

PRÁCTICA 7: Máquinas de Turing

1. Construya una Máquina de Turing que:

- a) borre todos los símbolos que aparezcan sobre la cinta de entrada. La cinta está compuesta por sucesiones de 0s y 1s separadas entre sí por un solo \square . El alfabeto de la máquina es $\{0, 1, \square\}$.
- b) deje la cinta en blanco si el número de símbolos $|$ es par, y se detenga dejando un solo $|$ si dicho valor es impar. La cinta está compuesta por una sola sucesión de $|$. Al comenzar, la cabeza de la cinta estará sobre el primer $|$ de la izquierda.
- c) tenga como alfabeto a $\{0, 1, |, \square\}$ y no se detenga en ningún caso.
- d) cuando la cinta contenga una sola sucesión de símbolos $|$, se detenga después de haberla duplicado. La cinta está compuesta por una cantidad arbitraria de sucesiones de $|$, separadas entre sí por exactamente un \square .

2. Construya una Máquina de Turing que acepte \bar{L} , es decir, el complemento del siguiente lenguaje:

$$L = \{a^j b^{j+k} a^k \mid j, k \geq 1\}.$$

Tener en cuenta que:

- a) Suponemos que se dará a esta máquina una cinta donde sólo aparece una cadena (sucesión de símbolos contiguos) que tendrá que aceptar o rechazar. La máquina deberá comenzar su cálculo desde el primer blanco ubicado a la izquierda de la palabra.
- b) Si la máquina acepta la cadena deberá terminar el cálculo sobre el símbolo de cinta $\#$. Si la rechaza, terminará sobre el símbolo $*$.
- c) Debe proveer una descripción, lo más clara y detallada posible, del funcionamiento de la Máquina de Turing propuesta y de todas las máquinas auxiliares que defina. Esta descripción debe indicar dónde comienza el cálculo cada una de las máquinas propuestas y cuál es su función específica. Brinde una descripción paso a paso del funcionamiento de cada una.

3. Construya una Máquina de Turing sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ que acepte el lenguaje:

$$L = \{a^n b^m \mid n \leq m \leq 2n\}.$$

Tener en cuenta que:

- Suponemos que se dará a esta máquina una cinta donde sólo aparece una cadena (sucesión de símbolos contiguos), que tendrá que aceptar o rechazar. La máquina deberá comenzar su cálculo desde el primer blanco ubicado a la izquierda de la palabra:

... □□□ aababaaa ... abbaaab □□□ ...

- Si la máquina acepta la cadena deberá terminar el cálculo en la misma posición donde comenzó el cálculo. Si la rechaza, terminará sobre el primer símbolo de la misma.
- Debe proveer una descripción, lo más clara y detallada posible, del funcionamiento de la Máquina de Turing propuesta y de todas las máquinas auxiliares que defina. Esta descripción debe indicar dónde comienza el cálculo cada una de las máquinas propuestas y cuál es su función específica. Brinde una descripción paso a paso del funcionamiento de cada una de ellas.

4. Construya una Máquina de Turing sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ que acepte el lenguaje:

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}_0, k = i \cdot j\}$$

Tener en cuenta que:

- Suponemos que se dará a esta máquina una cinta donde sólo aparece una cadena (sucesión de símbolos contiguos), que tendrá que aceptar o rechazar. La máquina deberá comenzar su cálculo desde el primer blanco ubicado a la izquierda de la palabra:

... □□□ ccaababcaaa ... abbcaaaccb □□□ ...

- Si la máquina acepta la cadena deberá terminar el cálculo en la misma posición donde comenzó el cálculo. Si la rechaza, terminará sobre el primer símbolo de la misma.
- Debe proveer una descripción, lo más clara y detallada posible, del funcionamiento de la Máquina de Turing propuesta y de todas las máquinas auxiliares que defina. Esta descripción debe indicar dónde comienza y termina el cálculo cada una de las máquinas propuestas y cuál es su función específica. Brinde una descripción paso a paso del funcionamiento de cada una de ellas.

5. Construya una Máquina de Turing sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ que acepte el lenguaje

$$L = \{a^m b^n c^{k(m,n)} \mid m, n \in \mathbb{N}_0\}$$

donde $k(x, y) = |x - y|$ devuelve el valor absoluto de la diferencia entre sus argumentos.

Tener en cuenta que:

- Suponemos que se dará a esta máquina una cinta donde sólo aparece una cadena (sucesión de símbolos contiguos), que tendrá que aceptar o rechazar. La máquina deberá comenzar su cálculo desde el primer blanco ubicado a la izquierda de la palabra:

... □ □ □ aabaccbaaa ... abbaaccaab □ □ □ ...

- Si la máquina acepta la cadena deberá terminar el cálculo en la misma posición donde comenzó el cálculo. Si la rechaza, terminará sobre el primer símbolo de la misma.
 - Debe proveer una descripción, lo más clara y detallada posible, del funcionamiento de la Máquina de Turing propuesta y de todas las máquinas auxiliares que defina. Esta descripción debe indicar dónde comienza y termina el cálculo cada una de las máquinas propuestas y cuál es su función específica. Brinde una descripción paso a paso del funcionamiento de cada una de ellas.
6. Construya una máquina de turing M_{Restar} de alfabeto $\Sigma = \{x, y\}$ que dada una cinta con una única palabra $w \in \Sigma^+$ realice la cuenta (cantidad de x en w - cantidad de y en w). En caso que la cantidad de x sea menor a la cantidad de y se deberá devolver un resultado cero. El resultado se representará con una secuencia de x 's que se agregará la derecha de la palabra w , con una separación de dos blancos. Un valor cero se representará con x , el valor 1 con xx , y así sucesivamente.

Ejemplos:

<i>Estado inicial de la cinta:</i>	<i>Estado final de la cinta:</i>
... □ □ <u>x</u> xyxyxy □ □ □ □ xxyxyxy □ □ xxx □ □ ...
... □ □ <u>x</u> xxx □ □ □ □ xxxx □ □ xxxxx □ □ ...
... □ □ <u>y</u> yy □ □ □ □ yyy □ □ x □ □ ...
... □ □ <u>y</u> xyxyxy □ □ □ □ yxyxyxy □ □ x □ □ ...

Tener en cuenta que:

- La máquina deberá comenzar y terminar su cálculo en el primer blanco ubicado a la izquierda de la palabra w .
- Debe modularizar la solución. Divida el problema principal en subproblemas, proponga máquinas de Turing para cada uno de dichos subproblemas y luego combínelas adecuadamente para construir la máquina de Turing final, que resuelva lo solicitado en el ejercicio.