



Por

**Juan José Silva Cuevas**  
Proyecto de Ingeniería Física

**Tecnológico de Monterrey**  
Monterrey, Nuevo León

Supervisada por:

**Dr. Blas Manuel Rodríguez Lara**  
Profesor Investigador,  
Escuela Nacional de Ingeniería y Ciencias,  
Tecnológico de Monterrey, campus Monterrey.

©Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey 2017  
Derechos reservados

El autor otorga al ITESM el permiso de reproducir y  
distribuir copias de esta tesis en su totalidad o en partes



# Abstract



# Resumen

---

# Agradecimientos

---



# Dedicatoria

*A mi familia.*



# Contents

|   |            |
|---|------------|
| <b>Abstract</b>                           | <b>iii</b> |
| <b>Resumen</b>                            | <b>v</b>   |
| <b>Agradecimientos</b>                    | <b>vii</b> |
| <b>Dedicatoria</b>                        | <b>ix</b>  |
| <b>Introduction</b>                       | <b>3</b>   |
| <b>1 Sobre guías de ondas</b>             | <b>5</b>   |
| 1.0.1 Helm . . . . .                      | 5          |
| 1.0.2 Guías en fibras metálicas . . . . . | 6          |
| 1.0.3 Guías dieléctricas . . . . .        | 7          |
| <b>2</b>                                  | <b>9</b>   |
| <b>3</b>                                  | <b>11</b>  |
| <b>4</b>                                  | <b>13</b>  |



iiiiii HEAD



# Introducción





# Chapter 1

## Sobre guías de ondas

### 1.0.1 Helm

$$\nabla \cdot E = 0, \quad (1.1a)$$

$$\nabla \times = -d_t B, \quad (1.1b)$$

$$\nabla \cdot B = 0, \quad (1.1c)$$

$$\nabla \times B = \frac{{}_t E}{v^2}, \quad (1.1d)$$

$$\hat{E}_0 = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z} \quad (1.2a)$$

$$\hat{B}_0 = B_x \hat{x} + B_y \hat{y} + B_z \hat{z} \quad (1.2b)$$

$$d_y E_x - d_x E_y = iw B_z \quad (1.3a)$$

$$ik E_x - d_x E_z = iw B_y \quad (1.3b)$$

$$d_y E_z - ik E_y = iw B_x \quad (1.3c)$$

$$d_x B_z - d_y B_x = \frac{-iw E_z}{v^2} \quad (1.3d)$$

$$ik B_x - d_x B_z = \frac{-iw E_y}{v^2} \quad (1.3e)$$

$$d_y B_z - ik B_y = \frac{-iw E_x}{v^2} \quad (1.3f)$$

Operando entre ellas se puede llegar ha

$$E_x = \frac{i}{(\frac{w}{v})^2 - k^2} (kd_x E_z + wd_y B_z) \quad (1.4a)$$

$$E_y = \frac{i}{(\frac{w}{v})^2 - k^2} (kd_y E_z - wd_x B_z) \quad (1.4b)$$

$$B_x = \frac{i}{(\frac{w}{v})^2 - k^2} (kd_x B_z - \frac{w}{v^2} d_y E_z) \quad (1.4c)$$

$$B_y = \frac{i}{(\frac{w}{v})^2 - k^2} (kd_y B_z - \frac{w}{v^2} d_x E_z) \quad (1.4d)$$

De este procedimiento se obtienen

$$[d_x^2 + d_y^2 + (\frac{w}{v})^2 - k^2] E_z = 0 \quad (1.5a)$$

$$[d_x^2 + d_y^2 + (\frac{w}{v})^2 - k^2] B_z = 0 \quad (1.5b)$$

## 1.0.2 Guías en fibras metálicas

$$\nabla \cdot E = 0, \nabla \times E = d_t B \quad (1.6a)$$

$$\nabla \cdot B = 0, \nabla \times B = \mu \epsilon E + \mu \sigma E \quad (1.6b)$$

Operando el rotaciones en la ultima ecuacion y usando la identidad del triple producto vectorial obtenemos

$$\nabla^2 E = \mu \epsilon d_t^2 E + \mu \sigma d_t E \quad (1.7a)$$

$$\nabla^2 B = \mu \epsilon d_t^2 B + \mu \sigma d_t B \quad (1.7b)$$

Utilizando la formulación imaginaria de los campos

$$\widehat{E}(z, t) = \widehat{E}_0 e^{\hat{k}z - wt}, \widehat{B}(z, t) = \widehat{B}_0 e^{\hat{k}z - wt} \quad (1.8)$$

Operando con ellas y usando las ecuaciones 1.7, obtenemos una ecuacion para el numero de onda

$$\widehat{k}^2 = \mu \epsilon w^2 + i \mu \sigma w \quad (1.9)$$

---

Quitando la dependencia de la frecuencia  $w$

$$\begin{aligned}(k + i\kappa)^2 &= k^2 - \kappa^2 + 2ik\kappa = \mu\epsilon w^2 + i\mu\sigma w \\ k^2 - \kappa^2 &= \mu\epsilon w^2; 2k\kappa = \mu\sigma w \\ \text{por lo que } \kappa &= \frac{\mu\epsilon w}{2k}\end{aligned}$$

Metiendo las equivalencias obtenidas a las ecuaciones originales (1.10a)

$$k^4 - \frac{\mu^2 \sigma^2 w^2}{4} - \mu\epsilon w^2 = 0$$

Completando cuadrados llegamos a

$$k = w \sqrt{\frac{\epsilon}{2} \frac{mu}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon w}\right)^2} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.10b)$$

como  $\kappa^2 = k^2 - \mu\epsilon w^2$  luego

$$\kappa = w \sqrt{\frac{\epsilon}{2} \frac{mu}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon w}\right)^2} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.10c)$$

## Guía cuadrada

$$B_z(x, y) = X(x)Y(y)$$

$$Y d_x^2 + X d_y^2 Y + \left[\left(\frac{w}{v}\right)^2 - k^2\right] XY = 0$$

$$\frac{-dx^2}{x} = -k_x^2; \frac{d^2 Y}{Y} = -K_y^2$$

$$-k_x^2 - k_y^2 + \left(\frac{w}{v}\right)^2 - k^2 = 0$$

Proponiendo

$$X(x) = A \sin(K_x x) + B \cos(k_x x) \quad (1.11a)$$

metendilo en las ecuaciones originales

$$B_z = B_0 \cos\left(m\pi \frac{x}{a}\right) \cos\left(n\pi \frac{y}{a}\right) \quad (1.11b)$$

$$k = \sqrt{\left(\frac{w}{v}\right)^2 - \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]} \quad (1.11c)$$

### 1.0.3 Guías dieléctricas

Que son las ecuaciones de Helmholtz en dos dimensiones. Estas ecuaciones pueden ser generalizadas a

$$B_t = \frac{w}{\mu\epsilon \frac{w^2}{c^2} - k^2} [D_t(d_z B_z) + i\mu\epsilon \frac{w}{v} e_3 \wedge D_t E_z] \quad (1.12a)$$

$$E_t = \frac{w}{\mu\epsilon \frac{w^2}{c^2} - k^2} [D_t(d_z E_z) - i\frac{w}{v} e_3 \wedge D_t B_z] \quad (1.12b)$$

Donde  $t$  es la componente transversal



## Chapter 2



## Chapter 3





## Chapter 4



# Bibliography