Objetivo 1: Diagrama de Polos y Ceros y Análisis de Estabilidad

Paso 1.1: Representar el sistema como una función racional

- **Qué hicimos:** Tomamos la función H(z) y la expresamos como un cociente de dos polinomios en z^{-1}, asegurándonos de que el denominador estuviera completamente expandido.
- **Justificación teórica:** El PDF establece que un grupo importante de Transformadas Z son funciones racionales, es decir, un cociente de polinomios[1]. Además, muestra que los sistemas LTI definidos por ecuaciones en diferencias lineales con coeficientes constantes tienen funciones de transferencia de esta forma[2]. Representar H(z) de esta manera es el punto de partida estándar para el análisis.

Paso 1.2: Encontrar los Polos y Ceros

- **Qué hicimos:** Usamos el código np.roots() para encontrar las raíces del polinomio del numerador (ceros) y las raíces del polinomio del denominador (polos).
- **Justificación teórica:** El PDF define formalmente los **ceros** como las raíces del numerador (valores de z para los que $X(z)=0$) [3] y los **polos** como las raíces del denominador (valores de z para los que $X(z)\longrightarrow\infty$)[4]. Este paso consiste en identificar estas características fundamentales del sistema.

Paso 1.3: Dibujar el Diagrama y Analizar la Estabilidad

- **Qué hicimos:** Graficamos los polos y ceros en el plano complejo y dibujamos el círculo unitario como referencia. Luego, analizamos la posición de los polos.
- **Justificación teórica:** El documento explica que para que un sistema de tiempo discreto sea estable, los polos de su función de transferencia deben estar mapeados en el **interior del círculo unitario** en el plano z[5555]. Nuestro análisis se basa directamente en esta condición:
  - Calculamos la magnitud de cada polo.
  - Comparamos cada magnitud con 1.
  - Como encontramos un polo con magnitud exactamente 1 ($z=1$), el sistema no cumple la condición de estabilidad estricta, resultando en **estabilidad marginal**.

Objetivo 2: Determinar la Respuesta al Impulso h[n]

Paso 2.1: Elegir el Método de Transformada Inversa

- **Qué hicimos:** Para encontrar h[n], decidimos calcular la Transformada Z inversa de H(z).
- **Justificación teórica:** El PDF afirma que el análisis de sistemas LTI discretos "suele requerir calcular la Transformada Z inversa"[6]. Entre los métodos prácticos que enumera, elegimos la **"Expansión en fracciones simples y búsqueda en tabla"**[7], por ser el más sistemático para funciones racionales.

Paso 2.2: Manejar la Fracción Impropia (División de Polinomios)

- **Qué hicimos:** Identificamos que el grado del numerador ($M=3$) era igual al del denominador ($N=3$). Realizamos una división de polinomios para separar la función en

un término directo K y una fracción estrictamente propia. *(Corrección a tu resumen: la fórmula de K es coeficiente principal del denominadorcoeficiente principal del numerador)*.
- **Justificación teórica:** El PDF especifica este procedimiento exacto. Indica que si $M \geq N$, la función de transferencia se descompone en una suma de términos polinomiales (en nuestro caso, solo la constante K=B0) más una suma de fracciones simples que provienen del resto de la división[8]. Este paso es crucial y no se puede omitir.

Paso 2.3: Expansión en Fracciones Parciales (Cálculo de Residuos)

- **Qué hicimos:** Descompusimos la parte fraccionaria propia en una suma de términos simples, donde cada término correspondía a un polo del sistema. Calculamos los coeficientes de estos términos (los residuos A o R). El código lo hizo con residuez().
- **Justificación teórica:** Este proceso se describe en la sección de fracciones simples del documento[9]. La idea es descomponer una fracción compleja en una suma de fracciones simples, ya que conocemos la transformada inversa de estas últimas.

Paso 2.4: Aplicar la Transformada Inversa a cada Término

- **Qué hicimos:** Tomamos cada término de la expansión y encontramos su correspondiente secuencia en el tiempo.
- **Justificación teórica:** Para esto, combinamos dos conceptos del PDF:
    1. **El par de transformada fundamental:** El documento deriva que para una secuencia causal, x[n]=anu[n], su transformada es X(z)=1−az−11[10].
    2. **La propiedad de Linealidad:** Esta propiedad establece que si x[n]↔X(z), entonces A·x[n]↔A·X(z)[11].

Aplicando ambos, el término genérico de nuestra expansión, 1−az−1A, tiene una transformada inversa directa que es A·anu[n]. El término constante K=10 corresponde a un impulso 10δ[n].

Paso 2.5: Sumar los Resultados

- **Qué hicimos:** Sumamos las secuencias de tiempo obtenidas en el paso anterior para obtener la respuesta al impulso final, h[n].
- **Justificación teórica:** Este último paso también se basa en la **propiedad de linealidad**[12]. Como la Transformada Z de una suma de secuencias es la suma de sus transformadas individuales, la transformada inversa de una suma de términos es también la suma de sus transformadas inversas individuales.

En resumen, cada acción que realizamos, desde encontrar los polos hasta sumar los términos de la respuesta al impulso, está respaldada por las definiciones y propiedades fundamentales de la Transformada Z detalladas en tu documento de referencia.