



**ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN**

PERÍODO ACADÉMICO: 2025-A

ASIGNATURA: ICCD412 Métodos Numéricos

GRUPO: GR2

TIPO DE INSTRUMENTO: Repaso 3

FECHA DE ENTREGA LÍMITE: 8/07/2025

ALUMNO: Murillo Tobar Juan

TEMA

Repaso

OBJETIVOS

- Utilizar el método de Gauss para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Utilizar el método de Gauss Jordan para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Utilizar factorización de matrices para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

DESARROLLO

1. Eliminación Gaussiana

Ejercicio 1: Resuelva el siguiente sistema usando eliminación gaussiana:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z + w = 1 \\ 2x + 3y + 3z + 2w = 4 \\ 5x + 4y + 6z + 3w = 7 \\ 4x + 3y + 5z + 6w = 10 \end{cases}$$

Ejercicio 2: Resuelva el siguiente sistema usando eliminación gaussiana:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z + 4w = 8 \\ 4x + 7y - 3z + 10w = 15 \\ -2x - 5y + 7z - 6w = -12 \\ 6x + 9y - 5z + 12w = 20 \end{cases}$$

a)

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 6 & 3 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 6 & 10 \end{bmatrix}$$

$$-2 \cdot F_1 + 3 \cdot F_2 \longrightarrow F_2$$

$$-5 \cdot F_1 + 3 \cdot F_3 \longrightarrow F_3$$

$$-4 \cdot F_1 + 3 \cdot F_4 \longrightarrow F_4$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 7 & 4 & 10 \\ 0 & 2 & 13 & 4 & 16 \\ 0 & 1 & 11 & 14 & 26 \end{bmatrix}$$

Cambio de filas F4 con F2

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 11 & 14 & 26 \\ 0 & 2 & 13 & 4 & 16 \\ 0 & 5 & 7 & 4 & 10 \end{bmatrix}$$

$$-2 \cdot F_2 + F_3 \longrightarrow F_3$$

$$-5 \cdot F_2 + F_4 \longrightarrow F_4$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 11 & 14 & 26 \\ 0 & 0 & -9 & -24 & -36 \\ 0 & 0 & -48 & -66 & -120 \end{bmatrix}$$

$$-16/3 \cdot F_3 + F_4 \longrightarrow F_4$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 11 & 14 & 26 \\ 0 & 0 & -9 & -24 & -36 \\ 0 & 0 & 0 & 62 & 72 \end{bmatrix}$$

Haciendo la substitución para atrás Y redondeando obtenemos $X_4 = 36/31$ $X_3 = 28/31$ $X_2 = -6/31$ $X_1 = -7/31$

b)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 & 8 \\ 4 & 7 & -3 & 10 & 15 \\ -2 & -5 & 7 & -6 & -12 \\ 6 & 9 & -5 & 12 & 20 \end{bmatrix}$$

$$-2 \cdot F_1 + F_2 \longrightarrow F_2$$

$$F_1 + F_3 \longrightarrow F_3$$

$$-3 \cdot F_1 + F_4 \longrightarrow F_4$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 6 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

Cambio de filas F4 con F3

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -40 & -2 & 6 & -2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$2 \cdot F_2 + F_4 \longrightarrow F_4$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -40 & 0 & 4 & 2 & -6 \end{bmatrix}$$

$$2F_3 + F_4 \longrightarrow F_4$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -40 & 0 & 0 & 2 & -14 \end{bmatrix}$$

Haciendo la substitución para atrás Y redondeando obtenemos $X_4 = -7$ $X_3 = 2$ $X_2 = 15$
 $X_1 = -7/2$

2. Gauss-Jordan

Ejercicio 1: Encuentre la inversa y resuelva el sistema:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 2: Resuelva el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 4z = 5 \\ 3x + 4y + 5z = 6 \end{cases}$$

a)

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cambio de fila F1 con F2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-2 \cdot F_1 + F_2 \longrightarrow F_2$$

$$-3 \cdot F_1 + F_3 \longrightarrow F_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-2 \cdot F_2 + F_3 \longrightarrow F_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F_3 + F_1 \longrightarrow F_1$$

$$F_2 + F_3 \longrightarrow F_2$$

$$-F_3 \longrightarrow F_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$-2F_1 + F_2 \rightarrow F_2$$

$$-3F_1 + F_3 \rightarrow F_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-F_2 + F_3 \rightarrow F_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

No hay solución

3. Descomposición LU

Ejercicio 1: Resuelva el siguiente sistema:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & 9 \\ 6 & -6 & -6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 2: Haga la descomposición LU de:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

a)

Usando las formulas obtenemos

$$u_{11} = 2$$

$$u_{12} = -1$$

$$u_{13} = 1$$

$$u_{22} = 3/2$$

$$u_{23} = 21/2$$

$$u_{33} = 9$$

$$l_{21} = -3/2$$

$$l_{31} = 3$$

$$l_{32} = -2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3/2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3/2 & 21/2 \\ 0 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

Ahora calculamos y con $Ly=b$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ -3/2 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Haciendo la substitución para adelante Y redondeando obtenemos $y_1 = 2$ $y_2 = 2$ $y_3 = 1$

Ahora x con $Ux = y$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 3/2 & 21/2 & 2 \\ 0 & 0 & 12 & 1 \end{bmatrix}$$

Haciendo la substitución para atrás obtenemos $x_1 = 4/3$ $x_2 = 3/4$ $x_3 = 1/12$

b)

En este caso pondré todas las formulas y luego los resultados, usaremos Doolittle

$$u_{11} = A_{11}; u_{12} = A_{12}; u_{13} = A_{13}; u_{14} = A_{14}$$

$$l_{21} = A_{21}/u_{11}; l_{31} = A_{31}/u_{11}; l_{41} = A_{41}/u_{11}$$

$$u_{22} = A_{22} - l_{21}*u_{12}$$

$$u_{23} = A_{23} - l_{21}*u_{13}$$

$$u_{24} = A_{24} - l_{21}*u_{14}$$

$$l_{32} = (A_{32} - l_{31}*u_{12})/u_{22}$$

$$l_{42} = (A_{42} - l_{41}*u_{12})/u_{22}$$

$$u_{33} = A_{33} - l_{31}*u_{13} - l_{32}*u_{23}$$

$$u_{34} = A_{34} - l_{31} \cdot u_{14} - l_{32} \cdot u_{24}$$

$$l_{44} = (A_{43} - l_{41} \cdot u_{12} - l_{42} \cdot u_{23}) / u_{33}$$

$$u_{44} = A_{44} - l_{41} \cdot u_{14} - l_{42} \cdot u_{24} - l_{43} \cdot u_{34}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1/4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4/15 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -15/56 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 15/4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 56/15 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 209/56 \end{bmatrix}$$

4. Resolución por Matriz Inversa

Ejercicio 1: Resuelva el sistema por factorización de matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 2: Dada A^{-1} , resuelva el sistema por factorización de matrices:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

a) Hallamos la matriz inversa de A

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-5 \cdot F_1 + F_3 \longrightarrow F_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -15 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$4 \cdot F_2 + F_3 \longrightarrow F_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-4 \cdot F_3 + F_2 \rightarrow F_2$$

$$-3 \cdot F_3 + F_1 \rightarrow F_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 16 & -12 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 20 & -15 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-2 \cdot F_2 + F_1 \rightarrow F_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -24 & 18 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 20 & -15 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Multiplico por b

$$\begin{bmatrix} -24 & 18 & 5 \\ 20 & -15 & -4 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ -22 \\ 6 \end{bmatrix}$$

b)

Multiplico por b

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

5. Método de Gauss-Jacobi

Ejercicio 1: Verifique si es diagonalmente dominante y resuelva con error menor a 10^{-3} :

$$\begin{cases} 4x - y + z = 7 \\ -2x + 6y - z = -9 \\ -x + y + 7z = -6 \end{cases}$$

Ejercicio 2: Inicie en cero, error menor a 10^{-4} :

$$\begin{cases} 10x + y + z = 12 \\ 2x + 10y + z = 13 \\ 2x + 2y + 10z = 14 \end{cases}$$

a)

$$x = (7 - z + y)/4$$

$$y = (-9 + z + 2x)/6$$

$$z = (-6 + x - y)/7$$

x	y	z
0	0	0
1.75	-1.5	-0.8571
1.5893	-1.0595	-0.3929
1.5759	-1.0357	-0.4787
1.6108	-1.0545	-0.4791
1.6062	-1.0429	-0.4764
1.6083	-1.0440	-0.4787
1.6087	-1.0437	-0.4782

Calculamos max(1.6087 -1.0437 -0.4782)

$$\text{Error Absoluto} = \|1,6083 - 1,6087\| = 4 * 10^{-4}$$

b)

$$x = (12 - y - z)/10$$

$$y = (13 - 2x - z)/10$$

$$z = (14 - 2x - 2y)/10$$

x	y	z
0	0	0
1.2	1.3	1.4
0.93	0.92	0.9
1.018	1.024	1.03
0.9946	0.9934	0.9904
1.00162	1.00204	1.0024
0.99956	0.99944	0.99927
1.00013	1.0016	1.0002
0.99996	0.99995	0.99994
1.00001	1.00001	1.00002

Calculamos max(1.00001 1.00001 1.00002)

$$\text{Error Absoluto} = \|1,00001 - 0,99996\| = 50 * 10^{-6}$$

6. Método de Gauss-Seidel

Ejercicio 1: Condiciones iniciales en cero, error $< 10^{-4}$:

$$\begin{cases} 10x + y + z = 6 \\ 2x + 10y + z = 5 \\ 2x + 2y + 10z = -1 \end{cases}$$

Ejercicio 2: Verifique convergencia y realice 4 iteraciones:

$$\begin{cases} 4x + y + z = 7 \\ x + 5y + z = 8 \\ x + y + 6z = 9 \end{cases}$$

a)

$$x = (6 - y - z)/10$$

$$y = (5 - 2x - z)/10$$

$$z = (-1 - 2x - 2y)/10$$

x	y	z
0	0	0
0.6	0.38	-0.296
0.5916	0.41128	-0.30058
0.58893	0.41227	-0.30024
0.58880	0.41226	-0.30021
0.58880	0.41226	-0.30021

Calculamos $\max(0.58880 \ 0.41226 \ -0.30021)$

Error Absoluto $= \|0.58880 - 0.58880\| = 5 * 10^{-6}$

b)

Si se puede porque es diagonal dominante

$$x = (7 - y - z)/4$$

$$y = (8 - x - z)/5$$

$$z = (9 - x - y)/6$$

x	y	z
0	0	0
1.75	1.25	1
1.1875	1.1625	1.1083
1.1823	1.1418	1.1127
1.1864	1.1402	1.1122

Calculamos $\max(1.1864 \ 1.1402 \ 1.1122)$

Error Absoluto $= \|1.1864 - 1.1823\| = 4,1 * 10^{-3}$

REFERENCIAS