

Taller 4. Integración

Juan José Gaitán - 201912484
Juan Daniel Rodríguez - 201921704

Punto 2

Encontrar el error para regla de trapezio Simple.

Error asociado al procedimiento de interpolación

Suponiendo que $f(x)$ es continua y derivable de clase C^2 en el intervalo

$$f(x) = p_1(x) + \varepsilon(x), \text{ donde } \varepsilon(x) = \frac{f''(\xi)}{2} (x-a)(x-b) \text{ con } a \leq \xi \leq b$$

$$\text{Error} \rightarrow E = \int_a^b \varepsilon(x) dx$$

$$E = \int_a^b \frac{f''(\xi)}{2} (x-a)(x-b) dx = \frac{f''(\xi)}{2} \int_a^b (x-a)(x-b) dx$$

$$E = \frac{f''(\xi)}{2} \int_a^b (x^2 - bx - ax + ab) dx$$

$$E = \frac{f''(\xi)}{2} \left[\frac{x^3}{3} - \frac{bx^2}{2} - \frac{ax^2}{2} + abx \right]_a^b$$

$$E = \frac{f''(\xi)}{2} \left[\left(\frac{b^3}{3} - \frac{b^3}{2} - \frac{ab^2}{2} + ab^2 \right) - \left(\frac{a^3}{3} - \frac{ba^2}{2} - \frac{a^3}{2} + a^2b \right) \right]$$

$$E = \frac{f''(\xi)}{2} \left[\left(-\frac{b^3}{6} + \frac{ab^2}{2} \right) - \left(-\frac{a^3}{6} + \frac{a^2b}{2} \right) \right]$$

$$E = \frac{f''(\xi)}{2} \left(-\frac{b^3}{6} + \frac{3ab^2}{6} + \frac{a^3}{6} - \frac{3a^2b}{6} \right) = \frac{f''(\xi)}{2} \left(\frac{-b^3 + 3ab^2 + a^3 - 3a^2b}{6} \right)$$

$$E = \frac{f''(\xi)}{12} (-b^3 + 3ab^2 + a^3 - 3a^2b)$$

$$E = \frac{f''(\xi)}{12} (a-b)^3 = -\frac{f''(\xi)}{12} (b-a)^3 \quad R/ =$$

El error asociado a la integración por el método del trapezio con $h=b-a$

$$E = \int_a^b \varepsilon(x) dx = -\frac{f''(\xi)}{12} (b-a)^3 = -\frac{f''(\xi)}{12} (h)^3$$