

# Un Primer Análisis de las Relaciones de Amistad y Trabajo Sobre un Grupo de Estudiantes que ven Conjuntamente una Materia

Diego Alejandro Heredia Franco    Juan Camilo Higuera Calderón

## Introducción a la Sociofísica

Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia - Sede Bogotá,  
Carrera 30 Calle 45-03, CP 111321, Bogotá, Colombia.

19 de septiembre de 2022

### Resumen

En este trabajo se estudian las relaciones de amistad y colaboración académica, en el sentido de ser ayudado y haber ayudado, sobre un grupo de 24 estudiantes encuestados que ven conjuntamente la materia de Mecánica Cuántica 2 en la Universidad Nacional de Colombia. Este grupo no corresponde con el total de estudiantes en el curso, y se centra principalmente en un grupo de nodos altamente interconectados que representan a un grupo de amigos. Se estudia la relación de estos actores con estos nodos aledaños y a partir de la transitividad y densidad del grupo se evidencia que la relación de amistad implica un vínculo más fuerte entre los actores que los une y clusteriza más comparados con las relaciones de ayuda académica. De la componente principal de amigos se encontraron dos subgrupos, uno relacionado con la intermediación de la componente principal con el resto de nodos y otro relacionado con la cohesión al interior del grupo. Se usó la reciprocidad de las relaciones y la correspondencia entre las respuestas de los encuestados como criterio de confiabilidad de las respuestas.

## 1. Introducción

Es conveniente introducir aquí algunas de las medidas que se utilizarán más adelante para realizar el análisis de las relaciones que se buscan estudiar, así como de las características de los actores que las definen. Para ello es conveniente separar estas medidas en dos grupos: aquellas que hablan sobre la red globalmente, y aquellas que caracterizan a los actores que la conforman. Tomaremos como convención para la matriz de adyacencia  $A$ , la dada por Wasserman [1], donde  $A_{ij} = 1$  si existe un arco, asociado a una relación dirigida, que va desde la fila  $i$  hasta la columna  $j$  de la matriz; y  $A_{ij} = 0$  si tal relación no existe. Con esto en mente, estudiemos primero las medidas globales.

### 1.1. Medidas Globales

A continuación se describen tres medidas asociadas a la red globalmente: la densidad del grafo, el coeficiente de clusterización (transitividad), y la reciprocidad en el grafo.

#### 1.1.1. Densidad del Grafo

Esta medida se refiere a la razón entre el número de arcos  $l$  que posee un grafo con  $n$  nodos, respecto al número de arcos  $l_{max} = n(n-1)$  de un grafo dirigido completo para esa misma cantidad de nodos. La densidad  $\Delta$  del grafo se define como,

$$\Delta = \frac{l}{n(n-1)}$$

Para un mayor de líneas  $l$ , el grafo estará más conectado, esto se asocia a una densidad mayor.  $n$  es el número de nodos [1].

#### 1.1.2. Transitividad

Se dice que una relación es transitiva si para  $A_{ij} = 1$  y  $A_{jk} = 1$  con  $i \neq j \neq k$ , entonces  $A_{ik} = 1$ . Una 3-tupla se define como un conjunto ordenado de tres nodos; de un triángulo conformado por sus tres aristas, se obtienen seis 3-tuplas de nodos, correspondiente con recorrer triángulo comenzando desde cada uno de los tres nodos en dos direcciones diferentes, en contra ya favor de las manecillas. Tratamos con relaciones dirigidas, por lo que

solo aquellas 3-tuplas  $(i, j, k)$  cuyos arcos satisfagan la condición de transitividad, es decir  $i \rightarrow j$  y  $j \rightarrow k$  tienen el potencial de ser transitivas.

Según lo anterior, definimos el coeficiente de clusterización o la transitividad del grafo como la fracción del numero de 3-tuplas que sean transitivas con respecto al numero de 3-tuplas que satisfagan la condición de transitividad, es decir, que tengan el potencial de ser transitivas [2].

$$C = \frac{\# \text{triplas transitivas}}{\# \text{paths de longitud 2 que puedan ser transitivos}}$$

### 1.1.3. Reciprocidad

Cuando se trata de relaciones dirigidas, puede ser que  $A_{ij}$  sea diferente de  $A_{ji}$ . Para dos nodos  $i, j$ ,  $i \neq j$  cualquiera, se tiene que la relación es reciproca si  $A_{ij} = A_{ji} = 1$ . La reciprocidad  $r$  de la red, se define como el numero de arcos dirigidos entre nodos que son correspondidos, entre el numero total  $m$  de arcos dirigidos en el grafo. En función de la matriz de adyacencia  $A$ , esta cantidad queda dada por,

$$r = \frac{1}{m} \sum_{ij} A_{ij} A_{ji} = \frac{1}{m} \text{Tr}(A^2)$$

Este coeficiente aumenta a medida que el numero de relaciones reciprocas aumenta, hasta llegar a uno, donde cada relación entre dos nodos es reciproca [2].

## 1.2. Medidas Locales

Se presentan cinco medidas asociadas a los actores de la red: centralidad de grado, centralidad de intermediación (betweenness), hubs/authorities, reciprocidad, y los coeficientes de clusterización local para cada nodo.

### 1.2.1. Centralidad de Grado

La centralidad de grado se refiere a la importancia de un actor en la red basado en su conectividad con los demás. Para los grafos dirigidos distinguimos entre el indegree  $k_{in}$  que se refiere al prestigio del actor [1] en tanto recibe relaciones; y el outdegree  $k_{out}$ , que se refiere a los nodos que un actor identifica como el recipiente de una relación. En términos de la matriz de adyacencia, estas cantidades para cada nodo  $i$  se obtienen como,

$$k_{in}^i = \sum_j A_{ji} \quad k_{out}^i = \sum_j A_{ij}$$

Para un grafo con  $n$  nodos, la centralidad de grado puede normalizarse dividiendo por el mayor numero posible del grado, tanto indegree como outdegree del grafo, en este caso dividiendo por  $n - 1$  [1].

### 1.2.2. Centralidad de Intermediación

La centralidad de intermediación se encarga de cuantificar la centralidad de un nodo en tanto el papel que este juega en la comunicación de información para los demás. Si asumimos que cualquiera que las geodésicas que conectan a un par de nodos son igualmente probables en tanto intercambio de información, podemos definir a la centralidad de intermediación  $C_B^i$  de un nodo  $i$  como la suma sobre sobre las probabilidades de que este intermedie el intercambio de información entre cualquier otro par de nodos diferentes a  $i$  que pertenezcan a la red,

$$C_B(i) = \sum_{j,k} \frac{g_{jk}(i)}{g_{jk}}$$

Donde  $j \neq k \neq i$  según de menciono arriba,  $g_{jk}$  es el número de geodésicas que conectan al nodo  $j$  con  $k$ , y  $g_{jk}(i)$  es el número de geodésicas donde interviene  $i$  que conectan al nodo  $j$  con  $k$ . Note que para grafos dirigidos, tanto  $g_{jk}$  como  $g_{jk}(i)$  pueden ser diferentes cuando no se va de  $j$  a  $k$ , sino de  $k$  a  $j$  [1].

### 1.2.3. Hubs y Authorities

Esta medida de centralidad, reconoce sobre cada nodo dos características, su centralidad como hub y como autoridad: la centralidad de hub se refiere a la importancia del nodo en cuanto este señala a actores con centralidad de autoridad, mientras que esta autoridad se cuantifica en términos de la centralidad de hub de aquellos que lo señalan. La centralidad de un actor entonces se cuantifica sobre estas dos "puntuajes" hub  $y$  y autoridad  $x$ . La relación entre estas dos medidas se plantea en términos de la matriz de adyacencia  $A_{ij}$   $i \rightarrow j$  como,

$$x = \alpha A^t y \quad y = \beta A x$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes;  $x$  y  $y$  son los vectores de autoridad y hubs respectivamente, cada componente se refiere a un nodo en específico. Este problema se reduce a un problema de autovalores, donde para encontrar las centralidades, basta con encontrar el vector propio asociado al mayor valor propio de las siguientes igualdades,

$$A^t A x = \lambda x \quad A A^t y = \lambda y$$

Con  $\lambda = (\alpha\beta)^{-1}$  el mayor autovalor, que es el mismo para los dos sistemas [2].

#### 1.2.4. Reciprocidad Local

La reciprocidad local  $r_i$  se define como una medida sobre que tan reciprocas son las relaciones de un nodo en específico con sus vecinos. Las relaciones reciprocas para un nodo  $i$  vienen en términos de la matriz de adyacencia  $A$  como,

$$\#relaciones\ reciprocas\ nodo\ i = \sum_j A_{ij}A_{ji} = [A^2]_{ii}$$

A partir de esta cantidad, se puede definir la reciprocidad local  $r_i$  teniendo en cuenta tanto el indegree como el outdegree del respectivo nodo,

$$r_i = \frac{[A^2]_{ii}}{k_{in}^i + k_{out}^i - [A^2]_{ii}}$$

De acuerdo a lo anterior,  $r_i$  es cero cuando ninguna de las relaciones es reciproca, es decir  $[A^2]_{ii} = 0$ , y alcanza el valor máximo de 1 cuando  $[A^2]_{ii} = k_{out}^i = k_{in}^i$  [3].

#### 1.2.5. Coeficiente de Clusterización Local

El coeficiente de clusterización local esta definido para redes no dirigidas. Esta puede ser considerada como una medida de centralidad para un nodo en función de su grado  $k$  y la forma en que se conectan entre si los nodos con los que se relaciona. La medida para un nodo  $i$ , se define como la razón entre el numero de pares de nodos vecinos a  $i$  que se conectan entre si, entre el numero total de pares de nodos que se relacionan con  $i$ ,

$$C_i = \frac{\#de\ pares\ vecinos\ a\ i\ que\ están\ conectados}{\#de\ pares\ de\ nodos\ relacionados\ con\ i}$$

El denominador de este coeficiente puede ser reescrito en función del grado del nodo  $i$ , para redes no dirigidas como  $k_i(k_i - 1)/2$  [2].

#### 1.2.6. Cutpoints del Grafo

Los cutpoints en un grafo son un conjunto de nodos los cuales al ser removidos de la red separan a esta en dos o varias componentes, entendiendo las componentes del grafo como subconjuntos de nodos en el grafo tal que no existe ninguna relación que una a nodos de diferentes subconjuntos.

## 2. Metodología

### 2.1. Obtención y limpieza de los datos

Para obtener los datos para este proyecto se encuestó a los estudiantes del curso de Mecánica Cuántica 2 por medio de un formulario de Google que contenía las siguientes preguntas:

1. Correo Institucional (sin @unal.edu.co).
2. De la lista de estudiantes del curso de Mecánica Cuántica 2, seleccione a quienes a lo largo de la carrera de física le han ayudado a estudiar o en actividades académicas.
3. De la lista de estudiantes del curso de Mecánica Cuántica 2, seleccione a quienes a lo largo de la carrera de física usted les ha ayudado a estudiar o en actividades académicas.
4. De la lista de estudiantes del curso de Mecánica Cuántica 2, seleccione a sus amigos.

En el formulario se presentó una lista de los estudiantes del curso Mecánica Cuántica 2, los encuestados debían marcar a las personas acordé a las preguntas. De las 48 personas presentes en el curso 24 respondieron la encuesta.

Estos datos se extrajeron del formulario en forma de un archivo Excel, para organizar estos datos y llevarlos a la forma de matriz de adyacencia se utilizó el lenguaje de programación Python y en particular la librería Pandas. Los pasos que se siguieron fueron los siguientes:

1. Se puso el documento en un formato que la librería pudiera trabajar.
2. Se quitaron columnas innecesarias y se remplazaron valores nulos por string.
3. La matriz se hizo cuadrada eliminando las respuestas que mencionaban personas que no respondieron la encuesta.  
Se organizaron los nombres para que coincidieran el número de fila y de columna correspondientes a un mismo nombre.
4. Se cambió los nombres por números.
5. Se hizo un dataframe para cada una de las 3 respuestas "Le han Ayudado", "Usted ha Ayudado" y "Considera Amigos".
6. Finalmente se hizo que la diagonal principal para cada uno de los dataframe fuera sólo ceros.

### 2.2. Modelo del Sistema

En la encuesta que se entregó a los actores del sistema, en este caso los estudiantes del curso de Mecánica Cuántica 2, tres de las preguntas tenían como objetivo determinar las relaciones de ayuda académica y amistad entre los mismos. Cada una de las personas encuestadas debía seleccionar de una lista con los estudiantes del curso a las personas que considerara sus amigos y a las que considerara haber ayudado, así como aquellas que alguna vez lo han ayudado.

El modelo que se eligió para el sistema es el de un grafo dirigido, donde los nodos corresponden a las personas encuestadas y los vértices corresponden a las relaciones dadas por las respuestas en la encuesta.

Dado que las relaciones son dirigidas, se etiquetaran en función del nodo donde sale el arco que las define.

Si  $n$  y  $m$  son dos actores del sistema, entonces  $n \rightarrow m$  si,

- Es Amigo:  $n$  considera como amigo a  $m$ .
- Le han ayudado:  $n$  ha sido ayudado por  $m$
- Ha ayudado:  $n$  ha ayudado a  $m$

Para las relaciones de ayuda, en principio podría esperarse que haya cierta correspondencia entre las respuestas, es decir, si  $n$  es ayudado por  $m$ , entonces  $m$  ha ayudado a  $n$ , pero dado que en la encuesta no se especificó una definición clara de lo que significa ayudar, ser ayudado o tener un vínculo de amistad, se espera que está correspondencia no se de del todo.

Anteriormente se mencionó que de las 48 personas a encuestar, sólo 24 respondieron la encuesta, estos actores se etiquetaron con números del 1 al 24 en el orden en que respondieron la encuesta. Dado que los autores de este trabajo hacen parte del sistema de estudio es de esperarse que las personas más relacionadas con los mismos respondieran la encuesta, dando como resultado un grafo relativamente centrado en los encuestadores que forman una componente principal altamente conectada para estos nodos.

### 2.3. Medidas a usar para el análisis

Mediciones como la centralidad de intermediación (Betweenness) y la identificación en el grupo de los Hubs y Authorities, permite clasificar los nodos de la componente principal, en función de su relación con los nodos aledaños y como los incorporan, así como identificar nodos fuera de la componente principal que se presenten como Hubs o Authorities ante este grupo dominante.

Por otra parte, determinar los nodos que se presentan como cutpoints, y los respectivos bloques que separan en la red, permite identificar a los actores que conectan está componente principal con los nodos aledaños.

Con respecto a la estructura y organización de las relaciones, aludiendo a la discusión sobre la libertad en el criterio de lo que un amigo o ayudar académicamente significa, los coeficientes de clusterización y las medidas de transitividad globales para las tres relaciones estudiadas, así como la reciprocidad de las relaciones, deberían informarnos sobre la interconexión entre los nodos para cada caso, al igual que las densidades y los grados, indegree y outdegree de los nodos en cada grafo.

Como un recuento de lo anterior, las medidas a utilizar se presentan a continuación

- Grado/centralidad de grado
- Densidad de los grafos
- Centralidad de intermediación, betweenness
- Coeficiente de Clusterización
- Transitividad
- Reciprocidad
- Hubbs/Authorities
- Cutpoints

## 3. Resultados

Los resultados se dividen en dos partes, en la primera se compararon medidas globales entre las distintas redes. La segunda parte se centró en el comportamiento de nodos individuales, haciendo comparaciones entre nodos y entre relaciones para un mismo nodo.

### 3.1. Medidas globales a considerar

Con el objetivo de comparar de forma global los grafos para cada relación, se usaron medidas como la densidad del grafo, el numero total de relaciones, la reciprocidad de estas, el grado promedio y la transitividad. Los resultados se presentan a continuación,

Relación	Densidad	No. Rel	Grado promedio
Considera Amigos	0.114	63	2.625
Le han ayudado	0.207	114	4.750
Usted ha ayudado	0.194	107	4.458

Cuadro 1: Medidas de densidad para cada una de las relaciones.

En esta tabla se evidencia que las relaciones de trabajo son más frecuentes en cantidad y en densidad que las relaciones de amistad. El parecido en estas medidas globales entre las relaciones de Le han ayudado y Usted ha ayudado se puede asociar con la correspondencia entre las mismas, expuesta en el modelo del sistema. Sin embargo tal como se mencionó allí, no se espera una correspondencia total entre estas dos relaciones, lo cuál se evidencia por el mayor número de relaciones, densidad y grado promedio en la relación Le han ayudado.

Relación	Transitivity	Reciprocity
Considera Amigos	0.744	0.635
Le han ayudado	0.482	0.684
Usted ha ayudado	0.527	0.579

Cuadro 2: Transitividad y reciprocidad para cada una de las relaciones.

Arcos	Recíprocos	No Recíprocos
Considera Amigos	40	23
Le han ayudado	78	36
Usted ha ayudado	62	45

Cuadro 3: Numero de arcos recíprocos y no recíprocos para las tres relaciones.

La transitividad de las relaciones nos da una medida global de la clusterización del sistema; se observa que las relaciones de amistad respecto a las de trabajo están más clusterizadas y son más transitivas, como es de esperarse ya que las relaciones de amistad en principio implican un lazo más fuerte entre los actores que lo que las relaciones de trabajo necesitan.

Respecto a la reciprocidad de las relaciones, se observa que para las tres los resultados son similares. La mayor reciprocidad se tiene para la relación de Le han Ayudado, le sigue la relación de amistad y luego Usted ha Ayudado. Es interesante que la reciprocidad entre las relaciones de ayuda difieran más entre si que respecto a la relación de amistad, pues como se menciono antes, las

relaciones de ayuda guardan más similaridad respecto a la forma en que se definen.

Los datos de las tablas que se han expuesto hasta ahora ilustran que la relación de amistad es la red más transitiva, clusterizada y también menos extendida dentro de las tres, con un numero de relaciones y densidad más bajo que para las relaciones de ayuda. Su reciprocidad global es la segunda más alta dentro de los tres grafos estudiados.

La relación de Le han Ayudado muestra ser la relación más densa y más extendida entre todos los actores, esto lo refleja el número de relaciones, así como la transitividad de las mismas, por lo que también es la menos clusterizada. Es la más recíproca de las relaciones.

En el caso de Ud ha Ayudado, esta guarda una mayor similaridad, respecto al numero de relaciones y la transitividad de las mismas con Le han Ayudado. Se diferencian de una manera más significativa respecto a la reciprocidad, donde Ud ha Ayudado tiene el menos puntaje global.

A continuación se presentaran gráficas de los grafos correspondientes a cada relación y un grafo correspondiente a la superposición de las tres relaciones.

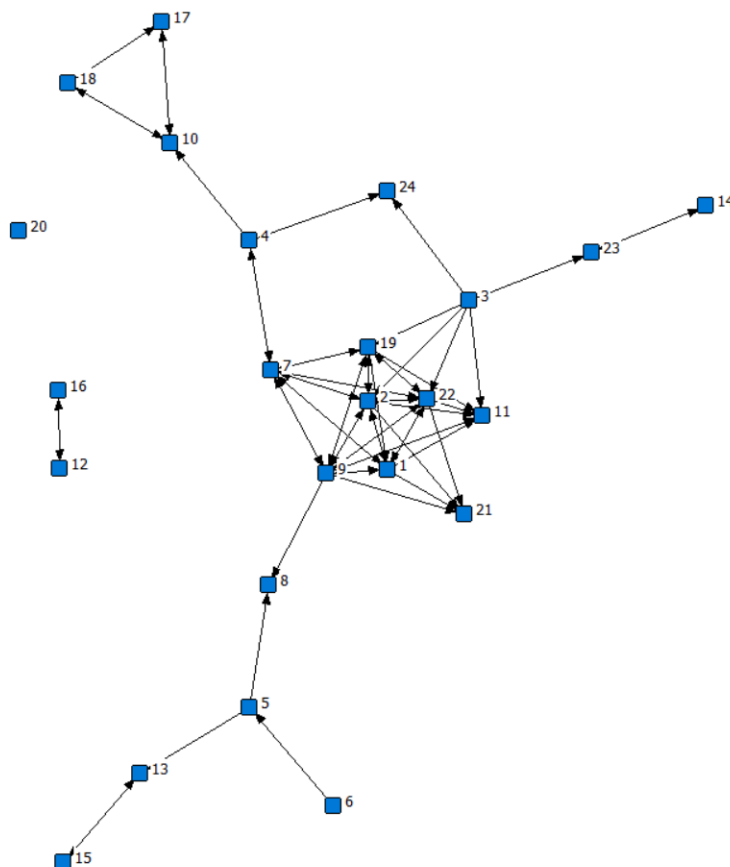


Figura 1: Grafo de la relación de amistad.

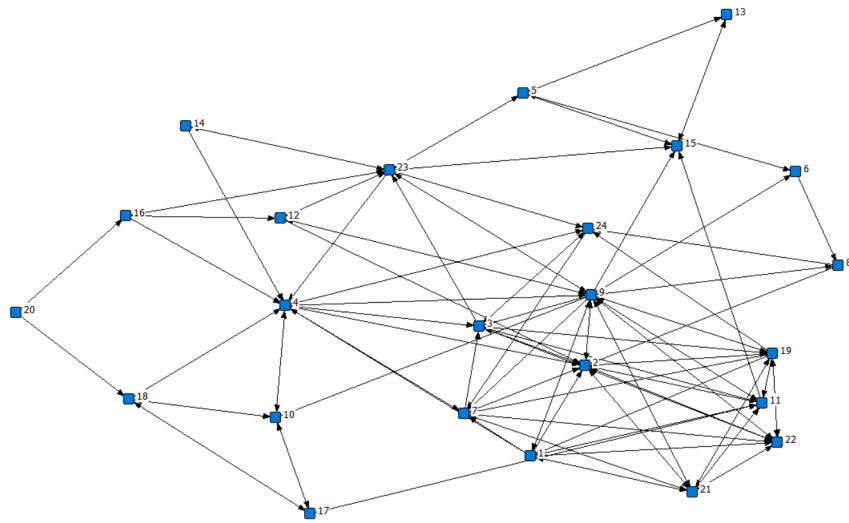


Figura 2: Grafo de la relación Le han ayudado.

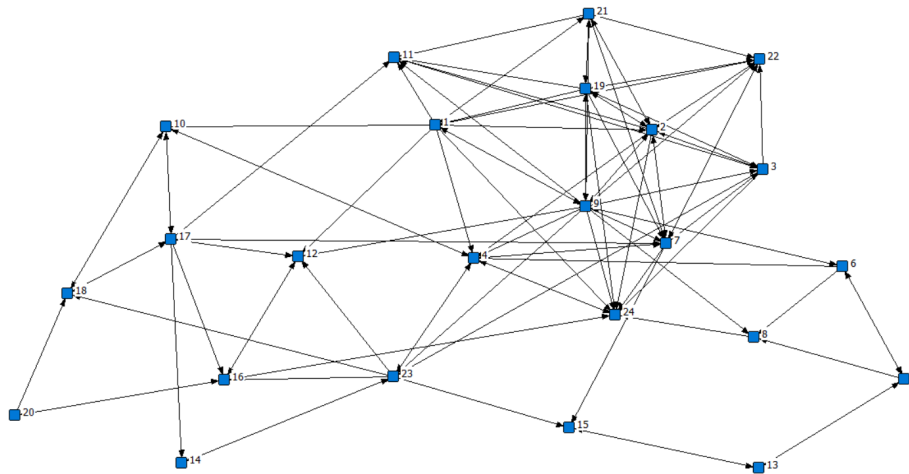


Figura 3: Grafo de la relación Usted ha ayudado

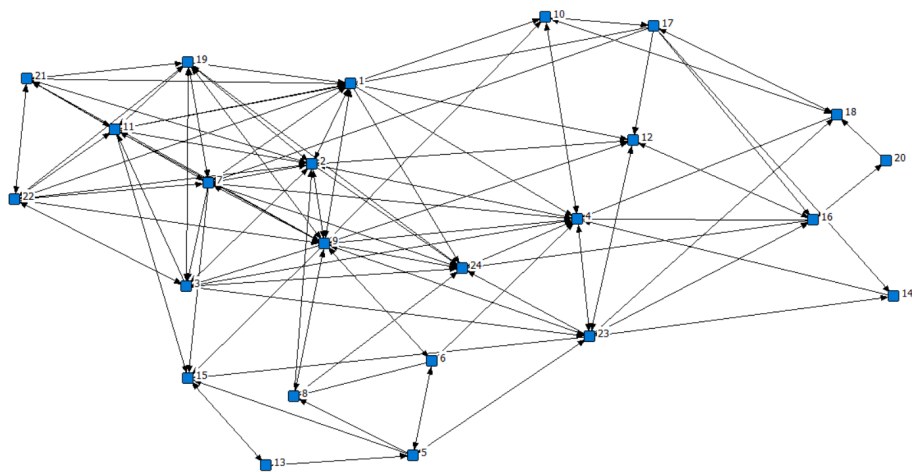


Figura 4: Grafo de las tres relaciones superpuestas.

En la figura 1 se evidencia que cuando de relaciones de amistad se trata existen personas aisladas, sin embargo en la figura 2 y en la figura 3 se evidencia que en las relaciones de trabajo nadie está aislado. También se observa que en la figura 1 los nodos periféricos se conectan entre ellos a través de la componente principal, mientras en la figura 2 y en la figura 3 la mayor interconexión del sistema presente para las relaciones de trabajo le quita intermediación a esa componente principal respecto a los nodos periféricos.

### 3.2. Medidas para nodos individuales

Ahora se presentan los mismos grafos pero cambiando el tamaño del nodo acorde al valor del grado del mismo. Observe que para la relación de amistad, se tienen a varios nodos como cutpoints  $\{3, 4, 5, 8, 9, 10, 13, 23\}$ , mientras que para las relaciones de colaboración académica, el análisis de los datos en UCINET [3] arroja que no existen cutpoints. Esto indica una diferencia significativa sobre la forma en que se organizan las relaciones académicas y de amistad en el conjunto de actores entrevistados, las siguientes gráficas y datos nos permitirán ampliar esta perspectiva más adelante.

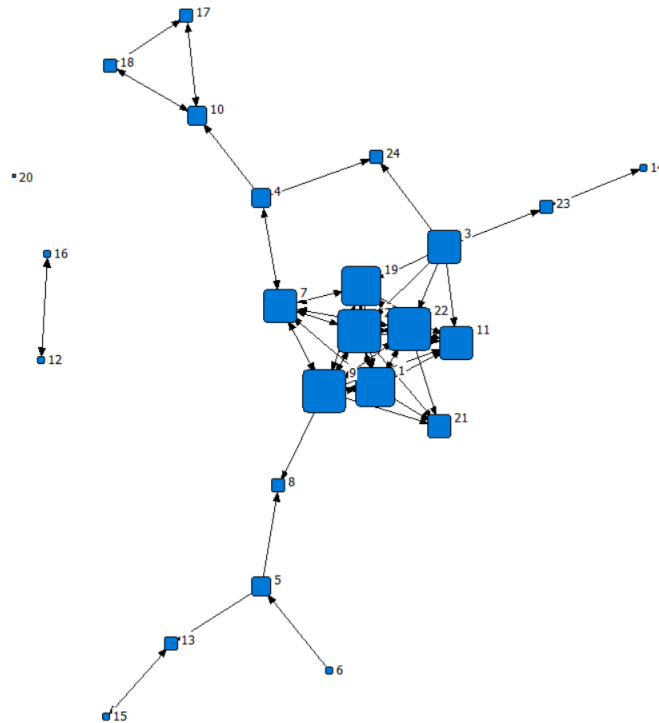


Figura 5: Grafo de la relación de amistad, tamaño de los nodos dado por el grado.

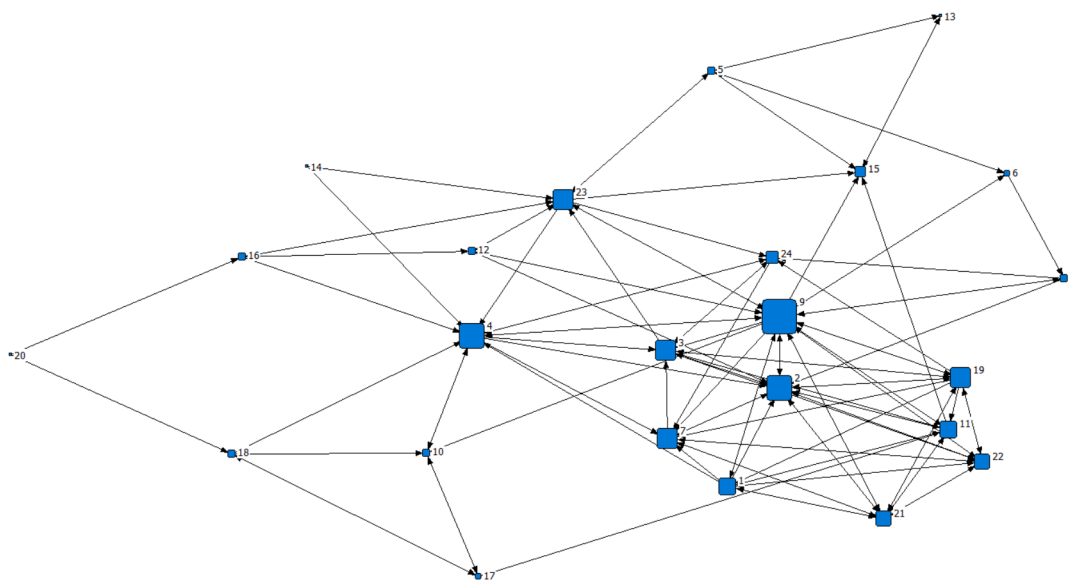


Figura 6: Grafo de la relación Le han ayudado, tamaño de los nodos dado por el grado.

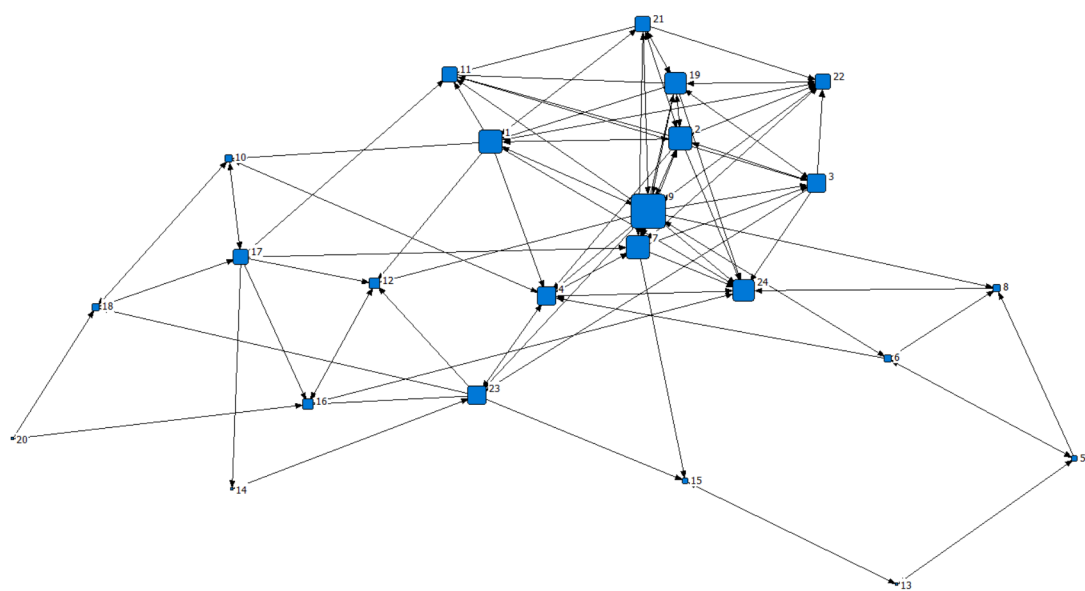


Figura 7: Grafo de la relación Usted ha ayudado, tamaño de los nodos dado por el grado.



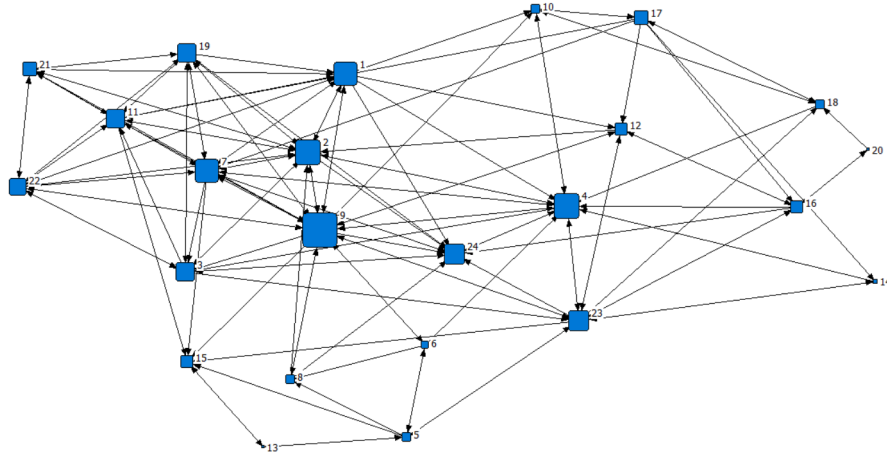


Figura 8: Grafo de las tres relaciones superpuestas.

En la figura 5 se observa que la componente principal acumula fuertemente la centralidad de grado del sistema, en particular los nodos 1, 9, 2, 22, 7 y 19. Sin embargo estos nodos pierden bastante centralidad al observar las figuras 6 y 7; por ejemplo el nodo 22 tiene bastante centralidad de grado en la relación de amigos pero para las relaciones de trabajo es un actor muy poco central a pesar de pertenecer a la componente principal. Vale la pena notar que mientras todos los nodos de la componente principal se comportan de la misma manera, perdiendo centralidad al comparar las relaciones de trabajo con las de amistad, el nodo número 9 se comporta de forma contraria y gana centralidad.

En la figura 8 se observa que al superponer las relaciones se sigue manteniendo el patrón en el que la componente principal acumula la centralidad de grado. En particular resalta el actor 9 por tener relaciones tanto en la componente principal como con nodos ajenos a esta.

Ahora se dan tablas con las medidas antes mencionadas para las tres relaciones. A los nodos que corresponden a la componente principal en la relación de amigos, es decir: 1, 2, 3, 7, 9, 11, 19, 21 y 22, se les asignó un color específico que servirá para distinguirlos sobre los nodos de la periferia en las mediciones que se presentan a continuación.

USTED HA AYUDADO		LE HAN AYUDADO		CONSIDERA AMIGO	
Nodo	Outdegree	Nodo	Outdegree	Nodo	Outdegree
9	14	9	15	9	8
2	10	19	9	2	7
1	9	23	8	22	7
19	9	21	7	7	6
21	7	22	7	1	6
17	7	1	7	19	6
7	6	4	6	3	6
23	6	3	6	4	3
3	6	2	5	10	2
22	5	11	5	5	2
4	4	7	4	18	2
6	4	5	4	13	1
16	3	12	4	17	1
10	3	24	3	23	1
5	3	10	3	12	1
18	2	16	3	14	1
13	2	18	3	15	1
20	2	8	3	16	1
24	1	17	3	6	1
12	1	6	2	11	0
15	1	13	2	21	0
8	1	14	2	8	0
14	1	20	2	24	0
11	0	15	1	20	0

Figura 9: Outdegree para cada uno de los nodos en las tres relaciones.

USTED HA AYUDADO		LE HAN AYUDADO		CONSIDERA AMIGO	
Nodo	Indegree	Nodo	Indegree	Nodo	Indegree
24	9	2	11	2	6
4	8	9	10	22	6
2	7	4	8	7	6
7	7	7	8	11	6
22	7	21	7	9	5
11	7	22	7	1	5
9	6	23	6	19	5
1	5	3	6	21	4
19	5	11	6	10	3
12	5	19	5	13	2
21	4	1	5	17	2
23	4	24	5	23	2
3	4	15	5	8	2
16	4	10	4	24	2
10	4	5	3	4	1
18	4	12	3	5	1
15	3	16	3	18	1
8	3	18	3	12	1
17	2	8	2	14	1
6	2	17	2	15	1
5	2	6	2	16	1
13	2	13	2	3	0
14	2	14	1	6	0
20	1	20	0	20	0

Figura 10: Indegree para cada uno de los nodos en las tres relaciones.

En estas tablas se organizaron tanto los datos de Indegree como Outdegree de mayor a menor.

De la componente principal la mayoría de los nodos se sitúan en los valores más altos de Outdegree e Indegree, algunos presentan comportamientos distintos como el nodo 11, el cuál parece decir que no ha ayudado a nadie, ni considera amigo a nadie, pero sí considera que

lo han ayudado, sin embargo en términos del Indegree si tiene un puesto estable en las tres relaciones. El nodo 9 lidera como el de mayor Outdegree y el nodo 2 como el de mayor Indegree. A parte de la componente principal, el nodo 4 y 23 también presentan alta centralidad de grado. Nodos como el 15, 14, 20 mantienen una baja centralidad de grado en las tres relaciones; pertenecen a la periferia.

USTED HA AYUDADO		LE HAN AYUDADO		CONSIDERA AMIGO	
Nodo	Betweenness	Nodo	Betweenness	Nodo	Betweenness
4	131.698	9	195.962	7	37.25
7	128.006	23	119.839	4	27
9	100.694	4	83.639	10	17
23	85.438	5	50.343	9	8.4
6	61.208	10	41.5	2	4.567
24	55.51	3	29.653	22	4.567
17	51.833	11	26.581	19	3.067
5	47.658	13	21.667	5	3
16	46.667	15	17.607	13	2
2	45.687	2	17.214	1	1.15
13	39.45	8	15.242	23	1
15	34.792	16	13.97	6	0
18	30.643	12	11.04	3	0
22	28.611	18	8.864	8	0
10	24.067	6	8.583	12	0
1	15.962	21	7.313	14	0
3	11.1	22	7.007	15	0
12	10.133	24	6.821	17	0
20	8	17	6.8	18	0
19	3.96	19	6.354	20	0
8	3.333	7	5.641	21	0
14	1.833	1	3.361	16	0
21	0.718	14	0	11	0
11	0	20	0	24	0

Figura 11: Betweenness de cada nodo para cada una de las relaciones.

En esta tabla se ordenaron los nodos de mayor a menor Betweenness. Se observa que el patrón con respecto a que nodos se llevan la mayor intermediación es diferente que con respecto a la centralidad de grado, pues las mayores centralidades no se las llevan únicamente los nodos de la componente principal, sino que nodos como 4, 10 y 23 también lideran las listas. Observe como el valor de la intermediación de los nodos se distribuye de una manera más amplia en la relación de Ud ha Ayudado con

respecto a Le han Ayudado. Nodos como 9 y 7 acumulan los mayores valores de centralidad en ambos casos, en cambio nodos como 2 pierden centralidad con respecto a la intermediación en las redes. Esta forma en que se distribuyen las centralidades de intermediación, da a entender que la relaciones de ayuda son más extendidas e interconectan a la mayoría de los actores. La falta de cutpoints en los grafos, salvo en la relación de amistad, también nos habla sobre este comportamiento.

USTED HA AYUDADO		LE HAN AYUDADO		CONSIDERA AMIGO	
Nodo	Coef.Cluster	Nodo	Coef.Cluster	Nodo	Coef.Cluster
22	0.714	21	0.738	17	1
21	0.69	22	0.714	18	1
11	0.571	1	0.679	21	1
19	0.556	7	0.611	11	0.733
2	0.489	19	0.597	1	0.643
3	0.464	12	0.5	19	0.643
8	0.417	13	0.5	7	0.633
24	0.375	14	0.5	2	0.518
1	0.367	3	0.472	22	0.518
7	0.367	2	0.445	9	0.464
4	0.304	10	0.417	3	0.3
9	0.297	11	0.411	10	0.167
6	0.25	15	0.4	4	0
10	0.25	6	0.333	5	0
12	0.25	17	0.333	8	0
18	0.167	18	0.333	13	0
5	0.167	24	0.267	23	0
16	0.1	9	0.257	24	0
17	0.095	8	0.25	6	INDEF
23	0.089	5	0.25	12	INDEF
20	0	16	0.25	14	INDEF
15	0	4	0.236	15	INDEF
14	0	23	0.222	16	INDEF
13	0	20	0	20	INDEF

Figura 12: Coeficiente de clusterización de cada nodo para cada relación.

En esta tabla se ordenaron los nodos de mayor a menor coeficiente de clusterización, los mayores coeficientes nuevamente se concentran en los nodos de la componente principal, salvo en la relación de amistad, donde los nodos 17 y 18 son los más clusterizados. En este caso la relación que más distribuye el coeficiente de clusterización entre los actores entrevistados es Le han Ayudado,

le sigue Ud ha ayudado y por ultimo esta la relación de amistad. Nodos centrales en las medidas de grado, como 9, 7 y 2 no resaltan en este caso. Otros nodos que también pertenecen a la componente principal sin embargo ganan importancia, como por ejemplo 22 y 21 en la relación de trabajo.

USTED HA AYUDADO		LE HAN AYUDADO		CONSIDERA AMIGO	
Nodo	Hub	Nodo	Hub	Nodo	Hub
9	0.491	9	0.465	9	0.44
2	0.413	19	0.389	2	0.418
19	0.388	1	0.319	22	0.418
1	0.348	21	0.317	19	0.378
21	0.305	22	0.315	1	0.369
3	0.255	4	0.243	7	0.312
7	0.226	2	0.225	3	0.275
22	0.203	3	0.223	4	0.076
17	0.149	11	0.215	5	0.014
4	0.128	7	0.189	14	0.008
6	0.089	23	0.149	17	0.002
23	0.085	12	0.142	18	0.002
16	0.077	8	0.139	6	0
8	0.051	24	0.113	8	0
10	0.045	16	0.061	10	0
24	0.037	17	0.057	11	0
5	0.024	5	0.052	12	0
14	0.019	14	0.047	13	0
18	0.015	18	0.045	15	0
20	0.012	10	0.03	16	0
13	0.009	13	0.023	20	0
12	0.005	6	0.014	21	0
15	0.001	20	0.008	23	0
11	0	15	0.001	24	0

Figura 13: Hubs para cada uno de los actores en las tres relaciones estudiadas.

USTED HA AYUDADO		LE HAN AYUDADO		CONSIDERA AMIGO	
Nodo	Autho	Nodo	Autho	Nodo	Autho
22	0.354	2	0.43	11	0.397
24	0.347	9	0.357	2	0.379
11	0.343	7	0.347	22	0.379
2	0.324	22	0.31	7	0.363
7	0.304	21	0.308	1	0.34
1	0.263	11	0.258	9	0.328
9	0.255	3	0.25	19	0.322
4	0.253	1	0.248	21	0.284
19	0.244	19	0.225	8	0.079
21	0.24	4	0.179	24	0.061
3	0.222	24	0.167	4	0.054
12	0.168	23	0.144	23	0.049
23	0.13	15	0.132	10	0.014
10	0.094	10	0.118	13	0.003
8	0.088	12	0.098	3	0
6	0.075	6	0.075	5	0
15	0.047	8	0.07	6	0
18	0.042	16	0.044	12	0
16	0.037	5	0.027	14	0
14	0.034	14	0.022	15	0
5	0.014	18	0.014	16	0
20	0.011	17	0.011	17	0
17	0.009	13	0.008	18	0
13	0.004	20	0	20	0

Figura 14: Authorities para cada uno de los actores en las tres relaciones estudiadas.

En estas tablas se ordenaron los nodos de mayor a menor autoridad y centralidad de hub. Observamos que en cuanto a la centralidad como hubs la relación de Le han Ayudado distribuye de una manera más uniforme los coeficientes entre todos los nodos, mientras que la relación de amistad, dado que los nodos en la componente principal están muy interconectados, acumula los mayores puntajes de hub sobre estos actores. Se reconoce a los nodos 9, 2 y 19 como aquellos tres con el mayor puntaje

teniendo en cuenta las tres relaciones; el nodo 9 aparece primero en todas. En este caso, como es evidente según los colores, los nodos de la componente principal son los actores que más centralidad de hub poseen.

Para las autoridades, nuevamente la relación de amistad acumula los mayores valores de la centralidad de autoridad en la componente principal. En este caso los nodos 22, 2 y 11 son aquellos con el valor más alto respecto a las tres relaciones.

USTED HA AYUDADO		LE HAN AYUDADO		CONSIDERA AMIGO	
Nodo	Reciprocidad	Nodo	Reciprocidad	Nodo	Reciprocidad
13	1	13	1	7	1
10	0.75	21	1	12	1
22	0.714	22	1	14	1
2	0.7	5	0.75	15	1
5	0.667	10	0.75	16	1
21	0.571	12	0.75	10	0.667
19	0.556	9	0.667	2	0.625
20	0.5	17	0.667	9	0.625
18	0.5	19	0.556	22	0.625
14	0.5	23	0.556	1	0.571
6	0.5	1	0.5	19	0.571
4	0.5	14	0.5	13	0.5
9	0.429	16	0.5	17	0.5
1	0.4	18	0.5	18	0.5
16	0.4	2	0.455	23	0.5
15	0.333	11	0.375	4	0.333
7	0.3	3	0.333	3	0
17	0.286	6	0.33	5	0
23	0.25	7	0.33	6	0
3	0.25	24	0.33	8	0
12	0.2	4	0.273	11	0
24	0.111	8	0.25	21	0
11	0	15	0.2	24	0
8	0	20	0	20	INDEF

Figura 15: Proporción de arcos simétricos respecto a arcos totales para las tres relaciones; reciprocidad local.

En esta tabla se ordenaron los nodos de mayor a menor reciprocidad. En este caso se tienen nodos que lideran con el valor de la reciprocidad y que no corresponden con aquellos en la componente principal, como 13 por ejemplo, que lidera en puntaje para las relaciones de ayuda. Sin embargo hay que reconocer que tanto 13 como los demás nodos fuera de la componente principal tienen un grado bajo, pocos vecinos, por lo que basta con que una de esas relaciones sea recíproca para que el valor asociado al nodo sea alto. Se observa de acuerdo a los colores que en este caso los actores dentro de la componente principal tienen valores de reciprocidad muy variados. Nodos como 7 que pertenecen a la componente principal lideran en la relación de amigos, pero su valor no es significativo

para las relaciones de ayuda. El nodo 22 por otra parte, también un actor central según las anteriores medidas, se encuentra entre los que tienen más reciprocidad en las relaciones de ayuda, mientras que en la relación de amistad no destaca. Nodos que se declaran centrales respecto a las anteriores medidas, como 9, 2, 19, 11, 7 aparecen aquí como poco centrales respecto a la reciprocidad de sus relaciones.

Finalmente se presenta una tabla con las medidas aplicadas al grafo conjunto de las tres relaciones. El cual proviene de la suma de las matrices de adyacencia de cada relación. Se asignó un color específico a los nodos que conforman la componente principal en la figura 5.



Nodo	Betweenness	Nodo	Outdegree	Nodo	Hub	Nodo	Indegree	Nodo	Autho	Nodo	Coef.Cluster
9	135.718	9	37	9	0.474	2	24	2	0.386	21	2.238
23	110.408	19	24	19	0.407	9	21	22	0.373	22	1.857
4	67.548	2	22	2	0.359	7	21	7	0.355	19	1.597
5	51.017	1	22	1	0.354	22	20	11	0.341	3	1.319
16	37.502	22	19	22	0.321	11	19	9	0.301	11	1.319
7	28.804	3	18	3	0.278	4	17	21	0.291	1	1.109
2	24.104	7	16	21	0.253	24	16	1	0.281	7	1.064
13	22.533	23	15	7	0.237	19	15	19	0.275	2	1.045
10	20.35	21	14	4	0.16	1	15	24	0.206	24	1.033
12	18.171	4	13	17	0.08	21	15	3	0.171	10	0.85
17	17.343	17	11	11	0.072	23	12	4	0.158	8	0.8
15	17.283	5	9	23	0.067	10	11	23	0.117	12	0.8
8	16.417	10	8	8	0.06	3	10	12	0.09	6	0.75
3	16.202	16	7	12	0.047	12	9	10	0.088	18	0.7
1	15.851	18	7	24	0.046	15	9	8	0.084	9	0.654
18	15.141	6	7	16	0.041	16	8	6	0.055	15	0.6
6	11.951	12	6	6	0.036	18	8	15	0.053	4	0.576
11	10.387	11	5	14	0.028	8	7	16	0.02	5	0.5
24	7.102	13	5	5	0.025	17	6	18	0.016	13	0.5
19	2.147	24	4	18	0.024	5	6	14	0.015	14	0.5
22	2.147	8	4	10	0.021	13	6	5	0.011	16	0.433
21	1.176	14	4	13	0.01	6	4	17	0.007	23	0.344
14	0.867	20	4	20	0.004	14	4	13	0.004	17	0.286
20	0.833	15	3	15	0.001	20	1	20	0.002	20	0

Figura 16: Medidas locales para el grafo considerando las tres relaciones conjuntas, es decir, sumando las matrices de adyacencia. Cada grupo de medidas se ordenó de mayor a menor.

Los actores seleccionados por su mayor centralidad en la relación de amigos lideran también los valores de Hub, Authority y Coeficiente de Clusterización. De estos actores 11, 22 y 19 tienen la menor intermediación y la mayor clusterización. De está componente principal de amigos todos tienen coeficientes de clusterización próximos, a excepción del nodo 9. El nodo 11 presenta un comportamiento particular al tener muy bajo outdegree respecto al resto de la componente principal mientras mantiene un indegree alto. Los actores que menos interactúan con el resto de la red son 20, 14, 15.

## 4. Discusión de resultados: Análisis

Para estructurar la discusión y tener una visión clara sobre las relaciones observadas y su relación, primero se hablara sobre la relación de amistad, luego se discutirán las características de las relaciones de ayuda académica en conjunto, y finalmente, se hará un recuento sobre las tres relaciones unidas.

### 4.1. Relación de Amistad

La relación de amistad es la que más se diferencia de las relaciones en cuanto a la forma en que se define y estructura; esto puede ser observado en primera instancia en la figura 1, donde es claro que esta red se ve influenciada fuertemente por los nodos en la componente principal, altamente interconectados entre si a comparación de los nodos en la periferia, lo cuales se incorporan a esta por medio de 3, 7 y 9.

Estos nodos a simple vista son los que más intermediarían las interacciones del tipo social y no académico en el curso entre los nodos de la periferia y aquellos de la componente principal, sin embargo hay que tener en cuenta que de las personas en el curso solo la mitad respondieron la encuesta, por lo que existe la posibilidad de que los actores de la periferia se relacionen con esta componente principal a través de actores que no aparecen en el grafo diferentes a 3, 7 y 9.

Igualmente, puede ser que en el grupo de personas del curso existan otros grupos de nodos altamente conectados (grupos de amigos), y en ese caso los nodos que parecen de la periferia serían muy importantes en la intermediación de estos grupos de amigos respecto a situaciones de índole social en el curso. Desafortunadamente tales situaciones no se presentan en el grafo, sin

embargo podemos enfocarnos en los actores de la componente principal y analizar las características de los nodos que la conforman.

Observemos que de manera global, en las tablas 1, 2 y 3, la relación de amistad posee un número de lazos así como una densidad baja respecto a las demás; las relaciones de amistad son lazos más fuertes que unen a los actores en más aspectos que solo la parte académica, así que es de esperar que las relaciones entre los actores sean más escasas y también más cerradas, en el sentido de que los grupos de amigos están más clusterizados. Esto es evidente desde el grafo y la transitividad global 74,4 %, la más alta entre las tres relaciones: el amigo de un amigo, tiene una probabilidad mayor de interactuar en situaciones sociales conmigo dentro y fuera del curso que lo que con un desconocido; por lo que es más probable que termine siendo mi amigo.

La reciprocidad de la relación de amistad esta casi al mismo nivel que en las otras relaciones; el 63,5 % de todas las relaciones en la red son reciprocas. En las tablas de 9, 10 y 15, observamos que en la relación de amistad, los nodos 2, 7, 9, 22, 1 y 19 en la componente principal, tienen una alta reciprocidad en sus relaciones, y tanto su valor de outdegree como indegree son muy similares. Sin embargo, también reconocemos a nodos en esta componente como 11 y 21 que no consideran como amigos a nadie pero con considerados por varios como sus amigos, y nodos como 3, el cual considera como amigos a muchos, sin embargo nadie en la red lo considera como su amigo. Pese a estos nodos, los actores en la componente principal son bastante recíprocos con quienes consideran sus amigos; esto nos indica que la idea de dejar a criterio del entrevistado lo que ser amigo de alguien significa no es una idea descabellada, y salvo algunos pocos casos donde el criterio de amistad parece ser muy restrictivo o laxo, los actores de la red suelen interpretar estas relaciones de manera similar.

Respecto a lo anterior, algunos nodos de la periferia perfilan con una reciprocidad local máxima, estos son aquellos como los nodos 16 y 12, que según se ve en el grafo, se relacionan únicamente entre ellos, y al ser esta única relación reciproca, sera máxima su reciprocidad local. Sin embargo, dadas las limitaciones de los datos, la reciprocidad toma más sentido al enfocarnos en los nodos de la componente principal.

Ahora, respecto al outdegree y el papel de los nodos en la componente principal como hubs, en las tablas 9 y 13, vemos que la mayores centralidades se distribuyen entre este grupo de actores más o menos de la misma forma, en ambos casos el nodo 9 encabeza la lista, le sigue 2, 7 y luego 22. En tanto indegree como su papel como autoridades, tablas 10 y 14, nuevamente los mismos nodos destacan como los primeros. Para el caso de la clusterización, tabla 12, vemos que estos nodos también son los que más se relacionan y unen al grupo principal. La presencia de estos nodos entonces, parece ser una razón

de la alta interconexión de nodos y transitividad en la componente principal.

Cuando observamos la intermediación de estos nodos, tabla 11, y si pertenecen al conjunto de cutpoints del grafo, se obtiene que tanto 7 como 9 además de mantener interconectado al grupo, también lo relacionan con las periferia en el curso. En particular 7 tiene una intermediación más de 4 veces la de los otros actores de la componente principal; esto se atribuye a que de la componente principal tal como se evidencia en la tabla 15 es el nodo con mayor reciprocidad. Dicho esto los nodos 7 y 9 se postulan como los más centrales y más influyentes en las relaciones de amistad en el curso.

## 4.2. Relaciones de Colaboración Académica

Para comenzar, observemos los grafos para las dos relaciones, figuras 3 y 2. Vemos que ambas relaciones se diferencian en cuanto a su organización respecto a la relación de amistad. En este caso todavía es posible evidenciar la existencia de la componente principal, sin embargo ahora los nodos aledaños a esta se interconectan más entre si y no requieren de pasar por la componente principal para comunicarse con los demás en la periferia. En este caso las relaciones demuestran ser más extendidas y robustas, teniendo en cuenta que en este caso no existen nodos aislados ni tampoco cutpoints en el sistema, a pesar de que como se menciono antes, solo 24 del total de estudiantes en el curso respondieron la encuesta.

Respecto a sus características globales, según las tablas 1, 2 y 3, es posible constatar la diferencia con la relación de amistad. Las relaciones de ayuda, como se mencionó arriba, demuestran ser más densas y robustas; tanto su grado promedio como el número de relaciones entre los nodos aumenta. La transitividad, un índice de la clusterización y fortaleza de las relaciones en agrupar a nodos vecinos, no supera para ambas relaciones la transitividad de la amistad, lo cual tiene sentido, pues la colaboración académica entre actores del sistema es una interacción que requiere una menor relación y afinidad estructuralmente hablando de los actores. Vemos en los grafos que actores de la componente principal que antes no se relacionaban con los nodos aledaños directamente, como 2 por ejemplo, en las relaciones de trabajo pueden relacionarse con estos sin necesidad de la intermediación de los nodos 7 y 9 como en la relación de amistad.

A pesar de que las relaciones de trabajo no requieren vínculos fuertes entre los actores, donde se necesite gran interacción y frecuencia para formarse, se observa que la transitividad y reciprocidad de las relaciones de ayuda supera siempre el 48 %. Hay que tener en cuenta que en estos grafos la componente principal aún juega un papel importante en la caracterización de los redes; el sistema aun se ve influenciado fuertemente en las relaciones de ayuda por estos nodos, que cohesionan y siguen aportan-

do a la clusterización de los grafos. Si bien las relaciones de ayuda académica no requieren vínculos fuertes entre los nodos, es más probable y más frecuente que un nodo ayude y sea ayudado por sus amigos que por alguien en la periferia; las interacciones con la periferia pueden ser menos frecuentes, y esto influye en los actores del sistema sobre considerar tal interacción como ayuda o no. Como se verá más adelante, la componente principal en las relaciones de ayuda aun se lleva los mayores puntajes de centralidad, sin embargo estos ahora se distribuyen más uniformemente sobre todos los actores entrevistados; observe por ejemplo las figuras 6 y 7 en comparación con 5.

Como se mencionó en el planteamiento del sistema, las relaciones de ayuda están en principio relacionadas, sin embargo, en este caso el criterio de lo que significa ayudar a alguien y ser ayudado por alguien realmente hará que las dos relaciones se diferencien en algunos aspectos. Estas diferencias pueden cuantificar la asimetría en importancia que le dan los actores a la ayuda que le ofrecen a los demás y a la ayuda que reciben. Las diferencias se empiezan a evidenciar desde las medidas globales, pues para la relación de Le han ayudado hay más arcos, reciprocidad y densidad que en la relación Usted ha ayudado. Sin embargo hay una transitividad ligeramente mayor en la relación Usted ha ayudado que en Le han ayudado.

Al comparar el comportamiento en términos del grado de los actores, en estas dos redes de ayuda se evidencia una tendencia en la que los actores parecen recordar o darle más importancia a quienes les han ayudado respecto a quienes han ayudado. El nodo 11 representa el caso extremo en el cuál el dice no haber ayudado a nadie, sin embargo 6 personas contestaron que este actor los ha ayudado.

La correspondencia mencionada para estas dos relaciones puede darse de dos formas, la primera es entre el Outdegree en la relación Usted ha ayudado con el Indegree en la relación Le han ayudado, la segunda es la correspondencia entre el Indegree en la relación Usted ha ayudado con el Outdegree en la relación Le han ayudado. La primera correspondencia se cumple al menos en cantidad de arcos para los nodos 2,3,21,23 y 16. Mientras la segunda sólo para el nodo 22.

La afinidad entre estas dos relaciones también se puede evidenciar en la intermediación, puesto que se espera que las geodésicas que en una relación se pueden recorrer desde el nodo  $i$  al nodo  $j$  en la otra relación deberían poderse recorrer del nodo  $j$  al nodo  $i$ . La existencia de esta correspondencia se evidencia en nodos como 2, 9, 4, 5, 23, 16 y 14 que mantienen relativamente el mismo puesto de mayor a menor en la intermediación para las dos relaciones.

Sin embargo, también se observan diferencias que van en contra de la correspondencia, por ejemplo se nota que la intermediación en la relación Usted ha ayudado está

más distribuida entre los actores que en la relación Le han ayudado. En esta medida los valores más altos de intermediación están dados para nodos que están fuera de la componente principal, lo cual es natural puesto que nodos como el 11 y el 22 sólo se relacionan con otros nodos de la misma componente lo cuál los hace poco esenciales cuando de intermediación se trata. Un caso extremo de esta diferencia en la intermediación entre las dos relaciones está dado por el nodo 7, que destaca en Ud ha Ayudado pero no en Le han Ayudado.

En términos de clusterización la componente principal tiene todos sus valores próximos en la relación de amigos, mientras en las relaciones de trabajo no es así, en particular, para el nodo 9 en la relación Le han ayudado hay una baja clusterización que ilustra una vez más, la mayor apertura que presentan las relaciones de trabajo respecto a las de amistad; por otro lado, el nodo 9 al ser el menos clusterizado de la componente principal es de esperarse que sea el mayor intermediador de la misma con la periferia. También se evidencia la tendencia en la componente principal de que los nodos más clusterizados en terminos de amistad son igualmente los más clusterizados en términos de relaciones de trabajo.

Para hubs y authorities se espera una correspondencia parecida a la que se dio con el grado; está se da de la siguiente manera: Los hubs de Usted ha ayudado bajo está correspondencia deberían ser las autoridades en Le han ayudado, así mismo los Hubs en Le han ayudado deberían ser las autoridades en Usted ha ayudado. La primera correspondencia se cumple para los nodos 2, 9 y 21 mientras la segunda correspondencia no se cumple para ninguno. Esto sigue el mismo patron que las correspondencias para el outdegree y el indegree, lo cual tiene sentido, puesto que la medida de hub para un nodo está relacionado con su outdegree y la medida de autoridad con su indegree.

Las reciprocidad en las relaciones de trabajo no parece tener mucha relación con la reciprocidad de las relaciones de amistad, y tampoco con la clusterización de la componente principal. Esta medida de reciprocidad sin embargo se ve fuertemente afectada por la cantidad de relaciones, así es mucho más fácil que nodos con 1 o 2 relaciones tengan una reciprocidad de 1 que nodos con 6-7 relaciones. En particular se resaltan actores como el nodo 21 que tienen una alta reciprocidad en sus relaciones de trabajo pero mínima en sus relaciones de amistad, contrario al nodo 7 que tiene la mayor reciprocidad en las relaciones de amistad pero de las menores para las relaciones de trabajo. Algunos nodos como 9, 1, 22 y 19 mantienen una reciprocidad parecida en todas las relaciones.

#### 4.3. Recuento Sobre las Tres Relaciones

Se estudia finalmente el papel individual de los nodos con respecto a las tres relaciones en conjunto, correspondiente con la suma de sus matrices de adyacencia.

Al considerar las tres relaciones la componente principal resalta aún más, llevándose los valores más altos de las medidas a excepción de la intermediación, en donde se pueden distinguir dos subgrupos dentro de la componente principal, el primer subgrupo formado por los nodos 9, 2 y 7 que se encuentran entre los primeros 7 nodos con más intermediación. El segundo subgrupo formado por los nodos 1, 3, 11, 19, 21 y 22 que están entre los 12 nodos con menor intermediación. Esta diferencia en la intermediación se explica a partir de considerar que de la componente principal los nodos más clusterizados son los que tienen menores valores de intermediación mientras los nodos menos clusterizados como 2, 7 y 9 tienen una mayor. En particular resalta el nodo 9 el cuál tiene más de 4 veces la intermediación que el resto de la componente principal, mostrándose así como el actor más central para estas tres relaciones en el curso. Sin embargo esta afirmación parece contener un sesgo puesto que el actor 9 posee una diferencia de outdegree de más de 13 respecto al resto de la componente principal, mientras en Indegree no se percibe esta diferencia, esto puede ser consecuencia de que el nodo 9 contestó la encuesta con más detalle.

A parte de los nodos de la componente principal resalta el nodo 4 que posee una gran intermediación y también el valor más alto de Hub e Indegree de los nodos que no pertenecen a la componente principal. A parte de éste, ningún otro actor fuera de la componente principal parece particularmente central en las medidas que no son intermediación, puesto que en esta los nodos 23, 4, 5 y 16 lideran por intermediar la componente principal con el resto de nodos.

## 5. Conclusiones

La relación de amistad demuestra ser la relación más clusterizada, transitiva y menos densa de las tres estudiadas, lo que concuerda con lo que se espera para una relación como la amistad, caracterizada por la fortaleza de sus vínculos en comparación con las relaciones de ayuda académica entre estudiantes. Por otra parte, la reciprocidad de las relaciones con respecto a la componente principal, altamente interconectada, indica que los criterios de los actores sobre lo que ser amigo de alguien significa no difieren significativamente, salvo en casos específicos como los nodos 11 y 21. Las mediciones de centralidad en la relación de amistad nos permiten determinar a los nodos 7 y 9 como los más importantes de la red, en el sentido de que propician la interacción de la componente principal con los nodos de la periferia, y además son nodos fundamentales en mantener unido y clusterizado a este grupo, junto con el nodo 2.

Las relaciones de ayuda o colaboración académica demuestran componer una red más extendida y robusta, donde los nodos que pertenecen a la periferia se relacionan entre sí sin recurrir a la componente principal. Esto

se evidencia en las medidas de transitividad y densidad para estas relaciones, siendo menores a los valores obtenidos para la amistad, lo que también indica una menor cohesión entre los nodos, indicando que las relaciones académicas son vínculos más débiles y de más alcance que las relaciones de amistad. Se encontró también que pese a lo anterior, en estas relaciones los nodos que mayor centralidad acumulan son aquellos de la componente principal, pues al ser un grupo de amigos en el curso, es probable y más frecuente que se ayuden entre sí de lo que nodos de la periferia lo hacen.

Con respecto a las medidas globales, se observa que la correspondencia, planteada en el modelo del sistema, entre las relaciones de Le han Ayudado y Ud ha Ayudado, realmente se tiene y se evidencia en la similitud entre medidas como la densidad, el número de relaciones y la transitividad; aunque no de una manera exacta, dado que la relación Le han Ayudado tiene un mayor número de relaciones, indicando así que los actores en el curso parecen tener más en cuenta a las personas que los han ayudado que a las que ayudan; nuevamente en esto influye la componente principal de amigos, pues es más fácil reconocer y reportar haber ayudado a un amigo que a una persona con la que muy raramente se interactúa.

En las medidas locales también se evidencia esta correspondencia tal como se discutió en el análisis para el Outdegree, Indegree, Hub y Authority. Dado que la reciprocidad para las relaciones de ayuda supera el 58 % y dada esta correspondencia entre Le han ayudado y Usted ha ayudado, se concluye que las respuestas de los encuestados sí son confiables respecto a que hay un acuerdo entre lo que respondieron las distintas personas.

Las tres relaciones tienen una tendencia a estar superpuestas, es decir, quien me ayuda y a quien ayudo suelen ser mis amigos, esto se evidencia al notar que en el grafo para las relaciones conjuntas no hay muchos cambios en los patrones mostrados por los actores respecto a las relaciones por separado.

Los autores de este trabajo corresponden al nodo 2 y 7, dicho esto se evidencia que el grafo está centrado en los autores, por lo cuál la componente principal que está conformada por los amigos de los autores parece más central de lo que en principio debería ser respecto al curso en total; recordemos que solo 24 personas de las 48 personas respondieron a la encuesta.

Finalmente al estudiar el grafo de las relaciones conjuntas se concluye que el nodo 2 es el más prestigioso sobre todo en cuanto a su papel como autoridad y su alto indgree, mientras que el nodo 9 el más influyente respecto a su su intermediación y su papel como hub siguiendo también un alto outdegree.

## Referencias

- [1] WASSERMAN, Stanley, et al. Social network analysis: Methods and applications. Cambridge

- university press, 1994.
- [2] NEWMAN, Mark. Networks. Oxford university press, 2018.
- [3] Borgatti, S.P., M.G. Everett, and L.C. Freeman. 2002. *Ucinet 6 for Windows: Software for Social Network Analysis* Harvad: Analytic Technologies