

# Trabajo final - Introducción a los modelos de multinivel

Diego Da Rosa, Lucas Giúdice, Juan Karawacki y Bruno Pintos

## Resumen

El presente estudio analiza los niveles de satisfacción de los usuarios del transporte interurbano en relación con características personales de los pasajeros y condiciones operativas de las líneas de transporte. Los datos presentan una estructura jerárquica, dado que los pasajeros se encuentran agrupados en 17 líneas de transporte, lo cual motiva la utilización de modelos multinivel.

Se realiza un análisis descriptivo inicial, seguido por modelos lineales clásicos y diagnóstico de supuestos, evidenciándose la insuficiencia del enfoque tradicional para capturar la estructura de los datos. Dado lo anterior, se ajustan modelos de efectos mixtos con intercepto aleatorio por línea. Los resultados muestran diferencias significativas entre líneas y un coeficiente de correlación intraclase (ICC) cercano a 0.40, indicando que una proporción sustancial de la variabilidad en la satisfacción se explica por diferencias entre líneas. Las variables individuales género, edad, frecuencia de uso y puntualidad del servicio muestran efectos estadísticamente significativos sobre la satisfacción. Se discuten las implicancias de estos hallazgos y se sugieren líneas futuras de trabajo para una mejor gestión del transporte público.

---

## 1. Introducción

La evaluación de la calidad del transporte público es un componente fundamental en la planificación y gestión de sistemas de movilidad. La satisfacción de los usuarios constituye un indicador clave para comprender el desempeño del servicio, así como para identificar factores que inciden en la percepción de calidad. En particular, el transporte interurbano presenta desafíos específicos vinculados a la puntualidad, la información disponible, el nivel de ocupación y la heterogeneidad entre líneas.

El presente trabajo tiene como objetivo estudiar si la satisfacción de los usuarios varía según la línea de transporte a la que pertenecen y cómo influyen las características individuales de los pasajeros. Se busca responder las siguientes preguntas:

- ¿Existen diferencias sistemáticas de satisfacción entre las líneas de transporte?
- ¿Qué proporción de la variabilidad en la satisfacción se atribuye a diferencias entre líneas?
- ¿Cuáles variables individuales tienen mayor incidencia sobre la satisfacción?

Se plantean como hipótesis que:

- 1) Existen diferencias significativas entre líneas.
- 2) La variabilidad intralínea explica una parte relevante de la satisfacción global.

Los datos utilizados provienen de una encuesta aplicada a 780 pasajeros pertenecientes a 17 líneas interurbanas. La base incluye información sobre satisfacción (variable respuesta), edad, género, frecuencia de uso del servicio, ocupación laboral, puntualidad percibida y disponibilidad de información en tiempo real. Todas las variables categóricas fueron tratadas como factores y no se observaron datos faltantes.

---

## 2. Metodología

Dado que los pasajeros se encuentran agrupados dentro de líneas de transporte, la estructura del conjunto de datos es jerárquica. En consecuencia, se consideran distintos enfoques de modelado:

1. **Análisis descriptivo:** Se presentan gráficos y estadísticas descriptivas para explorar la distribución de la satisfacción según línea y covariables individuales.
2. **Modelo lineal clásico (OLS):** Se ajusta un modelo lineal completo para evaluar supuestos básicos. Se utiliza el test de Breusch-Pagan para evaluar heterocedasticidad y VIF para multicolinealidad.
3. **Modelos de efectos mixtos:** Dado que los supuestos del modelo clásico resultan insuficientes para explicar la estructura agrupada, se ajustan modelos multinivel con intercepto aleatorio por línea. Este enfoque permite capturar la correlación entre observaciones dentro de una misma línea y estimar el coeficiente de correlación intraclase (ICC).

Los modelos se estimaron con los paquetes `lme4` y `lmerTest` en R, y se presenta la interpretación de los parámetros relevantes.

### 3. Resultados

#### 3.1 Descripción de los datos

El conjunto de datos analizado corresponde a una encuesta realizada a usuarios del transporte interurbano. La base está compuesta por un total de 780 pasajeros, los cuales se encuentran agrupados en 17 líneas de transporte distintas.

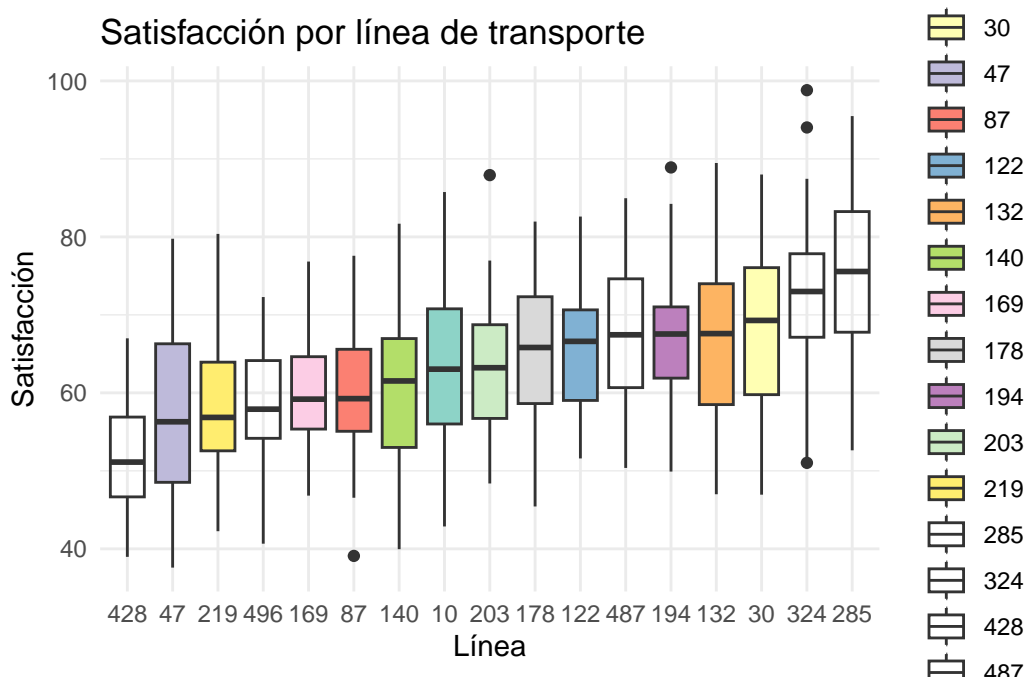
La variable respuesta del estudio es el nivel de satisfacción respecto de la experiencia de transporte. La medición de la misma se realizó en escala numérica. Además, se dispone de información relevante sobre cada pasajero, incluyendo edad, género y frecuencia de uso del servicio, así como sobre la línea: porcentaje de ocupación y puntualidad de la misma o si esta cuenta o no con información en tiempo real del trayecto.

Table 1: Tabla 1: Diccionario de variables.

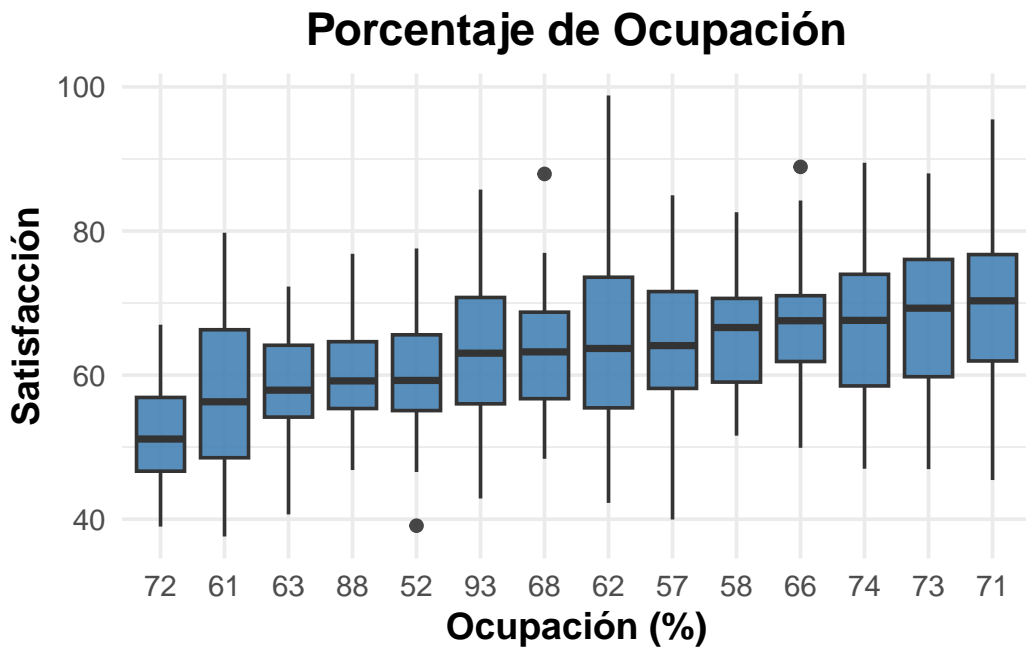
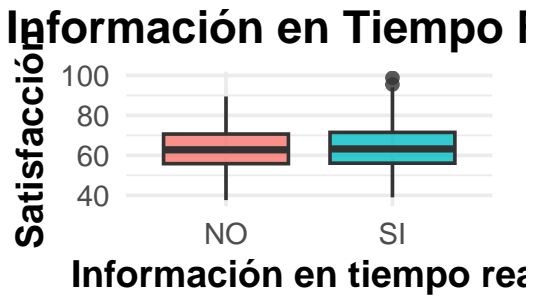
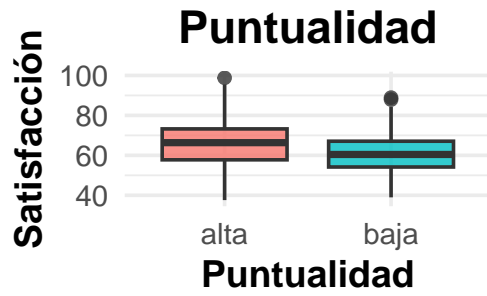
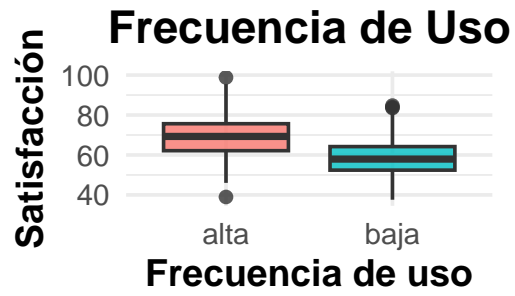
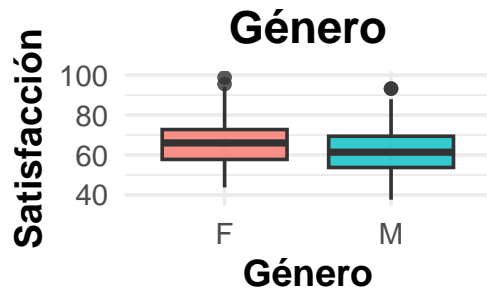
Variable	Tipo_dato	Descripción
linea_id	numeric	Identificador de la línea
edad	numeric	Edad del usuario
genero	character	Género del usuario
frecuencia_uso	character	Frecuencia de uso declarada
puntualidad	character	Puntualidad del transporte
p_ocupacion	numeric	Porcentaje de ocupación
info_tiempo_real	character	Disponibilidad de Info. en tiempo real
satisfaccion	numeric	Nivel de satisfacción (Variable respuesta)

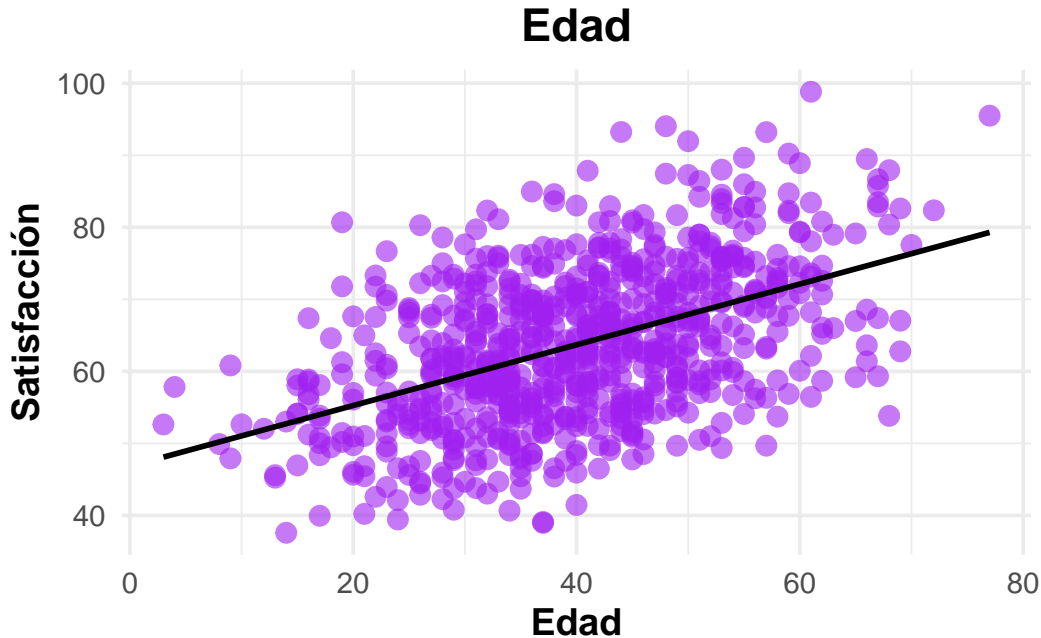
### 3.2 Análisis Exploratorio

En primera instancia, se realiza un diagrama de cajas que permite visualizar la distribución de la satisfacción para cada línea de transporte. Las líneas fueron ordenadas según la mediana de satisfacción, lo cual facilita la comparación entre ellas. Se constata una diferencia la distribución de la satisfacción de los individuos al utilizar las distintas líneas. Esta heterogeneidad sugiere la presencia de un efecto grupal asociado a la línea de transporte. Esto constituye una primera evidencia de estructura jerárquica en los datos.



A continuación, se examina la distribución de la satisfacción en función de las covariables principales. El siguiente diagrama de cajas por línea es fundamental para este estudio, ya que permite visualizar la heterogeneidad entre grupos.





El análisis univariado permite identificar varias asociaciones relevantes con el nivel de satisfacción. En primer lugar, la edad muestra una relación positiva: los pasajeros de mayor edad tienden a reportar mayores niveles de satisfacción, una tendencia coherente con la correlación observada entre ambas variables ( $\sim 0.48$ ). Asimismo, se aprecia una ligera diferencia según el género, donde las mujeres presentan niveles de satisfacción algo superiores a los hombres, aunque la brecha no es pronunciada.

También se encuentran patrones claros en relación con el uso del servicio y la percepción de la puntualidad. Los usuarios frecuentes muestran una satisfacción promedio más alta que quienes utilizan el transporte con poca regularidad, lo cual resulta razonable si se considera que quienes lo usan más desarrollan una percepción más estable del servicio. De manera similar, la puntualidad se asocia de forma positiva con la satisfacción: cuanto más puntual se percibe el transporte, mayor es el nivel de satisfacción reportado.

En contraste, la disponibilidad de información en tiempo real no parece influir de manera sustantiva en la valoración del servicio, dado que los niveles medios de satisfacción entre quienes disponen o no de este recurso son muy similares. Por su parte, el porcentaje de ocupación no exhibe una relación univariada clara: distintas categorías de ocupación pueden asociarse tanto a niveles altos como bajos de satisfacción, sin un patrón creciente o decreciente definido.

Estas observaciones proveen un panorama inicial, que será retomado y contrastado posteriormente mediante el modelo multivariado para evaluar si estas asociaciones se mantienen al considerar simultáneamente todas las variables involucradas.

### 3.3 Modelo Lineal Simple: Diagnóstico

Se procede a ajustar un modelo lineal simple (OLS) para corroborar el cumplimiento o no de los supuestos necesarios para su funcionamiento. La falla en alguno de ellos dará el fundamento final para proceder con la aplicación de modelo multinivel.

El modelo ajustado es:

$$Satisfaccion_i = \beta_0 + \beta_1 Edad_i + \beta_2 Genero_i + \dots + \beta_7 Linea\_id_i + \epsilon_i$$

Es importante recordar que las variables categóricas son tratadas utilizando una categoría de referencia base.

Se realizaron los distintos test de diagnóstico estándar: Shapiro–Wilk (normalidad), Breusch–Pagan (homocedasticidad) y VIF (multicolinealidad).

#### Resultados de Tests Numéricos

Test		W	p_value
W	Shapiro–Wilk	0.997	0.267

Test		BP_stat	df	p_value
BP	Breusch–Pagan	24.65	19	0.172

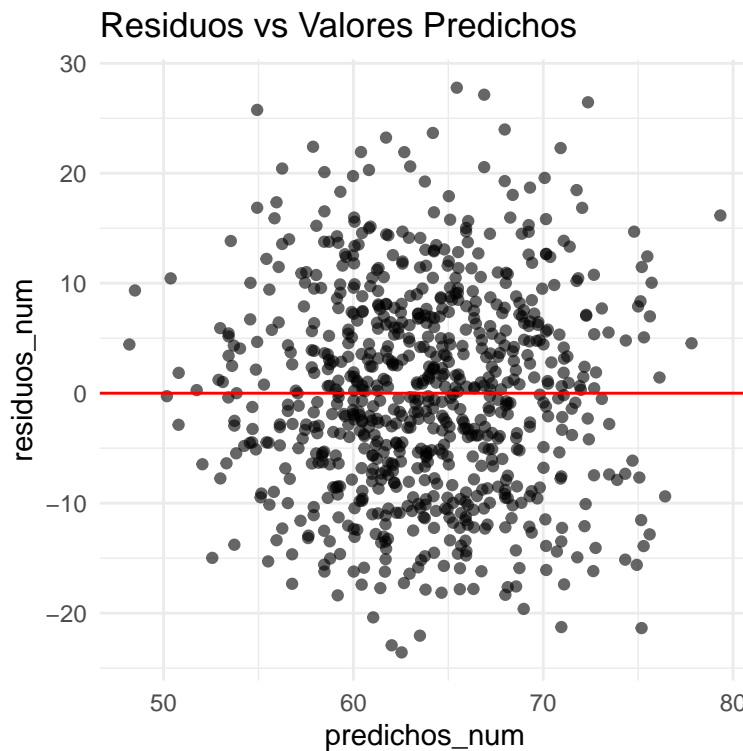
Predictor		VIF
edad	edad	1.001
p_ocupacion	p_ocupacion	1.001

## Gráficos de diagnóstico

A continuación se examinan los supuestos del modelo lineal de forma visual.

### 1. Homocedasticidad (Residuos vs. Predichos)

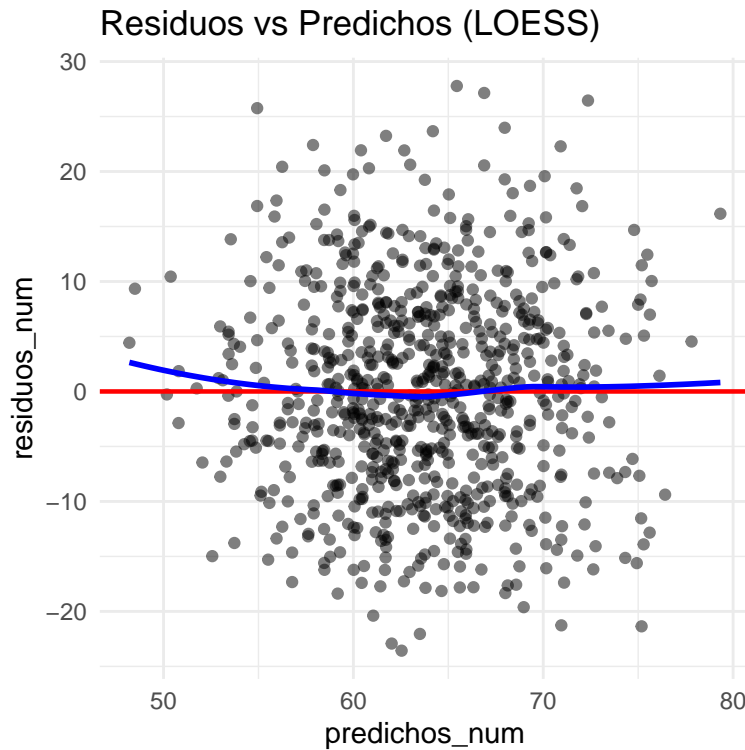
Se analiza la dispersión de los residuos en función de los valores ajustados para verificar si la varianza del error es constante.



Los residuos se distribuyen de manera aleatoria alrededor de la línea horizontal en cero, sin formar patrones claros como embudos (que indicarían heterocedasticidad) o formas de “U”. Esto sugiere que el supuesto de varianza constante se cumple razonablemente bien a nivel global.

### 2. Tendencia no lineal (Residuos con ajuste LOESS)

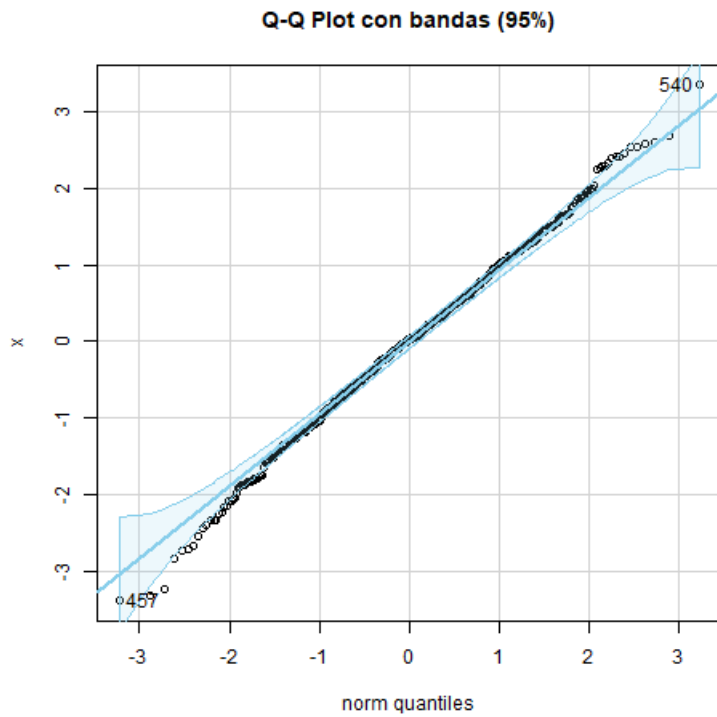




La línea azul de suavizado se mantiene bastante cercana a la línea roja central, sin desviaciones drásticas. Esto refuerza la idea de que el modelo lineal captura adecuadamente la tendencia general de los datos, aunque se observan algunas fluctuaciones menores en los extremos que podrían deberse a datos atípicos o efectos de grupo no modelados.

### 3. Normalidad de los residuos (Q-Q Plot)

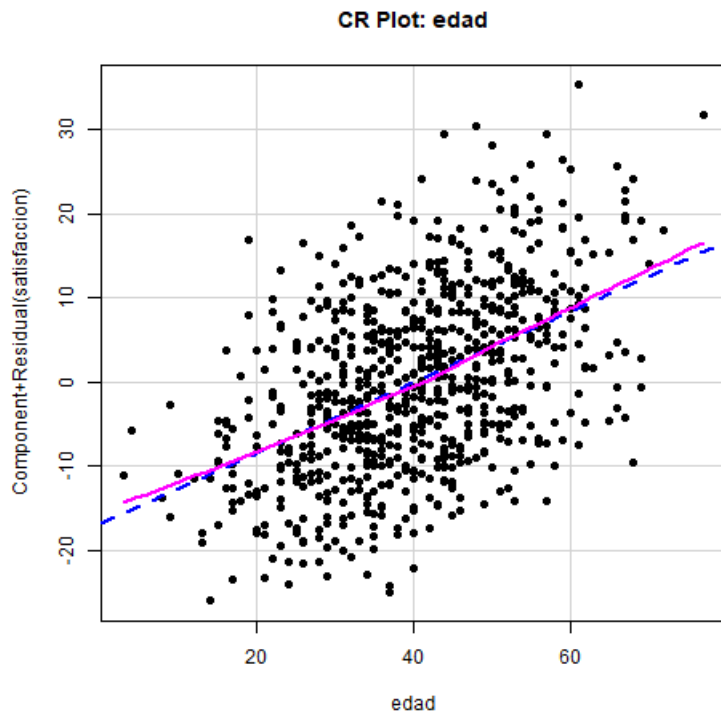
Se evalúa si los residuos estandarizados siguen una distribución normal teórica.



La gran mayoría de los puntos se alinean sobre la recta diagonal y permanecen dentro de las bandas de confianza del 95%. Las desviaciones en las colas son mínimas, lo que permite validar el supuesto de normalidad de los errores, consistente con el resultado del test de Shapiro-Wilk.

#### 4. Linealidad Parcial: Variable Edad

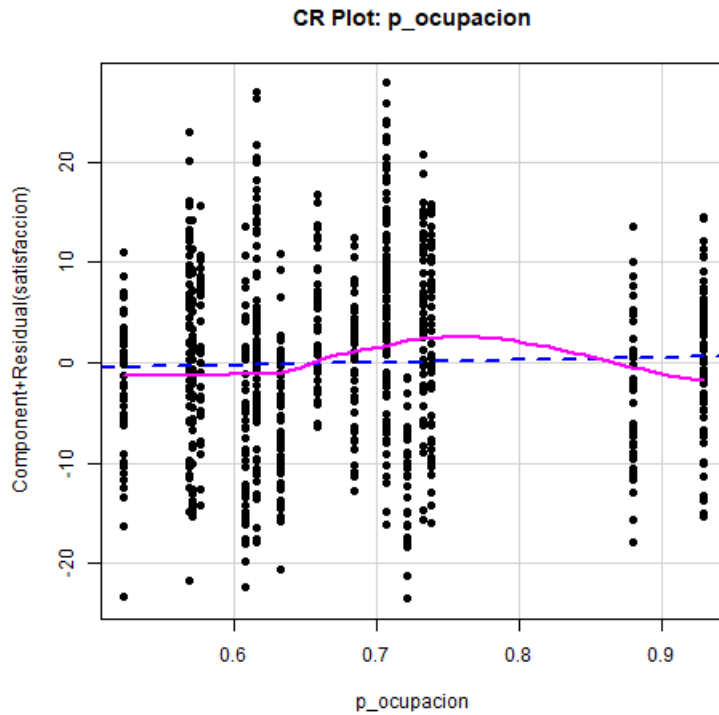
Los gráficos de Componente + Residuo (CR Plots) permiten visualizar la relación de una variable predictora específica con la respuesta, controlando por el efecto de las demás variables.



La relación entre la edad y la satisfacción parcializada se muestra lineal (la línea ajustada es recta), confirmando que modelar la edad como un término lineal es apropiado y no se requieren transformaciones polinómicas.

##### 5. Linealidad Parcial: Variable Ocupación

Se analiza la relación parcial para el porcentaje de ocupación.



En este gráfico se observa un comportamiento llamativamente segmentado, con bandas verticales bien definidas. Este patrón no se debe a una falta de linealidad clásica, sino a la estructura discreta y agrupada de los datos: el porcentaje de ocupación es una característica fija por línea, no por individuo. Esto es una señal visual clara de la estructura jerárquica de los datos, indicando que tratar esta variable en un modelo lineal plano ignora la variabilidad entre grupos (líneas).

Si bien los supuestos matemáticos básicos (normalidad, homocedasticidad) no se violan gravemente, el análisis gráfico —especialmente el de la variable de ocupación— revela la estructura agrupada de los datos. El modelo lineal asume independencia entre las observaciones, un supuesto que aquí es insostenible dado que los pasajeros de una misma línea comparten características idénticas (como la ocupación). Esto justifica teórica y empíricamente la transición hacia un modelo multinivel.

### 3.4 Modelo Multinivel

#### Planteamiento del modelo

Se plantea un modelo multinivel de efectos mixtos con intercepto aleatorio, donde el Nivel 1 son los pasajeros y el Nivel 2 son las líneas.

La expresión matemática del modelo es:

$$Satisfaccion_{ij} = (\beta_0 + u_{0j}) + \beta_1 Edad_{ij} + \beta_2 Genero_{ij} + \dots + \beta_6 InfoTR_{ij} + \epsilon_{ij}$$

Donde  $u_{0j} \sim N(0, \sigma_u^2)$  representa el efecto aleatorio de cada línea (desviación del intercepto general).

#### Coefficiente de Correlación Intraclass (ICC)

Se calculó el ICC para determinar qué proporción de la variabilidad total de la satisfacción se explica por la pertenencia a una línea específica.

El modelo ajustado presenta un **ICC de 0.403**. Esto indica que aproximadamente el **40.3%** de la variabilidad en la satisfacción se debe a diferencias entre líneas de transporte, incluso después de controlar por las covariables individuales. Este valor elevado justifica plenamente el uso del modelo multinivel.

#### Estimación de Efectos Fijos

La siguiente tabla presenta las estimaciones de los efectos fijos del modelo:

Table 2: Tabla 2. Estimaciones de efectos fijos del modelo multinivel.

effect	term	estimate	std.error	statistic	df	p.value
fixed	(Intercept)	64.122	7.916	8.100	13.177	0.000
fixed	generoM	-3.834	0.381	-10.061	760.569	0.000
fixed	edad	0.420	0.015	27.113	760.245	0.000
fixed	frecuencia_usobaja	-10.683	0.381	-28.065	760.633	0.000
fixed	p_ocupacion	-16.319	11.313	-1.443	12.999	0.173
fixed	puntualidadbaja	-10.674	3.062	-3.486	13.079	0.004
fixed	info_tiempo_realSI	8.436	2.945	2.864	13.004	0.013

#### Interpretación de los resultados:

- **Intercepto (64.122):** Es el promedio estimado de satisfacción para un usuario base (línea promedio, valores de referencia en categóricas y 0 en numéricas).
- **Género:** Los hombres reportan, en promedio, **3.83 puntos menos** de satisfacción que las mujeres ( $p < 0.001$ ).
- **Edad:** Por cada año adicional, la satisfacción aumenta en **0.42 puntos** ( $p < 0.001$ ).
- **Frecuencia:** Los usuarios con frecuencia “Baja” tienen **10.68 puntos menos** de satisfacción que los de frecuencia “Alta” ( $p < 0.001$ ).
- **Puntualidad:** La impuntualidad (“Baja”) reduce la satisfacción en **10.67 puntos** ( $p = 0.004$ ).
- **Info Tiempo Real:** El acceso a información en tiempo real (“Sí”) aumenta la satisfacción en **8.44 puntos** ( $p = 0.013$ ).
- **Ocupación:** El coeficiente asociado al porcentaje de ocupación (-16.32) no resulta estadísticamente significativo ( $p = 0.173$ ), por lo que no se encuentra evidencia suficiente de un efecto lineal de esta variable en la satisfacción.

### Comparación con el Modelo Nulo

Se define el modelo nulo (solo intercepto aleatorio) y se compara con el modelo completo para verificar la bondad de ajuste.

```
Data: transporte
Models:
mod_null: satisfaccion ~ 1 + (1 | linea_id)
mod_mult: satisfaccion ~ genero + edad + frecuencia_uso + p_ocupacion + puntualidad + info_t.
          npar    AIC    BIC  logLik -2*log(L)  Chisq Df Pr(>Chisq)
mod_null    3 5747.6 5761.6 -2870.8    5741.6
mod_mult    9 4876.9 4918.8 -2429.5    4858.9 882.74  6 < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

La prueba de razón de verosimilitud ( $\text{Chisq} = 882.68$ ,  $p < 0.001$ ) indica que el modelo completo ajusta significativamente mejor que el nulo. Además, el criterio de información AIC disminuye considerablemente (de 5716 a 4847), confirmando la relevancia del conjunto de predictores.

### Bondad de Ajuste ( $R^2$ )

```
# R2 for Mixed Models

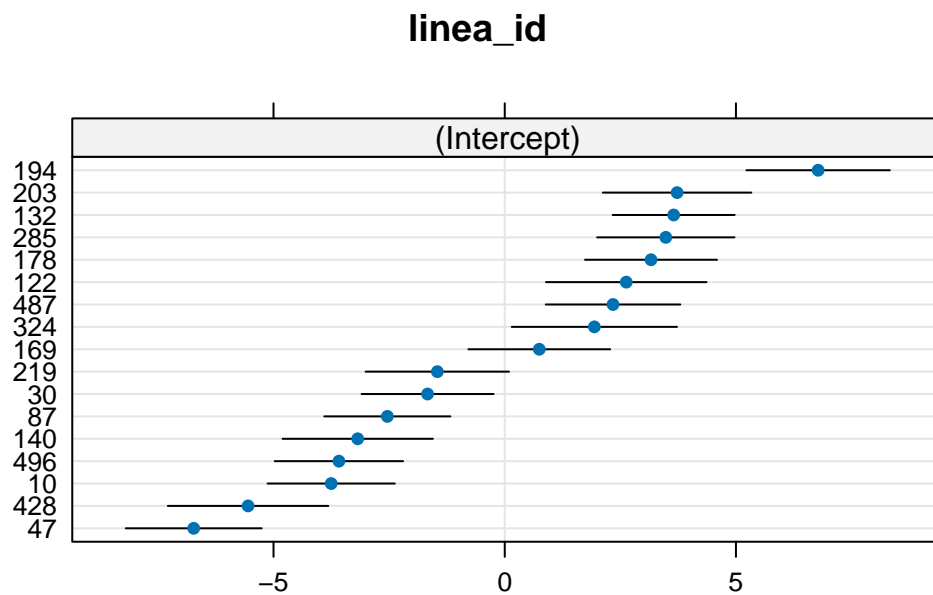
Conditional R2: 0.768
Marginal R2: 0.611
```

- **$R^2$  Marginal (0.611):** Los efectos fijos (predictores individuales) explican el 61.1% de la varianza.
- **$R^2$  Condicional (0.768):** El modelo completo (incluyendo el efecto de las líneas) explica el 76.8% de la variabilidad total en la satisfacción.

### Análisis de la variabilidad entre líneas (Efectos Aleatorios)

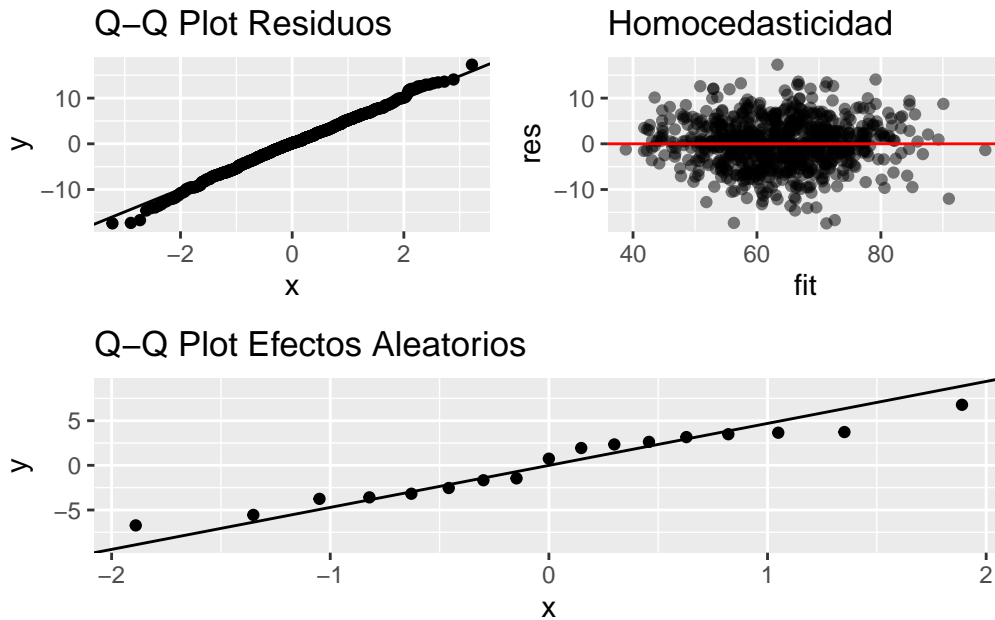
El siguiente gráfico (“Caterpillar plot”) muestra los interceptos aleatorios ( $u_{0j}$ ) para cada línea con sus intervalos de confianza.

\$linea\_id



Los puntos representan cuánto se desvía cada línea del promedio general de satisfacción. Las líneas a la derecha del cero tienen un desempeño superior al promedio, mientras que las de la izquierda tienen un desempeño inferior, controlando por las características de sus pasajeros.

## Chequeo de supuestos del modelo multinivel



Los diagnósticos indican un buen ajuste: los residuos siguen una distribución normal y no presentan heterocedasticidad evidente. Los efectos aleatorios también se aproximan razonablemente a la normalidad.

## Varianza explicada por nivel

```
$var.fixed  
[1] 73.2551  
  
$var.random  
[1] 18.79614  
  
$var.residual  
[1] 27.82667  
  
$var.distribution  
[1] 27.82667  
  
$var.dispersion  
[1] 0
```



```
$var.intercept  
linea_id  
18.79614
```

La descomposición de varianza muestra que la varianza residual ( $\approx 27.8$ ) es comparable a la varianza de los efectos aleatorios ( $\approx 18.8$ ), lo que refuerza que ambos niveles (individual y línea) aportan información única al modelo.

### Extensiones del modelo

Se exploró un modelo con pendiente aleatoria para la variable **edad**, pero la comparación (ANOVA) arrojó un p-valor de 0.58, indicando que el efecto de la edad es estable entre líneas. Asimismo, se evaluaron interacciones con **genero**, las cuales no resultaron significativas y aumentaron la complejidad del modelo sin mejorar el ajuste. Por principio de parsimonia, se mantiene el modelo de intercepto aleatorio presentado.

---

## 4. Conclusiones

El objetivo de este trabajo fue determinar los factores que influyen en la satisfacción de los usuarios del transporte interurbano, haciendo énfasis en la variabilidad existente entre las distintas líneas de servicio. Mediante la aplicación de modelos multinivel, se arribó a las siguientes conclusiones principales:

1. **Importancia del Contexto Operativo:** El hallazgo más contundente es el alto valor del Coeficiente de Correlación Intraclass ( $ICC \approx 0.40$ ). Esto demuestra que **el 40% de la variabilidad en la satisfacción depende de la línea de transporte**, independientemente de las características del usuario. Esto sugiere que existen factores operativos propios de cada empresa o recorrido (gestión, estado de la flota, cultura de servicio) que son determinantes críticos.
2. **Determinantes Individuales:**
  - La **puntualidad** y la **disponibilidad de información en tiempo real** son factores gestionables que tienen un impacto positivo y significativo de gran magnitud.
  - La **frecuencia de uso** mostró una relación interesante: los usuarios esporádicos están menos satisfechos que los habituales, lo que podría indicar una barrera de entrada o una percepción más crítica por falta de familiaridad.
  - El **género** y la **edad** juegan un rol en la percepción basal, siendo las mujeres y las personas mayores quienes reportan mayor satisfacción.

### 3. Implicancias para la Gestión:

- Dado que el porcentaje de ocupación no resultó significativo en el modelo multivariado, las políticas de mejora no deberían enfocarse únicamente en reducir el hacinamiento, sino prioritariamente en **mejorar la confiabilidad (puntualidad)** y los **sistemas de información**.
- La gran variabilidad entre líneas sugiere que la experiencia del usuario es muy desigual dependiendo de qué línea le corresponda utilizar, lo cual podría requerir una fiscalización más estandarizada de la calidad del servicio.

En resumen, el modelo multinivel ha demostrado ser una herramienta superior al modelo lineal clásico para este tipo de datos, permitiendo aislar el efecto “línea” y ofreciendo una visión más precisa para la toma de decisiones.

---

## Bibliografía

Xie Y (2025). *knitr: A General-Purpose Package for Dynamic Report Generation in R*. R package version 1.50, <https://yihui.org/knitr/>.

Yihui Xie (2015) *Dynamic Documents with R and knitr*. 2nd edition. Chapman and Hall/CRC. ISBN 978-1498716963

Yihui Xie (2014) *knitr: A Comprehensive Tool for Reproducible Research in R*. In Victoria Stodden, Friedrich Leisch and Roger D. Peng, editors, *Implementing Reproducible Computational Research*. Chapman and Hall/CRC. ISBN 978-1466561595

Lüdecke D (2025). *sjPlot: Data Visualization for Statistics in Social Science*. R package version 2.9.0, <https://CRAN.R-project.org/package=sjPlot>.

Wickham H, Bryan J (2025). *readxl: Read Excel Files*. R package version 1.4.5, <https://CRAN.R-project.org/package=readxl>.

Wickham H, Averick M, Bryan J, Chang W, McGowan LD, François R, Golemund G, Hayes A, Henry L, Hester J, Kuhn M, Pedersen TL, Miller E, Bache SM, Müller K, Ooms J, Robinson D, Seidel DP, Spinu V, Takahashi K, Vaughan D, Wilke C, Woo K, Yutani H (2019). “Welcome to the tidyverse.” *Journal of Open Source Software*, 4(43), 1686. doi:10.21105/joss.01686 <https://doi.org/10.21105/joss.01686>

Douglas Bates, Martin Maechler, Ben Bolker, Steve Walker (2015). *Fitting Linear Mixed-Effects Models Using lme4*. *Journal of Statistical Software*, 67(1), 1-48. doi:10.18637/jss.v067.i01.

- Kuznetsova A, Brockhoff PB, Christensen RHB (2017). “lmerTest Package: Tests in Linear Mixed Effects Models.” *Journal of Statistical Software*, 82(13), 1-26. doi:10.18637/jss.v082.i13 <https://doi.org/10.18637/jss.v082.i13>.
- Lüdtke et al., (2021). *performance: An R Package for Assessment, Comparison and Testing of Statistical Models*. *Journal of Open Source Software*, 6(60), 3139. <https://doi.org/10.21105/joss.03139>
- Bolker B, Robinson D (2024). *broom.mixed: Tidying Methods for Mixed Models*. R package version 0.2.9.6, <https://CRAN.R-project.org/package=broom.mixed>.
- H. Wickham. *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*. Springer-Verlag New York, 2016.
- Achim Zeileis, Torsten Hothorn (2002). Diagnostic Checking in Regression Relationships. *R News* 2(3), 7-10. URL <https://CRAN.R-project.org/doc/Rnews/>
- Fox J, Weisberg S (2019). *An R Companion to Applied Regression*, Third edition. Sage, Thousand Oaks CA. <https://www.john-fox.ca/Companion/>.
- Müller K (2020). *here: A Simpler Way to Find Your Files*. R package version 1.0.1, <https://CRAN.R-project.org/package=here>.
- Taiyun Wei and Viliam Simko (2024). R package ‘corrplot’: Visualization of a Correlation Matrix (Version 0.95). Available from <https://github.com/taiyun/corrplot>
- Pedersen T (2025). *patchwork: The Composer of Plots*. R package version 1.3.2, <https://CRAN.R-project.org/package=patchwork>.
- Auguie B (2017). *gridExtra: Miscellaneous Functions for “Grid” Graphics*. R package version 2.3, <https://CRAN.R-project.org/package=gridExtra>.
- Lüdtke et al., (2021). *see: An R Package for Visualizing Statistical Models*. *Journal of Open Source Software*, 6(64), 3393. <https://doi.org/10.21105/joss.03393>
- Sarkar D (2008). *Lattice: Multivariate Data Visualization with R*. Springer, New York. ISBN 978-0-387-75968-5, <http://lmdvr.r-forge.r-project.org>.