ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN

PERÍODO ACADÉMICO: 2025-A
ASIGNATURA: ICCD412 Métodos Numéricos **GRUPO:** GR2
TIPO DE INSTRUMENTO: Tarea 9
FECHA DE ENTREGA LÍMITE: 25/05/2025
ALUMNO: Murillo Tobar Juan

TEMA

Polinomio de Taylor

OBJETIVOS

- Comprender como se obtiene el polinomio de Taylor a partir de la resolución y simplificación de sumatorios que implican multiplicaciones.
- Reconocer las partes que componen a la función de aproximación, es decir, el polinomio de Taylor y el error de Truncamiento.

MARCO TEÓRICO

Polinomio de Taylor

Como se menciona en [1], este método nos proporciona un medio para aproximar un valor de una función en un punto en términos del valor de la función y sus derivadas en otro punto. Además, se establece que cualquier "smooth function", es decir una función que es derivable infinitamente, puede ser aproximada como un polinomio.

DESARROLLO

Dada la función e^{-x} y $x_0 = 1$. Determinar la función aproximada $f(x) = P_n(x) + R_n(x)$ con n = 3.

Primero sacamos todas sus derivada, es decir hasta de orden 4, ya que el error de truncamiento usa 1 mas que el polinomio. $f(x) = e^{-x}$

$f'(x) = -e^{-x}$

$f''(x) = e^{-x}$

$f'''(x) = -e^{-x}$

$f''''(x) = e^{-x}$

Ahora comenzamos a resolver el sumatorio y nos quedaría la siguiente forma

$$P_n(x) = e^{-1} - e^{-1}(x-1) + \frac{e^{-1}}{2}(x-1)^2 - \frac{e^{-1}}{6}(x-1)^3$$

Al elaborar un poco mas nos queda

$$P_n(x) = e^{-1} - e^{-1}x + e^{-1} + \frac{e^{-1}}{2}x^2 - e^{-1}x + \frac{e^{-1}}{2} - \frac{e^{-1}}{6}x^3 + \frac{e^{-1}}{2}x^2 - \frac{e^{-1}}{2}x + \frac{e^{-1}}{6}$$

Al simplificar términos semejantes nos queda.

$$P_n(x) = \frac{-1}{6e}x^3 + \frac{1}{e}x^2 - \frac{5}{2e}x + \frac{16}{6e}$$

Ahora resolvemos el error de truncamiento Rn, aunque en este lo dejamos expresado tal como esta

$$R_n = \frac{e^{\xi(x)}}{24}(x-1)^4$$

$$R_n = \frac{e^{\xi(x)}}{24}(x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1)$$

La función de aproximación nos quedaría como

$$P_n(x) = \frac{-1}{6e}x^3 + \frac{1}{e}x^2 - \frac{5}{2e}x + \frac{16}{6e} + \frac{e^{\xi(x)}}{24}(x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1)$$

REFERENCIAS

[1] R. C. Steven Chapra, *Numerical Methods for Engineers 7th Edition*. McGraw-Hill, 2014. [Online]. Available: http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=f84e847c0120647f7143d7e036978163