ F3

-0.25*F1+F4 $\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 & 0{,}33333334 & 0{,}25 & 0{,}16666667 \\ 0 & 0{,}083333330 & 0{,}083333335 & 0{,}075 & 0{,}059523805 \\ 0 & 0{,}083333335 & 0{,}088888891 & 0{,}083333338 & 0{,}06944444 \\ 0 & 0{,}075 & 0{,}083333338 & 0{,}08035714 & 0{,}06944444 \end{bmatrix}$$

-0.083333335*F2+0.083333330*F3 $\longrightarrow$ F3

-0.075*F1+0.083333330*F4 $\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 & 0{,}33333334 & 0{,}25 & 0{,}16666667 \\ 0 & 0{,}083333330 & 0{,}083333335 & 0{,}075 & 0{,}059523805 \\ 0 & 0 & 0{,}000462962 & 0{,}000694444 & 0{,}000826719 \\ 0 & 0 & 0{,}000694444 & 0{,}001071428 & 0{,}001322751 \end{bmatrix}$$

-0.000694444*F3+0.000462962*F4 $\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 & 0{,}33333334 & 0{,}25 & 0{,}16666667 \\ 0 & 0{,}083333330 & 0{,}083333335 & 0{,}075 & 0{,}059523805 \\ 0 & 0 & 0{,}000462962 & 0{,}000694444 & 0{,}000826719 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}000000013 & 0{,}000000038 \end{bmatrix}$$

F4/0.000000013 $\longrightarrow$ F4

-0.000694444*F4+F3 $\longrightarrow$ F3

-0.075*F4+F2 $\longrightarrow$ F2

-0.25*F4+F1 $\longrightarrow$ F1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 & 0{,}33333334 & 0 & -0{,}56410256 \\ 0 & 0{,}083333330 & 0{,}083333335 & 0 & -0{,}15970696 \\ 0 & 0 & 0{,}000462962 & 0 & -0{,}001203194 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2{,}92307692 \end{bmatrix}$$

F3/0.000462962 $\longrightarrow$ F3

-0.083333335*F3 + F2$\longrightarrow$ F2

-0.33333334*F3 + F1$\longrightarrow$ F1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 & 0 & 0 & -0{,}56410256 \\ 0 & 0{,}083333330 & 0 & 0 & -0{,}15970696 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2{,}59890445 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2{,}92307692 \end{bmatrix}$$

F2/0.083333330 $\longrightarrow$ F2 -0.5*F2+F1 $\longrightarrow$ F1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -0{,}03901158 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0{,}68242098 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2{,}59890445 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2{,}92307692 \end{bmatrix}$$

d)

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & -3 & 7 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & -1 & -5 \\ 3 & 1 & -4 & 0 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

Hacemos algunos cambios de filas

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & -1 & -5 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & -3 & 7 \\ 3 & 1 & -4 & 0 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

-F1 + F2 $\longrightarrow$ F2

-2F1 + F24$\longrightarrow$ F4

-3F1 + F5 $\longrightarrow$ F5

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & -1 & -5 \\ 0 & 1 & -5 & 3 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & -10 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

-2F2 + F3 $\longrightarrow$ F3

F2 + F4 $\longrightarrow$ F4

F2 + F5 $\longrightarrow$ F5

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & -8 & 3 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & -13 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

8F3 + 5F4 $\longrightarrow$ F4

13F3 + 5F5 $\longrightarrow$ F5

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 23 & -33 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 28 & -3 & 40 \end{bmatrix}$$

-28F4 + 23F5 $\longrightarrow$ F5

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 23 & -33 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 855 & 80 \end{bmatrix}$$

F5/855 $\longrightarrow$ F5

-F5+F1$\longrightarrow$ F1

F5+F3$\longrightarrow$ F3

33F5+F4$\longrightarrow$ F4

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1{,}9064327 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & 0 & 5{,}093567251 \\ 0 & 0 & 0 & 23 & 0 & 33{,}08771938 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0{,}093567251 \end{bmatrix}$$

F4/23 $\longrightarrow$ F4

F4+F1$\longrightarrow$ F1

-F4+F3$\longrightarrow$ F3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 3{,}34502919 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 3{,}65497076 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1{,}43859649 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0{,}093567251 \end{bmatrix}$$

F3/5 $\longrightarrow$ F3

3F3+F2$\longrightarrow$ F2

-2*F3+F1$\longrightarrow$ F1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}88304089 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2{,}80701755 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0{,}73099415 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1{,}43859649 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0{,}093567251 \end{bmatrix}$$

REFERENCIAS