CAPÍTULO 10

Espín electrónico y principio de Pauli

10.1 ESPÍN ELECTRÓNICO

$_{11}$Na: $\underbrace{1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1}_{\text{estado fundamental}} \leftarrow \underbrace{1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3p}_{\text{estado excitado}}$

↓

Línea D amarilla más intensa } Na en una llama

↓

2 líneas muy intensas → estructura fina del espectro (espín electrónico)

Dirac 1928: Mec. cuántica $\underbrace{\text{relativista}}_{\text{espín del electrón}}$ de electrón → De forma natural

Mec. cuántica NO relativista → hipótesis adicional

En Mec. cuántica: Operador $\underbrace{\text{hermítico}}_{\text{Val. propios reales}}$ lineal → Toda propiedad física

---

Momento angular orbital (clásico)

↓

en términos de p_x, p_y, p_z (clásico)

↓

operador mecanocuántico del momento angular orbital

Momento angular del espín de partículas microscópicas

↓

NO tiene análogo en Mec. clásica ☹

$\cancel{\downarrow}$

Operador mecanocuántico del espín

*Operadores del momento angular de espín: $\underbrace{\hat{S}^2, \hat{S}_x, \hat{S}_y \text{ y } \hat{S}_z}_{\text{lineales y hermíticos}}$

$$\hat{S}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2$$

Satisfacen las mismas relaciones de conmutación del momento angular orbital total $\hat{L}$:

$$[\hat{S}_x, \hat{S}_y] = i\hbar \hat{S}_z \qquad [\hat{S}_y, \hat{S}_z] = i\hbar \hat{S}_x \qquad [\hat{S}_z, \hat{S}_x] = i\hbar \hat{S}_y$$

$$\boxed{[\hat A \hat B, \hat C] = [\hat A, \hat C]\hat B + \hat A[\hat B, \hat C]}$$

$$\to [\hat S^2, \hat S_x] = [\hat S_x^2 + \hat S_y^2 + \hat S_z^2, \hat S_x]$$

$$= [\hat S_x^2, \hat S_x] + [\hat S_y^2, S_x] + [\hat S_z^2, S_x]$$

$$= \cancel{\hat S_x^3 - \hat S_x^3} \to 0 + [\hat S_y^2, S_x] + [\hat S_z^2, S_x]$$

$$= [\hat S_y, \hat S_x]\hat S_y + \hat S_y[\hat S_y, \hat S_x] + [\hat S_z, \hat S_x]\hat S_z + \hat S_z[\hat S_z, \hat S_x]$$

$$= \cancel{-i\hbar \hat S_z \hat S_y} - \cancel{\hat S_y i\hbar \hat S_z} + \cancel{i\hbar \hat S_y \hat S_z} + \cancel{\hat S_z i\hbar \hat S_y}$$

$[\hat S^2, \hat S_x] = 0 \quad \to [\hat S^2, \hat S_y] = 0 \quad \to [\hat S^2, \hat S_z] = 0$

Como: $\to \hat S = \hat S_x^2 + \hat S_y^2 + \hat S_z^2 \qquad \to \hat L = \hat L_x^2 + \hat L_y^2 + \hat L_z$

$\to [\hat L^2, \hat L_x] = 0 \quad \to [\hat L^2, \hat L_y] = 0 \quad \to [\hat L^2, \hat L_z] = 0$

$\to [\hat L_x, \hat L_y] = i\hbar \hat L_z \quad \to [\hat L_y, \hat L_z] = i\hbar \hat L_x \quad \to [\hat L_z, \hat L_x] = i\hbar \hat L_y$

$\to \hat L^2 Y = j(j+1)\hbar^2 Y \qquad j = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \ldots$

$\to \hat L_z Y = m_j \hbar Y \qquad m_j = -j, -j+1, \ldots, j-1, j$

Entonces para el espín: → espín de la partícula

Vals. propios de $\hat S^2$: $s(s+1)\hbar^2 \qquad s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \ldots$

Vals. props. de $\hat S_z$: $m_s = -s, -s+1, \ldots, s-1, s$: $m_s \hbar$

Para todos los electrones: $s = \frac{1}{2}$
protones y neutrones

Piones $s = 0$
Fotones $s = 1$
} pero: $m_s \neq -s, -s+1, \ldots, s-1, s$

Fotones viajan en el vacío a c

↓ naturaleza relativista

$m_s = +1$, $m_s = -1$
$m_s \neq 0$

Luz polarizada circularmente a la derecha

Luz polarizada circularmente a la izquierda

Magnitud del momento angular de espín total de un electrón:

$$\sqrt{s(s+1)}\,\hbar = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)}\,\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$$

Valores propios de $\hat S_z$

$$-\frac{1}{2}\hbar, \quad \frac{1}{2}\hbar$$

Funciones propias de espín: α, β:

$$\hat{S}_z \alpha = \frac{1}{2} \hbar \alpha \qquad \hat{S}_z \beta = -\frac{1}{2} \hbar \beta$$

Valores propios de $\hat{S}^2$: $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \hbar\right)^2 = \frac{3}{4} \hbar^2$

Como: $[\hat{S}^2, \hat{S}_z] = 0$:

$$\hat{S}^2 \alpha = \frac{3}{4} \hbar^2 \alpha \quad , \quad \hat{S}^2 \beta = \frac{3}{4} \hbar^2 \beta$$

Y: $[\hat{S}_x, \hat{S}_y] = i\hbar \hat{S}_z \qquad [\hat{S}_y, \hat{S}_z] = i\hbar \hat{S}_x \qquad [\hat{S}_z, \hat{S}_x] = i\hbar \hat{S}_y$

α y β no son funcis. props. de $\hat{S}_x$ y $\hat{S}_y$