Por

Juan José Silva Cuevas
Proyecto de Ingeniería Física

Tecnológico de Monterrey
Monterrey, Nuevo León

Supervisada por:

Dr. Blas Manuel Rodríguez Lara
Profesor Investigador,
Escuela Nacional de Ingeniería y Ciencias,
Tecnológico de Monterrey, campus Monterrey.

Abstract

Resumen

Agradecimientos

Dedicatoria

A mi familia.

Contents

¡¡¡¡¡¡¡ HEAD

Introducción

Chapter 1

Sobre guías de ondas

1.0.1 Helm

$$\nabla \cdot E = 0, \tag{1.1a}$$
$$\nabla \times = -d_t B, \tag{1.1b}$$
$$\nabla \cdot B = 0, \tag{1.1c}$$
$$\nabla \times B = \frac{{}_t E}{v^2}, \tag{1.1d}$$

$$\hat{E}_0 = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z} \tag{1.2a}$$
$$\hat{B}_0 = B_x \hat{x} + B_y \hat{y} + B_z \hat{z} \tag{1.2b}$$

$$d_y E_x - d_x E_y = iwB_z \tag{1.3a}$$
$$ikE_x - d_x E_z = iwB_y \tag{1.3b}$$
$$d_y E_z - ikE_y = iwB_x \tag{1.3c}$$
$$d_x B_z - d_y B_x = \frac{-iwE_Z}{v^2} \tag{1.3d}$$
$$ikB_x - d_x B_z = \frac{-iwE_y}{v^2} \tag{1.3e}$$
$$d_y B_z - ikB_y = \frac{-iwE_x}{v^2} \tag{1.3f}$$

Operando entre ellas se puede llegar ha

$$E_x = \frac{i}{(\frac{w}{v})^2 - k^2}(kd_x E_z + wd_y B_z) \tag{1.4a}$$

$$E_y = \frac{i}{(\frac{w}{v})^2 - k^2}(kd_y E_z - wd_x B_z) \tag{1.4b}$$

$$B_x = \frac{i}{(\frac{w}{v})^2 - k^2}(kd_x B_z - \frac{w}{v^2} d_y E_z) \tag{1.4c}$$

$$B_y = \frac{i}{(\frac{w}{v})^2 - k^2}(kd_y B_z - \frac{w}{v^2} d_x E_z) \tag{1.4d}$$

De este procedimiento se obtienen

$$[d_x^2 + d_y^2 + (\frac{w}{v})^2 - k^2]E_z = 0 \tag{1.5a}$$

$$[d_x^2 + d_y^2 + (\frac{w}{v})^2 - k^2]B_z = 0 \tag{1.5b}$$

1.0.2 Guías en fibras metálicas

$$\nabla \cdot E = 0, \nabla \times E = d_t B \tag{1.6a}$$

$$\nabla \cdot B = 0, \nabla \times B = \mu\epsilon E + \mu\sigma E \tag{1.6b}$$

Operando el rotaciones en la ultima ecuacion y usando la identidad del triple producto vectorial obtenemos

$$\nabla^2 E = \mu\epsilon d_t^2 E + \mu\sigma d_t E \tag{1.7a}$$

$$\nabla^2 B = \mu\epsilon d_t^2 B + \mu\sigma d_t B \tag{1.7b}$$

Utilizando la formulación imaginaria de los campos

$$\widehat{E}(z,t) = \widehat{E}_0 e^{\hat{k}z - wt}; \widehat{B}(z,t) = \widehat{B}_0 e^{\hat{k}z - wt} \tag{1.8}$$

Operando con ellas y usando las ecuaciones 1.7, obtenemos una ecuacion para el numero de onda

$$\widehat{k}^2 = \mu\epsilon w^2 + i\mu\sigma w \tag{1.9}$$

Quitando las dependecia de la frecuencia w

$$(k+i\kappa)^2 = k^2-\kappa^2+2ik\kappa = \mu\epsilon w^2 + i\mu\sigma w$$
$$k^2-\kappa^2 = \mu\epsilon w^2; 2k\kappa = \mu\sigma w$$
$$\text{por lo que } \kappa = \frac{\mu\epsilon w}{2k}$$
$$\text{Metiendo las equivalencias obtenidas a las ecuaciones originales} \tag{1.10a}$$
$$k^4 - \frac{\mu^2\sigma^2 w^2}{4} - \mu\epsilon w^2 = 0$$
$$\text{Completando cuadrados llegamos a}$$
$$k = w\sqrt{\frac{\epsilon\ mu}{2}}[\sqrt{1+(\frac{\sigma}{\epsilon w})^2}+1]^{\frac{1}{2}} \tag{1.10b}$$
$$\text{como } \kappa^2 = k^2-\mu\epsilon w^2 \text{luego}$$
$$\kappa = w\sqrt{\frac{\epsilon\ mu}{2}}[\sqrt{1+(\frac{\sigma}{\epsilon w})^2}-1]^{\frac{1}{2}} \tag{1.10c}$$

Guías cuadradas

$$B_z(x,y) = X(x)Y(y)$$
$$Yd_x^2 + Xd_y^2Y + [(\frac{w}{v})^2-k^2]XY = 0$$
$$\frac{-}{x}dx_x^2 = -k_x^2; \frac{-}{Y}d_y^2Y = -K_y^2$$
$$-k_x^2-k_y^2+(\frac{w}{v})^2-k^2 = 0$$
$$\text{Proponiendo}$$
$$X(x) = Asin(K_xx)+Bcos(k_xx) \tag{1.11a}$$
$$\text{metendielo en las ecuaciones originales}$$
$$B_z = B_0cos(m\pi\frac{x}{a})cos(n\pi\frac{y}{a}) \tag{1.11b}$$
$$k = \sqrt{(\frac{w}{v})^2-\pi^2[(\frac{m}{a})^2+(\frac{n}{b})^2]} \tag{1.11c}$$

Guías esféricas

$$\gamma^2 = \mu_1\epsilon_1\frac{w^2}{v^2}-k^2 \qquad \text{Dentro} \tag{1.12a}$$
$$\beta^2 = k^2-\mu_0\epsilon_0\frac{w^2}{v^2} \qquad \text{Fuera (onda desvaneciente)} \tag{1.12b}$$

La ecuacion de Helmholtz para variación azimutal toma la forma

$$(d_\rho^2 + \rho^{-1}d_\rho + \gamma^2)\psi = 0 \tag{1.13a}$$
$$(d_\rho^2 + \rho^{-1}d_\rho - \beta^2)\psi = 0 \tag{1.13b}$$

Que es la ecuación diferencial de Bessel y cuya solución toma la forma

$$\psi = \begin{cases} J_0(\gamma\rho), \rho \leq a \end{cases} \\ Ak_0(\beta\rho), \rho > a \tag{1.14}$$

1.0.3 Guías dieléctricas

Que son las ecuaciones de Helmholtz en dos dimensiones. Estas ecuaciones pueden ser generalizadas a

$$B_t = \frac{}{\mu\epsilon\frac{w^2}{c^2} - k^2}[D_t(d_z Bz) + i\mu\epsilon\frac{w}{v}e_3 \wedge D_t E_z \tag{1.15a}$$
$$E_t = \frac{}{\mu\epsilon\frac{w^2}{c^2} - k^2}[D_t(d_z Ez) - i\frac{w}{v}e_3 \wedge D_t B_z \tag{1.15b}$$

Donde t es la componente transversal

$$B_t = \frac{}{\gamma^2}[D_t(d_z B_z) + i\mu\epsilon\frac{w}{v}e_3 \wedge D_t E_z] \tag{1.16a}$$

Desarrollando todas las componentes implicada

$$B_{rho} = \frac{ik}{\gamma^2}d_{rho}B_z; B_\phi = \frac{i\epsilon w}{\gamma^2 v}d_\rho E_z \tag{1.17a}$$
$$E_\phi = \frac{-w}{vk}B_\rho; E_\rho = \frac{vk}{\epsilon w}B_\phi \tag{1.17b}$$

Con soluciones

$$B_z = J_0(\gamma\rho)$$
$$para \rho \leq a$$
$$B_\rho = \frac{-ik}{\gamma}J_1(\gamma\rho)$$
$$E_\phi = \tag{1.18a}$$

Guías cuadradas

Guías esféricas

1.0.4 Acoplamientos

Chapter 2

Chapter 3

Chapter 4

Bibliography