

Cubrimiento óptimo con antenas wi-fi del campus de la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá

Ana M. Ramos, David Halliday, Emmanuel D. Silva, Juan D. Lara*

Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Carrera 45 No. 26-85, Edificio Uriel Gutiérrez, Bogotá D.C., Colombia

Abstract

Disponer de internet en un entorno universitario es para muchos estudiantes una necesidad, y en el campus de la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá hay zonas donde la comunidad no cuenta con este servicio. En el presente artículo estudiamos el campus de la universidad y su comunidad para luego definir un problema de cubrimiento que maximice la cantidad de estudiantes y profesores proveídos de este servicio por una cantidad limitada de antenas de wifi cuyo radio de cubrimiento se aproxima a 134.5m. El tipo de antenas usadas para el planteamiento se eligen considerando el sistema de redes de internet implementados por otras universidades con campus similares a los de la universidad, y el parámetro del número de antenas a colocar (y si se requiere también el de su radio de cubrimiento) puede acomodarse a las limitaciones de costos de la universidad. Luego damos solución al problema planteado haciendo uso de las librerías `gurobipy` y `Scipy` desarrolladas para Python, para finalmente analizar y comparar los resultados obtenidos para distintas distribuciones de puntos que se acomodan a las restricciones dadas en el planeamiento.

2020 MSC: 49K05, 49M99

Keywords: MCLP, Redes wi-fi, Universidad Nacional de Colombia, optimización entera binaria.

1. Introducción

El Internet es una de las tecnologías más útiles en la actualidad. No solo nos facilita nuestra vida diaria en el ámbito personal, sino también en el profesional y académico: nos permite recopilar información de distintas fuentes, realizar investigaciones, mantener y generar redes sociales académicas, compartir nuestros proyectos con una vasta comunidad y ampliar nuestro conocimiento sobre diversos temas [1]. Por la gran cantidad de ventajas y herramientas que brinda se ha tornado una herramienta poderosa e indispensable, preferida por instituciones, negocios y personas en todo el mundo, que lo usan para unos u otros fines.

Las computadoras personales y las redes de computadoras son una parte integral de la comunicación y la productividad en la sociedad moderna, siendo Internet una faceta clave de las redes informáticas. En particular es usado comúnmente por instituciones educativas con el fin de permitir a los estudiantes buscar y obtener información relacionada con actividades académicas, exámenes, currículo, resultados, entre otras cosas que facilitan su proceso y responsabilidades académicas. Específicamente, para ellos y para los educadores supone varias ventajas entre las que destacan las siguientes:

- **Comunicación:** Una ventaja de utilizar Internet en la educación universitaria es su capacidad para permitirle comunicarse rápidamente con un gran número de personas si es necesario. El correo electrónico permite que los estudiantes y los profesores se contacten entre sí, incluso si no pueden encontrarse físicamente. Permite a los educadores enviar anuncios, como tareas o el programa de un

*Corresponding author

Email address: jlara@unal.edu.co (Juan D. Lara*)

curso, sin tener que entregar copias en papel. Los estudiantes pueden enviar tareas por correo electrónico o algún otro sistema de envío en línea, lo que puede reducir la cantidad de desperdicio de papel que produce la institución. La comunicación en línea también es ventajosa para los estudiantes (como los atletas) que se ven forzados a faltar a algunas clases, las herramientas virtuales les permiten recibir notas de clase y otra información importante.

- **Investigar:** Internet es una herramienta poderosa para ayudar a estudiantes y educadores a realizar investigaciones. Ir a una biblioteca y buscar a mano en un catálogo de tarjetas puede ser laborioso e ineficaz en comparación con buscar la misma información en una computadora. Muchas instituciones ofrecen sistemas de bibliotecas en línea que permiten a los estudiantes encontrar información sobre libros usando computadoras de laboratorio o acceder a bases de datos de artículos académicos que pueden leer en línea.
- **Aprendizaje electrónico:** Uno de los beneficios más poderosos de Internet en la educación superior es su papel en el aprendizaje electrónico o también llamado E-Learning. E-Learning utiliza materiales del curso que existen íntegramente en una computadora o en Internet [2]. Algunas escuelas ofrecen cursos que se basan completamente en el aprendizaje electrónico, lo que significa que todos los textos, tareas, cuestionarios y pruebas son accesibles en línea y no se requieren reuniones presenciales. El E-learning permite a los estudiantes con movilidad limitada u horarios inflexibles tomar cursos y estudiar en horarios convenientes para ellos. El E-learning también permite a los estudiantes aprender a diferentes ritmos; un estudiante podría pasar por un determinado curso y terminarlo en la mitad del tiempo que otro estudiante. Muchas facultades y universidades tradicionales ofrecen cursos en línea o tienen cursos con aspectos del aprendizaje electrónico, como pruebas y exámenes en línea.

Para la Universidad Nacional de Colombia, como institución educativa, es indispensable pensar en el proveimiento eficiente de este servicio a su comunidad estudiantil, dadas las diversas ventajas que este supone, y la manera en que actualmente se dispone, maneja y comparte la información, particularmente en la academia [3]. Hoy por hoy la universidad provee a la comunidad internet gratuito en algunas zonas del campus, también dispone de salas de sistemas donde se disponen computadores con acceso a internet, pero esto no resulta ser suficiente por la gran cantidad de personas que pertenecen a la comunidad académica.

Para poder garantizar internet alrededor de todo el campus universitario es necesario tener en cuenta cómo se dispone una red de internet wi-fi dependiendo diversas características que son determinadas por los tipos de routers que existen en el mercado, estas posibilidades generan costos variables por lo cual surge naturalmente el problema de minimización de este costo, en el cual se tienen en cuenta no solo varios tipos de routers de acuerdo a las zonas del campus, sino también cuestiones técnicas de estos dispositivos como contar con banda ancha y radio de cobertura.

2. Problemas de cubrimiento

Los problemas de cubrimiento son una aplicación típica de la programación de enteros (*IP*). Implican la asignación de diversos recursos o materiales para cubrir un espacio de problema, por lo cual son especiales para nuestro propósito [4].

2.1. Optimización lineal entera

Un problema de optimización es lineal entero mixto (*PEM*) si entre sus variables de decisión se encuentran variables enteras y variables continuas, y si, además, prescindiendo de las condiciones de integridad se obtiene un problema de programación lineal. Se puede formular así:

$$\begin{aligned}
 &\text{maximizar} && c^T \mathbf{X} + h^T \mathbf{Y} \\
 &\text{sujeto a} && A\mathbf{X} + G\mathbf{Y} = b \\
 &&& \mathbf{X} \succeq_{\mathbb{R}_+^n} 0 \\
 &&& \mathbf{Y} \succeq_{\mathbb{R}_+^p} 0 \\
 &&& \mathbf{X} \in \mathbb{Z}^n
 \end{aligned} \tag{1}$$

con $c, \mathbf{X} \in \mathbb{R}^n$; $h, \mathbf{Y} \in \mathbb{R}^p$; $G \in \mathbb{R}^{m \times p}$ y $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Cuando todas las variables de decisión están restringidas a ser enteras el problema se llama entero puro (*PEP*), y si todas las variables de decisión solo pueden tomar los valores 1 o 0 el problema se llama entero puro binario (*PEP0* – 1) [5].

2.2. Problema de cubrimiento

En un problema de cubrimiento se busca cubrir a un conjunto de usuarios con instalaciones que los puedan proveer de cierto servicio, considerando uno o más objetivos, entre los que se pueden encontrar:

- minimizar el costo de la instalación de los proveedores,
- minimizar el número de instalaciones,
- maximizar la demanda del servicio satisfecha por un número fijo de instalaciones,
- entre otros.

En la formulación de un problema de cubrimiento se usa la teoría de grafos, considerando las instalaciones proveedoras y las áreas o puntos demandantes del servicio como nodos, asignándole etiquetas a algunas aristas del grafo, que luego nos permiten utilizar un parámetro (distancia) que determina si una zona está cubierta o no por una instalación [6].

Para el planteamiento comenzamos definiendo el grafo completo $G := (P, E)$, donde el conjunto de nodos P se define como $I \cup J$, siendo $J = \{1, 2, \dots, n\}$ el conjunto de los nodos que representan los lugares que requieren del servicio, llamados usuarios y, $I = \{1, 2, \dots, m\}$ el conjunto de los nodos que representan las posibles ubicaciones de las instalaciones de proveedores. El arco entre dos nodos (i, j) , para $i \in I$ y $j \in J$, tiene una etiqueta d_{ij} , que denota la distancia entre el usuario j y la posible instalación i .

D denota la máxima distancia para la que se considera que la instalación pueda proveer a los usuarios de un servicio aceptable. Además, para cada usuario j se define $N_j := \{i \in I : d_{ij} \leq D\}$, el conjunto de todas las posibles instalaciones que lo cubren (esto es, que distan de él una longitud lo suficientemente pequeña como para proveer al usuario del servicio). Por último, para cada $i \in I$ se define la variable de decisión binaria

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{si se ubica una instalación en } i \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (2)$$

Considerando lo anterior, una de las posibles formulaciones para un problema de cubrimiento es

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && \sum_{i=1}^n x_i \\ &\text{sujeto a} && \sum_{i \in N_j} x_i \geq 1, \quad j = 1, \dots, m \\ &&& x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (3)$$

En este problema todas las variables de decisión son binarias, por lo que éste es de tipo *PEP0* – 1.[5] Ahora bien, la formulación de un problema de cubrimiento (definiendo la función objetivo y las respectivas restricciones) puede variar de acuerdo a la situación particular que se esté tratando. Entre las distintas posibilidades se encuentra un tipo de problema de cubrimiento llamado problema de cubrimiento maximal, que corresponde con el que queremos plantear referente a la provisión eficiente del servicio de internet inalámbrico a la comunidad universitaria, dada una cantidad limitada de recursos (dinero para la adquisición e instalación de una cantidad limitada de ciertos dispositivos).

2.3. Problema de cubrimiento maximal (MCLP)

En un problema de cubrimiento maximal (maximal covering location problem en inglés) se busca determinar la ubicación de un número fijo p de instalaciones, de tal forma que se maximice la demanda cubierta por ellas. Para su formulación primero definiremos para cada $j \in J$ la variable binaria z_j así:

$$z_j = \begin{cases} 1, & \text{si el usuario } j \text{ es cubierto por alguna instalación} \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (4)$$

Se puede hacer uso del parámetro g_j , que denota la demanda del usuario j y, teniendo en cuenta lo anterior procedemos a plantear el problema *MCLP*:

$$\text{maximizar} \quad \sum_{j=1}^m g_j z_j \quad (5a)$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{i \in N_j} x_i \geq z_j \quad (5b)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = p \quad (5c)$$

$$z_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, m \quad (5d)$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (5e)$$

La función objetivo permite que se maximice la demanda total cubierta por las instalaciones, teniendo en cuenta la cantidad de demanda de cada usuario. Las restricciones (5b) obligan a que la variable que determina si un usuario j es cubierto o no, solo pueda estarlo si hay al menos una instalación ubicada a una distancia adecuada; las restricciones (5d) y (5e) permiten que las variables de decisión sean binarias, y la restricción (5c) obliga a que el número de instalaciones corresponda con el fijado inicialmente (p) [6]. Este problema sigue siendo de tipo *PEP0* – 1, dado el carácter binario de las variables de decisión z_j y x_i .

En la ecuación 5 tenemos un problema de optimización binario

2.3.1. Librerías para el desarrollo del problemas de cubrimiento maximal

Existen distintos programas que permiten solucionar problemas de optimización lineal entera, por ejemplo el paquete **GLPK** (GNU lineal programming kit) o el programa **LP_solve** escritos en C [7]. Sin embargo, gracias a las peculiaridades de los problemas de cubrimiento maximal en los cuales el número de distancias a calcular puede incrementar mucho dependiendo del número de usuarios (y también del número de posibles instalaciones), existen varias librerías y paquetes especializados para este tipo de problema de cubrimiento.

Cuando se tienen los datos de longitud y latitud de los usuarios podemos optar por distintas opciones, entre las que encontramos por ejemplo la librería **maxcovr** de R [8]. Sin embargo, basados en la referencia [4] para la solución del problema MCLP decidimos implementar un código que genera una distribución aleatoria de puntos de usuarios sobre el plano, considerando ciertas restricciones, y que dado el número de instalaciones a colocar, genera aleatoriamente posibles ubicaciones para estas dentro de la clausura convexa de los puntos de usuarios, comparando al final cuál de esos conjuntos de puntos maximizó la cantidad de usuarios cubiertos.

Para implementar la idea anterior en Python tenemos que observar que maneja objetos geométricos para lo cual es útil la librería **shapely**, para encontrar la clausura convexa usaremos la librería **scipy** y para el desarrollo implementamos la librería **gurobipy**, esta última librería requiere una licencia para poder implementarla.

3. Características de la infraestructura de la universidad

La Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá cuenta con un campus universitario, también llamado Ciudad Universitaria o Ciudad Blanca, que tiene una superficie de 1,213,500m² [9]. De su superficie total,

la sede cuenta con 152 edificaciones, 129 de ellas se encuentran dentro de la ciudad universitaria y las otras 23 corresponde a centros culturales y de extensión y, de las cuales 17 construcciones han sido declaradas monumento nacional [9].

De esta manera, la sede Bogotá, con sus 152 edificios, cuenta con aproximadamente 355,000m² construidos en los cuales, antes de la pandemia, eran el espacio de convivencia y estudio de mas de 40.000 personas incluyendo estudiantes, profesores, personal administrativo y público general [10]. Además de esto, la universidad ofrece 48 programas de pregrado en los cuales en la actualidad se encuentran matriculados 26.532 estudiantes (83.5%) y 215 programas de posgrado divididos en 38 doctorados, 101 maestrías, 40 especialidades y 36 especializaciones. En los cuales se encuentran 5.259 estudiantes (16.5 %) [11, 12, 13].

Por eso es importante ver, dentro de los edificios que tiene la ciudad universitaria, cuáles son especialmente recorridos por estudiantes para sus actividades académicas. Esto lo podemos hacer de diferentes formas, ya sea por la capacidad máxima que posee cada edificio, por el tamaño del mismo o, como trataremos el problema, por la cantidad esperada de estudiantes que transcurrirían normalmente en un día por los edificios. Este análisis lo llevaremos a cabo teniendo en cuenta la cantidad total de estudiantes matriculados en la actualidad en cada programa curricular y observando en qué edificios normalmente estos estudiantes tienen clase o es mas probable que se reúnan a estudiar en espacios extra clase.

En primer lugar observaremos el mapa del campus universitario en la Figura 1.



Figura 1: Campus Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá, tomado de [14].

Dentro de la toma de decisiones de los edificios que consideraremos, tomaremos ciertas medidas para

simplificar la tarea y evitar cubrir zonas que son de otras dependencias. Para este proceso es necesario excluir algunas regiones de la zona que vamos a cubrir. Esta decisión será tomada de acuerdo a las siguientes consideraciones:

- Las zonas verdes del campus que se encuentran en los bordes de la ciudad universitaria son raramente concurridos y son raramente ocupados para actividades académicas.
- La parte administrativa de la unidad Camilo Torres ha de contar con un sistema de internet diferente para llevar a cabo sus procesos administrativos, por lo tanto no entrará en nuestro problema de cubrimiento
- Algunos edificios que no son del todo administrados por la universidad y en donde los estudiantes raramente participan, quedan excluidos de intentar cubrirlos.
- Zonas cuya actividad o dinámica sea o ajena o alejada de dispositivos que utilizan red inalámbrica podemos despreciarlos para reducir el espacio en el que queremos trabajar. Zonas tales como porterías, cafeterías o zonas de agricultura o ganadería.
- Edificios cuya localización quede aislada de otras construcciones y que por tal localización lo mejor es no tomarlas en cuenta en el problema y en su lugar tratarlas como un punto aislado que debe contar con su propio sistema de red inalámbrica. Este es el caso de la Hemeroteca Nacional.

De esta manera, nos limitamos a considerar únicamente los edificios de pregrado y posgrado con mayor flujo de personas. En el Anexo 1. explicamos en detalle de dónde se obtienen los datos referentes al número de personas en el campus universitario y cómo realizamos las aproximaciones del número de personas por edificio para así, con unas consideraciones adicionales obtener el Cuadro 1.

Aproximación máxima de personas por edificio

Ed.	Nombre	No.	Ed.	Nombre	No.
201	Facultad de Derecho	604	406	Inst. de Extensión e Investigación	350
205	Departamento de Sociología	320	407	Posgrados en Materiales	271
210	Facultad de Odontología	231	408	Laboratorio de Ensayos Hidráulicos	178
212	Aulas de Ciencias Humanas	570	409	Laboratorio de Hidráulica	178
214	Depto. de Lingüística	213	411	Laboratorios de Ingeniería	350
217	Diseño Gráfico	151	412	Laboratorio de Ingeniería Química	117
224	Edificio Manuel Ancízar	139	421	Departamento de Biología	105
225	Posgrados en Ciencias Humanas	542	426	Instituto de Genética	105
228	Edificio de Enfermería Nuevo	797	450	Departamento de Farmacia	270
229	Depto. de lenguas extranjeras	90	451	Departamento de Química	235
238	Posgrados de Ciencias Económicas	341	453	Aulas de Ingeniería	405
239	Filosofía	40	454	Ciencia y Tecnología (CyT)	405
305	Conservatorio de Música	127	471	Facultad de Medicina	517
309	Talleres y Aulas de Construcción	143	481	Medicina Veterinaria y Zootecnia	76
310	Facultad de Ciencias Económicas	341	500	Facultad de Ciencias Agrarias	293
311	Facultad de Ciencias Económicas (II)	341	501	Clínica de grandes animales	76
314	Posgrados en Arquitectura - SINDU	406	502	Laboratorios de Histopatología	76
401	Facultad de Ingeniería	347	503	Anfiteatros y Microbiología	76
404	Depto. de Matemáticas	302	561	Posgrados de Veterinaria	76
405	Posgrados en Matemáticas y Física	302	701	Departamento de Cine y Televisión	109

Cuadro 1: Cifras aproximadas de las personas que estarán en el horario más concurrido por cada edificio.

Obteniendo así que un aproximado al máximo número de estudiantes que se encuentran en el campus, siendo este de 10518 personas que representa la suma de los datos del cuadro 1.

3.1. Mapa del campus universitario

En [15] obtenemos una versión digitalizada del mapa del campus universitario, con ayuda del programa AutoCad podemos manipular este mapa para obtener un punto que nos represente cada edificio, para esto modificamos la escala el mapa con escala 1:1510.35 y teniendo como punto de referencia la entrada peatonal principal sobre la Calle 26 asociado a la coordenada (0.5961500,0.0599400) tenemos un lista de puntos de los edificios que se encuentran en el campus de la universidad los cuales podemos observar en el Cuadro 2.

Edificio	Locación	Var*Escala	Usuarios
Facultad de Derecho, Ciencias Políticas y Sociales	(0.6054622,0.2751296)	22	604
Departamento de Sociología	(0.6016333,0.2030057)	13	320
Facultad de Odontología	(0.5001624,0.2078420)	13	231
Aulas de Ciencias Humanas	(0.5360857,0.1697381)	13	570
Depto de Lingüística, Ingeniería civil y Agrícola	(0.5781098,0.1295113)	22	213
Edificio Francisco de Paula Santander: Diseño Gráfico	(0.6574249,0.1145763)	13	151
Edificio Manuel Ancizar	(0.4848398,0.1297166)	13	139
Posgrados en Ciencias Humanas	(0.4019050,0.1773550)	22	542
Edificio de Enfermería Nuevo	(0.5378150,0.2715150)	22	797
Departamento de Lenguas Extranjeras	(0.5575850,0.0913050)	13	90
Posgrados de Ciencias Económicas	(0.6543750,0.0721000)	13	341
Filosofía	(0.6436450,0.0562450)	13	40
Conservatorio de Música	(0.7942787,0.2928381)	13	127
Talleres y Aulas de Construcción	(0.8388681,0.3600925)	13	143
Facultad de Ciencias Económicas	(0.8230903,0.4288243)	13	341
Bloque II Facultad de Ciencias Económicas	(0.8207031,0.4026937)	13	341
Posgrados en Arquitectura - SINDU	(0.8455227,0.3237126)	13	406
Facultad de Ingeniería	(0.6749550,0.4079150)	13	347
Departamentos de Matemáticas, Física y Estadística	(0.7061134,0.4451184)	13	302
Posgrados en Matemáticas y Física	(0.7573266,0.4501641)	13	302
Instituto de Extensión e Investigación	(0.6932400,0.4975100)	13	350
Posgrados en Materiales y Procesos de Manufactura	(0.7092700,0.5434100)	13	271
Laboratorio de Ensayos Hidráulicos	(0.7887000,0.4800800)	13	178
Laboratorio de Hidráulica	(0.7484500,0.5135200)	13	178
Laboratorios de Ingeniería	(0.6877400,0.5545100)	13	350
Laboratorio de Ingeniería Química	(0.6525100,0.5193200)	13	117
Departamento de Biología	(0.7529600,0.6902400)	13	105
Instituto de Genética	(0.6722600,0.8282800)	13	105
Departamento de Farmacia	(0.5596500,0.3999800)	13	270
Departamento de Química	(0.5985800,0.4360700)	13	235
Aulas de Ingeniería	(0.6090900,0.5001000)	22	405
Ciencia y Tecnología (CyT)	(0.5398500,0.4647700)	22	405
Facultad de Medicina	(0.5682100,0.3476900)	22	517
Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia	(0.4942800,0.3259900)	13	76
Facultad de Ciencias Agrarias	(0.3480000,0.3119200)	13	293
Cirugía y Clínica de Grandes Animales	(0.4541800,0.3333300)	13	76
Aula y Laboratorios de Histopatología e Inseminación	(0.4665300,0.2952300)	13	76
Auditorios, Anfiteatros y Micro-biología	(0.4699000,0.2602500)	13	76
Posgrados de Veterinaria	(0.3262400,0.4249400)	13	76
Departamento de Cine y Televisión	(0.4790000,0.6401700)	13	109

Cuadro 2: Ubicación de los edificios escalados y su varianza asociada.

La tercera columna del Cuadro 2 representa la varianza que consideramos por cada edificio, que tienen únicamente valores de 13 y de 22 sin tener en cuenta la escala, valor que depende de el tamaño del edificio, donde edificio es considerado pequeño (cantidad de usuarios menor a 400) o grande (caso contrario). Este valor representa una medida de dispersión que asumimos siendo que si los puntos se distribuyen de forma normal sobre el centro del edificio entonces el 68.26 % de los usuarios se encuentran en un radio de 13 o 22 metros según corresponda.

4. Detalles técnicos del internet

Para poder brindar el servicio de internet es necesario disponer de dispositivos llamados routers los cuales se encargan de enrutar o intercomunicar dispositivos al internet mediante una conexión alámbrica o inalámbrica por wi-fi; existen gran variedad de routers en el mercado, no obstante, trataremos un poco de la teoría general sobre estos y con promedios de datos para poder simplificar las hipótesis de funcionalidad y costos.

Para el caso de una red inalámbrica dentro de la universidad, estaríamos necesitando de un tipo de red LAN o WLAN. El comportamiento en especial de las redes WLAN se ve afectado por muchas variables e incluso difiere si está en un contexto dentro de instalaciones o al aire libre. En general para estas redes se deben tomar a consideración factores como el tipo de antena, la frecuencia, la transmisión de poder y, como ya se hizo referencia, la ubicación del router en específico. El tipo de router para redes inalámbricas estándar, usa el estándar técnico IEEE 802.11n. La mayoría de router utilizados hoy en día utilizarán una frecuencia de 2.4 GHz, existen también una considerable cantidad de routers de 5.0 GHz, pero su uso está actualmente reducido por su costo tanto de instalación, como por la falta de dispositivos que pueden recibir su señal [16, p. 418]. Cabe resaltar que también existen routers híbridos que tienen capacidad para reproducir la señal en ambas frecuencias.

Un factor para tomar a consideración es el de la forma del área que cubre un solo router, pues no será un círculo perfecto, sino que, por ejemplo, un router que utilice una de las antenas más comunes que pueden tener, la antena MR24, tendrá un área respectivamente aproximada a los patrones horizontal y vertical de la Figura 2.

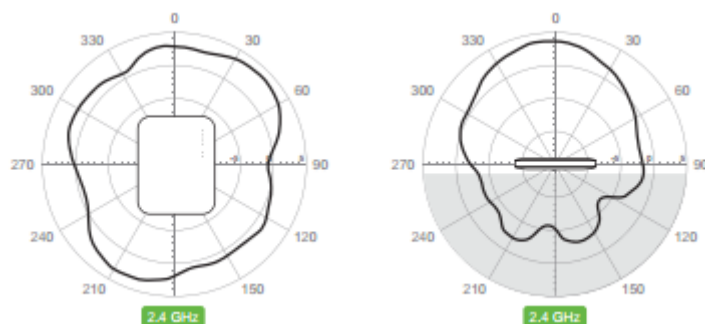


Figura 2: Patrón de área de cobertura horizontal y vertical, recuperado de [17]

Existen también routers que tienen antenas dipolo, un ejemplo común de estas corresponde con la antena tipo 11dBi, la cual tiene un patrón aproximado a la Figura 3.

➤ Signal Coverage Pattern

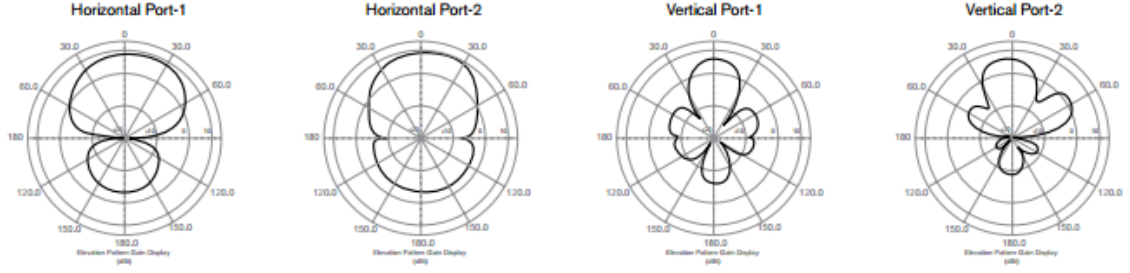


Figura 3: Patrón de área de cobertura horizontal y vertical para antenas dipolo, recuperado de [17]

Una forma de calcular un radio aproximado para un router específico, es mediante el uso de la fórmula conocida como Free Space Path Loss o *FSPL*. Para entenderla, primero introduzcamos algunos conceptos, c representa la velocidad de la luz, d representa la distancia en kilómetros entre las dos antenas, en nuestro caso será entre la antena del router y la del dispositivo que haga uso de la red de wi-fi, f corresponde a la frecuencia de las ondas de radio en megahercios. La fórmula para obtener el *FSPL* en términos de decibeles [18], corresponde a

$$FSPL(dB) = 20 \log_{10}(d) + 20 \log_{10}(f) + 32,44, \quad (6)$$

despejando la distancia de esta ecuación obtenemos

$$d = 10^{(FSPL - 32,44 - 20 \log_{10}(f))/20}. \quad (7)$$

Para la cual necesitaremos obtener el *FSPL*. Por otro lado, para esto, usamos la fórmula del Fade Margin, de la Ecuación 12 de [19]

$$FSPL = TxPower + TxAntennaGain - RxAntennaGain - RxSensitivity - FadeMargin, \quad (8)$$

donde *TxPower* es la potencia de la antena transmisora, *TxAntennaGain* y *RxAntennaGain* son, respectivamente, la ganancia de la antena transmisora y la de la receptora, *RxSensitivity* es la sensibilidad del receptor y *FadeMargin* se podría traducir como el margen de desvanecimiento que corresponde a la ganancia total receptora menos la sensibilidad receptora, en general, un buen margen se considera entre $22dB$ y $28dB$ según [19], así que consideraremos para este trabajo un *FadeMargin* = $25dB$. Otro valor que se tomará general, es el de *RxAntennaGain*, que puede variar entre diferentes dispositivos, pero se toma uno promedio de *RxAntennaGain* = $6dB$.

5. Implementación y costos

Con el objetivo de proveer el servicio de Internet en la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá se hace necesario implementar una infraestructura inalámbrica que garantice el acceso en el campus y reduzca los costos operativos. Este objetivo es común a las instituciones educativas del mundo, de modo que conviene basarse en las soluciones a este problema presentes en la literatura. Una excelente implementación fue propuesta por Cisco Systems para la Universidad de Columbia Británica (UBC) en Canadá [20]. Esta universidad es pública, su sede principal se encuentra en área urbana, concretamente en Vancouver y, cuenta con más de 400 hectáreas [21]. Como lo exhibe Michael Thorson, director de infraestructura de la UBC, su universidad presenta zonas de alto tráfico y de bajo tráfico, las cuales necesitan un acceso confiable a internet. Por su similitud con la Universidad Nacional de Colombia, nos basaremos en la solución hallada por la universidad canadiense que describiremos a continuación.

La solución propuesta se basa en la centralización de las operaciones para simplificar el manejo de la red. La red soporta miles de usuarios mediante switches de núcleo de la referencia Cisco Catalyst 6500. Las

operaciones son gestionadas por Cisco Prime Network Control System (NCS) y entre sus capacidades están el control de identidad y el acceso de usuario. El acceso inalámbrico a la red se garantiza mediante los puntos de acceso de referencia Cisco 2700. Estos están sujetos a los controladores Cisco Wireless Services Module 1, el Cisco 5800 y 4400. En particular, se utilizan los puntos de acceso Cisco Aironet 3600 junto con puntos de acceso de malla Cisco 1500 para exteriores. Esta propuesta, actualizada a los componentes encontrados actualmente en el mercado [22], junto con sus precios [23] se presenta en la siguiente tabla.

Modelo propuesto	Referencia Vigente	Costo
Cisco Catalyst 6500	Cisco Catalyst 9500	26254USD
Cisco Prime Network Control System (NCS)	Cisco Prime NCS API K9	8247USD
Cisco Wireless Services Module 1	WS-SVC-WISM2-1-K9	32995USD
Cisco 5800	AIR-CT5508-50-K9	24745USD
Cisco 4400	AIRWLC4404100K9-RF	20997USD
Cisco Aironet 3600	AIR-CAP3702P-A-K9	1745 USD
Cisco 1500	AIR-CAP1552E-A-K9	4495USD

Cuadro 3: Precios y referencias de los componentes de la solución de red.

La mayoría de costos son fijos, sin embargo, el monto correspondiente a puntos de acceso depende naturalmente de la cantidad de estos que sean instalados. El modelo elegido es de doble banda, de modo que opera en 2.4GHz y 5 GHz. Además supera el estándar IEEE802.11n. Viene integrado con la tecnología CleanAir para reducir al máximo la interferencia [24]. Además un producto altamente escalable, idóneo para la Universidad Nacional que en la actualidad presenta varios edificios en construcción y restauración.

Asumiremos, de aquí en adelante, que todos los puntos de acceso corresponden a la referencia AIR-CAP3702P-A-K9, con las características previamente mencionadas. Buscaremos minimizar el costo de instalación de la red reduciendo la cantidad de puntos de acceso necesarios para satisfacer la demanda, modificando su localización.

Podemos ahora calcular un radio aproximado para este router específico, siguiendo los lineamientos de la sección 4, acorde al Data Sheet “Cisco Aironet 3700 Series Access Points”, los valores para este router son:

- TxPower= $23dBm$,
- TxAntennaGain= $4dBi$ y,
- RxSensitivity= $-93dBm$.

Así, se calculamos su $FSPL$ asociado, obtenemos el valor de

$$FSPL = 23 + 4 - 6 - (-93) - 25 = 89dB. \quad (9)$$

Calculando ahora la distancia para una frecuencia de $f = 2,4GHz = 2400MHz$, obtenemos

$$d = 10^{(89-32,44-20 \log_{10}(2400))/20} = 0,28km, \quad (10)$$

mientras que con una frecuencia de $f = 5GHz = 5000MHz$ da

$$d = 10^{(89-32,44-20 \log_{10}(5000))/20} = 0,1345km, \quad (11)$$

es decir, respectivamente, de 280 y 134.5 metros aproximadamente, de estos escogemos por lo ya mencionado el de 134.5 m como parámetro para solucionar nuestro problema de optimización.

6. Planteamiento del problema

En esta sección queremos construir el problema basado en la información obtenida anteriormente, requerimos unos puntos que van a representar los usuarios a los cuales queremos cubrir. Basados en el cuadro 2 consideramos 5259 puntos para los usuarios, que corresponde a la mitad del número calculado, los cuales se distribuyen a lo largo del campus universitario de la siguiente forma: tomamos las coordenadas para cada edificio a considerar y, teniendo en cuenta la cantidad esperada de estudiantes por edificio distribuimos en torno al mismo con distribución normal [25] con la varianza ya mencionada para cada edificio.

De esta manera tenemos los puntos de los usuarios sobre los cuales queremos cubrir la mayoría dada una cantidad fija de routers que, teniendo en cuenta lo anterior cubren de forma radial con un radio de 134.5 m.

Por lo anterior el problema MCLP queda planteado de la siguiente manera:

$$\text{maximizar} \quad \sum_{i=1}^{5.259} z_i \quad (12a)$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{j \in N_j} x_j \geq z_i, \quad N_j = \{j \in J : d_{i,j} \leq 134,5/1510,35\} \quad (12b)$$

$$\sum_{j=1}^{20.000} x_j = k \quad (12c)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, 20.000 \quad (12d)$$

$$z_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, 5.259, \quad (12e)$$

donde k de (12c) es la cantidad de routers instalados y el conjunto $J = \{1, 2, \dots, 20.000\}$. En términos simples, estamos maximizando la cantidad de z_i , es decir, de puntos de personas que quedan cubiertos por los radios de los routers, sujeto a consideraciones, siempre y cuando solo se utilicen exactamente k de las posibles ubicaciones.

7. Desarrollo

Para solucionar el problema elaboramos un cuaderno en **Jupyter** con base en el código del repositorio [4], que ya viene adecuado para trabajar con problemas MCLP. Este código utiliza las librerías de optimización **Scipy**, **Shapely** y **Gurobipy**. El proceso que realizamos en el cuaderno en **Jupyter** se divide en dos partes, la primera en la cual generamos los puntos como lo mencionamos anteriormente, distribuyendo de forma normal los puntos alrededor de cada edificio con su respectiva varianza (Cuadro 2), en la segunda parte, en la cual damos solución al problema, usamos funciones que construimos para generar la clausura convexa de los puntos que queremos cubrir y sobre esta, generar 20.000 puntos aleatorios (12d) de los cuales escogemos una cantidad menor que corresponde a la ubicación de los routers que en dichas ubicaciones maximizan la cantidad puntos cubiertos.

Para acercarnos a resultados más precisos, realizamos pruebas con diferentes cantidades de routers, que son comparables. La forma en que podemos medir su efectividad, es por el porcentaje de usuarios que hayan sido cubiertos una vez el algoritmo haya terminado su proceso. Realizamos las pruebas del código para varias instancias, variando el número de routers que podríamos utilizar, se toman los valores de prueba de 4 a 12 routers, aumentando por uno en cada caso. Cabe aclarar que usamos el radio de 134.5 metros para la conexión útil con la frecuencia de 5.0GHz, el cual también funciona para la frecuencia de 2.4GHz siendo que el router provee ambas frecuencias que tiene una mayor.

8. Resultados

Ubicando 10 routers con las condiciones ya comentadas, se obtiene un cubrimiento de 5206 de los 5259 de los puntos totales, es decir, cubre el 98.992 % de los usuarios. La gráfica de esto se puede observar en la

Figura 4, mientras que los puntos sobre el plano en el cual se ubicarían los routers, acorde a la optimización, está presentado en los puntos encerrados de la Figura 5.

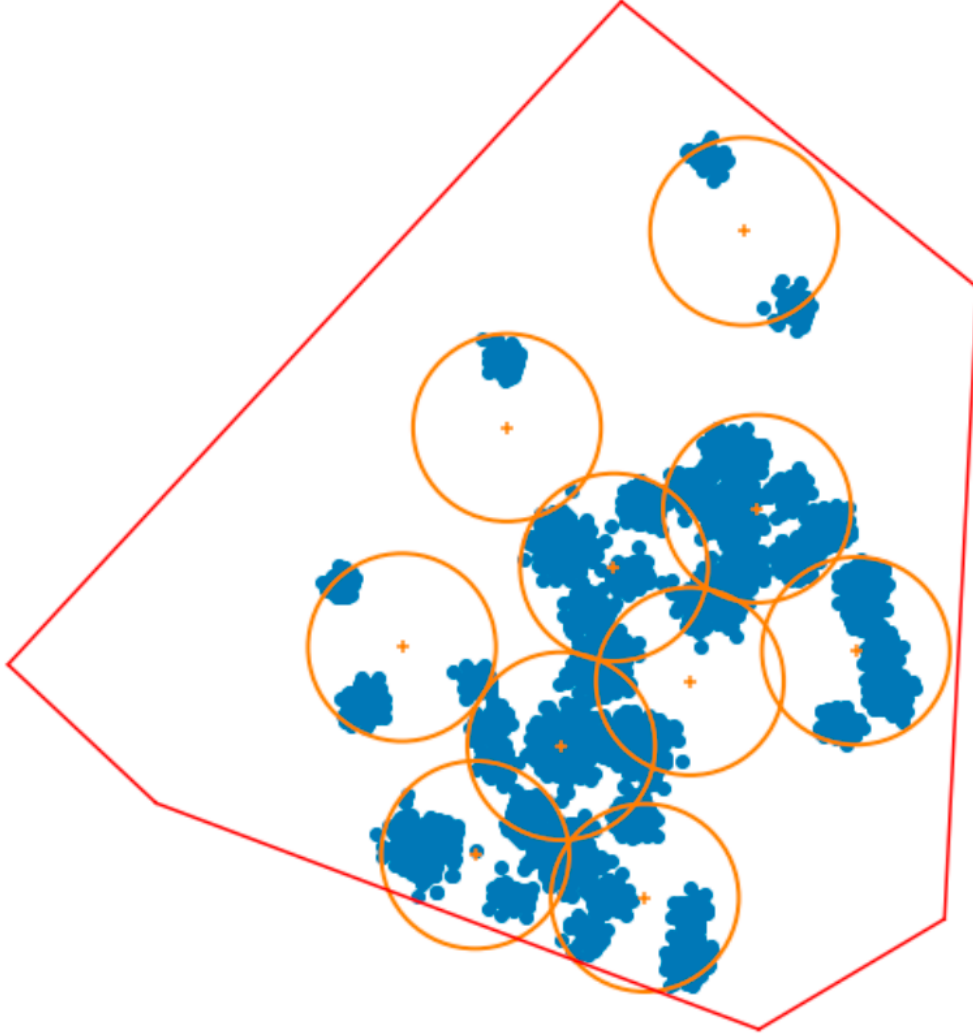


Figura 4: Gráfica de la región universitaria optimizada con 10 routers.

Lo que en la escala que manejamos nos da las coordenadas:

(0.71693819, 0.76535908), (0.65666904, 0.33376021), (0.61474496, 0.12798431),
 (0.37755792, 0.3713836), (0.72183508, 0.49566709), (0.45328559, 0.18491818),
 (0.57879094, 0.43896018), (0.4970619, 0.60048361), (0.52901152, 0.27486746),
 (0.80614164, 0.36041605).

Lo cual podemos ilustrar sobre el campus de la universidad en la Figura 5.

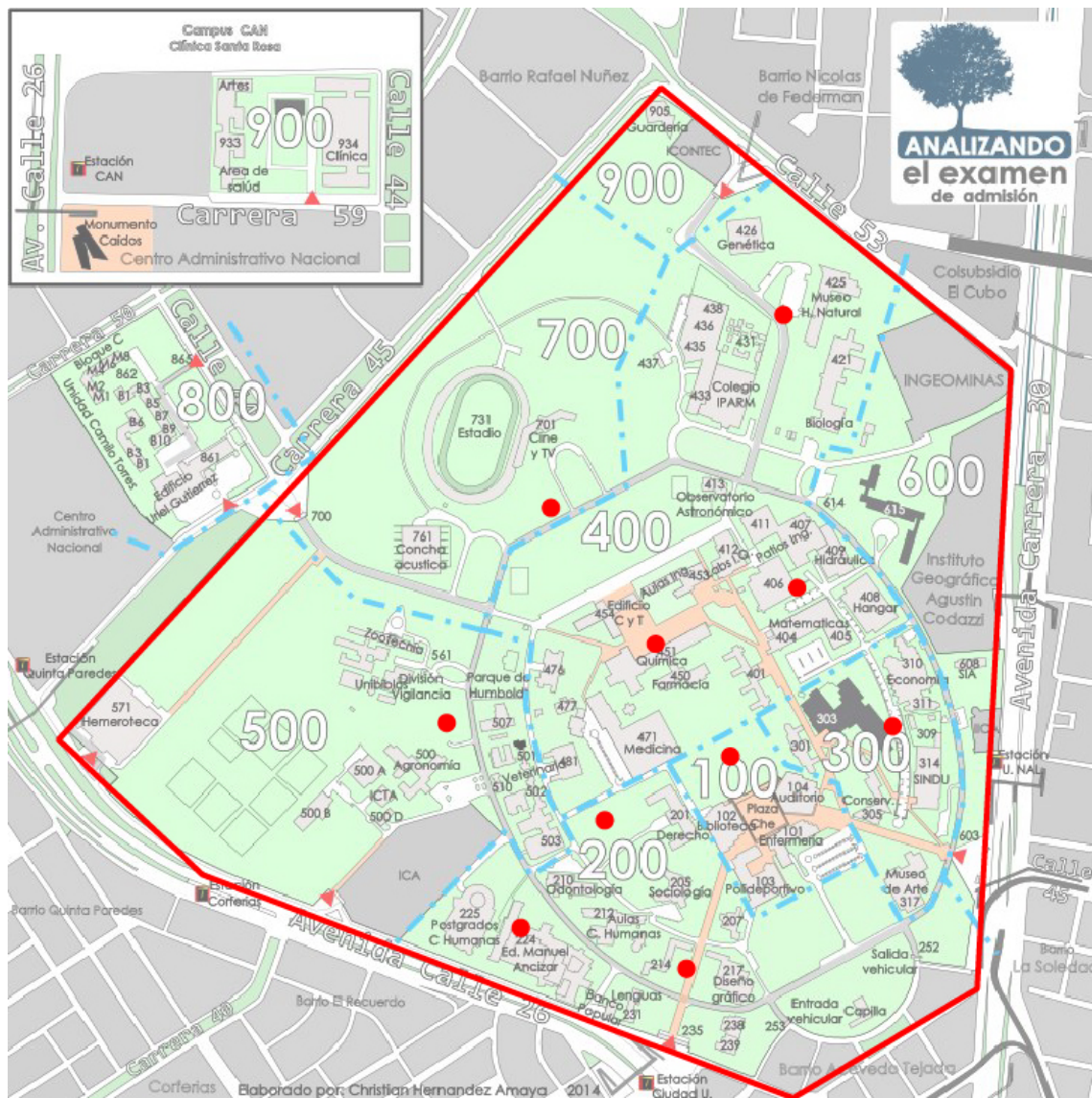


Figura 5: Gráfica de las ubicaciones óptimas de 10 routers dentro de la región universitaria optimizada asociados a la Figura 4.

Lo anterior nos permite visualizar dónde deberían ubicarse los 10 routers considerados y las coordenadas dadas nos permiten con ayuda de AutoCad dar la ubicación exacta de las ubicaciones que nos solucionan el problema. Podemos observar en la Figura 6 los casos de la cantidad de routers desde 4 hasta 12, donde la imagen superior izquierda es la del caso de 4 routers, y aumentan de a uno a la izquierda y después descendiendo.

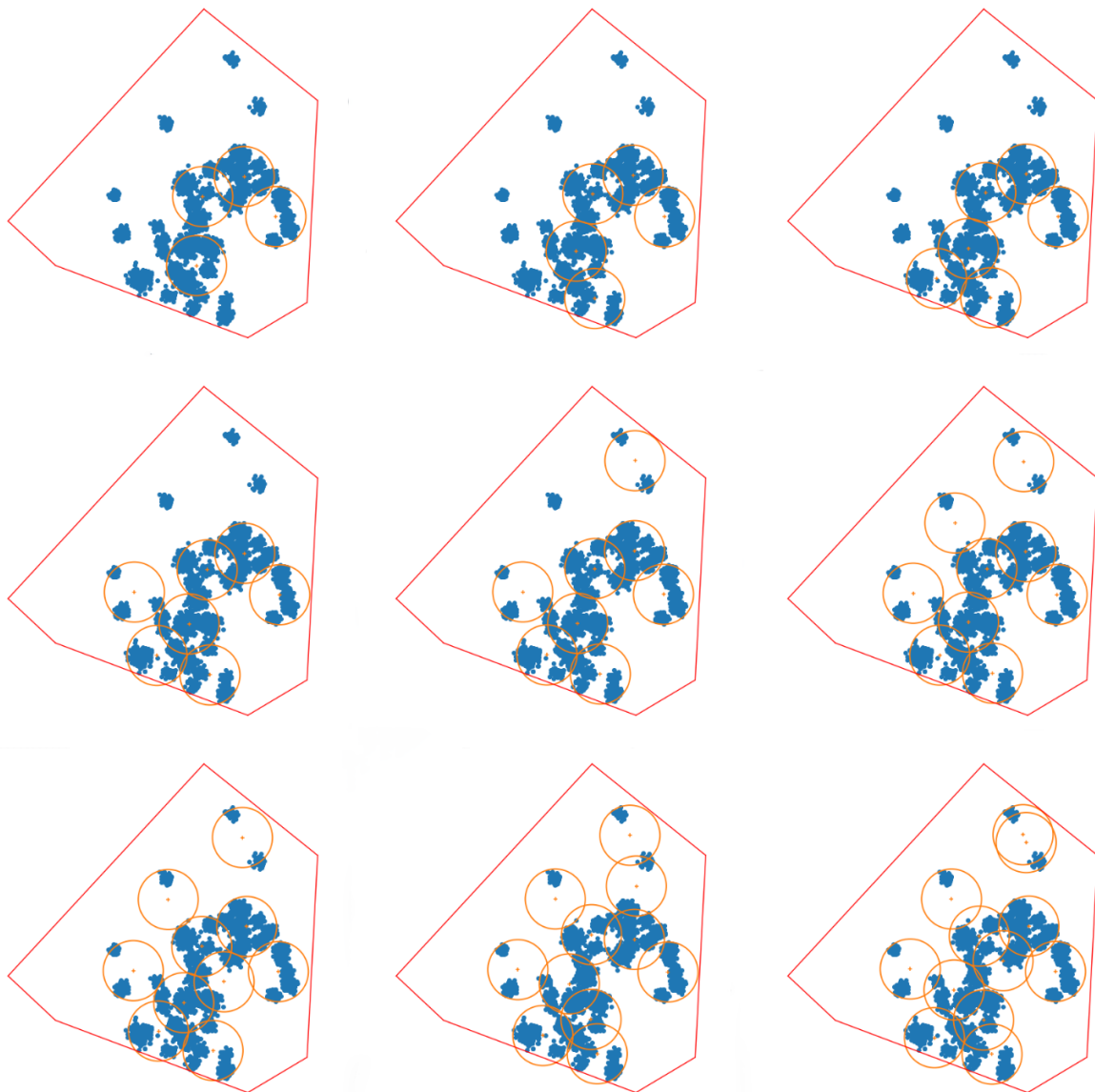


Figura 6: Nueve casos de resultados optimizados aumentando de a uno la cantidad de routers.

Presentamos la tabla con el porcentaje de cubrimiento de los usuarios generados, según cada uno de los casos de la Figura 6, en el Cuadro 4.

Número de Routers	Porcentaje de usuarios cubiertos
4	74.558 %
5	83.837 %
6	91.557 %
7	95.436 %
8	96.957 %
9	98.041 %
10	98.992 %
11	99.619 %
12	100 %

Cuadro 4: Porcentaje de usuarios cubiertos respecto a la cantidad de routers ubicados

9. Conclusiones

Se modeló la distribución de los usuarios en la Universidad Nacional de Colombia. A partir de esta distribución y de los resultados obtenidos, implementamos una solución con 10 routers AIR-CAP3702P-A-K9 localizados como en la Figura 5. Se garantizó la conectividad a la red wi-fi del 98,992 % de la población universitaria estimada, con una inversión aproximada de 17450 USD destinada a la compra de estos 10 puntos de acceso referenciados en el Cuadro 3. También presentamos la cantidad de routers mínima que encontramos para cubrir en su totalidad los puntos propuestos, 12. Esta cantidad de routers generó un aumento notable en el costo de la implementación, mas no representó en la práctica una diferencia considerable del caso con 10 routers.

Esta solución, pese a no cubrir geoméricamente el campus, garantiza la conexión en las dos frecuencias, 2.4GHz y 5.0GHz, de las zonas académicas más concurridas de la universidad. Dentro de los costos cabe considerar los montos adicionales propios de las instalaciones de este tipo, los cuales no asumimos en el desarrollo de este trabajo. También debe estimarse la disminución de la intensidad de la señal, causada por barreras físicas, interferencia de otras frecuencias o dispositivos expuestas en [26]; junto con las limitaciones asociadas a las soluciones de red [27].

Para obtener resultados más precisos podría hacerse una investigación más profunda al modelar la distribución de la comunidad estudiantil para la ubicación de los puntos. Respecto el desarrollo, se podría implementar un aumento en los puntos de posibles óptimos, es decir, considerar más de 20.000 puntos asumiendo su costo computacional.

Referencias

- [1] M. Machill, M. Beiler, The importance of the internet for journalistic research, Journalism Studies 10 (2) (2009) 178–203. arXiv:<https://doi.org/10.1080/14616700802337768>, doi:10.1080/14616700802337768. URL <https://doi.org/10.1080/14616700802337768>
- [2] B. S. Bell, J. E. Federman, E-learning in postsecondary education, The future of children (2013) 165–185.
- [3] T. T. Perry, L. A. Perry, K. Hosack-Curlin, Internet use by university students: an interdisciplinary study on three campuses, Internet Research.
- [4] C. Yang, Maximum coverage location problem (mclp), <https://github.com/cyang-kth/maximum-coverage-location> (2019).
- [5] S. P. Bradley, A. C. Hax, T. L. Magnanti, Applied mathematical programming, Addison-Wesley Pub. Co, Reading, Mass, 1977.
- [6] G. Laporte (Ed.), Location science, Springer, Cham, 2015.
- [7] Open Source Linear and Mixed-Integer Programming Software and Solvers. URL <https://www.gurobi.com/resource/switching-from-open-source/>
- [8] Using maxcovr. URL http://maxcovr.njtierney.com/articles/intro_to_maxcovr.html
- [9] UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA - SEDE BOGOTÁ, COMPONENTE PATRIMONIAL DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA (2004). URL <http://contratacion.bogota.unal.edu.co/documentos/CON-BOG-010-2013/pdf/CON-BOG-010-2013-ANEXO%206%20-%20PRM%20III.%20HISTORICO%20componente%20patirmonial.pdf>

- [10] Universidad Nacional de Colombia, Planta física sede Bogotá (May 2012).
URL <http://www.unal.edu.co/Postmaster/2012/Planta\%20fisica\%20sede\%20Bogota.pdf>
- [11] Universidad Nacional de Colombia: Oferta de programas curriculares.
URL <https://admisiones.unal.edu.co/pregrado/oferta-de-programas-curriculares/>
- [12] Dirección Nacional de Programas de Posgrado - Universidad Nacional de Colombia - NuevoProgramas Site.
URL <http://www.posgrados.unal.edu.co/web/site/nuevoProgramas>
- [13] La Sede en cifras - OPE Sede Bogotá - Universidad Nacional de Colombia.
URL <http://planeacion.bogota.unal.edu.co/academia.html>
- [14] C. Hernandez Amaya, Mapa Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá, Repositorio Institucional Universidad Nacional de Colombia.
URL <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/75122>
- [15] Plano universidad nacional de colombia (435.91 KB).
URL https://www.bibliocad.com/es/biblioteca/plano-universidad-nacional-de-colombia_62144/
- [16] Planet3 Wireless, CWNA: Certified Wireless Network Administrator : official study guide : (exam PWO-100), McGraw-Hill/Osborne, New York, 2005, oCLC: 441943887.
- [17] Understanding Wireless Performance and Coverage (Oct. 2020).
URL https://documentation.meraki.com/MR/WiFi_Basics_and_Best_Practices/Understanding_Wireless_Performance_and_Coverage
- [18] I. Poole, Free space path loss: details & calculator.
URL <https://www.electronics-notes.com/articles/antennas-propagation/propagation-overview/free-space-path-loss.php>
- [19] P. Shamanna, Simple link budget estimation and performance measurements of microchip 2.4 ghz radio modules, Microchip Technology Inc.
- [20] Cisco and/or its affiliates, Canadian University Creates Powerful Wireless Network. Customer Case Study: University of British Columbia (2012).
URL http://www.audentia-gestion.fr/cisco/pdf/university_of_british_columbia_case_study.pdf
- [21] Vancouver - UBC Campuses | The University of British Columbia.
URL <https://www.ubc.ca/our-campuses/vancouver/>
- [22] Design Zone for Campus - Campus LAN and Wireless LAN Solution Design Guide.
URL <https://www.cisco.com/c/en/us/td/docs/solutions/CVD/Campus/cisco-campus-lan-wlan-design-guide.html>
- [23] IT Price | Cisco Price, HP/HPE Price, Huawei Fortinet Juniper Price.
URL <https://itprice.com/>
- [24] Cisco Aironet 3700 Series Access Points Data Sheet.
URL https://www.cisco.com/c/en/us/products/collateral/wireless/3700-series-access-point/data_sheet_c78-729421.html
- [25] R. B. D'Agostino, Tests for the normal distribution, in: Goodness-of-fit techniques, Routledge, 2017, pp. 367–420.
- [26] causes of wifi interference.
URL <https://activereach.net/support/knowledge-base/connectivity-networking/wifi-interference/>
- [27] 6 Most Common Network Problems.
URL <https://obkio.com/blog/common-network-problems/>