Informe Milestone 3:

1. Descripción general:

El tercer hito tiene como objetivo estimar el error de diversos esquemas temporales haciendo uso de la extrapolación de Richardson. Esta extrapolación se vale de la relación existente entre la diferencia existente entre las soluciones que un esquema numérico arroja cuando se evalúa el problema con mallas de distinto paso temporal y, por tanto, de distinta finura. El proceso matemático consiste en entender la solución del esquema numérico como próxima a la solución real analítica, lo que permite realizar un desarrollo de Taylor cerca de dicho punto. Cuando se escribe este desarrollo, se observa que, si se toma la solución de mayor finura como solución más exacta, el error cometido por parte de la solución menos fina es igual a un parámetro K multiplicado por el paso de tiempo de dicha malla elevado a un exponente, que constituye el orden del esquema numérico. El objetivo de este hito es conocido el valor de dicho exponente, poder estimar con facilidad el error total del esquema numérico. El error puede escribirse como:

$$\log(E) = \log(K) + qlog(T) - qlog(N)$$

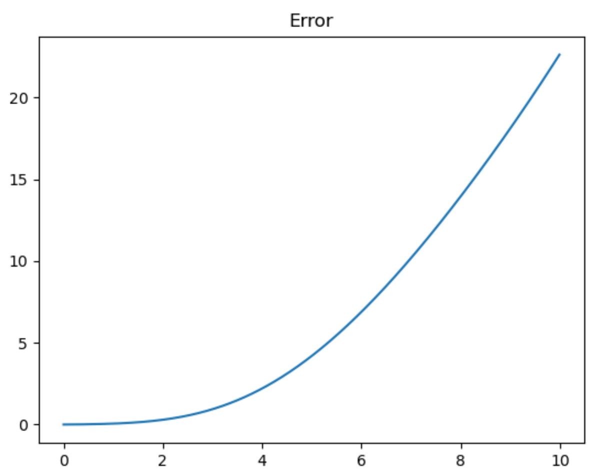
Donde T sería el intervalo temporal de integración y N el número de particiones. La combinación de ambos permite obtener el paso temporal.

2. Desarrollo del código:

Para el código de este hito se han utilizado los módulos de esquemas temporales y de resolución del problema de Cauchy de semanas anteriores y el problema planteado en el hito 2. Dicho problema se ha ido evaluando con dos mallas, una con un paso de tiempo la mitad de grande que la otra. Se han utilizado valores de N1 de 1000 con un tiempo de integración de 10. Para cada uno de estos valores de N1 se han computado las diferencias entre las soluciones obtenidas por las mallas. Conociendo la diferencia entre soluciones y la relación de pasos temporales, se han pintado las funciones de los errores totales según lo descrito en la ecuación anterior. A continuación se muestran los resultados obtenidos para los diferentes esquemas numéricos:

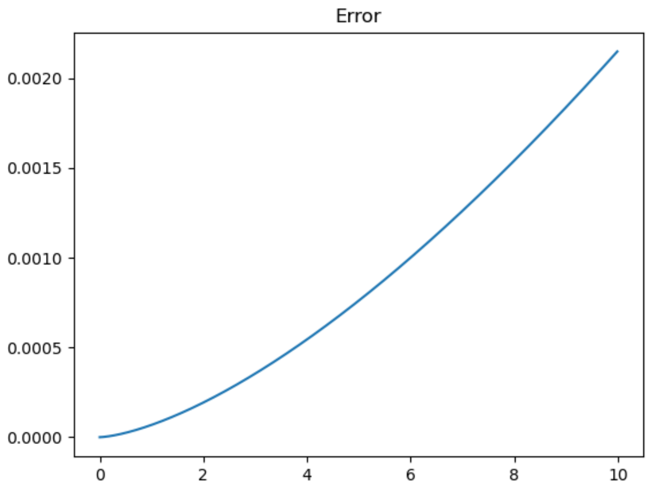
3. Euler

Sabiendo que es un método de primer orden, q=1. Se obtiene el siguiente error:



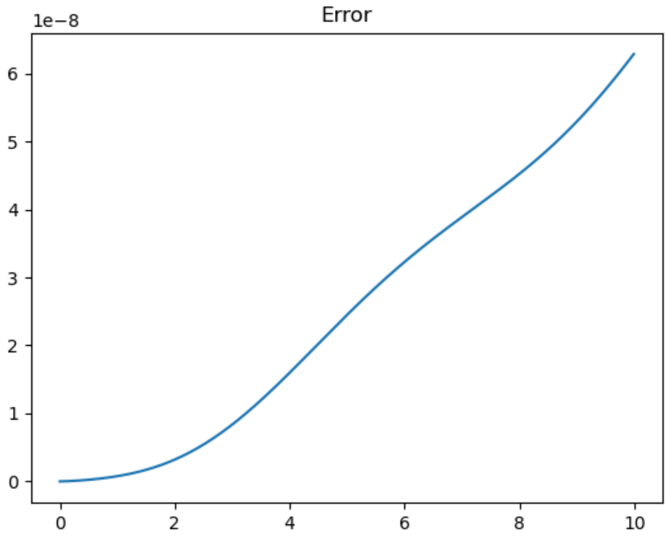
4. Crank Nicolson

Sabiendo que es un método de segundo orden, q = 2, se obtiene el siguiente error:



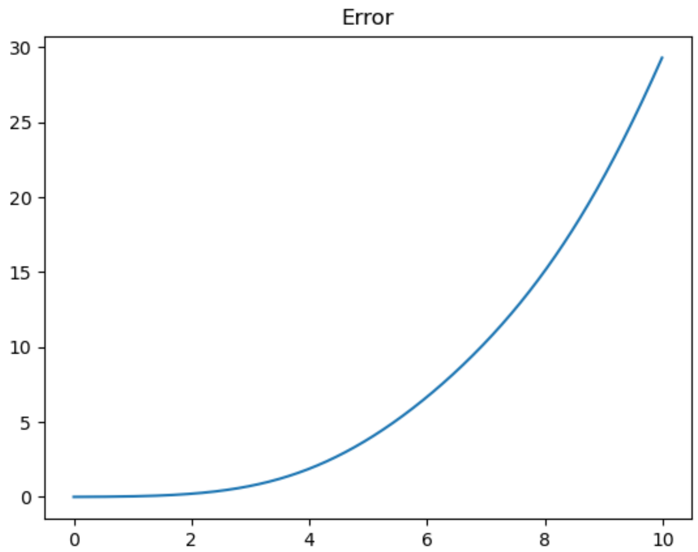
5. Runge-Kutta de orden 4:

Sabiendo que, como su nombre indica, es un esquema de orden 4, se obtiene el siguiente error:



6. Inverse Euler

Se trata de otro esquema de segundo orden, q=2. El error obtenido es:



7. Dificultades encontradas

En un primer momento, según lo visto en clase, pensé que tal vez la idea del hito sería hallar el orden del esquema numérico a partir de la resolución del problema numéricamente con diversas parejas de mallas. Había pensado en intentar obtener la gráfica que mostrara el valor de E en función de N, para de ahí poder sacar q, el orden del sistema, como el factor de proporcionalidad entre ambos en escala logarítmica. Sin embargo, no he sido capaz, por lo que me gustaría que se tratara en clase.