

Programación Funcional

Pedro O. Pérez M., PhD.

Implementación de métodos computacionales
Tecnológico de Monterrey

pperezm@tec.mx

07-2023

1 Introducción

- Lenguajes de programación funcional
- Estilo de Programación Funcional

2 Scheme

- Introducción
- La forma especial `define`
- La forma especial `quote`
- La forma especial `if`
- La forma especial `cond`
- Recursividad en Scheme

3 Listas

- Listas en Scheme
- Construcción de una lista
- Acceso a una lista
- Unión de 2 listas
- Recursividad en el manejo de listas
- Recursividad Profunda

4 Cálculo Lambda

- Introducción

Lenguajes de programación funcional

En la práctica, los lenguajes funcionales...

- Todo lo modelan con funciones: definiciones y llamadas, la secuencia es una composición de funciones.
- No manejan variables, sólo parámetros.
- No manejan asignación de valores.
- No utilizan iteraciones, sólo recursividad.
- Almacenan todo en listas encadenadas y con asociaciones dinámicas.
- Tratan a las funciones como a los datos: son argumentos, resultados, estructuras.

Conceptualmente, los lenguajes funcionales...

- Son **declarativos**:
 - ▶ Expresan qué resolver y no cómo resolverlo.
- Son de **muy alto nivel de abstracción**:
 - ▶ Alejados del modelo de Von Nuemann y apegados al pensamiento “natural” humano.
 - ▶ Requieren mayor esfuerzo de traducción y pueden consumir muchos recursos en la ejecución.
- Tienen **transparencia referencial**:
 - ▶ No hay efectos laterales en memoria que alteren el significado de un programa.
- Son **minimalistas**:
 - ▶ Fácil lectura, mantenimiento, **paralelización** y comprobación.

Los lenguajes funcionales...

- Existen desde **1958** con la creación de **LisP** (**List Processing**).
- Tienen diferentes grados de hibridez al combinarse con diversos paradigmas. **Haskell** es uno de los consideramos más puro de todos los lenguajes funcionales.
- Han adquirido mayor importancia y popularidad por sus ventajas en el desarrollo de aplicaciones de **Inteligencia Artificial** y **Ciencia de datos**.

Estilo de Programación Funcional

El estilo de la programación funcional se puede usar en los lenguajes imperativos.

```
int factorial (int n)
{ int fact, j;
  fact = 1;
  for (j = 2; j<=n; j++)
    fact = fact * j;
  return fact;
};
```

Estilo imperativo:

- Uso de variables y asignaciones.
- Uso de ciclos (iteraciones).
- Posible efecto lateral si usáramos variables globales.

```
int factorial (int n)
{
  if (n == 0)
    return 1;
  else
    return (n*factorial(n-1));
};
```

Estilo funcional:

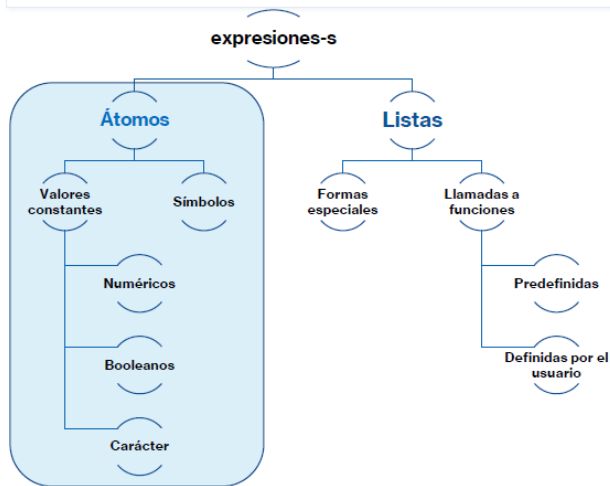
- No hay variables ni asignaciones.
- Uso de la recursividad.
- No hay efectos laterales al no usar variables globales.

- **Scheme** es un lenguaje funcional sencillo, minimalista, para aprender ágilmente el nuevo paradigma.
- Es un dialecto de **Lisp** creado en 1975 por Steele y Sussman (MIT).

Iniciando con Scheme...

- Toda su sintaxis se reduce al formato de una **lista** que es una **expresión-s**.
 - ▶ Las listas se delimitan con **paréntesis** y puede tener cero o más elementos.
 - ▶ Una lista es una expresión-s cuyos elementos son a su vez una expresión-s.
- Tiene pocas reglas **semánticas**, pues es un lenguaje tipado débil (no hay declaraciones de tipos de datos).

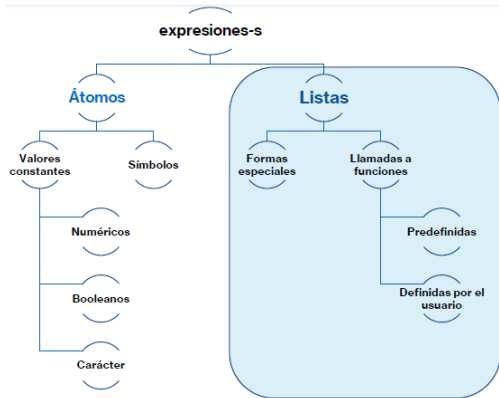
expresiones-s en Scheme



Átomos:

- La evaluación de una constante genera como resultado el valor de la propia constante.
- La evaluación de un símbolo genera como resultado el valor asociado a ese símbolo.
- Un símbolo es un identificador que se construye con cualquier carácter, excepto:

() [] { } ; , ' " # \



Sintaxis de las listas

$$\langle \text{Lista} \rangle ::= (\langle \text{Elemento} \rangle)$$
$$\langle \text{Elemento} \rangle ::= \text{átomo } \langle \text{Elemento} \rangle$$
$$\langle \text{Elemento} \rangle ::= \langle \text{Lista} \rangle \langle \text{Elemento} \rangle$$
$$\langle \text{Elemento} \rangle ::= \epsilon$$

El **primer elemento** en la lista es el **símbolo** que identifica a la **función** o la **forma especial** que se desea evaluar, y los siguientes elementos o datos necesarios para la evaluación.

Funciones predefinidas

- Aritméticas: $+$, $-$, $*$, $/$, remainder, quotient, sqrt, etc.
- Relacionales: $<$, \leq , $>$, \geq , $=$.
- Lógicas: and, or, not.
- Predicados: positive?, zero?, even?, null?, char?, etc.
- Manejo de listas: car, cdr, cons, list.
- Manejo de funciones: map, apply.

Expresiones aritméticas en Scheme

- No hay operadores, sólo **funciones multiparámetro** que se aplican sobre los argumentos. **Importante: el formato es prefijo.**
- Ejemplos:
 - ▶ `(+)`
 - ▶ `(- 8)`
 - ▶ `(+ 3 4)`
 - ▶ `(+ 2 3 4 5 6 7 8)`
 - ▶ `(/ (+ 2 3) 5)`
 - ▶ `(+ (/ 2 3) 5)`
 - ▶ `(/ (- 7 3) (* 2 5))`

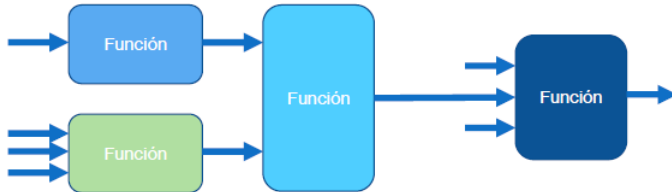
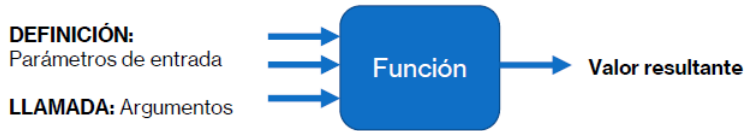
La forma especial define

- Sintaxis: (define símbolo expresión).
- Evalúa la expresión y el valor resultante lo asocia con el símbolo, de tal forma que el símbolo queda definido en el ambiente de trabajo.

Vamos a desarrollar las siguientes funciones:

- 1 La función `sum` recibe como entrada dos números, `a` y `b`. La función regresa la suma de ambos.
- 2 La función `area-of-triangle` recibe como entrada la base y altura de un triángulo. La función regresa el área del triángulo.

En el paradigma funciona, todo es una función...



Vamos a desarrollar las siguientes funciones:

- 1 La función `area-of-ring` recibe como entrada el radio interno y externo del anillo. La función regresa el área del anillo.
- 2 La función `volume-of-cylinder` recibe como entra el radio u la altura de un cilindro. La función regresa el volumen del mismo.

Revisa la actividad en Canvas.

La forma especial quote

- Sintaxis: (quote símbolo).
- Sirve para NO evaluar el símbolo, generando como resultado el propio símbolo. Útil para manejar a los símbolos como datos.
- Puede abreviarse con una comilla y sin necesidad de utilizar a la lista.
- (quote abc) es equivalente a 'abc.

La forma especial if

- Sintaxis: (if predicado if-true if-false).
- Se evalúa el predicado, si su valor es verdadero se evalúa la expresión consecuente; si es falso, se evalúa la expresión alternativa.
- Un **predicado** es una expresión que genera un valor booleano al evaluarse.
- A este tipo de evaluación se le conoce como **evaluación floja (lazy evaluation)**, pues no se evalúa lo que no es necesario.

Vamos a desarrollar las siguientes funciones:

- 1 La función `max2` recibe como entrada dos números, `a` y `b`. La función regresa el mayor de ambos números.
- 2 La función `max3` recibe como entrada tres números, `a`, `b` y `c`. La función regresa el mayor de los tres números.

La forma especial cond

- Sintaxis: $(\text{cond } (\text{predicado}_1, \text{expresion}_1), (\text{predicado}_2, \text{expresion}_2), \dots, (\text{predicado}_n, \text{expresion}_n))$.
- Forma de evaluación: evalúa la primera secuencia de expresiones cuyo predicado sea verdadero; si ningún predicado se cumple, evalúa la expresión del else

Vamos a desarrollar las siguientes funciones:

- ① la función **interest** recibe como entrada el saldo de una cuenta bancaria de un banco. El banco paga un 4 % fijo para saldos de hasta \$1000, un 4.5 % fijo anual para saldos de hasta \$5000 y un 5 % fijo para saldos de más de \$5000.
- ② La función **how-many** recibe como entrada los coeficientes, a , b y c , de una ecuación cuadrática. La función determina cuántas soluciones tiene la ecuación. Asumiendo que a no es 0, la ecuación tiene:
 - ▶ 2 soluciones, si $b^2 > 4ac$.
 - ▶ 1 solución, si $b^2 = 4ac$.
 - ▶ 0 soluciones, si $b^2 < 4ac$.

Revisa la actividad en Canvas.

Recursividad en Scheme

- Ya conocemos las herramientas necesarias del lenguaje:
 - ▶ Definición y llamadas de funciones.
 - ▶ Decisiones con las formas especiales **if** y **cond**.
- Lo importante es **desarrollar el pensamiento recursivo** para la solución de problemas.
- Esto va más allá del uso de lenguaje, es un cambio de paradigma mental.

Para pensar recursivamente:

- Paso 1.
 - ▶ Analizar cuál es el **caso más simple o pequeño** del problema que se quiere resolver.
 - ▶ Este caso debe de tener una **solución clara y directa, no recursiva**.
 - ▶ Este caso se considera el **caso base** de la recursividad, y determina una **condición de salida** de la repetición implícita que se da en la recursividad.
- Paso 2.
 - ▶ Analizar cómo se resuelve el **problema general, suponiendo** que ya se tiene “algo” que resuelve el **siguiente caso más pequeño del problema**.
 - ▶ Este caso plantea la **solución recursiva** del problema.
 - ▶ La solución al siguiente caso más pequeño, se programa con la **llamada recursiva**, que se integra a la solución general del caso.

Vamos a desarrollar las siguientes funciones:

- 1 La función que obtiene la sumatoria desde 0 hasta n .
- 2 La función que despliega n veces el letrero “hola”.
- 3 La función que despliega la secuencia desde n hasta 1.
- 4 La función que cuenta la cantidad de dígitos de un número entero.

Revisa la actividad en Canvas.

Listas en Scheme

La herramienta “universal” para representar y trabajar con estructuras de datos.

Sintaxis de las listas

$\langle \text{Lista} \rangle ::= (\langle \text{Elemento} \rangle)$

$\langle \text{Elemento} \rangle ::= \text{átomo } \langle \text{Elemento} \rangle$

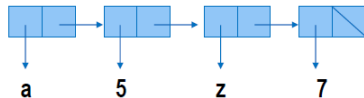
$\langle \text{Elemento} \rangle ::= \langle \text{Lista} \rangle \langle \text{Elemento} \rangle$

$\langle \text{Elemento} \rangle ::= \epsilon$

Celda cons



Ejemplo: (a 5 z 7)



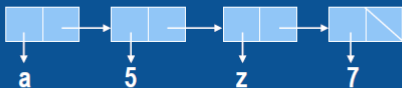
- Las listas están almacenadas internamente en memoria dinámica, utilizando nodos encadenados llamados “celdas cons”.
- Una “celda cons” consiste de dos apuntadores; ambos pueden apuntar a átomos o a otra “celda cons”.
- null o '()' es un valor atómico que representa a la lista vacía.

Construcción de una lista

Visualmente,

- Utilizar la forma especial **quote** con la lista.
- Ejemplos: `'(1 2 3 4)`, `'(((a 1) (B 2) (+ 4 X)))`, `'()`.

Ejemplo: `(a 5 z 7)`



```
(cons 'a (cons 5 (cons 'z (cons 7 null))))  
(list 'a 5 'z 7)
```

Funcionalmente,

- Función primitiva de bajo nivel: **cons**.
 - ▶ Formato: `(cons arg1 arg2)`.
 - ▶ Crea una “**celda cons**” en memoria, en donde el apuntador apunta a **arg1** y el segundo argumento a **arg2**.
- Función primitiva de alto nivel: **list**.
 - ▶ Formato: `(list arg1 arg2 arg3 ...)`.
 - ▶ Crea una lista propia en la que cada argumento se convierte en un elemento de la lista (en el orden correspondiente).

Tipos de listas

- Lista propia. Es aquella cuyo último nodo de la lista apunta a la lista vacía. Visualmente utiliza el formato normal. Ejemplo: (1 2 3 4).
- Lista impropia. Es aquella donde el último nodo de la lista apunta a un átomo diferente a la lista vacía. Sólo se puede construir con la función **cons**. Visualmente termina con un punto antes del último dato. Ejemplo: (a . 1). *Útil cuando se requiere una estructura para almacenar un par de datos relacionados.*
- Lista plana. Es aquella que únicamente contiene átomos en todos los primeros apuntadores de sus **“celdas cons”**. Visualmente no tiene lista anidadas. Ejemplos: (1 2 3 4), (a . 1).
- Lista imbricada (o profunda). Es aquella cuyos elementos no son solo átomos, sino que sus primeros apuntadores de sus **“celdas cons”** apuntan a otras listas de cualquier tipo. Visualmente es una lista con listas anidadas. Ejemplo: ((a 1) (b 2) ((1) (z d))). *Permite representar cualquier estructura de datos no lineales y/o complejos.*

Acceso a una lista

Función `car`

- Formato: `(car lista)`.
- Genera como resultado el primero elemento de la lista, es decir, el valor apuntado por el primer apuntador de la primera “celda cons” de la lista.



Función `cdr`

- Formato: `(cdr lista)`.
- Genera como resultado el “**resto**” de la lista, es decir, el valor apuntado por el segundo apuntador de la primera “celda cons” de la lista.

```
(car (cons X Y))  -->  X
(cdr (cons X Y))  -->  Y
(cons (car X) (cdr X))  -->  X
```

¿Porqué **car** y **cdr**?

- **Lisp** fue implementado original en la computadora **IBM 704** en 1958.
- Esta computadora tuvo un soporte especial para dividir una palabra de máquina de 36 bits en cuatro partes, una “address part” y “decrement part” de 15 bits cada una y una “prefix part” y “tag part” de tres bits cada una.
- El lenguaje Lisp se definió asociando esta parte técnica:
 - ▶ **car**: Abreviación de “**C**ontents of the **A**ddress part of **R**egister number”.
 - ▶ **cdr**: Abreviación de “**C**ontents of the **D**ecrement part of **R**egister number”.
- Otros lenguajes han sustituido estos nombres por: **first/rest** o **head/tail**.

Lenguajes como Scheme permiten simplificar las composiciones entre ambas funciones, combinando hasta cuatro a's o d's entre la c y la r

Ejemplo: `(caddr lista)`
es equivalente a `(car (cdr (cdr (cdr lista))))`

- ¿Cómo se accede el segundo elemento de una lista?
- ¿Cómo acceder al dato “b” en la lista : (a (b c))?
- ¿Qué resultado se obtiene de: (caddr '(a (b c)))?
- ¿Cómo acceder al dato “c” en la lista : (a (b c))?
- ¿Qué resultado se obtiene de : (cons (cadr '(a (b c) d)) (list 'e))?

Unión de 2 listas

Función primitiva de alto nivel: **append**

- Formato: `(append lista1 lista2)`
- Genera una lista que es el resultado de encadenar la `lista1` con la `lista2`, es decir, la última “**celda cons**” de la primera lista apuntará con su segundo apuntador a la primera “**celda cons**” de la segunda lista.
- Sólo se puede utilizar con listas propias.
- Ejemplo: `(append '(1 2 3) (cons 'a (list 'b 'c)))` genera como resultado `(1 2 3 a b c)`.

Recursividad en el manejo de listas

- **Caso Base.** Normalmente, está basado en la solución al caso de la lista vacía.
- **Caso General.** Normalmente, supone que se tiene la solución al caso del “resto” (**cdr**) de la lista (que es una lista más pequeña), y utiliza ese resultado para calcular el resultado general.

Predicados relacionados con listas

- `null?`: Verifica si su argumento es la lista vacía o no.
- `list?`: Verifica si su argumento es una lista propia o no.
- `pair?`: Verifica si su argumento es una “**celda cons**” o no.
- `equal?`: Verifica si sus dos argumentos son idénticos en contenido.
- `eq?`: Verifica si sus dos argumentos son idénticos en contenido y en su representación física (mismo espacio de memoria).

Tipos de problemas con listas

Por el tipo de entrada y resultado

1. Problemas que reciben listas y generan un resultado atómico.
2. Problemas que reciben un valor atómico y generan una lista.
3. Problemas que reciben listas y generan una lista.

Por el tipo de lista

- a. Problemas que trabajan con listas planas, o sólo con los elementos de su primer nivel:
RECURSIVIDAD PLANA
- b. Problemas que trabajan con listas imbricadas (listas anidadas) y se desea llegar hasta los átomos:
RECURSIVIDAD PROFUNDA

Problemas que reciben listas y generan un valor atómico

- **Caso Base: Valor atómico** que soluciona el problema cuando **la lista está vacía o tiene un elemento**.
- **Caso General: Suponer** que ya se tiene la **solución con el resto de la lista**, y construir la **expresión** que resuelve el problema general.

Ejercicios

- 1 Contar los elementos de una lista.
- 2 Sumar los elementos de una lista.
- 3 Contar la cantidad de números pares de una lista.
- 4 Obtener el número mayor de una lista.

Revisa la actividad en Canvas.

Problemas que reciben un valor atómico y generan una lista

- **Caso Base: Lista** que soluciona el problema cuando el valor atómico de entrada es el más pequeño (**cero o uno**).
- **Caso General: Suponer** que ya se tiene la **lista** que es solución para el **siguiente valor más pequeño** del problema, y utilizarla para **construir la lista** (cons, list, append) que resuelve el problema general.

Ejercicios

- 1 Generar una lista con n ceros.
- 2 Generar una lista con los valores de n a 1.
- 3 Generar una lista con los valores de 1 a n .
- 4 Generar una lista con los valores de la serie de Fibonacci hasta el n -ésimo elemento de la serie.

Problemas que reciben una lista y generan una lista

- **Caso Base:** **Lista** que soluciona el problema cuando la **lista de entrada está vacía o tiene un elemento**.
- **Caso General:** **Suponer** que ya se tiene la **lista** que es solución para el **resto de la lista de entrada**, y utilizarla para **construir la lista** (cons, list, append) que resuelve el problema general.

Ejercicios

- 1 Incrementar los números de una lista.
- 2 Unir 2 listas en una sola (implementación del append).
- 3 Invertir los elementos de una lista (implementación del reverse).

Revisa la actividad en Canvas.

Recursividad Profunda

- Útil principalmente en problemas que reciben como entrada una lista profunda y se desea llegar a los átomos de la lista.
- La estrategia del pensamiento recursivo se mantiene, pero en la solución al caso general hay que agregar la **validación** de si el elemento a analizar (típicamente el **car**) **es una lista o no**.
 - ▶ Si **no es una lista** se aplica la solución típica de la **recursividad plana**.
 - ▶ Si **es una lista**, se aplica la **recursividad sobre ese elemento**, y **sobre el resto de la lista** para obtener la solución general.

- Contar los elementos de una lista profunda.
- Sumar los elementos de una lista profunda.
- Contar la cantidad de números pares de una lista profunda.
- Obtener el número mayor de una lista profunda.

Revisa la actividad en Canvas.

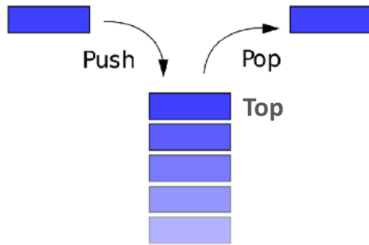
Listas como Registros y Base de datos

La herramienta “universal” para representar y trabajar con estructuras de datos.

- **Modelación.** La lista tiene la capacidad de representar a cualquier estructura de datos, sin importar si es lineal o no, al permitir **anidamientos**.
- **Inmutabilidad.** Las estructuras de datos implícitamente utilizan **memoria dinámica**, pero no son estructuras cuyo estado se modifique en memoria. . . Por lo tanto, se implementarán funciones que transforman las estructuras de datos de entrada en nuevas estructuras de datos modificadas.

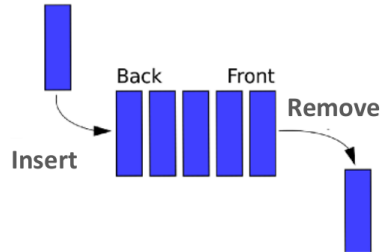
- Dado que una lista en Scheme acepta elementos de diferentes tipos, una lista de campos es la relación directa para almacenar un **registro**.
- Ejemplo, registro con datos de alumnos: matricula, nombre, calificaciones:
(176432 Juan Pérez 78 95 87), (176432 (Juan José Pérez Pérez) (78 95 87)).
- Una lista de registros conforma una base de datos. Ejemplo, ((*registro*₁) (*registro*₂) (*registro*₃) ... (*registro*_n))

¿Cómo implementar una **fila** o una **pila**



```
(define (push pila dato)  
  (cons dato pila))
```

```
(define (pop pila)  
  (cdr pila))
```



```
(define (insert fila dato)  
  (append fila (list dato)))
```

```
(define (remove fila)  
  (cdr fila))
```

Matrices utilizando listas

- Se representa con una lista de renglones (o columnas), donde cada reglón (o columna), es a su vez, una lista con los datos correspondientes.

$$\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \right. \\ \left. \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \right. \\ \left. \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \right) \bullet \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

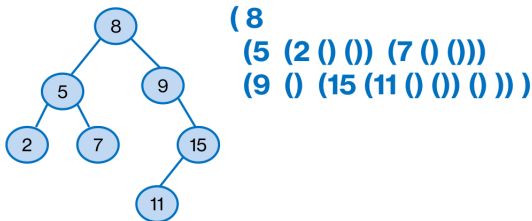
- Ejercicio: Implementar la suma de dos matrices.

Representación de un árbol binario en listas

- Formato de representación:

(raíz (subárbol izquierdo) (subárbol derecho))

- Ejemplo:



- Ejercicio:

- ▶ Implementar la búsqueda en un ABB.
- ▶ Implementar recorrido en PREORDEN.
- ▶ Implementar la inserción en un ABB.

- Un grafo tiene múltiples formas de almacenarse en memoria:
 - ▶ Matriz de adyacencias.
 - ▶ Matriz de transiciones.
 - ▶ Lista de adyacencias.
 - ▶ Lista de arcos.
- Al representarlo en listas de Scheme, se tiene la ventaja que se puede definir el estándar de la modelación.

¿Qué significa que las funciones son de primer orden?

¡Se tratan como a los datos!

- Se pueden enviar como **argumentos** a los parámetros de otra función.
- Se pueden generar como **resultado** de otra función.
- Pueden ser parte de una **estructura de datos**.

Funciones como argumentos

```
(define (aplica proc a b)
  (proc a b))

>(aplica + 3 5)
8
>(aplica * 3 5)
15
>(aplica < 3 5)
#T
```

El orden aplicativo evalúa a los símbolos que identifican a las funciones y envía como argumento el código asociado a la función.

Funciones como argumentos

```
(define (tipo n)
  (cond ((= n 1) +)
        ((= n 2) -)
        ((= n 3) *)
        ((= n 4) /)))

>((tipo 2) 3 5)
-2
>((tipo 3) 3 5)
15
```

El resultado de una llamada a una función que genera una función, es aplicable con argumentos.

Funciones en estructuras

```
(define LF (list + - * /))

>((car LF) 3 5)
8
>((caddr LF) 3 5)
0.6
```

El orden aplicativo evalúa a los símbolos que identifican a las funciones generando el código asociado a cada función, y formando una lista de códigos.

- Programar con funciones de primer orden representa una característica distintiva del paradigma funcional, que le da flexibilidad a los lenguajes, y potencializa las estrategias de solución de problemas en forma eficiente.