

4.2. Nivel Avanzado

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 3 horas y 30 minutos.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

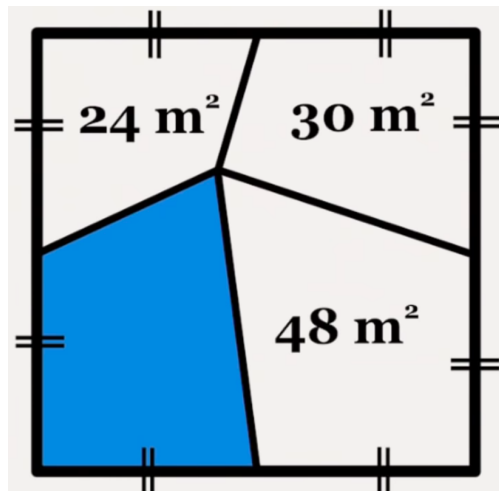
Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

1. **(50 puntos).** Hallar todos los valores posibles de n para los cuales se cumple que n , $n + 2$ y $n + 4$ son números primos.
2. **(50 puntos).** Considere la función $f(x)$ definida en los enteros positivos. Esta función cumple con la siguiente propiedad:

$$f(xy) = f(x) + f(y)$$

para cualesquiera enteros positivos x e y . Si se sabe que $f(2048) = 33$. Calcular el valor de $f(1024)$.

3. **(50 puntos).**Cuál es la mayor potencia de 3 que divide a $25! + 26! + 27!$?
4. **(50 puntos).** Calcular el área azul en la siguiente figura



5. **(50 puntos).** Se tiene un cubo. Cuántos planos diferentes existen tales que contengan por lo menos 3 puntos del cubo?