

Parcial 1: Curso Dirigido Posgrado - Seminario Posgrado

Profesor: Andrés Marino Álvarez Meza, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, y Computación
Universidad Nacional de Colombia - sede Manizales

1. Instrucciones

- Para recibir crédito total por sus respuestas, estas deben estar claramente justificadas e ilustrar sus procedimientos y razonamientos (paso a paso) de forma concreta, clara y completa.
- La componente teórica de cada uno de los puntos deberá entregarse a mano. La componente práctica (programación), debe ser enviada al correo electrónico `amalvarezme@unal.edu.co` antes de las 11:00 pm del 13 de septiembre de 2023, vía link de GitHub o adjuntando el archivo `.ipynb`. Se debe enviar un solo cuaderno de Python.
- Los códigos deben estar debidamente comentados en las celdas de código, y discutidos/explicados en celdas de texto (markdown). Códigos no comentados ni discutidos, no serán contabilizados en la nota final.
- El presente parcial puede ser desarrollado en parejas (enviar un solo cuaderno con los nombres de los integrantes).

2. Preguntas

- 2.1 (Valor 1 punto). Sea la fdp conjunta $p(\mathbf{z}) = p([\mathbf{x}, \mathbf{y}]) = \mathcal{N}(\mathbf{z}|\mu_z, \Sigma_z)$. Determine $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$.
- 2.2 (Valor 2 puntos). Sea el modelo de regresión $t_n = \phi(\mathbf{x}_n)\mathbf{w}^\top + \eta_n$, con $\{t_n \in \mathbb{R}, \mathbf{x}_n \in \mathbb{R}^P\}_{n=1}^N$, $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^Q$, $\phi: \mathbb{R}^P \rightarrow \mathbb{R}^Q$, $Q \geq P$, y $\eta_n \sim p(\eta_n|0, \sigma_\eta^2)$. Presente el problema de optimización (inferencia) y la solución del mismo, para los modelos: mínimos cuadrados, mínimos cuadrados regularizados, máxima verosimilitud, máximo a-posteriori, y Bayesiano con modelo lineal Gaussiano (incluyendo predictiva). Asuma datos i.i.d. Discuta las diferencias y similitudes entre los modelos estudiados.
- 2.3 (Valor 2 puntos) Genere una simulación sobre Python de los regresores por máxima verosimilitud y Bayesiano con modelo lineal Gaussiano (incluyendo predictiva), discutidos en el punto 2.1, para ajustar $t_n = A \sin(2\pi F_1 t) + B \cos(2\pi F_2 t) + \eta_n$, $A, B \in \mathbb{R}$, contaminada con ruido blanco Gaussiano con $SNR_{db} = 2[dB]$. Asuma mapeo $\phi(\cdot)$ del tipo RBF, definido como $\phi(x_n) = [\mathcal{N}(x_n|\mu_q, \sigma_q^2)]_{q=1}^Q$ (fije $Q = 20$), y $p(\mathbf{w}) = \mathcal{N}(\mathbf{w}|\mathbf{m}_o, \mathbf{S}_o)$. Simule 100 datos para entrenar los modelos y 20 para predecir.