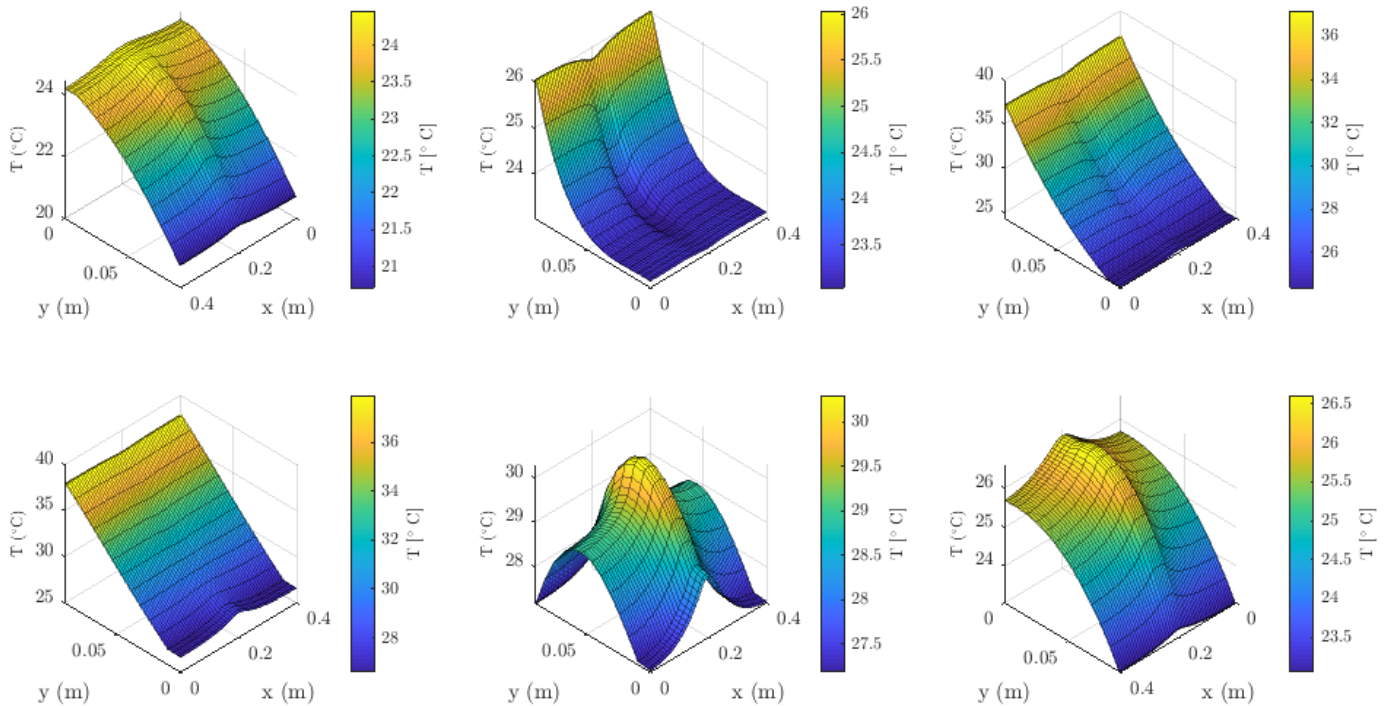


31.37 - Transferencia de Calor

Análisis por FVM no estacionario de un techo compuesto en Buenos Aires



Integrantes

60050 Mujica Buj, Juan Martín

60099 Cellini, María Lucía

Fecha de entrega: 16 de febrero, 2022

Resumen

El gasto energético en la climatización de una vivienda es una cuestión de gran importancia para la economía doméstica. Una porción considerable del calor intercambiado con el exterior se da a través del techo.

El siguiente trabajo estudia el desempeño de un techo compuesto, formado por yeso, madera, aislante y metal, en la Ciudad de Buenos Aires, a través del método de los volúmenes finitos. El mismo resuelve ecuaciones de equilibrio de flujos de calor y calor almacenado sobre un conjunto de nodos, en lo que es un problema no estacionario que considera temperatura exterior y radiación solar variables a lo largo de un día. La implementación computacional de este modelo busca estimar las potencias requeridas de calefacción y refrigeración en función de la temperatura deseada del lado interior de una vivienda, para un techo cuadrado de 256m^2 , y para los distintos meses del año.

Se encuentra que para el mes más frío, se requiere una potencia promedio por módulo de techo de $0.4\text{m} \times 1\text{m}$ que va de $0,484\text{W}$, para mantener un interior a 15°C , hasta $3,260\text{W}$ para 30°C , mientras que para el mes más cálido se requieren $1,772\text{W}$ para mantener un interior a 15°C y $0,576\text{W}$ para 30°C interiores. Entre otros resultados, se ve que la temperatura interior que minimiza el consumo si ha de mantenerse durante todo el año es de 19°C .

Al comparar el modelo numérico con uno resistivo (unidimensional, analítico, estacionario), se obtienen resultados muy similares, con diferencias en resistencia térmica equivalente y calor perdido menores al 1%. Asimismo, se puede ver que el panel de techo estudiado posee una resistencia térmica equivalente que cae en el rango de aquellas de las soluciones comerciales, aunque el techo estudiado requiera más espesor que uno comercial para conseguir una misma resistencia.

En conclusión, el modelo desarrollado responde adecuadamente a las preguntas que motivaron su desarrollo, dando resultados compatibles tanto con modelos resistivos más sencillos como prestaciones que se aproximan a las de los paneles comerciales consultados.

Introducción

La regulación de la temperatura interior de una vivienda influye considerablemente en la suma de energía que consume la misma. Esto requiere especial cuidado y planificación, dado que el gasto energético de un aire acondicionado o de una estufa se puede traducir en un gasto económico notable; su potencia puede alcanzar los 1000W o 2000W , y el precio local de la electricidad ronda los $5,2 \text{ \$/kWh}$ [1, 2].

El techo es el punto de fuga por el cual se pierde el mayor porcentaje del calor de una casa (aproximadamente un 30%) [3], como también aquel por el que más calor entra en los meses de verano. Esto se debe a que el exterior del techo es la superficie más expuesta a las inclemencias meteorológicas, resultando en convección forzada con los vientos de una ciudad, en la incidencia de la radiación solar y en la propia radiación del techo hacia el cielo.

Por este motivo, el objetivo del presente trabajo consiste en estudiar el desempeño en la Ciudad Autónoma de Buenos Aires de un panel de techo compuesto, consultando datos meteorológicos de vientos, temperaturas y radiación solar. Se planea realizar un modelo computacional de volúmenes finitos no estacionario para resolver la transferencia de calor por conducción en el interior del techo, y por convección y radiación hacia el exterior. De esta forma, se pueden estudiar los flujos de calor a través del mismo, y estimar la potencia de refrigeración o calefacción requerida a lo largo de un día para mantener una temperatura fija en el interior de una vivienda. Las propiedades del exterior varían durante el día, y son distintas según el mes que se esté estudiando.

Método

Se trabaja con un módulo de techo compuesto, conformado por tres capas: un revestimiento interior de yeso, vigas de madera y placas de material aislante, y una fina capa de metal en el exterior, como se ve en la **Figura 1**.

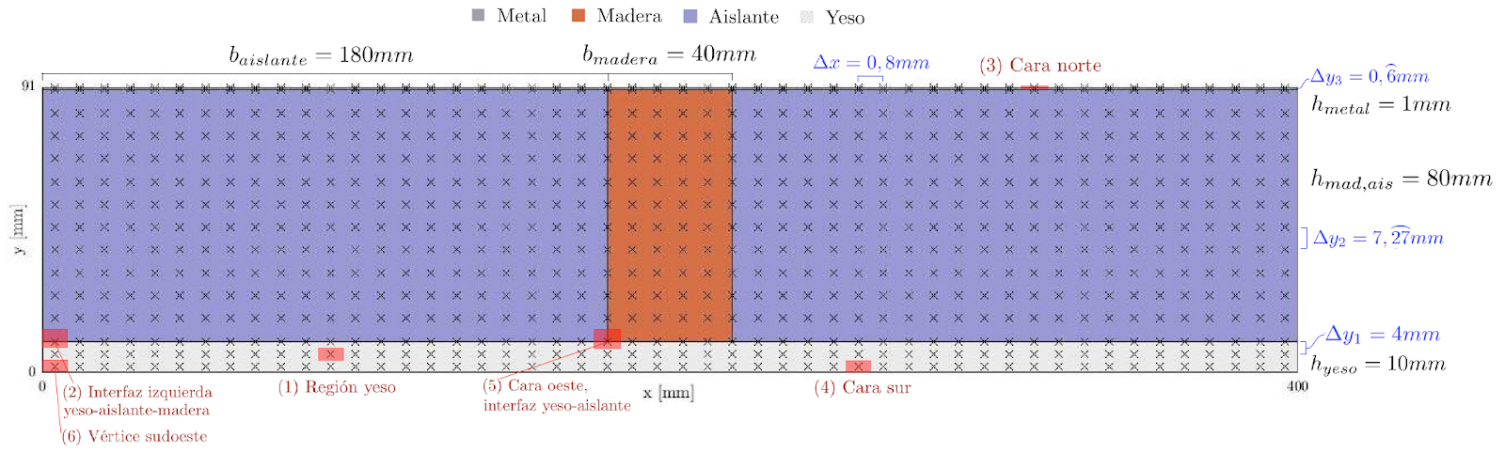


Figura 1. Módulo de techo compuesto y algunos elementos de interés.

La malla usada aprovecha la simetría de traslación del problema, pues los módulos se colocan uno al lado del otro para cubrir una longitud deseada. Se considera un techo cuadrado de tamaño estándar de 16m de lado (tamaño promedio de las viviendas en la Ciudad de Buenos Aires, según [4]). Cada módulo tiene una longitud de 400mm, con lo cual se requieren 40 de los mismos para cubrir la longitud total de 16m. Por lo tanto, hay que multiplicar los resultados de potencia que se obtengan para un sólo módulo por 40 (número de módulos en el largo) y por 16 (para escalar los resultados de la malla de espesor unitario, al tamaño de todo el techo). Resulta ventajoso aprovechar la simetría de la malla, dado que, como consecuencia, se anulan los flujos de calor hacia los laterales de cada módulo.

Las propiedades de los materiales se presentan en la **Tabla 1** [5-8]. Se estiman a 20°C y se consideran constantes con la temperatura, dado que para el rango acotado de temperaturas de trabajo no varían demasiado. Se trabaja con temperaturas interiores de 15°C a 30°C y no se espera mucha diferencia para la del techo o el exterior.

| Propiedad | Yeso | Madera | Aislante (fibra de vidrio) | Metal (hierro) | Aire |
|--|--------|--------|----------------------------|----------------|--------|
| Conductividad (k) [$\frac{W}{m.K}$] | 0,814 | 0,176 | 0,035 | 81,1 | 0,0258 |
| Difusividad térmica (α) [$10^{-6} \frac{m^2}{s}$] | 0,540 | 0,116 | 0,200 | 22,8 | 22,579 |
| Densidad (ρ) [$\frac{kg}{m^3}$] | 1800 | 590 | 220 | 7870 | 1,128 |
| Calor específico (c) [$\frac{J}{kg.K}$] | 837,36 | 2555 | 795 | 452 | 1013 |

Tabla 1. Propiedades de los materiales del techo y el aire.

Para la emisividad y absorbancia del metal, se usan valores del hierro pulido brillante: $\varepsilon = 0,24$ y $A = 0,24$, mientras que el aire tiene una viscosidad absoluta de $\mu = 18,68 \times 10^{-6} \frac{N.s}{m^2}$, una viscosidad cinemática de $\nu = 16,65 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ y un número de Prandtl de $Pr = 0,71$, propiedades que son usadas en fórmulas de convección.

Las temperaturas y los flujos de calor a través del techo se obtienen empleando el método de los volúmenes finitos: el módulo de techo se divide en una malla de elementos, cada uno con un nodo central, en los que se resuelve la ecuación de conducción para un sólido:

$$\int_V c\rho \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int_S k \frac{\partial T}{\partial x_k} \cdot \bar{dS} + \int_V \dot{q}_g dV \quad (1)$$

La misma plantea que la variación de energía (derivada temporal) en el elemento es igual a los flujos de calor a través de su superficie, más el calor generado en su volumen. Aquí, el techo no genera calor por sí mismo y este último término es nulo. Para un problema plano (2D), los elementos son rectangulares, y entonces los flujos de calor van desde o hacia las caras norte, sur, este y oeste de cada elemento. Luego, la ecuación en el continuo se discretiza para pasar a ser:

$$c\rho \frac{T_{ij}^{m+1} - T_{ij}^m}{\Delta t} V = \left[\sum_{i,j} k \frac{\partial T}{\partial x_k} \cdot \bar{dS} \right]^{m+1} = [q_E + q_O + q_S + q_N]^{m+1} \quad (2)$$

$$c\rho \frac{T_{ij}^{m+1} - T_{ij}^m}{\Delta t} \Delta x \Delta y = \left[k \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x} \Delta y + k \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x} \Delta y + k \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y} \Delta x + k \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y} \Delta x \right]^{m+1} \quad (3)$$

Donde T_{ij}^m es la temperatura del elemento (i, j) ($i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J$) en el instante m , Δt [s] es el paso temporal y Δx y Δy [m] son el largo y el alto del elemento. Se opta por un esquema implícito de resolución: se evalúan los términos del lado derecho en el tiempo $m + 1$, para evitar problemas de estabilidad y asegurar la conservación de la energía.

Como se mencionó, los flujos de calor hacia los laterales de la malla son nulos, aislados por simetría. Las condiciones de borde restantes son: en la cara sur, convección natural con el aire del interior de la vivienda, y en la cara norte, convección forzada con el aire del exterior, radiación del metal hacia el cielo y radiación incidente proveniente del Sol.

Como la malla tiene regiones de distintos materiales, hay distintos tipos de elementos: los que tienen un sólo material, los que están en una interfaz de dos o más materiales, los que están en un borde de la malla y combinaciones de los últimos dos casos. Se particularizan las ecuaciones para los elementos marcados en la **Figura 1**. Por simplicidad, se trabaja con una misma separación entre nodos Δx en el largo de toda la malla, y con tres separaciones $\Delta y_{1,2,3}$ en el alto, para las regiones de yeso, aislante-madera, y metal, respectivamente.

(1) Elemento en la región yeso: al haber un sólo material, k , c y ρ son los del yeso. La ecuación es igual a la (3):

$$c_y \rho_y \frac{T_{ij}^{m+1} - T_{ij}^m}{\Delta t} \Delta x \Delta y_1 = \left[k_y \frac{T_{i-1,j} - T_{ij}}{\Delta x} \Delta y_1 + k_y \frac{T_{i+1,j} - T_{ij}}{\Delta x} \Delta y_1 + k_y \frac{T_{i,j-1} - T_{ij}}{\Delta y_1} \Delta x + k_y \frac{T_{i,j+1} - T_{ij}}{\Delta y_1} \Delta x \right]^{m+1} \quad (4)$$

(2) Elemento en la interfaz izquierda yeso-aislante-madera: tiene largo Δx , alto $\frac{\Delta y_1 + \Delta y_2}{2}$, y está compuesto por yeso, aislante y madera. La integral en el volumen de la derivada temporal de la energía es:

$$\left(c_y \rho_y \Delta x \frac{\Delta y_1}{2} + c_a \rho_a \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y_2}{2} + c_m \rho_m \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y_2}{2} \right) \left(\frac{T_{ij}^{m+1} - T_{ij}^m}{\Delta t} \right) \quad (5)$$

Entre el nodo central y el del elemento sur hay únicamente yeso, luego el flujo a través de la cara sur se discretiza como $k_y \frac{T_{i,j-1} - T_{ij}}{\Delta y_1} \Delta x$. En cambio, entre el nodo central y el del elemento norte hay una porción de aislante y otra de madera, por lo que al integrar el flujo en x , el mismo resulta ser $k_a \frac{\Delta x}{2} \frac{T_{i,j+1} - T_{ij}}{\Delta y_2} + k_m \frac{\Delta x}{2} \frac{T_{i,j+1} - T_{ij}}{\Delta y_2}$. Aplicando la misma lógica para los flujos este y oeste, se obtiene:

$$\begin{aligned} & \left(c_y \rho_y \frac{\Delta x \Delta y_1}{2} + c_a \rho_a \frac{\Delta x \Delta y_2}{4} + c_m \rho_m \frac{\Delta x \Delta y_2}{4} \right) \left(\frac{T_{ij}^{m+1} - T_{ij}^m}{\Delta t} \right) = \dots \\ & \dots = \left[\frac{k_y \Delta y_1 + k_a \Delta y_2}{2} \frac{T_{i-1,j} - T_{ij}}{\Delta x} + \frac{k_y \Delta y_1 + k_m \Delta y_2}{2} \frac{T_{i+1,j} - T_{ij}}{\Delta x} + k_y \frac{T_{i,j-1} - T_{ij}}{\Delta y_1} \Delta x + \frac{k_a \Delta x + k_m \Delta x}{2} \frac{T_{i,j+1} - T_{ij}}{\Delta y_2} \right]^{m+1} \end{aligned} \quad (6)$$

(3) Elemento en la cara norte: los flujos sur, este, oeste y la derivada temporal son iguales al caso (1). Para el flujo norte, se trabaja con una condición de borde de convección (h_{out}), radiación (h_{rad}) hacia el cielo y radiación solar incidente ($q_{rad} = q_{Sol} \cdot \text{Absorbancia}$) en toda la superficie de la cara norte, según la cual:

$$k_m \frac{T_{sup,i} - T_{ij}}{0,5 \Delta y_3} \Delta x = h_{out} (T_{out} - T_{sup,i}) \Delta x + h_{rad} (T_{out} - T_{sup,i}) \Delta x + q_{rad} \quad (7)$$

Despejando la temperatura superficial de la cara norte:

$$T_{sup,i} = \frac{(h_{out} + h_{rad}) \Delta y_3 T_{out} + \Delta y_3 q_{rad}}{(h_{out} + h_{rad}) \Delta y_3 + 2k_m} + \frac{2k_m}{(h_{out} + h_{rad}) \Delta y_3 + 2k_m} T_{ij} = C_i^{1,out} + C_i^{2,out} T_{ij} \quad (8)$$

La ecuación de conservación queda:

$$c_m \rho_m \frac{T_{ij}^{m+1} - T_{ij}^m}{\Delta t} \Delta x \Delta y_3 = \left[k_m \frac{T_{i-1,j} - T_{ij}}{\Delta x} \Delta y_3 + k_m \frac{T_{i+1,j} - T_{ij}}{\Delta x} \Delta y_3 + (h_{out} + h_{rad}) (T_{out} - T_{sup,i}) \Delta x + q_{rad} + k_m \frac{T_{i,j-1} - T_{ij}}{\Delta y_3} \Delta x \right]^{m+1} \quad (9)$$

Y se reemplaza $T_{sup,i}$ con (8). Se trabaja con la hipótesis de que toda la radiación solar es absorbida por la superficie del techo y que no penetra más allá de la misma.

(4) Elemento en la cara sur: es análogo al anterior, pero se trabaja con las propiedades y dimensiones del yeso. No hay radiación, la convección interior reemplaza a la exterior y la temperatura superficial se puede expresar como:

$$T_{sup,i} = \frac{h_{in,i} \Delta y_1 T_{in}}{h_{in,i} \Delta y_1 + 2k_y} + \frac{2k_y}{h_{in,i} \Delta y_1 + 2k_y} T_{i,1} = C_i^{1,in} + C_i^{2,in} T_{i,1} \quad (10)$$

(5) Elemento en la cara oeste y en la interfaz yeso-aislante: la condición de borde con los laterales es de aislación por simetría, por lo tanto no hay flujo hacia el oeste. Entre el nodo central y el del elemento sur hay yeso, entre el central y el norte hay aislante, y entre el central y el este hay una combinación de ambos. Análogo al caso (2), la ecuación resulta:

$$\left(c_y \rho_y \frac{\Delta x \Delta y_1}{2} + c_a \rho_a \frac{\Delta x \Delta y_2}{2} \right) \left(\frac{T_{ij}^{m+1} - T_{ij}^m}{\Delta t} \right) = \left[\frac{k_y \Delta y_1 + k_a \Delta y_2}{2} \frac{T_{i-1,j} - T_{ij}}{\Delta x} + k_y \frac{T_{i,j-1} - T_{ij}}{\Delta y_1} \Delta x + k_a \frac{T_{i,j+1} - T_{ij}}{\Delta y_2} \Delta x \right]^{m+1} \quad (11)$$

(6) Elemento en el vértice sudoeste: para los elementos en los vértices, hay dos caras con conducción con otros elementos, y dos caras sujetas a las condiciones de borde. Para el sudoeste, la cara oeste está aislada por simetría y en la sur hay convección, como se desarrolló para el caso (4). La ecuación queda:

$$c_y \rho_y \frac{T_{i,1}^{m+1} - T_{i,1}^m}{\Delta t} \Delta x \Delta y_1 = \left[k_y \frac{T_{i+1,1} - T_{i,1}}{\Delta x} \Delta y_1 + h_{in,i} (T_{in} - T_{sup,i}) \Delta x + k_y \frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{\Delta y_1} \Delta x \right]^{m+1} \quad (12)$$

Donde la temperatura de la superficie interior vuelve a ser la de la ecuación (10).

Para que estas ecuaciones y en particular la forma de calcular los flujos sean válidas, se requiere que los nodos estén sobre las interfaces de materiales, o bien a una distancia múltiplo de Δx o Δy_i de estas, según corresponda. El modelo desprecia cualquier resistencia de interfase.

De esta forma, se obtienen tantas ecuaciones como elementos, donde las incógnitas a hallar son las temperaturas T_{ij}^{m+1} . Esta parte del problema es lineal y reordenando, se puede resolver matricialmente:

$$[A] \cdot [T^{m+1}] - [A_0][T^m] = [B] \Rightarrow [T^{m+1}] = [A]^{-1} \cdot ([B] - [A_0][T^m]) \quad (13)$$

Con $[A]$, $[A_0]$ matrices de coeficientes, $[B]$ un vector de términos independientes y $[T^m]$ las temperaturas en el paso temporal anterior, conocidas. Luego, se repite para el siguiente paso temporal.

El modelo computacional desarrollado apunta a obtener las temperaturas y los flujos de calor a lo largo de todo un día, para lo cual se comienza con una temperatura arbitraria uniforme en todo el techo (se elige el promedio entre la del interior del hogar y la exterior, ambiente), se deja pasar un tiempo de estabilización de tres días para que las temperaturas cobren sentido físico, y se estudian las 24 horas del cuarto día. El modelo toma como dato de entrada una curva de temperatura exterior y una curva de radiación solar, variables a lo largo del día, y distintas según el mes, como se ve en la **Figura 2**.

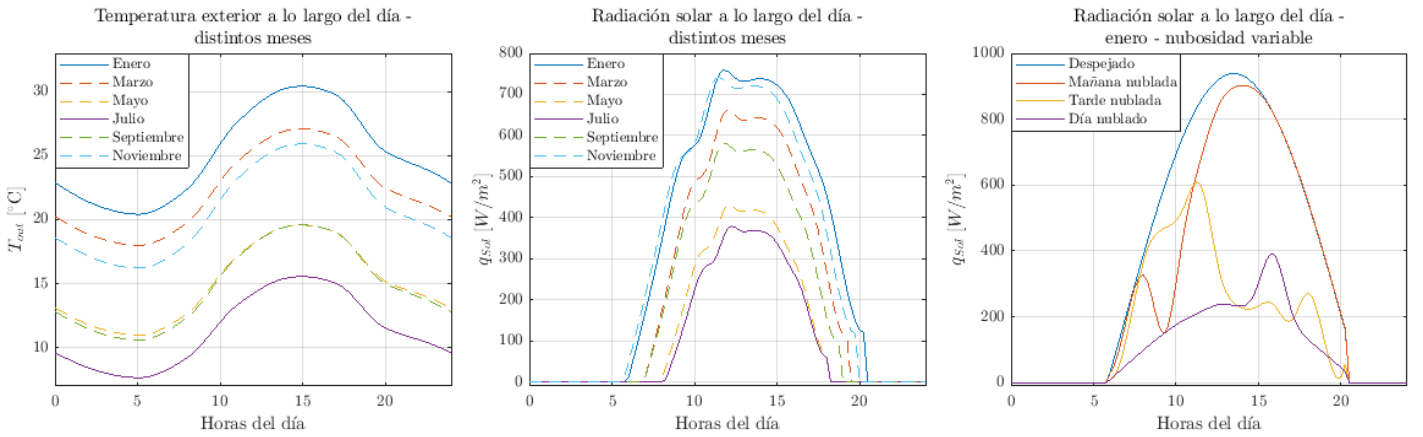


Figura 2. Algunas curvas de temperatura y de radiación solar a lo largo de un día, para distintos meses y nubosidades

Las mismas se obtienen de [9-15] con algunas modificaciones: tomando las curvas de temperatura de 7 días cualesquiera, se genera una curva “promedio” de temperatura a lo largo de las 24 horas de un día. Luego, esta curva promedio se escala valiéndose de las temperaturas media, máxima y mínima de cada mes. Con las curvas de radiación se procede de igual manera, pero se consideran curvas para un día despejado, con nubosidad en distintos momentos del día, y curvas que promedian los casos anteriores. Otro dato de entrada es la velocidad del viento, para el cálculo de h_{out} en la cara norte/exterior. Se la obtiene de [9, 15] y se la considera constante a lo largo del día y distinta para cada mes.

Para el cálculo de los coeficientes de convección, se usan correlaciones de [16]. Para la convección natural del interior, cuando $T_s < T_{in}$, la superficie fría está abajo y entonces:

$$Nu_L = 0,54Ra^{1/4} \quad (10^5 \leq Ra_L \leq 10^7) \text{ y } Nu_L = 0,15Ra^{1/3} \quad (10^7 \leq Ra_L \leq 10^{10}) \quad (14)$$

Cuando $T_s > T_{in}$, la superficie caliente está abajo y entonces:

$$Nu_L = 0,27Ra^{1/4} \quad (10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10}) \quad (15)$$

Para la convección forzada en el exterior, se tiene:

$$Nu_L = 0,036Re^{0,8}Pr^{1/3} \quad (\text{flujo turbulento, } Re > 5,5 \times 10^5) \quad (16)$$

Luego, los coeficientes de convección se calculan como $h = \frac{Nu k_{aire}}{L}$, donde $L = 4m$ para h_{in} y $L = 16m$ para h_{out} .

La radiación del techo al cielo depende de la potencia cuarta de la temperatura superficial; para continuar trabajando con un problema lineal, se calcula un coeficiente de radiación $h_{rad,i} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_{sup,i}^2 + T_{out}^2) \cdot (T_{sup,i} + T_{out})$, y dentro de cada paso temporal, se itera la solución dado que $h_{in,i}$ y $h_{rad,i}$ dependen de la temperatura superficial interior (sur) y exterior (norte), que a su vez depende de las temperaturas de los nodos $(i, 1)$ y (i, J) , respectivamente.

Finalmente, se trabaja con la hipótesis de que la vivienda sólo intercambia calor con el exterior a través del techo. Luego, la potencia de calefacción o refrigeración requerida para mantener el interior de la vivienda a cierta temperatura está dada por el flujo de calor por la cara sur del mismo. Si por allí el techo absorbe calor (flujo entrante), se requiere calefacción en el interior; si en cambio pierde calor (flujo saliente), se requiere refrigeración. Este flujo se puede calcular en todos los elementos de la cara sur de un módulo de techo de dos formas análogas:

$$Q_{sur} = \sum_{i=1}^I k_y \cdot \frac{T_{sup,i} - T_{i,1}}{0.5\Delta y_1} = \sum_{i=1}^I h_{in,i} \cdot (T_{in} - T_{sup,i}) \quad (17)$$

Se trabaja con una malla de 50x15 nodos, con $\Delta x = 8mm$, $\Delta y_{1,2,3} = [4; 7, 27; 0, 6]mm$ y $\Delta t = 15min$, valores que se verifican con un análisis de sensibilidad de malla. Asimismo, se varían los espesores de las capas de yeso y metal, y los largos de la madera y el aislante, buscando posibles mejoras pero sin modificar las dimensiones totales del módulo.

Se buscan las potencias de calefacción y/o refrigeración en cada mes del año, para mantener el interior de la vivienda a una temperatura dada, que se hace variar entre 15 y 30°C. Para una mejor comprensión de los consumos de potencia, se estudia también cómo estos varían a lo largo de las 24 horas de un día, y qué influencia puede tener la nubosidad en los meses de invierno como en los de verano.

Por último, se compara al modelo con uno resistivo unidimensional estacionario sin radiación. Se adapta el modelo numérico a uno con condiciones de borde sólo convectivas como las de la **Figura 3** y con las conductividades que allí se indican, y se mantienen los laterales (caras este y oeste) aislados. Para obtener una respuesta estacionaria, se deja correr al modelo numérico por cien días con las temperaturas exterior e interior de la **Figura 3**.

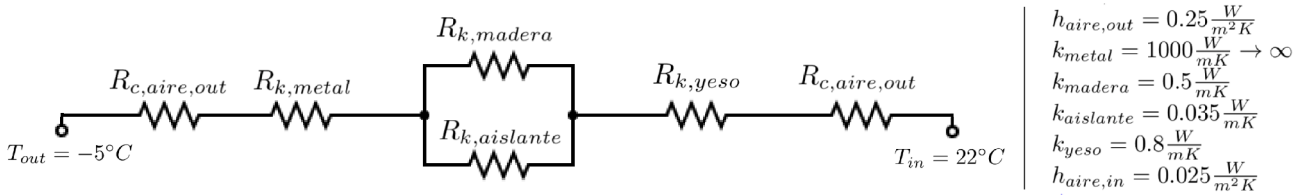


Figura 3. Modelo resistivo unidimensional con las constantes especificadas.

Asimismo, se compara al techo de modelo numérico con techos compuestos comerciales, en función de su resistencia térmica equivalente R_{eq} . Para ello, en lugar de las condiciones de borde convectivas, se imponen temperaturas fijas en las caras norte y sur (las mismas de la **Figura 3**) y nuevamente se lo deja correr por cien días para obtener una respuesta estacionaria. Nótese que en la primera comparación se trabaja con la resistencia térmica equivalente del *problema*, que incluye las resistencias convectivas, mientras que en el segundo se trabaja con la resistencia térmica equivalente del *módulo de techo*, independiente de sus condiciones de contorno.

Resultados y discusión

La **Figura 4** muestra la potencia requerida por módulo de techo en función de la temperatura interior en cada mes.

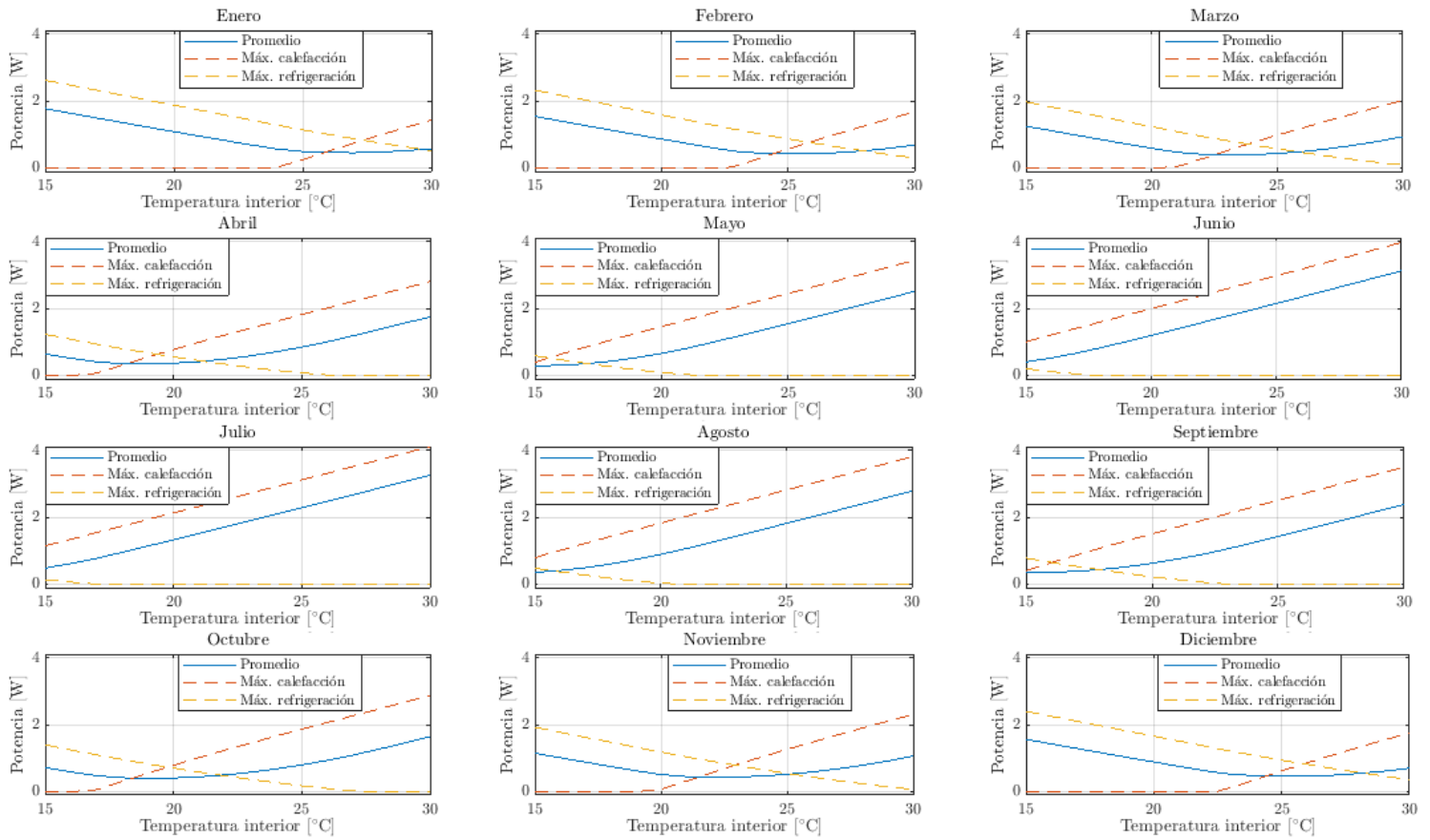


Figura 4. Potencia requerida para mantener distintas temperaturas interiores fijas, en los distintos meses del año (por módulo de techo y por espesor unitario).

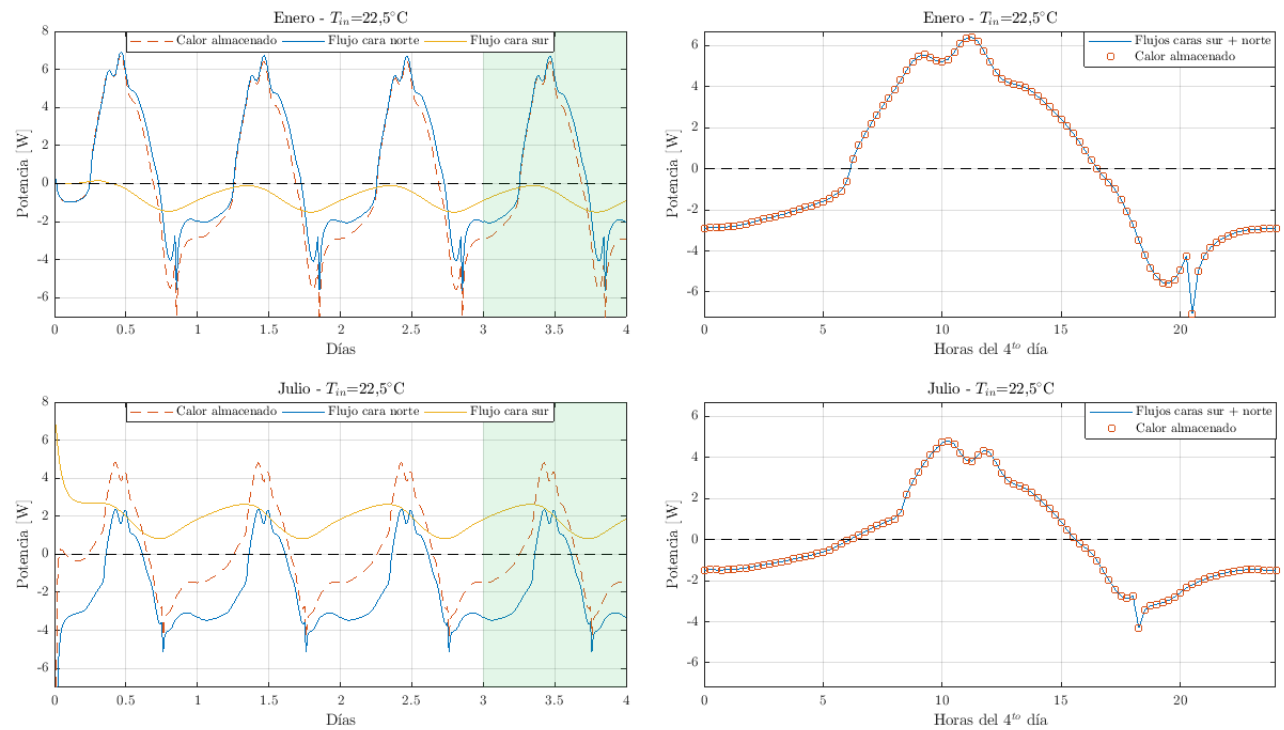
Se observan resultados con sentido físico. En el caso de meses cálidos, como enero, la calefacción no es necesaria ($Máx. calefacción = 0$) salvo para T_{in} elevados, mayores a casi 25°C, mientras que hay refrigeración para todo el rango de temperaturas interiores. En el caso de meses fríos, como puede ser julio, prácticamente no hay refrigeración para ninguna temperatura interior, mientras que siempre hay calefacción. Finalmente, en un mes como noviembre donde no predomina ni el frío ni el calor, se observa gasto energético en refrigeración y calefacción en partes casi iguales, aunque la refrigeración aparece en un mayor rango de T_{in} . A partir de estas observaciones, se puede concluir que en Buenos Aires se requiere más calefacción en invierno que refrigeración en verano: por ejemplo, para mantener un interior a 22,5°C, temperatura media del rango estudiado, el 74,94% del gasto es en calefacción y el 25,06% en refrigeración.

Como era de esperar, en el verano aumenta el consumo a medida que T_{in} disminuye, mientras que en invierno aumenta el consumo a medida que T_{in} aumenta. Si se mantiene el interior a una temperatura fija durante todo el año, la temperatura que minimiza el consumo es $T_{in} = 19^{\circ}C$, con un consumo de 0,772W en promedio, por módulo de techo, o bien 494,08W para el techo de 16m por 16m. La **Tabla 2** muestra cómo varía el consumo promedio de potencia para mantener distintas temperaturas interiores, en el mes más frío y en el más cálido.

| T_{in} [°C] | Potencia [W] (enero) | Potencia [W] (julio) | T_{in} [°C] | Potencia [W] (enero) | Potencia [W] (julio) |
|---------------|----------------------|----------------------|---------------|----------------------|----------------------|
| 15 | 1,772 | 0,484 | 23 | 0,690 | 1,898 |
| 16 | 1,632 | 0,617 | 24 | 0,567 | 2,091 |
| 17 | 1,493 | 0,775 | 25 | 0,492 | 2,284 |
| 18 | 1,355 | 0,955 | 26 | 0,459 | 2,478 |
| 19 | 1,218 | 1,140 | 27 | 0,455 | 2,673 |
| 20 | 1,083 | 1,328 | 28 | 0,475 | 2,868 |
| 21 | 0,950 | 1,517 | 29 | 0,515 | 3,064 |
| 22 | 0,818 | 1,707 | 30 | 0,576 | 3,260 |

Tabla 2. Potencia promedio requerida para mantener distintas temperaturas interiores fijas, en enero y julio.

La **Figura 5** muestra cómo varían los flujos de calor por el techo a lo largo de los días de estabilización y el de estudio, para uno de los casos estudiados. Se ve cómo los flujos de calor se vuelven cíclicos, con un periodo de un día (y estables incluso antes del cuarto día) y se recuerda que la potencia de calefacción-refrigeración es igual al flujo por la cara sur. En los gráficos de la derecha, se ve que se verifica la conservación de la energía: los flujos este y oeste son nulos por simetría y en cada instante, la suma del flujo norte y el sur es igual al calor almacenado (*c. p. V. dT/dt*) por todos los elementos en ese paso temporal. Por su parte, la **Figura 6** muestra las temperaturas instantáneas en el techo para distintas horas. Es sencillo de ver que durante la noche, la temperatura de las zonas del techo cercanas al exterior son menores que durante el día, mientras que al mediodía se ven picos de temperatura. También es notable el efecto de la alta capacidad calorífica de la madera: se puede ver el rezago en la evolución de la temperatura de la franja entre $x = 0,18m$ y $x = 0,22m$ con respecto a la evolución de la temperatura del resto del techo.



Figuras 5. Flujos de calor (entrantes si son positivos) y calor almacenado por el techo en los días de estabilización y de estudio (en enero y julio, con una temperatura interior de 22,5°C).

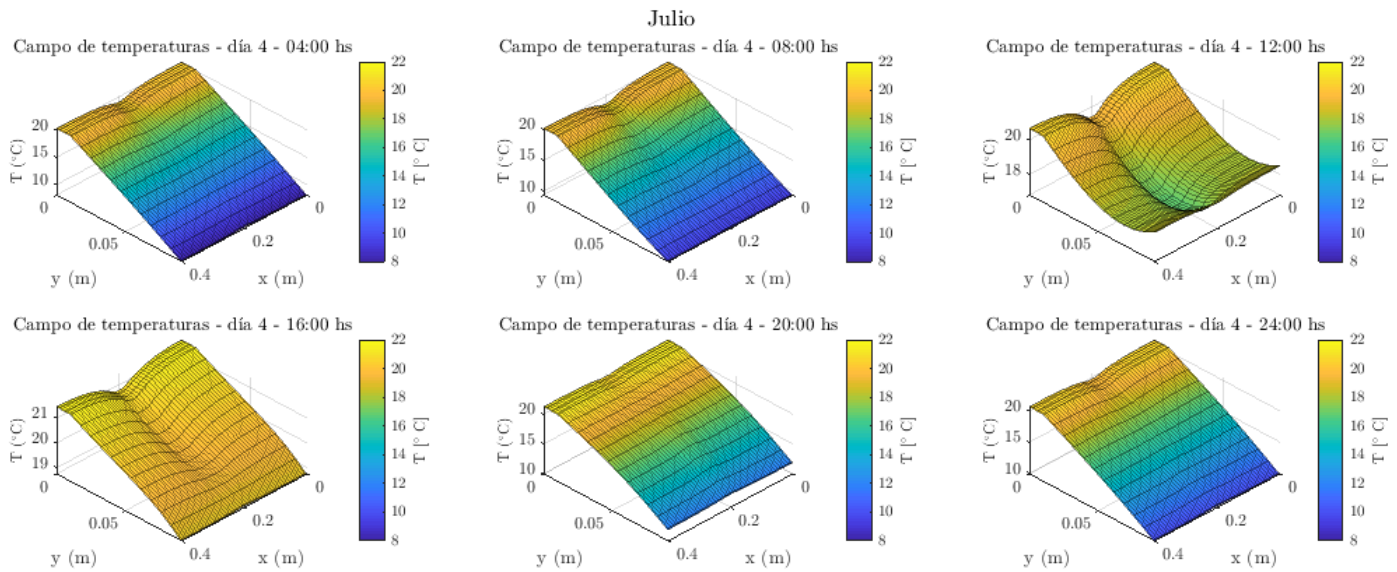
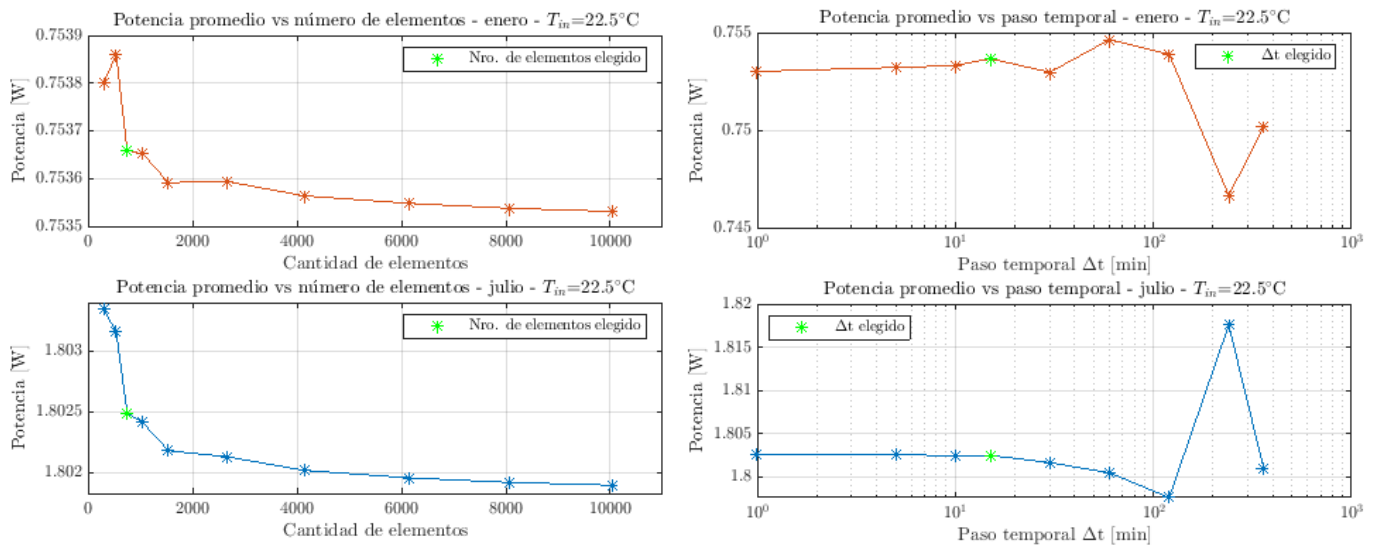


Figura 6. Campos de temperatura en el techo para distintas horas del día (en julio, con temperatura interior de 22,5°C).

La **Figura 7** muestra los análisis de sensibilidad de la malla para dos de los casos estudiados. La diferencia máxima de potencia promedio con los números de elementos estudiados no supera los 1,67mW, por lo que no se justifica el uso de una malla demasiado fina; como referencia, la elegida para el trabajo es de 750 elementos, relativamente gruesa pero con tiempos computacionales aceptables. A su vez, la **Figura 8** muestra el impacto de variar el paso temporal; entre el Δt elegido para el trabajo (15 minutos) y las mallas más finas hay una variación de potencia promedio de no más de 0,65mW. Los resultados comienzan a variar en 19,96mW a partir de $\Delta t > 2$ hs, debido en gran parte a que los saltos temporales son muy grandes para seguir a las curvas de radiación y temperatura.



Figuras 7 (izq.) y 8 (der.). Potencia promedio por módulo de techo, en función del número de elementos (izq.) y en función del paso temporal Δt (der.).

Por otro lado, la **Figura 9** muestra cómo varía la potencia por módulo de techo con el espesor de sus componentes. Los tres gráficos llevan a la misma conclusión: a mayor volumen de aislante (en detrimento del volumen del resto), menor gasto de potencia.

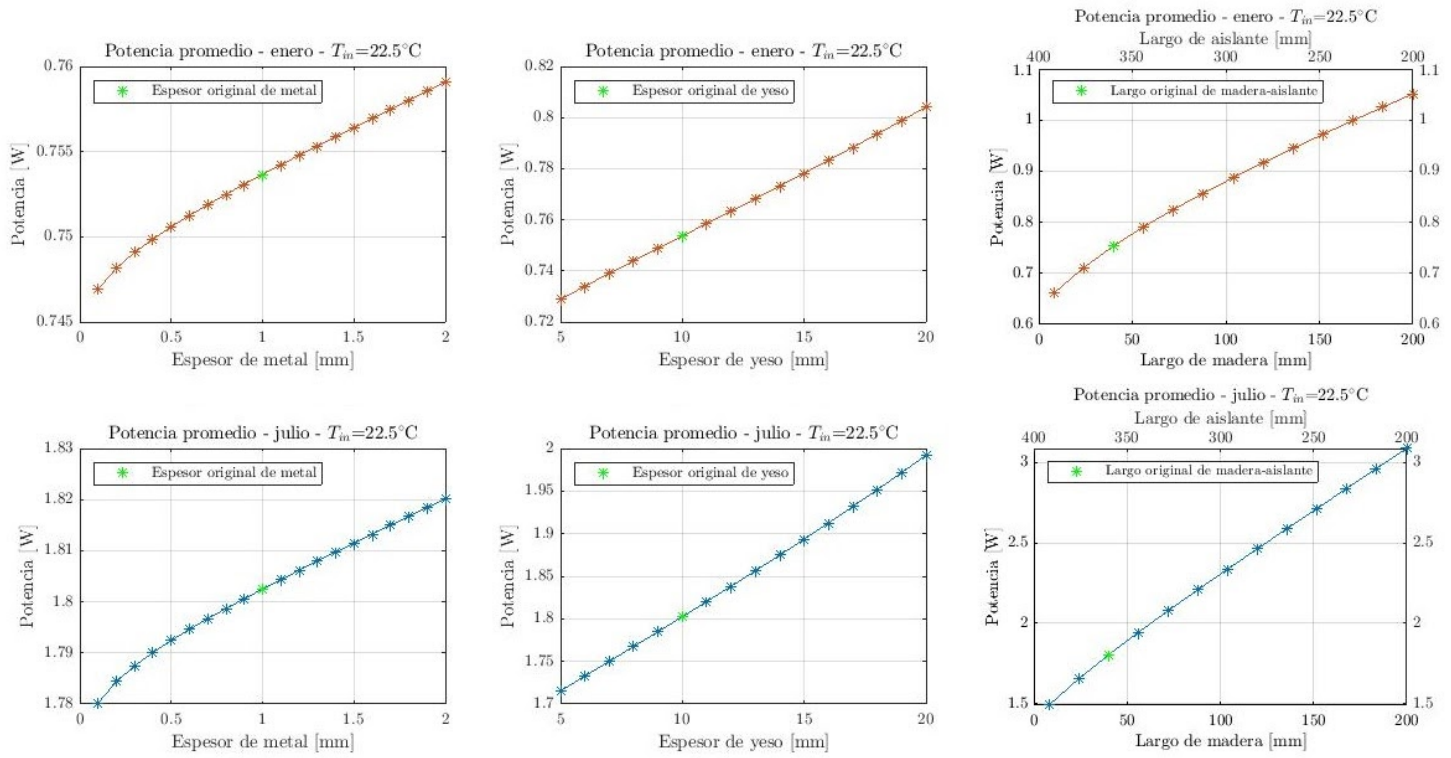


Figura 9. Variación de la potencia de calefacción-refrigeración con el espesor de metal, yeso y los largos de madera-aislante, respectivamente.

Por último, la **Figura 10** muestra el impacto que puede tener la nubosidad en la potencia requerida. Se representa el calor que ingresa por la cara norte del techo para cinco estados de nubosidad. Además de la evidente disminución de potencia a través de la cara norte durante las horas de alta nubosidad, se ve que en meses cálidos como enero, la presencia de nubes disminuye el gasto en refrigeración (dado que incide menos radiación en el techo y éste se calienta menos). En cambio, en un mes frío como julio, la radiación solar es deseable para reducir el consumo en calefacción.

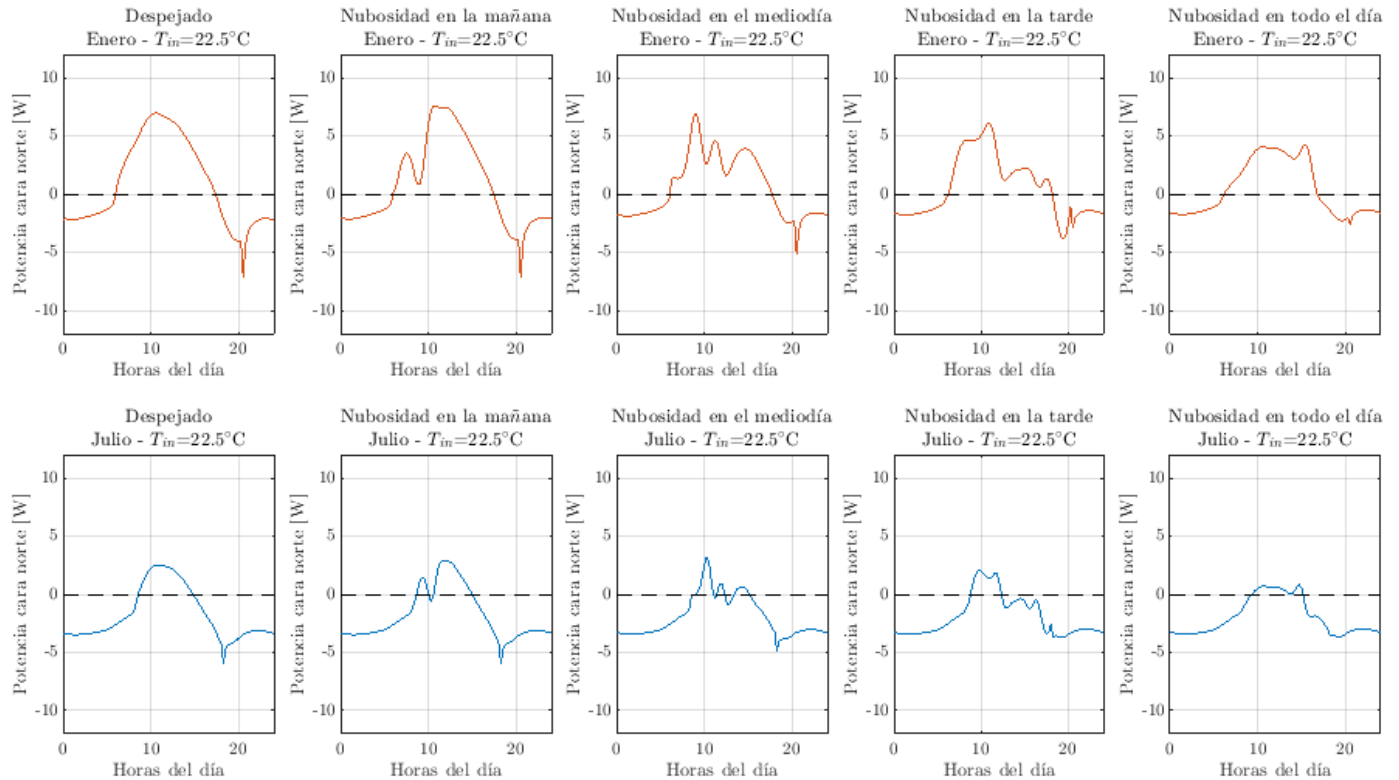


Figura 10. Potencia norte durante día de estudio para distintos estados de nubosidad, en enero y julio con $T_{in} = 22,5^{\circ}\text{C}$.

La **Tabla 3** muestra la resistencia térmica equivalente del modelo numérico y del modelo resistivo unidimensional con el que se lo compara, además del calor que los atraviesa. Se observa que la diferencia porcentual tanto de la resistencia equivalente como del calor perdido es muy pequeña, menor a la unidad. El modelo numérico bidimensional no estacionario que se desarrolló resuelve sin problemas un caso unidimensional, estacionario y lineal sin radiación.

| | Modelo numérico 2D | Modelo resistivo 1D | Diferencia aritmética | Diferencia porcentual |
|--|--------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|
| Resistencia térmica equivalente [$\frac{Km^2}{W}$] | 45,263 | 44,994 | 0,269 | 0,60% |
| Calor perdido [W] | 0,239 | 0,240 | 0,001 | 0,84% |

Tabla 3. Resistencia térmica equivalente (incluye resistencias convectivas) y calor perdido para el modelo numérico y el resistivo, junto con las diferencias aritméticas y porcentuales de dichos parámetros.

Finalmente, la **Tabla 4** muestra las resistencias térmicas equivalentes del módulo de techo estudiado y de algunos productos ofrecidos en el mercado. Se ve que la resistencia del techo del modelo numérico vale $R_{eq,num} = 1,638 \frac{Km^2}{W}$, valor que cumple con el requisito mínimo que exige la norma IRAM 11605 “sobre acondicionamiento térmico de edificios y condiciones de habitabilidad en edificios” [17], de $R_{min,IRAM} = 1 \frac{Km^2}{W}$ para los meses de invierno y $R_{min,IRAM} = 1,316 \frac{Km^2}{W}$ para los de verano. Además, $R_{eq,num}$ entra en el rango de valores de las resistencias de techos aislantes comerciales hallados.

| | Modelo numérico | Tejatech 30mm [18] | Foilroof 50mm [18] | Foilroof 80mm [18] | Simpletech S-10 [18] | Conrock Q7 [19] |
|---------------------------|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|-----------------|
| $R_{eq} [\frac{Km^2}{W}]$ | 1,638 | 1,695 | 2,632 | 4,167 | 0,820 | 1,978 |

Tabla 4. Resistencia térmica equivalente (sin resistencias convectivas) del módulo de techo estudiado y de otros techos comerciales.

Conclusión

En conclusión, el modelo numérico del módulo de techo compuesto estudiado resuelve correctamente el problema de transferencia de calor bidimensional y no estacionario al que se lo somete. Mediante el método de volúmenes finitos, se trabaja con una malla partida en regiones con distintas propiedades y se estudia el desempeño del techo a lo largo de todo el año, sujeto al clima de la Ciudad de Buenos Aires. Así, se obtienen las potencias de calefacción y refrigeración requeridas para climatizar el interior de una vivienda, para un amplio rango de temperaturas interiores.

El modelo efectivamente cumple con la conservación de la energía: todo el calor que ingresa por los bordes del dominio es igual a la derivada temporal de la energía, como lo muestra la **Figura 5**; y para las discretizaciones espacial y temporal usadas, alcanza soluciones con muy poco error. Los flujos de calor a través del techo varían de forma clara a lo largo del día, al igual que lo hace la temperatura ambiente y la radiación solar. Su dependencia de las condiciones meteorológicas se ve también en la influencia que tiene la nubosidad en los gastos energéticos de refrigeración en verano, y de calefacción en invierno, análisis del que da cuenta la **Figura 10**.

Resulta de interés resaltar las conclusiones obtenidas de los gráficos mostrados en la **Figura 4**. Se puede concluir en que durante el invierno se requiere mayor calefacción de lo que se requiere refrigeración en verano; esto se respalda con el hecho de que para unos agradables 22,5°C interiores, un 74,94% de la potencia utilizada es de calefacción, mientras que el 25,06% restante es de refrigeración. La temperatura interior que debería mantenerse durante todo el año para minimizar el consumo es de 19°C.

Por otra parte, el modelo numérico desarrollado es compatible con un modelo analítico resistivo unidimensional del mismo techo, obteniéndose resultados de flujos y resistencias equivalentes con diferencias menores al 1%. Al ser concebido como no estacionario y bidimensional, engloba y supera al modelo resistivo.

Finalmente, se pueden evaluar las prestaciones del módulo de techo aislante estudiado al compararlas con las de aquellos ofrecidos por el mercado. La resistencia térmica equivalente del modelo numérico del techo compuesto es $R_{eq} = 1,638 \frac{Km^2}{W}$, valor que queda comprendido en el rango de resistencias térmicas halladas en otros techos comerciales. Sin embargo, algunos de los otros techos aislantes proveen prácticamente la misma resistencia térmica, pero con un espesor de techo mucho menor, como lo deja en evidencia la **Tabla 4**. De todas formas, si bien el techo propuesto en el presente trabajo puede no ser la mejor opción en el mercado, sí es cierto que cumple con los requisitos tanto técnicos como de performance que demanda la legislación local.

Bibliografía

[1] ¿Cuál es el consumo eléctrico promedio de una casa?

<https://hipotecarioseguros.com.ar/blog/nota/cual-es-el-consumo-electrico-promedio-de-una-casa>

Fecha de consulta: 14/02/2022

[2] Suben las tarifas de Edenor y Edesur: de cuánto es el aumento y desde cuándo rige

<https://www.perfil.com/noticias/economia/suben-las-tarifas-de-edenor-y-edesur-de-cuanto-es-el-aumento-y-desde-cuando-rige.phtml>

Fecha de consulta: 14/02/2022

[3] Calefacción pasiva. ¿Cómo se escapa el calor de tu casa?

<https://www.lanacion.com.ar/sociedad/por-donde-se-escapa-calor-casa-nid2264522/>

Fecha de consulta: 14/02/2022

[4] Mercado inmobiliario de la Ciudad de Buenos Aires - Precio de oferta de venta de Casas – Septiembre 2015

<https://www.buenosaires.gob.ar/noticias/mercado-inmobiliario-de-la-ciudad-de-buenos-aires-precio-de-oferta-de-venta-de-casas>

Fecha de consulta: 11/12/2021

[5] F. Kreith, R. M. Manglik, M. S. Bohn, *Principios de Transferencia de Calor*, séptima edición, CENGAGE Learning, 2012.

Páginas consultadas: apéndice 2.

[6] AISLAMIENTO TERMICO

<http://www.eric.es/aislamiento-termico/>

Fecha de consulta: 11/12/2021

[7] PROPIEDADES TERMICAS DE ALGUNOS MATERIALES DE CONSTRUCCION Y AISLANTES

<http://materias.fi.uba.ar/6731/Tablas/Tabla6.pdf>

Fecha de consulta: 11/12/2021

[8] LA ENERGÍA Y SU TRANSFORMACIÓN

<http://iesgonzaloberceo.larioja.edu.es/tecnologia/blog/La%20energia%20y%20su%20transformacion.pdf>

Fecha de consulta: 11/12/2021

[9] Recurso solar

https://www.buenosaires.gob.ar/sites/gcaba/files/recurso__colector_1.pdf

Fecha de consulta: 11/12/2021

[10] Radiación solar en Buenos Aires

<https://www.tutiempo.net/radiacion-solar/buenos-aires.html>

Fecha de consulta: 11/12/2021

[11] MAPAS DE RADIACIÓN SOLAR GLOBAL DE LA REPUBLICA ARGENTINA A PARTIR DEL PRODUCTO SYN1-CERES

<http://naturalis.fcnym.unlp.edu.ar/repositorio/documentos/sipcyt/bfa006341.pdf>

<http://naturalis.fcnym.unlp.edu.ar/id/20191128016141>

<https://docplayer.es/215472821-Mapas-de-radiacion-solar-global-de-la-republica-argentina-a-partir-del-producto-syn1-ceres.html>

Fecha de consulta: 11/12/2021 (los tres sitios llevan al mismo paper)

[12] GUÍA DEL RECURSO SOLAR

https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/guia_del_recurso_solar_anexos_final.pdf

Fecha de consulta: 11/12/2021

[13] Horas de salida y puesta de sol de Buenos Aires, Argentina

https://sunrise.maplogs.com/es/buenos_aires_province_argentina.2230.html

Fecha de consulta: 11/12/2021

[14] Pronóstico de hoy para Comuna 1, Buenos Aires

<https://weather.com/es-AR/tiempo/hoy/l/-34.60,-58.38?par=google>

Fecha de consulta: 11/12/2021

[15] Archivo meteorológico Buenos Aires

https://www.meteoblue.com/es/tiempo/historyclimate/weatherarchive/buenos-aires_argentina_3435910?fcstlength=1y&year=2020&month=12

Fecha de consulta: 11/12/2021

[16] F. Kreith, R. M. Manglik, M. S. Bohn, *Principios de Transferencia de Calor*, séptima edición, CENGAGE Learning, 2012.

Páginas consultadas: 311 (ecuaciones (5.15), (5.16), (5.17)) - 275 (ecuación (4.82)).

[17] NORMAS IRAM SOBRE AISLAMIENTO NORMAS IRAM SOBRE AISLAMIENTO TÉRMICO DE EDIFICIOS TÉRMICO DE EDIFICIOS

<https://m2db.files.wordpress.com/2015/07/normas-iram-2015.pdf>

Fecha de consulta: 15/02/2022

[18] Techos y cubiertas

<https://panelesdelsur.com.ar/techos-cubiertas>

Fecha de consulta: 15/02/2022

[19] ROCKWOOL Paneles Sandwich

<https://www.willich.com.ar/paneles.php>

Fecha de consulta: 15/02/2022