

Parcial 1: Teoría de Aprendizaje de Máquina

Profesor: Andrés Marino Álvarez Meza, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, y Computación
Universidad Nacional de Colombia - sede Manizales

1. Instrucciones

- Para recibir crédito total por sus respuestas, estas deben estar claramente justificadas e ilustrar sus procedimientos y razonamientos (paso a paso) de forma concreta, clara y completa.
- La componente teórica de cada uno de los puntos deberá entregarse a mano. La componente práctica (programación), debe ser enviada al correo electrónico `amalvarezme@unal.edu.co` antes de las 11:00 pm del 13 de septiembre de 2023, vía link de GitHub o adjuntando el archivo `.ipynb`. Se debe enviar un solo cuaderno de Python.
- Los códigos deben estar debidamente comentados en las celdas de código, y discutidos/explicados en celdas de texto (markdown). Códigos no comentados ni discutidos, no serán contabilizados en la nota final.
- El presente parcial puede ser desarrollado en parejas (enviar un solo cuaderno con los nombres de los integrantes).

2. Preguntas

- 2.1 (Valor 2.5 puntos). Sea el modelo de regresión $t_n = \phi(\mathbf{x}_n)\mathbf{w}^\top + \eta_n$, con $\{t_n \in \mathbb{R}, \mathbf{x}_n \in \mathbb{R}^P\}_{n=1}^N$, $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^Q$, $\phi: \mathbb{R}^P \rightarrow \mathbb{R}^Q$, $Q \geq P$, y $\eta_n \sim \mathcal{N}(\eta_n|0, \sigma_\eta^2)$. Presente el problema de optimización (inferencia) y la solución del mismo para los modelos mínimos cuadrados, mínimos cuadrados regularizados, máxima verosimilitud, máximo a-posteriori, y Bayesiano con modelo lineal Gaussiano. Asuma datos i.i.d. Discuta las diferencias y similitudes entre los modelos estudiados.
- 2.2 (Valor 2.5 puntos) Genere una simulación sobre Python de los regresores por máxima verosimilitud y máximo a-posteriori, discutidos en el punto 2.1, para ajustar una señal senoidal, con frecuencia fundamental de 60 Hz, $t_n = \sin(2\pi 60 x_n) + \eta_n$, contaminada con ruido blanco Gaussiano con $SNR_{dB} = 2[dB]$. Asuma mapeo $\phi(\cdot)$ del tipo polinomial de orden $Q = 9$ y prior $p(\mathbf{w}) = \mathcal{N}(\mathbf{w}|0, \sigma_w^2)$. Simule 100 datos para entrenar los modelos y 20 para predecir (incluya un ciclo de la señal estudiada en la simulación).