ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN

PERÍODO ACADÉMICO: 2025-A
ASIGNATURA: ICCD412 Métodos Numéricos **GRUPO:** GR2
TIPO DE INSTRUMENTO: Tarea 7
FECHA DE ENTREGA LÍMITE: 11/05/2025
ALUMNO: Murillo Tobar Juan

TEMA

Método de Newton, Secante y Posición Falsa

OBJETIVOS

- Comprender y comparar las similitudes y diferencias entre los 3 métodos.
- Analizar porque un método cerrado como lo es la posición falsa es mejor que los dos métodos abiertos mencionados en este documento.

MARCO TEÓRICO

Método de la posición falsa

Es un método que rescata las mejores características del método de bisección y del método de la secante. Como se menciona en [1] es muy similar al método de bisección porque es un método encerrado pero reemplaza el punto medio por un método secante. También denominado Regula Falsi este método pareciera que es mejor que el método de bisección pero en realidad su convergencia es mucho mas lenta porque no cubre la mitad de los subintervalos generados como lo hace el método de bisección.

DESARROLLO

CONJUNTO DE EJERCICIOS 2.3

1. Sea $f(x) = x^2 - 6$ y $p_0 = 1$. Use el método de Newton para encontrar p_2.

Sabemos que $f'(x) = 2x$ y mediante la formula de este método obtenemos los siguientes resultados.

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	1		
1	3,5	1	2.25
2	2.607143	3.5	0.8928

2.Sea $f(x) = -x^3 - \cos(x)$ y $p_0 = -1$. Use el método de Newton para encontrar p_2. ¿Se podría usar $p_0 = 0$?

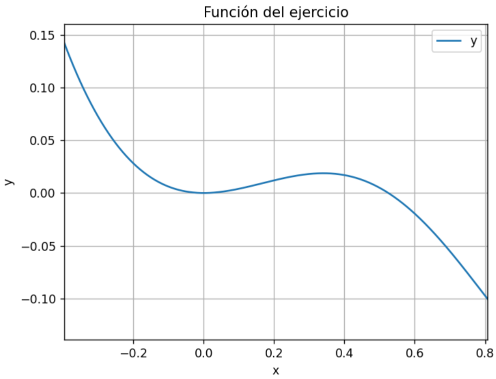

Figura 1: Gráfica $y = -x^3 - \cos(x)$

Sabemos que $f'(x) = -3x^2 + \text{sen}(x)$ y mediante la formula de este método obtenemos los siguientes resultados.

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	-1		
1	$-0{,}8803328996$	-1	0.11967
2	$-0{,}8656841632$	$-0{,}8803328996$	0.01465

Y en respuesta si se puede usar como aproximación inicial a 0 es no, ya que, en ese punto la derivada es 0 y por lo tanto resultaría en una indeterminación si usamos el método de Newton.

3.Use el método de Newton para encontrar soluciones precisas dentro de 10^{-4} para los siguientes problemas. (Usando 6 cifras decimales)

3.a $x^3 - 2x^2 - 5 = 0, [1, 4]$

$p_0 = 2{,}5$

$f'(x) = 3x^2 - 4x$

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	2.5		
1	2,714286	2.5	0.2142
2	2,690952	2,714286	0.0233
2	2,690647	2,690952	0.000305

3.b $x^3 + 3x^2 - 1 = 0, [-3, -2]$

$p_0 = -1$

$f'(x) = 3x^2 + 6x$

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	-1		
1	$-0{,}666667$	-1	0.3333
2	$-0{,}652778$	$-0{,}666667$	0.0139

3.c $x - \cos(x) = 0, [0, \frac{\pi}{2}]$

$p_0 = \frac{\pi}{4}$

$f'(x) = 1 + \operatorname{sen}(x)$

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	$\frac{\pi}{4}$		
1	0,739536	$\frac{\pi}{4}$	0.0459
2	0,739085	0,739536	0.0000451

3.d $x - 0{,}8 - 0{,}2\operatorname{sen}(x) = 0, [0, \frac{\pi}{2}]$

$p_0 = \frac{\pi}{4}$

$f'(x) = 1 - 0{,}2\cos(x)$

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	$\frac{\pi}{4}$		
1	0,964335	$\frac{\pi}{4}$	0.1789
2	0,964333	0,964335	0.002786

4.Use los tres métodos en esta sección para encontrar las soluciones dentro de 10^{-5} para los siguientes problemas

4.a $3x - e^x = 0$ para $1 \leq x \leq 2$

Método de la posición falsa

X_n	$f(X_n)$	$sgn(f(X_n))$	E_{est}
1	0.281718	+1	
2	$-1{,}389056$	-1	1
1.168615	0.288312	+1	0.831
1.311516	0.222751	+1	0.143
1.406664	0.137677	+1	0.095
1.460170	0.073818	+1	0.054
1.487410	0.036611	+1	0.027
1.500573	0.017461	+1	0.013
1.506773	0.008172	+1	0.0062
1.509657	0.003793	+1	0.0028
1.510992	0.001752	+1	0.0001
1.511608	0.000808	+1	0.0006
1.511891	0.000374	+1	0.0002
1.512022	0.000172	+1	0.0001
1.512082	0.000080	+1	0.00006
1.512110	0.000038	+1	0.00003

Método de la secante

X_n	$f(X_n)$	E_{est}
1	0.281718	
2	$-1{,}389056$	1
1.168615	0.288312	0.831
1.311516	0.222751	0.143
1.797043	-0.64066	0.095
1.436778	0.103216	0.054
1.486766	0.037528	0.027
1.515326	0.004926	0.013
1.512012	0.000188	0.0062

Método de Newton

$p_0 = 1{,}5$

$f'(x) = 3 - e^x$

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	1,5		
1	1,512358	1,5	0.0124
2	1,512135	1,512358	0.000223

4.b $2x + 3\cos(x) - e^x = 0$ para $1 \le x \le 2$

Método de la posición falsa

X_n	$f(X_n)$	$sgn(f(X_n))$	E_{est}
1	0.902625	+1	
2	-4.637497	-1	1
1.162925	0.316541	+1	0.837
1.216410	0.098815	+1	0.053
1.232758	0.029748	+1	0.016
1.237648	0.008860	+1	0.00489
1.239059	0.002813	+1	0.00141
1.239520	0.000836	+1	0.00046
1.239657	0.000248	+1	0.00014
1.239697	0.000076	+1	0.00004

Método de la secante

X_n	$f(X_n)$	E_{est}
1	0.902625	
2	-4.637497	1
1.162925	0.316541	0.84
1.216410	0.098815	0.053
1.240684	-0.00416	0.024
1.239703	0.00005	0.000981

Método de Newton

$p_0 = 1{,}5$

$f'(x) = 2 - 3sen(x) - e^x$

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	1,5		
1	1,268097	1,5	0.23
2	1,240119	1,268097	0.028
3	1,239714	1,240119	0.000405

5.El polinomio de cuarto grado

$$f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$$

tiene dos ceros reales, uno en [-1,0] y el otro en [0,1]. Intente aproximar estos ceros dentro de 10^{-6} con

5a. El método de posición falsa

X_n	$f(X_n)$	$sgn(f(X_n))$	E_{est}
0	-9	-1	
-0.05	2.0717	+1	0.05
-0.0594	4.1582	+1	0.0094
-0.04062	-0.0087	-1	0.02

X_n	$f(X_n)$	$sgn(f(X_n))$	E_{est}
0.8	-76.616	-1	
1	27	+1	0.2
0.9479	-9.3832	-1	0.05
0.96134	-0.7038	-1	0.013
0.96232	-0.053	-1	$9{,}8 * 10^{-3}$

5b. El método de la secante

X_n	$f(X_n)$	E_{est}
0	-9	
-0.05	2.0717	0.05
-0.0594	4.1582	$9{,}4 * 10^{-3}$
-0.0407	0.0090	0.02

X_n	$f(X_n)$	E_{est}
0.8	-76.616	
1	27	0.2
0.9479	-9.3832	0.05
0.9613	-0.7304	0.01
0.9624	0.0011	$1{,}1 * 10^{-3}$

5c. El método de Newton

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	$-0{,}05$		
1	$-0{,}0407$	$-0{,}05$	$9{,}3 * 10^{-3}$

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	$0{,}5$		
1	$-0{,}7051$	$0{,}5$	1.21
2	$1{,}3942$	$-0{,}7051$	2.09
3	$1{,}1369$	$1{,}3942$	0.2573
4	$1{,}0042$	$1{,}1369$	0.1327
5	$0{,}9656$	$1{,}0042$	0.042
6	$0{,}9624$	$0{,}9656$	$3{,}2 * 10^{-3}$

6.La función $f(x) = tan(\pi x) - 6$ tiene cero en $(1/\pi)$ arcotangente $6 \approx 0{,}447431543$. Sea $p_0 = 0$ y $p_1 = 0{,}48$ y use 10 iteraciones en cada uno de los siguientes métodos para aproximar esta raíz. ¿Cuál método es más eficaz y por qué? (4 cifras decimales)

6a. Método de bisección

a	b	p	$f(a)$	$f(b)$	$f(p)$	E_{est}
0	0.48	0.24	-6	9.8945	-5.0609	0.24
0.24	0.48	0.36	-5.0609	9.8945	-3.8749	0.12
0.36	0.48	0.42	-3.8749	9.8945	-2.1053	0.06
0.42	0.48	0.45	-2.1053	9.8945	0.3138	0.03
0.42	0.45	0.435	-2.1053	0.3138	-1.1712	0.015
0.435	0.45	0.4425	-1.1712	0.3138	-0.5245	$7{,}5 * 10^{-3}$
0.4425	0.45	0.4463	-0.5245	0.3138	-0.1288	$3{,}75 * 10^{-3}$
0.4463	0.45	0.4482	-0.1288	0.3138	0.0906	$1{,}85 * 10^{-3}$
0.4463	0.4482	0.4473	-0.1288	0.0906	-0.0153	$9{,}5 * 10^{-4}$
0.4473	0.4482	0.4478	-0.0153	0.0906	0.0431	$4{,}5 * 10^{-4}$

6b. Método de posición falsa

X_n	$f(X_n)$	$sgn(f(X_n))$	E_{est}
0	-6	-1	
0.48	9.8945	+1	0.48
0.1812	-5.3601	-1	0.29
0.2862	-4.7421	-1	0.105
0.3489	-4.0540	-1	0.063
0.3870	-3.3024	-1	0.038
0.4103	-2.5458	-1	0.023
0.4246	-1.8576	-1	0.0143
0.4334	-1.2905	-1	$8{,}8 * 10^{-3}$
0.4387	-0.8717	-1	$5{,}3 * 10^{-3}$

6c. Método de la secante

X_n	$f(X_n)$	E_{est}
0	-6	
0.48	9.8945	0.48
0.1812	-5.3601	0.29
0.2862	-4.7421	0.105
1.0919	-5.7030	0.81
-3.6901	-4.5285	4.78
-22.1487	-6.4234	18.45
40.3726	-3.6364	62.5213
121.921	-6.2534	81.54
-72.9413	-5.8135	194.86

7.La función descrita por $f(x) = ln(x^2+1) - e^{0{,}4x}\cos(\pi x)$ tiene un número infinito de ceros

7a. Determine, dentro de 10^{-6}, el único cero negativo

Por Newton

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	$-0{,}5$		
1	$-0{,}4338$	$-0{,}5$	0.0662
2	$-0{,}4341$	$-0{,}4338$	0.0003

7b. Determine, dentro de 10^{-6}, los cuatro ceros positivos más pequeños.

Por Newton

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	0,5		
1	0,4519	0,5	0.05
2	0,4506	0,4519	$1{,}3 * 10^{-3}$

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	1,5		
1	1,7455	1,5	0.25
2	1,7447	1,7455	$8 * 10^{-4}$

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	2,5		
1	2,2854	2,5	0.21
2	2,2419	2,2854	0.0435
3	2,2383	2,2419	$3{,}6 * 10^{-3}$

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	3,5		
1	3,7116	3,5	0.21
2	3,7090	3,7116	$2{,}6 * 10^{-3}$

7c. Determine una aproximación inicial razonable para encontrar el enésimo cero positivo más pequeño de f.

La mas razonable es $\frac{(2n-1)}{2}$

7d. Use la parte c) para determinar, dentro de 10^{-6}, el vigesimoquinto cero positivo más pequeño de f.

$\frac{(49)}{2} = 24{,}5$

Por Newton

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	24,5		
1	24,4999	24,5	$1 * 10^{-4}$

PREGUNTAS DE ANÁLISIS

1.La función $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ tiene raíz en $x = 0$.Usando el punto de inicio de $x = 1$ y $p_0 = 5$, $p_1 = 0{,}5$ para el método de secante, compare los resultados de los métodos de secante y Newton.

Método de la secante

X_n	$f(X_n)$	E_{est}
5	1.71	
0.5	0.7937	4.5
-3.3979	-1.5034	3.8979
-0.8468	-0.9461	2.5511
3.4841	1.516	4.3309
0.8174	0.935	2.6667
-3.4741	-1.5145	4.2915

Por Newton

p	X	X_{n-1}	E_{est}
0	1		
1	-2	1	3
1	4	-2	6
1	-8	4	12
1	16	-8	24

Ambos por ser métodos abiertos no van a converger en esta especifica función, ya que entran en divergencia.

REFERENCIAS

[1] T. Sauer and J. E. M. Murrieta, *Análisis numérico.* Pearson Educación México, 2013.