

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

ESCUELA PROFESIONAL DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

Soluciones para elevar la temperatura interior en viviendas rurales afectadas por el friaje

Integrantes:

Camarena Perez, Victor Daniel
Contreras Alarcón, Rosario Sandy
Espejo Delzo, Juan Carlos
Larios Goetendia, Diego Alfredo
Segura Flores, Luis Enrique

Fecha de entrega:

14 de Octubre del 2016



Resumen

- Diseñar y construir un modelo de una habitación que permita captar la mayor energía calorífica posible durante el día y que permanezca caliente durante la noche.
- Calcular teóricamente el incremento de temperatura interior de la habitación respecto de la del exterior. Comparar los cálculos teóricos con las mediciones experimentales.

Se diseñó un modelo de habitación tentativo para ser aplicado como un dormitorio para viviendas en la sierra peruana afectadas por el friaje. Se empleó materiales locales y fáciles de conseguir y trabajar: las paredes don de barro con paja, el piso es una cama de piedras y sobre esta una capa de madera debidamente aislada y el techo es de fibrocemento con una ventana de policarbonato.

Teniendo el diseño de la habitación bien definido, podemos pasar al análisis teórico de transferencia de calor. Asumimos conocido la irradiancia (dependiente del tiempo) de la zona donde se encuentra la vivienda, la temperatura del aire en el exterior y, con las ecuaciones de transferencia de calor y considerando el diseño y los materiales del mismo, planteamos las ecuaciones que permitirán calcular la temperatura dentro de la habitación. Se buscará resolver estas ecuaciones de manera analítica y, también, se ensayarán métodos numéricos.

Índice

1. Introducción	3
2. Fundamento Teórico	4
2.1. Fundamento físico	4
2.1.1. Transferencia de calor	4
2.1.2. Implementación de las ecuaciones físicas en nuestro problema .	9
2.1.3. Implementación de las ecuaciones de pérdida de energía du- rante las noches	15
2.2. Fundamento matemático	16
2.3. Fundamento computacional	16
3. Planteamiento del Problema	17
4. Solución del Problema	18
Referencias	19

1. Introducción

Es muy sabido que las temporadas de friaje afectan con mayor magnitud a la sierra peruana trayendo consigo enfermedades respiratorias principalmente a los niños y ancianos debido a las bajísimas temperaturas características de las zonas altoandinas. En la actualidad se ha tomado como una solución alternativa la donación de frazadas, víveres, ropa, carpas y otros pero queda bastante claro que el problema no se puede solucionar definitivamente tomando éstas medidas.

Sin embargo existe un recurso que hasta ahora no se ha aprovechado y que puede ser una solución a la que el Gobierno Central podría enfocarse y canalizar el presupuesto para afrontar la temporada de heladas y friaje. El recurso solar es abundante en la sierra peruana pero las viviendas no cuentan con el diseño adecuado para el aprovechamiento de este tan valioso recurso. El acondicionamiento de las viviendas en las zonas afectadas por el friaje sería una buena alternativa para lidiar con el frío intenso evitando así enfermedades y demás consecuencias que traen las épocas de helada.

2. Fundamento Teórico

2.1. Fundamento físico

2.1.1. Transferencia de calor

Es muy conocido el hecho de que cuando dos cuerpos con diferente temperatura se ponen en contacto térmico se establece una transferencia de calor entre ellos, del cuerpo más caliente al más frío. Se reconocen tres formas mediante las cuales tiene lugar la transferencia de calor: conducción, convección y radiación.

■ Transferencia de calor por conducción

El fenómeno de transferencia de calor por conducción constituye un proceso de propagación de energía en un medio sólido, líquido o gaseoso mediante la comunicación molecular directa cuando existe un gradiente de temperatura. En el caso de líquidos y gases, tal transferencia es importante siempre que se tomen las precauciones debidas para eliminar las corrientes naturales del flujo que pueden presentarse como consecuencia de las diferencias de densidad que presentan ambos fluidos. De aquí que la transferencia de calor por conducción sea de particular importancia en sólidos sujetos a una variación de temperatura. Al haber un gradiente de temperatura en el medio, la segunda ley de la termodinámica establece que la transferencia de calor se lleva a cabo de la región de mayor temperatura a la de menor, como se muestra en la figura (1) En tales circunstancias, se dice que la potencia de transmisión de calor es proporcional al gradiente de temperatura. Es decir:

$$\dot{q}_{cond} = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

donde \dot{q} denota dicha potencia de transmisión de calor en la dirección x , A es el área transversal y k es la conductividad térmica del material. Sus unidades son $\frac{W}{m \cdot K}$ (watt por metro kelvin) en el Sistema Internacional (SI) de unidades. También se emplean de manera indistinta las unidades $\frac{W}{m \cdot ^\circ C}$. A la ecuación (1) se le agrega un signo negativo para que cumpla la segunda ley de la termodinámica, es decir, que el calor debe fluir de mayor a menor tem-

peratura. Esta ecuación se conoce como la ley de Fourier ¹ y, cabe destacar, define la conductividad térmica k . Aun cuando ésta propiedad de transporte varía con la temperatura, en numerosas aplicaciones puede suponerse constante. En la figura (1) se muestra la variación con respecto a la temperatura de la conductividad térmica de algunos sólidos, líquidos y gases.

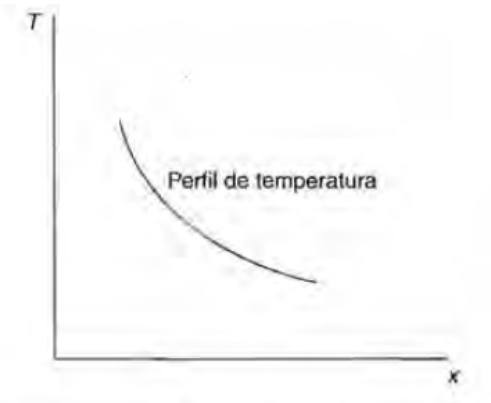


Figura 1: Temperatura como función de la distancia.

■ Transferencia de calor por convección

Es un proceso de transporte de energía debido al movimiento de un fluido en la vecindad de una superficie, y está íntimamente relacionado a su movimiento. Experimentalmente se demuestra que tanto la velocidad del fluido como sus propiedades tienen un efecto importante en la transferencia de calor en la superficie. Así se puede estimar la potencia de calor disipado por el sistema en términos de la diferencia entre la temperatura entre su superficie (T_S) y el fluido (T_∞), es decir:

$$\dot{q} = hA(T_S - T_\infty) \quad (2)$$

donde A es el área superficial y h es el coeficiente local de transferencia de calor. Sus unidades en el SI son W/m^2K y la ecuación 2 se conoce como la ley de Newton del enfriamiento.

¹Cuando la transferencia de calor se lleve a cabo en más de una dirección la ley de Fourier debe escribirse como $\dot{q} = -KA\nabla T$

Cabe precisar que esta expresión, más que una ley fenomenológica, define el coeficiente local de transferencia de calor. Como su nombre lo indica varía a lo largo de toda la superficie. En la figura (3) se muestra la variación del coeficiente local de transferencia de calor a lo largo del eje x .

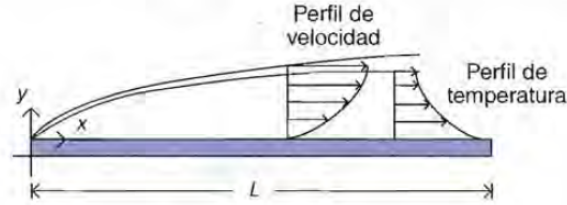


Figura 2: Placa expuesta a enfriamiento convectivo.

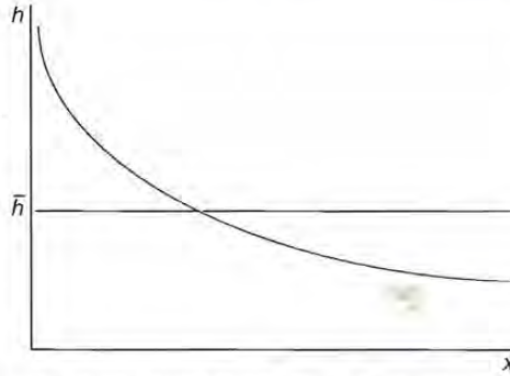


Figura 3: Variación del coeficiente local de transferencia de calor a lo largo de la coordenada x .

Más importante que el coeficiente local es el coeficiente promedio de transferencia de calor. Si combinamos las ecuaciones 1 y 2 obtenemos:

$$\bar{h} = \frac{\int_0^L -K \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} dx}{(T_S - T_\infty)} \quad (3)$$

Así que con ésta definición nueva

$$\dot{q} = \bar{h}A(T_S - T_\infty) \quad (4)$$

donde A es el área de transferencia de calor por convección. La convección suele clasificarse como natural o forzada. La convección natural se presenta por los gradientes de densidad que experimenta el fluido al estar en contacto con una superficie a mayor temperatura y en presencia de un campo gravitacional, tal como sucede en el calentamiento del agua en un recipiente antes de su ebullición. Por su parte, la convección forzada necesita de un agente externo como por ejemplo un ventilador.

El coeficiente de transferencia de calor (de aquí en adelante se le designará con la letra h , a menos que se especifique lo contrario) para la convección natural depende de varios parámetros; por ejemplo,

$$h = h(L, K, \rho, g, \beta(T_S - T_\infty), \mu, c_p, \dots) \quad (5)$$

donde todas estas variables pueden reducirse a dos grandes parámetros: la geometría del sistema y las características físicas del fluido.

■ Transferencia de calor por radiación

Todo cuerpo emite energía en virtud a su temperatura, de manera ondulatoria. Las ondas electromagnéticas emitidas se extienden a todo el espectro electromagnético exhibiendo un máximo en la frecuencia de emisión (o un mínimo en longitud de onda λ) que depende de la temperatura del cuerpo: a mayor temperatura tanto mayor el valor de la máxima frecuencia de emisión. De manera que la radiación constituye un mecanismo de transferencia de calor, siendo más notoria cuanto más caliente se encuentre el cuerpo. Tanto los mecanismos de transferencia de calor por conducción como por convección requieren un medio para propagar la energía. Sin embargo, el calor puede también propagarse en el vacío absoluto mediante radiación. A una temperatura dada todos los cuerpos emiten radiación en diferentes longitudes de onda, pero la magnitud de ésta depende de la temperatura absoluta y de las características superficiales de dichos cuerpos.

Por otra parte, sólo se considera radiación térmica la que se ubica en el rango de longitudes de onda entre 0.1 y 100 micrones, aproximadamente. Dentro

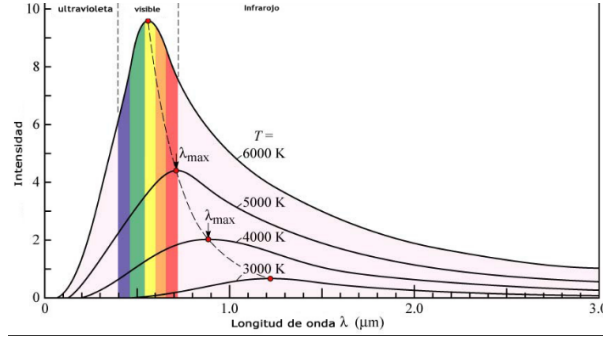


Figura 4: Intensidad de radiación vs longitud de onda

de ese intervalo del espectro electromagnético se ubican el rango ultravioleta, el infrarrojo y el visible. Este último comprende nada más entre 0.38 y 0.78 micrones. Un radiador perfecto o cuerpo negro es el que emite la máxima cantidad de energía radiante desde su superficie a una razón proporcional a su temperatura absoluta elevada a la cuarta potencia, es decir,

$$\dot{q} = \sigma AT^4 \quad (6)$$

Esta ecuación se conoce como la ley de Stefan-Boltzmann con $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ en el SI, la cuál recibe el nombre de Stefan-Boltzmann. De la ecuación 6 se deduce que la superficie de todo cuerpo negro emite radiación mientras su temperatura sea diferente del cero absoluto, independientemente de las condiciones de sus alrededores. Por otra parte, un cuerpo real no satisface las características de un cuerpo negro, ya que emite una menor cantidad de radiación. Así, el flujo de calor por unidad de área que emite una superficie real está dado por la expresión

$$\dot{q} = \epsilon \sigma AT^4 \quad (7)$$

donde ϵ es una propiedad de la superficie denominada emisividad y numéricamente es igual al cociente entre la emisión de radiación del cuerpo en estudio y la de un cuerpo negro, de modo que nos brinda una medida de la efectividad de emisión de radiación de un cuerpo real respecto a un cuerpo negro.

2.1.2. Implementación de las ecuaciones físicas en nuestro problema

En esta sección se demostrarán las relaciones de la transferencia de calor usando la conservación de energía y la primera ley de la termodinámica. El balance de energía considerará como ganancia a todas las transferencias de calor por radiación en el techo mientras que las pérdidas se deberán a la conducción y convección de las paredes laterales y el suelo. Cabe resaltar que las ecuaciones funcionan cuando la radiación solar incide perpendicularmente sobre el techo (esto ocurre entre las 11:00-13:00) debido a que aquí ocurre la mayor ganancia de energía.

Asimismo, en el informe se usarán las ecuaciones estacionarias de transferencia de calor debido a que el número de Biot² es del orden de 1-10 (más adelante se calculará esta característica con más detalle).

Ahora bien, comencemos a calcular las diferentes manifestaciones de transferencia de calor.

En el techo, la ecuación de la ganancia del policarbonato por radiación viene dada por:

$$P_{gan} = \alpha \theta I A_{techo} \quad (8)$$

Donde P es la potencia, I es la irradiancia que incide sobre el policarbonato, θ es el parámetro de proporción entre el área del policarbonato respecto del área del techo, A_{techo} es el área total del techo y α es el SHGC (Solar High Gain Coefficient-Coeficiente de Ganancia Solar). Asimismo, para el resto del techo se tiene:

- Ganancia de calor por radiación sobre el techo:

$$\dot{q}'_1 = I(1 - \theta)A_{techo} - \sigma \epsilon (1 - \theta)A_{techo}T_T^4 \quad (9)$$

Aquí T_T es la temperatura de la superficie externa del techo.

- Enfriamiento del techo por convección natural:

$$\dot{q}'_2 = h_{ext}(1 - \theta)A_{techo}(T_T - T_\infty) \quad (10)$$

Aquí y en el resto del informe h_{ext} es el coeficiente de convección natural del aire exterior y T_∞ es la temperatura del aire exterior.

²El número de Biot (Bi) : $Bi = \frac{hL}{k}$ (L es la longitud característica del cuerpo) es un número adimensional que relaciona la transferencia de calor por conducción dentro de un cuerpo y la transferencia de calor por convección en la superficie de dicho cuerpo. En caso de que este número sea menor que 0,1 aproximadamente, se tratará el problema de transferencia de forma transitoria; en el caso contrario el problema se tratará estacionariamente.

- Ganancia de calor por conducción de la superficie exterior hacia la superficie interior:

$$\dot{q}'_3 = k_{techo}(1 - \theta)A_{techo} \left(\frac{T_T - T'_T}{d_{techo}} \right) \quad (11)$$

Donde T'_T es la temperatura de la superficie interna del techo, d_{techo} es el espesor del techo y k_{techo} es la conductividad térmica del techo.

- Ganancia de calor por convección natural de la pared interior hacia el aire interior:

$$\dot{q}'_4 = h_{int}(1 - \theta)A_{techo}(T'_T - T) \quad (12)$$

Aquí y en el resto del informe h_{int} es el coeficiente de convección natural del aire interior y T es la temperatura del aire interior.

- Debido a que el fibrocemento es un buen aislante de calor, podemos considerar que la ganancia por radiación del techo (que va a estar hecho de fibrocemento) es igual a la pérdida de calor por convección y también podemos asumir que la temperatura que gana el techo penetra por conducción hacia la superficie interior del éste, calentando así el aire interior por convección. Por lo que, por conservación de energía se tiene:

$$\dot{q}'_1 = \dot{q}'_2 \quad \dot{q}'_3 = \dot{q}'_4 = \dot{q}_{techo} \quad (13)$$

Así pues, tenemos:

$$I(1 - \theta)A_{techo} - \sigma\epsilon(1 - \theta)A_{techo}T_T^4 = h_{ext}(1 - \theta)A_{techo}(T_T - T_\infty) \quad (14)$$

y, tenemos la expresión explícita (\dot{q}_{techo} en función de la temperatura del aire interno T) de la ganancia de calor por radiación sobre el techo despejando simplemente T'_T de las ecuaciones (11) y (12) con (13):

$$\dot{q}_{techo} = (1 - \theta)A_{techo} \left(\frac{1}{\frac{d_{techo}}{k_{techo}} + \frac{1}{h_{int}}} \right) (T_T - T) \quad (15)$$

Por supuesto que T_T resulta de la solución de la ecuación (14) y se inserta en la ecuación (15).

Así como en el techo se gana calor por radiación, las fugas se deberán por conducción y convección en las paredes y el suelo.

Pues bien, demostremos las pérdidas por conducción y convección debido al suelo:

- Enfriamiento por conducción del suelo hacia la pared interior:

$$\dot{q}_1'' = k_{suelo} A_{suelo} \left(\frac{T_{int} - T_{suelo}}{d_{suelo}} \right) \quad (16)$$

Donde k_{suelo} es la conductividad térmica del suelo, A_{suelo} es el área del suelo, T_{int} es la temperatura de la cara interna del suelo, T_{suelo} es la temperatura de la superficie que hace contacto con la superficie terrestre y d_{suelo} es el espesor del suelo.

- Enfriamiento por convección de la pared interior hacia el aire interior:

$$\dot{q}_2'' = h_{int} A_{suelo} (T - T_{int}) \quad (17)$$

- Por conservación de energía las expresiones de las ecuaciones (16) y (17) se igualan:

$$\dot{q}_1'' = \dot{q}_2'' = \dot{q}_{suelo} \quad (18)$$

- Por lo cual, usando la ecuación (18) y despejando \dot{q}_{suelo} en función de T , tenemos la expresión de enfriamiento del aire interior ocasionado por el suelo:

$$\dot{q}_{suelo} = A_{suelo} \left(\frac{1}{\frac{d_{suelo}}{k_{suelo}} + \frac{1}{h_{int}}} \right) (T - T_{suelo}) \quad (19)$$

Finalmente, analizemos la pérdida de energía ocasionada por el aire exterior en las 4 paredes laterales.

Debido a que las paredes van a experimentar los mismos fenómenos físicos, pero con diferente área transversal, trabajaremos con las áreas A_i donde $i = 1, \dots, 4$ (ya que el fenómeno de transferencia se comporta de igual forma para todas las paredes), así pues tenemos los siguientes fenómenos:

- Enfriamiento por convección de la pared externa ocasionado por el aire exterior:

$$\dot{q}_{1i} = h_{ext} A_i (T_{ext} - T_{\infty}) \quad (20)$$

Donde T_{ext} es la temperatura del aire externo.

- Enfriamiento por conducción de la pared exterior hacia la pared interior:

$$\dot{q}_{2i} = k_{pared} A_i \left(\frac{T_{ext} - T'_{int}}{d_{pared}} \right) \quad (21)$$

Donde k_{pared} es la conductividad térmica de la pared (que es de barro) y T'_{int} es la temperatura de la superficie interna de la pared.

- Enfriamiento por convección del aire interior ocasionado por la pared interior:

$$\dot{q}_{3i} = h_{int} A_i (T - T_{int}) \quad (22)$$

- Por conservación de energía las expresiones de las ecuaciones (20), (21) y (22) se igualan:

$$\dot{q}_{1i} = \dot{q}_{2i} = \dot{q}_{3i} = \dot{q}_i \quad (23)$$

- Por lo cual, usando la ecuación (23) y despejando \dot{q}_i en función de T , tenemos la expresión de enfriamiento del aire interior ocasionado por el aire exterior en las paredes laterales:

$$\dot{q}_i = A_i \left(\frac{1}{\frac{1}{h_{int}} + \frac{1}{h_{ext}} + \frac{d_{pared}}{k_{pared}}} \right) (T - T_{\infty}) \quad (24)$$

Ahora bien, al acoplar las expresiones de las ecuaciones (8), (15), (19) y (24) en la potencia resultante, obtenemos:

$$P_{total} = P_{gan} + \dot{q}_{techo} - \dot{q}_{suelo} - \sum_{i=1}^4 \dot{q}_i \quad (25)$$

Por lo cual:

$$\begin{aligned} P_{total} = & \alpha \theta I A_{techo} + (1 - \theta) A_{techo} \left(\frac{1}{\frac{d_{techo}}{k_{techo}} + \frac{1}{h_{int}}} \right) (T_T - T) \\ & - A_{suelo} \left(\frac{1}{\frac{d_{suelo}}{k_{suelo}} + \frac{1}{h_{int}}} \right) (T - T_{suelo}) - \sum_{i=1}^4 A_i \left(\frac{1}{\frac{1}{h_{int}} + \frac{1}{h_{ext}} + \frac{d_{pared}}{k_{pared}}} \right) (T - T_{\infty}) \end{aligned} \quad (26)$$

Donde A_i son las áreas laterales de las 4 paredes y T es la temperatura del aire interior.

Pero, si tratamos al aire como un gas ideal, por la segunda ley de la termodinámica obtenemos el calor del gas:

$$Q = W^{gas} + E_{int} \quad (27)$$

Para nuestro caso, el gas no realiza trabajo ($W^{gas} = 0$), entonces:

$$Q = \Delta E_{int} = \frac{5}{2}nR(T - T_{ref}) = E_{neto} \quad (28)$$

Donde T_{ref} es una temperatura de referencia que es constante.

Por supuesto que esta ecuación funciona considerando al aire como un gas ideal diatómico (ya que en su mayoría está compuesto por N_2 y O_2 , ambos diatómicos). En la ecuación (28): es el número de moles del gas, R es la constante universal de los gases ($R = 8,31434 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$) y T es la temperatura del gas.

Derivando respecto del tiempo a la ecuación (28):

$$P_{total} = \dot{E}_{neto} = \frac{5}{2}nR\dot{T} \quad (29)$$

Finalmente, acoplando la ecuación (29) en la ecuación (26):

$$\begin{aligned} \frac{5}{2}nR\dot{T} = & \alpha\theta IA_{techo} + (1 - \theta)A_{techo} \left(\frac{1}{\frac{d_{techo}}{k_{techo}} + \frac{1}{h_{int}} + \frac{1}{h_{ext}}} \right) (T_T - T) \\ & - \sum_{i=1}^4 A_i \left(\frac{1}{\frac{1}{h_{int}} + \frac{1}{h_{ext}} + \frac{d_{pared}}{k_{pared}}} \right) (T - T_{\infty}) - A_{suelo} \left(\frac{1}{\frac{d_{suelo}}{k_{suelo}} + \frac{1}{h_{int}}} \right) (T - T_{suelo}) \end{aligned} \quad (30)$$

Donde T_T debe satisfacer la ecuación (que es la ecuación (14) simplificada):

$$I - \sigma\epsilon T_T^4 = h_{ext}(T_T - T_{\infty}) \quad (31)$$

Y además, el número de moles se calcula mediante:

$$n = \frac{m_{aire}}{\bar{M}_{aire}} = \frac{\rho_{aire} V_{casa}}{\bar{M}} \quad (32)$$

Donde \bar{M} es la masa molar del aire, ρ_{aire} es la densidad del aire a cierta temperatura y V_{casa} es el volumen interno de la habitación.

Hay que tener en cuenta que tanto el suelo como el techo van a estar compuestos de diferentes materiales:

- En el caso del suelo, éste va estar diseñado de dos capas: la primera sera una capa de piedras “chancadas” que tendrá un espesor aproximadamente de $d_{piedra} = 0,041m$, encima de esa capa de piedras irá una capa de aire de espesor $d_{aire} = 0,039m$ y luego una tabla de triplay de espesor $d_{triplay} = 0,01m$, por lo

cual la conductividad del suelo tendrá la forma (con $d_{suelo} = d_{piedra} + d_{aire} + d_{triplay}$):

$$\frac{d_{suelo}}{k_{suelo}} = \frac{d_{aire}}{k_{aire}} + \frac{d_{piedra}}{k_{piedra}} + \frac{d_{triplay}}{k_{triplay}}, \quad (33)$$

donde $k_{aire} = 0,02624 \frac{W}{m \cdot K}$, $k_{piedra} = 3,5 \frac{W}{m \cdot K}$ y $k_{triplay} = 0,14 \frac{W}{m \cdot K}$. Y reemplazando estos valores en la ecuación 33 tenemos:

$$k_{suelo} = 5,73459 \times 10^{-2} \frac{W}{m \cdot K} \quad (34)$$

- Algo similar ocurre en el techo, ya que estará compuesto de tres capas: la primera de fibrocemento, la segunda de aire y la tercera también de fibrocemento; que se adherirán gracias al barro (que actuará como pegamento en ciertas zonas pequeñas del fibrocemento, de manera que no se considere la conductividad del barro en las ecuaciones). Así pues, el espesor del fibrocemento es de $d_{fib} = 0,004m$, mientras que el espesor del aire en el medio será de $d'_{aire} = ?m$, por lo que la conductividad del techo tendrá la forma (con $d_{techo} = 2d_{fib} + d'_{aire}$):

$$\frac{d_{techo}}{k_{techo}} = 2 \frac{d_{fib}}{k_{fib}} + \frac{d'_{aire}}{k_{aire}} \quad (35)$$

donde $k_{aire} = 0,02624 \frac{W}{m \cdot K}$ y $k_{fib} = 0,346 \frac{W}{m \cdot K}$. Y reemplazando estos valores en la ecuación 35 tenemos:

$$k_{techo} = 3,056093 \times 10^{-2} \frac{W}{m \cdot K} \quad (36)$$

Para cerrar esta sección presentemos las constantes que faltan para las ecuaciones (30) y (31):

c0. $V_{casa} = 0,04837 \text{ m}^3$

c1. $R = 8,31434 \frac{J}{mol \cdot K}$

c2. $\rho_{aire} = 1,205 \frac{kg}{m^3}$

c3. $\bar{M} = 0,028 \frac{kg}{mol}$

c4. $\alpha = 0,77$

c5. $d_{pared} = 0,051 \text{ m}$

c6. $h_{int} = 20 \frac{W}{m^2 \cdot K}$

$$\text{c7. } h_{ext} = 25 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

$$\text{c8. } k_{pared} = 0,625 \frac{W}{m \cdot K}$$

$$\text{c9. } A_{techo} = 0,1555 m^2$$

$$\text{c10. } \sum_{i=1}^4 A_i = A_{lateral} =? m^2$$

$$\text{c11. } A_{suelo} = 0,1521 m^2$$

$$\text{c12. } \sigma = 5,6703 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

$$\text{c13. } \epsilon = 0,8$$

Nótese θ , T_∞ , T_{suelo} e I no se introducen como constantes, ya que diseñaremos un algoritmo cuyas entradas sean estas; además de buscar la optimización de θ claro está.

2.1.3. Implementación de las ecuaciones de pérdida de energía durante las noches

La deducción de la ecuación de pérdida de energía será similar a la deducción de la ecuación (30) con una diferencia: Ya no se implementará el razonamiento de ganancia en el techo, esta vez será de fuga y no se considerarán las transferencias de calor por medio de radiación; todas las pérdidas serán por conducción y convección.

Hay que tener en cuenta que el techo está conformado por dos placas de fibrocemento, una capa de aire y una plancha de policarbonato distribuidos de la siguiente forma:

- Entre las dos planchas de fibrocemento se encontrará una capa de aire (como una especie de “emparedado”).
- En la capa de aire se encontrará el policarbonato justo en el medio del área total. Tal y como se muestra en la figura (5).

Luego, considerando a esa distribución como si fuesen resistencias (en analogía al caso de corrientes continuas en electromagnetismo) se tendrá lo siguiente:

$$\dot{q}_{techo} = - \left(\frac{T - T_\infty}{\left(\frac{2d_{fib}}{k_{fib}} + \frac{d_{aire}}{k_{aire}} \right) \frac{1}{A_{techo} - A_{pol}} + \left(\frac{d_{pol}}{k_{pol}} + \frac{d_{fib}}{k_{fib}} \right) \frac{1}{A_{pol}} + \frac{1}{h_{int} A_{techo}} + \frac{1}{h_{ext} A_{techo}}} \right) \quad (37)$$

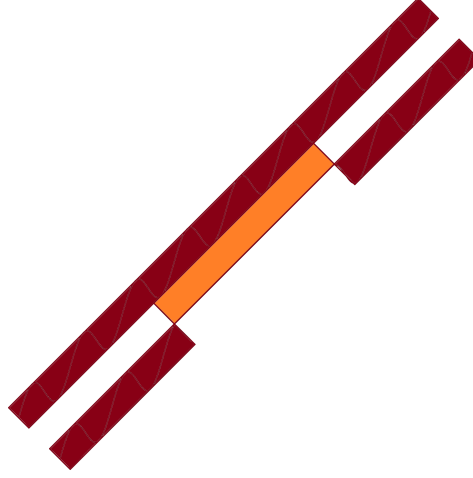


Figura 5: Estructura del techo: El color naranja representa a la vista de perfil del policarbonato; el color marrón, al fibrocemento y el color blanco, al aire.

En este caso, $A_{pol} = \theta A_{techo}$ y $A_{techo} - A_{pol} = (1 - \theta) A_{techo}$. Por lo cual la versión de la ecuación (30), para nuestro contexto será ahora:

$$\begin{aligned} \frac{5}{2} n R \dot{T} = & - \left(\frac{1}{\left(\frac{2d_{fib}}{k_{fib}} + \frac{d_{aire}}{k_{aire}} \right) \frac{1}{1-\theta} + \left(\frac{d_{pol}}{k_{pol}} + \frac{d_{fib}}{k_{fib}} \right) \frac{1}{\theta} + \frac{1}{h_{int}} + \frac{1}{h_{ext}}} \right) A_{techo} (T - T_{\infty}) \\ & - \sum_{i=1}^4 A_i \left(\frac{1}{\frac{1}{h_{int}} + \frac{1}{h_{ext}} + \frac{d_{pared}}{k_{pared}}} \right) (T - T_{\infty}) - A_{suelo} \left(\frac{1}{\frac{d_{suelo}}{k_{suelo}} + \frac{1}{h_{int}}} \right) (T - T_{suelo}) \end{aligned} \quad (38)$$

Donde las constantes son similares al caso anterior con la incorporación de $\frac{k_{pol}}{d_{pol}} = 3,9 \frac{W}{m^2 \cdot K}$.

2.2. Fundamento matemático

2.3. Fundamento computacional

This document is an example of BibTeX using in bibliography management. Three items are cited: *The L^AT_EX Companion* book [Goossens et al., 1993], the Einstein journal paper [Einstein, 1905], and the Donald Knuth's website [Ahmad and Ambrosetti, 2015]. The L^AT_EX related items are [Goossens et al., 1993].

3. Planteamiento del Problema

4. Solución del Problema

Referencias

- [Ahmad and Ambrosetti, 2015] Ahmad, S. and Ambrosetti, A. (2015). *A Textbook on Ordinary Differential Equations*. Springer, second edition.
- [Einstein, 1905] Einstein, A. (1905). Zur Elektrodynamik bewegter Körper. (German) [On the electrodynamics of moving bodies]. *Annalen der Physik*, 322(10):891–921.
- [Goossens et al., 1993] Goossens, M., Mittelbach, F., and Samarin, A. (1993). *The \LaTeX Companion*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.