

Unidad 1 Polinomio Interpolante.

Demostración:

Se supone que hay dos Polinomios distintos $p(x)$ y $q(x)$ de grado $\leq n$. Los cuales verifican $p(x_i) = y_i$ y $q(x_i) = y_i$ para $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Entonces el polinomio $r(x) = p(x) - q(x)$ verifica para $i = 0, \dots, n$ que $r(x_i) = p(x_i) - q(x_i) = 0$. Por lo tanto este polinomio tiene n valores, tendrá n raíces distintas de dos polinomios con esta propiedad.

Para $n=0$, la función constante será $p(x) = y_0$ verificando que $p(x_0) = y_0$ y es un polinomio de grado 0.

Supongamos que se tiene un polinomio $P_{k-1}(x)$ de grado $\leq k-1$, que verifica $P_{k-1}(x_i) = y_i$ para $i = 0, 1, \dots, k-1$.

Construimos P_k de la forma:

$$P_k(x) = P_{k-1}(x) + (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{k-1})$$

Observamos que este polinomio P_k es de grado k e interpola los mismos datos de P_{k-1} ya que:

$$P_k(x_i) = P_{k-1}(x_i) + (x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_i)\dots(x_i-x_{k-1}) = P_{k-1}(x_i) = y_i$$

para $i = 0, 1, \dots, k-1$. *Nota: Algun Valor Va a dar 0 en el polinomio.

De tal manera se debe tener que $p(x)$ y $q(x)$ deben ser distintos.