Tabla 10.3: Pruebas relacionadas con medias

H_0	Valor del estadístico de prueba	H_1	Región crítica
$\mu = \mu_0$	$z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$; σ conocida	$\mu < \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$z < -z_\alpha$ $z > z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2}$ o $z > z_{\alpha/2}$
$\mu = \mu_0$	$t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$; $v = n - 1$, σ desconocida	$\mu < \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$t < -t_\alpha$ $t > t_\alpha$ $t < -t_{\alpha/2}$ o $t > t_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$z = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}$; σ_1 y σ_2 conocidas	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$z < -z_\alpha$ $z > z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2}$ o $z > z_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$t = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{s_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$; $v = n_1 + n_2 - 2$, $\sigma_1 = \sigma_2$ pero desconocidas $s_p^2 = \dfrac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t < -t_\alpha$ $t > t_\alpha$ $t < -t_{\alpha/2}$ o $t > t_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$t' = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}}$; $v = \dfrac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$ y desconocidas	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t' < -t_\alpha$ $t' > t_\alpha$ $t' < -t_{\alpha/2}$ o $t' > t_{\alpha/2}$
$\mu_D = d_0$ observaciones pareadas	$t = \dfrac{\bar{d} - d_0}{s_d/\sqrt{n}}$; $v = n - 1$	$\mu_D < d_0$ $\mu_D > d_0$ $\mu_D \neq d_0$	$t < -t_\alpha$ $t > t_\alpha$ $t < -t_{\alpha/2}$ o $t > t_{\alpha/2}$

permita lograr una buena potencia para una α fija y una alternativa específica fija. Esta alternativa fija puede estar en la forma de $\mu - \mu_0$ en el caso de una hipótesis que incluya una sola media o $\mu_1 - \mu_2$ en el caso de un problema que implique dos medias. Los casos específicos serán ilustrativos.

Suponga que deseamos probar la hipótesis

$$H_0: \mu = \mu_0,$$
$$H_1 = \mu > \mu_0,$$

con un nivel de significancia α, cuando se conoce la varianza σ^2. Para una alternativa específica, digamos, $\mu = \mu_0 + \delta$, en la figura 10.14 se muestra que la potencia de nuestra prueba es

$$1 - \beta = P(\bar{X} > a \text{ cuando } \mu = \mu_0 + \delta).$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned}\beta &= P(\bar{X} < a \text{ cuando } \mu = \mu_0 + \delta) \\ &= P\left[\frac{\bar{X} - (\mu_0 + \delta)}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{a - (\mu_0 + \delta)}{\sigma/\sqrt{n}} \text{ cuando } \mu = \mu_0 + \delta\right].\end{aligned}$$