

RECOPILACIÓN DE PRUEBAS

Dedicado a todos aquellos que ven mas allá de los números

Índice general

1. 23 de Mayo de 2020	2
1.1. Nivel Básico	4
1.2. Nivel Medio	6
1.3. Nivel Avanzado	7
2. 13 de Junio de 2020	9
2.1. Nivel Básico	11
2.2. Nivel Medio	13
2.3. Nivel Avanzado	14
3. 15 de Agosto de 2020	15
3.1. Nivel Básico	17
3.2. Nivel Avanzado	19
4. 12 de Septiembre de 2020	20
4.1. Nivel Básico	22
4.2. Nivel Avanzado	24
5. 10 de Octubre de 2020	25
5.1. Nivel Básico	27
5.2. Nivel Avanzado	29
6. 31 de Octubre de 2020	30
6.1. Nivel Básico	32
6.2. Nivel Avanzado	34
7. 15 de marzo de 2021	36
7.1. Nivel Básico	38
7.2. Nivel Avanzado	39

Capítulo 1

23 de Mayo de 2020

Referencias

Básico: Prueba de la ronda Final de OMAPA 2012, Nivel 1, Grados 6 y 7.

Medio: Prueba de la ronda Final de OMAPA 2012, Nivel 2, Grados 8 y 9.

Avanzado: Prueba de la ronda Final de OMAPA 2012, Nivel 3, Grados 10 y 11

1.1. Nivel Básico

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

Problema 1

En el colegio de Marta se organiza un torneo interno de fútbol en el que participan 8 equipos.

En la primera fecha hay 4 partidos: los que pierden se eliminan y los que ganan juegan la siguiente fecha, y así sucesivamente. ¿Cuántos partidos jugó el equipo que salió vice campeón?

Problema 2

Se escriben números naturales en Filas, siguiendo el siguiente esquema: en la Fila 1 está sólo el número 2, en la Fila 2 están los números 5 y 6, etc.

```

2
5  6
8  9  10
11 12 13 14
14 15 16 17 18
17 18 19 20 21 22
20 21 22 23 24 25 26

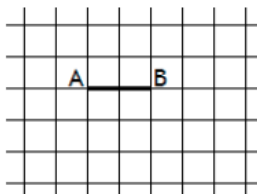
```

¿Qué número ocupa el último lugar de la derecha de la Fila 50?

Problema 3

Dado el pentágono regular ABCDE, de centro O, se trazan los segmentos CO y EO. Calcular los 4 ángulos del cuadrilátero CDEO.

Problema 4



En el pedazo de la hoja cuadriculada que se ve en la figura, los lados de los cuadritos miden 1 cm.

Diana dibuja un segmento AB de 2 cm, como se muestra.

Ingrid debe dibujar todos los triángulos rectángulos posibles de 1 cm^2 de área, utilizando AB como uno de sus lados.

¿Cuántos triángulos rectángulos puede dibujar Ingrid?

Problema 5

Rodolfo le suma un número natural a 2 012, y el resultado es divisible por 73. Juanca le suma otro número natural a 2 012, y su resultado también es divisible por 73. Si los números de Rodolfo y Juanca son los menores posibles, ¿cuáles son esos números?

1.2. Nivel Medio

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

Problema 1

Pedro dice a sus amigos: “En el siglo XIX hubo un año que, leído del revés, daba un número 4 veces y medio mayor que el número correspondiente al año”

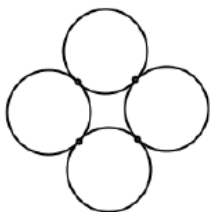
¿A qué año se refiere Pedro?

Problema 2

Ingrid es aficionada a inventar problemas. Les dice a sus amigos: “tengo una cantidad de fotos tal que si se divide entre 3 da residuo 2, si se divide entre 5 el residuo es 4 y si se divide entre 7 el residuo resulta 1”.

¿Cuál es la menor cantidad de fotos que puede tener Ingrid?

Problema 3



Cuatro circunferencias iguales de radio 1 son tangentes entre sí dos a dos. Las cuatro circunferencias son tangentes a una circunferencia mayor. ¿Cuál es el radio de la circunferencia mayor?

Problema 4

¿Cuál es la menor cantidad de enteros positivos consecutivos, cuya suma es 2 012?

Problema 5

En un cuadrado ABCD de 10 m de lado, está inscripto un triángulo APD de 25 m^2 de área (P está sobre uno de los lados del cuadrado).

Calcular cuántos metros puede medir la distancia BP.

1.3. Nivel Avanzado

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

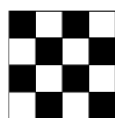
Problema 1

Se tiene una lista de números que cumple con las condiciones siguientes:

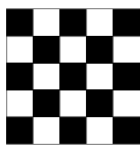
- El primer número de la lista es un número natural de una cifra.
- Cada número de la lista (a partir del segundo) se obtiene sumando 9 al número anterior.
- El número 2 012 figura en la lista.

Determinar cuál es el primer número de la lista.

Problema 2



Tablero 4×4



Tablero 5×5

La Hormiguita Viajera camina sobre varios tableros cuadrículados en blanco y negro, moviéndose horizontalmente o verticalmente, pero sin pasar dos o más veces por la misma casilla.

- Si el tablero es de 4×4 , ¿de cuáles casillas puede partir para que pueda recorrer todas las casillas del tablero?
- Si el tablero es de 5×5 , ¿de cuáles casillas puede partir para que pueda recorrer todas las casillas del tablero?
- Si el tablero es de $n \times n$ (donde n es cualquier número natural), ¿de cuáles casillas puede partir para que pueda recorrer todas las casillas del tablero?

Problema 3

Se inscribe un triángulo ABC (recto en B) en una semicircunferencia de diámetro $AC = 10$. Calcular la distancia del vértice B al lado AC, si la mediana correspondiente al lado AC es media geométrica de los otros dos lados. (Recuerda que si $\frac{m}{n} = \frac{n}{q}$, n es media geométrica de m y q)

Problema 4

Hallar el número de cuatro cifras diferentes de la forma \overline{abcd} , sabiendo que es divisible por 3 y que $\overline{ab} - \overline{cd} = 11$. (\overline{abcd} es un número de 4 dígitos, con los 4 dígitos diferentes; \overline{ab} es un número de 2 dígitos con los 2 dígitos diferentes, lo mismo que \overline{cd})

Problema 5

En un triángulo equilátero ABC se elige un punto cualquiera Q sobre BC. Se traza la circunferencia circunscripta al triángulo y se prolonga AQ hasta cortar en P a la circunferencia.

Demostrar que $\frac{1}{PB} + \frac{1}{PC} = \frac{1}{PQ}$

Capítulo 2

13 de Junio de 2020

Referencias

Básico:

- *Problema 1* tomado de OPM 2017-2018 Pre-olimpiadas 5ano problema 2.
- *Problema 2* tomado de OPM 2017-2018 Pre-olimpiadas 5ano problema 3.
- *Problema 3* tomado de OPM 2017-2018 2° eliminatoria, Junior problema 1.
- *Problema 4* tomado de OPM 2017-2018 2° eliminatoria, Junior problema 3.

Medio:

- *Problema 1* tomado de OPM 2017-2018 2° eliminatoria, Junior problema 3.
- *Problema 2* tomado de OPM 2017-2018 2° eliminatoria, Junior problema 4.
- *Problema 3* tomado de OPM 2017-2018 2° eliminatoria, Categoría A problema 1.
- *Problema 4* tomado de OPM 2017-2018 2° eliminatoria, Categoría A problema 4.

Avanzado:

- *Problema 1* tomado de OPM 2017-2018 2° eliminatoria, Categoría A problema 3.
- *Problema 2* tomado de OPM 2017-2018 2° eliminatoria, Categoría B problema 1.
- *Problema 4* tomado de OPM 2017-2018 2° eliminatoria, Categoría B problema 2.
- *Problema 5* tomado de OPM 2016-2017 Final día 1, Categoría B problema 1.

2.1. Nivel Básico

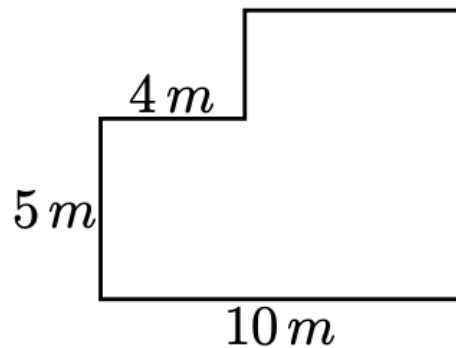
Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

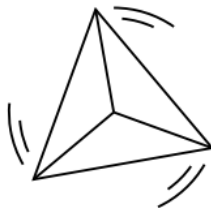
Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero la pueden usar como borrador de los problemas

Puntaje máximo: 250 puntos.

1. **50 puntos.** José tenía un terreno rectangular del cuál vendió una parte rectangular mas pequeña, quedandose solamente con un terreno de área $68m^2$, las medidas se muestran en la figura. El señor José pretende comprar una red para cercar su terreno. Sabiendo que el metro de red cuesta 50 pesos, cuánto tendrá que gastar José para cercar su terreno?

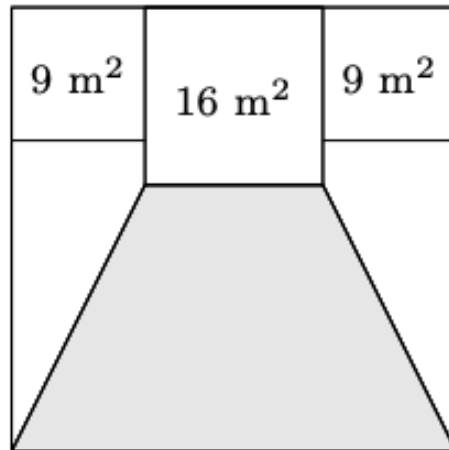


2. **50 puntos.** Andrés tiene un trompo y quiere pintar los tres triángulos que tiene en su forma usando los colores amarillo, azul y rojo. Si Andrés quiere poder pintar regiones diferentes del mismo color, de cuántas maneras en total puede pintar su trompo?



3.

- A) **25 puntos.** Paulo es dueño de un terreno que está compuesto de tres cuadrados y tres trapecios. El área de cada cuadrado se muestra en la figura. Cuánto vale el lote sombreado sabiendo que cada m^2 vale 1 millón de pesos?



B) **25 puntos.** Considere la siguiente lista de afirmaciones:

- 1) En esta lista hay exactamente una afirmación falsa.
- 2) En esta lista hay exactamente dos afirmaciones falsas.
- 3) En esta lista hay exactamente tres afirmaciones falsas.
- 4) En esta lista hay exactamente cuatro afirmaciones falsas.

Cuál de las afirmaciones es verdadera? o ninguna es verdadera?

C) **25 puntos.** En cuántos ceros termina el número $8^7 \times 25^5$?

D) **25 puntos.** Un número de tres dígitos se dice que es *cuadriñado* si es múltiplo de cuatro y todos los números que se obtienen al desordenar sus dígitos también son múltiplos de cuatro. Por ejemplo, 408 es *cuadriñado* porque 408, 084, 048, 840 y 804 son todos múltiplos de cuatro. Cuántos números *cuadriñados* existen?

4. **50 puntos.** En un triángulo CDE , el punto A está en CD de forma que la distancia de A a C es 4cm y de A a D 8cm . El punto B está en CE a 6cm de C y 2cm de E . Si el área del triángulo ABC es 3cm^2 , cuánto mide el área del triángulo CDE ?

2.2. Nivel Medio

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero la pueden usar como borrador de los problemas

Puntaje máximo: 250 puntos.

1. **50 puntos.** En un triángulo CDE , el punto A está en CD de forma que la distancia de A a C es 4cm y de A a D 8cm . El punto B está en CE a 6cm de C y 2cm de E . Si el área del triángulo ABC es 3cm^2 , cuánto mide el área del triángulo CDE ?
2. **50 puntos.** Siete amigos se sientan en una mesa a comer. De cuántas formas podemos escoger un grupo, por con lo menos una persona, de forma que no hayan dos personas que hayan estado sentadas al lado en la comida?
3.
 - A) **25 puntos.** Paulo es dueño de un terreno que está compuesto de siete divisiones rectangulares como muestra la figura. El área algunas divisiones se muestra en la figura. Cuánto es el área del terreno de Paulo?

		29 m^2
54 m^2	28 m^2	58 m^2
27 m^2		

- B) **25 puntos.** En cuántos ceros termina el número $8^7 \times 25^5$?
 - C) **25 puntos.** Juan nació entre 1989 y 1999 y solo sabe que una de las siguientes afirmaciones es falsa: “Juan nació en un año par”, “Juan nació en un año múltiplo de 5”, “Juan nació en un año divisible por 3”. Cuánto es el número de intentos necesarios para saber con certeza el año de nacimiento de Juan?
 - D) **25 puntos.** Un número de tres dígitos se dice que es *cuadriñado* si es múltiplo de cuatro y todos los números que se obtienen al desordenar sus dígitos también son múltiplos de cuatro. Por ejemplo, 408 es *cuadriñado* porque 408, 084, 048, 840 y 804 son todos múltiplos de cuatro. Cuántos números *cuadriñados* existen?
4. **50 puntos.** En un juego de dardos, un jugador puede obtener 7 o 11 puntos en cada lanzamiento. La puntuación de cada jugador es la suma de los puntos obtenidos en sus lanzamientos. Cuántos múltiplos de 5 son imposibles de obtener como puntuación en este juego, si no hay un límite de número de lanzamientos?

2.3. Nivel Avanzado

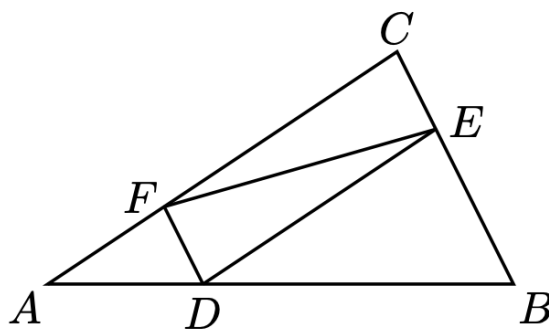
Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero la pueden usar como borrador de los problemas

Puntaje máximo: 250 puntos.

1. **50 puntos.** Para desbloquear su celular, Juan utiliza contraseñas de 4 dígitos diferentes de cero de forma que el primer dígito es la suma de los otros tres. Si Juan cambia la contraseña todos los días, luego de cuántos días Juan se verá obligado a repetir contraseña?
2. **50 puntos.**Cuál es el mayor múltiplo de 3 que no puede ser escrito de la forma $7a + 11b$, donde a y b son números naturales?
3. **50 puntos.** Diez amigos se sientan en una mesa a comer. De cuántas formas podemos escoger un grupo, por con lo menos una persona, de forma que no hayan dos personas que hayan estado sentadas al lado en la comida?
4. **50 puntos.** Sea $\triangle ABC$ de área 9 y D, E y F puntos en los lados AB, BC y AC respectivamente tales que $DE \parallel AC$ y $DF \parallel BC$. Sabiendo que el área de $\triangle DEB$ es cuatro veces el área de $\triangle AFD$, cuál es el área de $\triangle CFE$?



5. **50 puntos.** Determinar todos los valores **enteros** de n para los cuales el número

$$\frac{14n + 25}{2n + 1}$$

es un cuadrado perfecto.

Capítulo 3

15 de Agosto de 2020

Referencias

Básico:

- *Problema 1.* Problema 1 Final UIS 2018 Nivel Avanzado Primaria.
- *Problema 2.* Problema 2 Final UIS 2018 Nivel Avanzado Primaria.
- *Problema 3.* Problema 8 Selectiva UIS 2012 Nivel Medio Primaria.
- *Problema 4.* Problema 9 Selectiva UIS 2012 Nivel Medio Primaria.
- *Problema 5.* Creado.

Avanzado:

- *Problema 1.* Problema 8 Selectiva UIS 2019 Nivel Avanzado
- *Problema 2.* Problema 2 Selectiva UIS 2018 Nivel Avanzado
- *Problema 3.* 4.55 de *Introduction to Number Thoery (AOPS)*
- *Problema 4.* Problema 2 Geometría N.2 A.4 de POTI (Programa Olímpico de Treinamento)
- *Problema 5.* 2.31 de David Patrick. *Introduction to Counting and Probability.* Aops, 2005.

3.1. Nivel Básico

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

1. (50 puntos).

Al pasar por una calle de su pueblo, Alison observa el siguiente mensaje en la puerta de un local:

Cada vez que entre a este establecimiento duplicaremos el dinero con el que ingresa, pero para entrar debe pagar \$150.

Si al salir 5 veces del local Alison tiene \$6.700, ¿con cuánto dinero ingresó la primera vez?

2. (50 puntos).

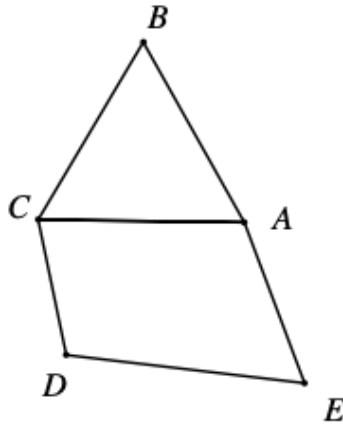
Un viejo mago matemático sabe que el número ganador de la lotería es un múltiplo de 3 de cuatro cifras, tal que la suma de sus cifras es múltiplo de 11. ¿Cuál es el número mínimo de boletas que debe comprar el mago para estar seguro de ganar la lotería?

3. (50 puntos).

Pedrito debe formar todos los números de cinco cifras que se puedan hacer con los dígitos 0 y 1. ¿Cuáles números formó Pedrito? y ¿Cuántos son?

4. (50 puntos).

En la figura, ABC es un triángulo equilátero de 21 cm de perímetro, $CD = AC$ y el cuadrilátero $ACDE$ tiene 25 cm de perímetro. ¿Cuál es el perímetro del polígono $ABCDE$?



5. (50 puntos). Calcular el resultado de la siguiente operación:

$$\frac{100 - 101 + 102 - 103 + 104 - 105 + 106 - \cdots + 198 - 199 + 200}{50}$$

3.2. Nivel Avanzado

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

1. (50 puntos).

Hallar el valor de x que satisface la siguiente ecuación

$$\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + \cdots + 2019\sqrt{1 + x}}}}} = 3.$$

2. (50 puntos).

¿Cuál es la suma de las cifras del resultado de la siguiente suma?

$$\frac{2018}{0,2018} + \frac{2018}{0,02018} + \frac{2018}{0,002018} + \cdots + \frac{2018}{0,\underbrace{000\cdots0}_{2018 \text{ ceros}}2018}$$

3. (50 puntos). Cualquier producto entre dos de los números 30,72 y N es divisible por el tercero. Cuál es el valor mas pequeño posible que puede tener N ?
4. (50 puntos). En un $\triangle ABC$, $AB = 4cm$, $BC = 5cm$ y $AC = 6cm$. Calcular la medida de los lados un triángulo semejante a ABC que tenga perímetro $20cm$.
5. (50 puntos). De cuántas formas usted puede deletrear la palabra NOON a partir de la tabla que se muestra debajo? Para deletrear usted puede empezar con cualquier letra, luego en cada paso usted se puede mover arriba, abajo, a la derecha, a la izquierda o en diagonal hasta que termine de deletrear la palabra. Usted no puede pasar por la misma casilla dos veces.

N	N	N	N
N	O	O	N
N	O	O	N
N	N	N	N

Capítulo 4

12 de Septiembre de 2020

Referencias

Básico:

- *Problema 1.* Problema 9 categoría Benjamín, Canguro Matemático (Portugal).
- *Problema 2.* Problema 12 Clasificatoria UAN Primer Nivel, 1999.
- *Problema 3.* Problema 2 Selectiva UAN Primer Nivel, 1999.
- *Problema 4.* Problema 23 Clasificatoria UAN Primer Nivel, 1997.
- *Problema 5.* Problema 2 Selectiva UAN Primer Nivel, 1997.

Avanzado:

- *Problema 1.* Creado
- *Problema 2.* Final UIS nivel avanzado 2020.
- *Problema 3.* Basado en: Canguro Matemático Brasil, problema 11.
- *Problema 4.* https://www.youtube.com/watch?v=a6m_FsyBV9o&ab_channel=AcademiaInternet
- *Problema 5.* Problema 24 categoría Estudiante, Canguro Matemático (Portugal), 2019.

4.1. Nivel Básico

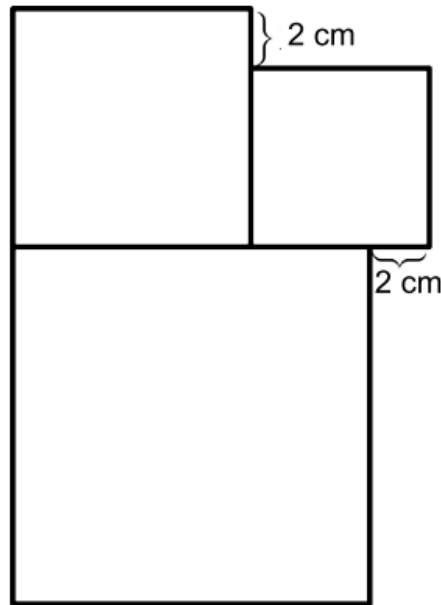
Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 3 horas y 30 minutos.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

1. **(50 puntos).** En la Figura se muestran 3 cuadrados. Se conocen algunas longitudes como se muestra en la figura. Si el lado del cuadrado más pequeño mide 6cm cuánto es el perímetro de toda la figura que forman los tres cuadrados?



2. **(50 puntos).** Calcular el resultado de la siguiente suma

$$2\left(1 - \frac{1}{2}\right) + 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) + 4\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \cdots + 19\left(1 - \frac{1}{19}\right) + 20\left(1 - \frac{1}{20}\right)$$

3. **(50 puntos).** Oscar escribió en una hoja de papel 5 números enteros positivos y se los mostró a Andrés. Andrés dijo “La suma de estos 5 números es 23”, y Oscar agregó “Si! y su producto es 2000. Cuál es el mayor de estos 5 números?”
4. **(50 puntos).** Cuántos números de cuatro dígitos mayores que 4000 pueden formarse con los dígitos 2,3,4,5 y 6 si ningún dígito aparece mas de una vez en un número?
5. **(50 puntos).** Pedro hace la siguiente lista de números

$$1, 9, 9, 7, 7, \dots$$

todos los elementos de la lista a partir del quinto elemento son iguales a la cifra de las unidades del producto de los anteriores 4 números de la lista. Por ejemplo el quinto elemento de la lista de Pedro es el 7 porque la cifra de las unidades del producto $1 \times 9 \times 9 \times 7$ es 7. Pedro continúa así agregando términos a su lista. Cuál es el número que está en la posición 2020?

4.2. Nivel Avanzado

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 3 horas y 30 minutos.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

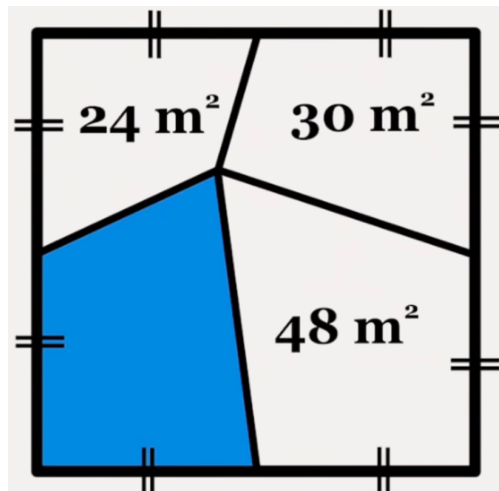
Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

1. **(50 puntos).** Hallar todos los valores posibles de n para los cuales se cumple que n , $n + 2$ y $n + 4$ son números primos.
2. **(50 puntos).** Considere la función $f(x)$ definida en los enteros positivos. Esta función cumple con la siguiente propiedad:

$$f(xy) = f(x) + f(y)$$

para cualesquiera enteros positivos x e y . Si se sabe que $f(2048) = 33$. Calcular el valor de $f(1024)$.

3. **(50 puntos).**Cuál es la mayor potencia de 3 que divide a $25! + 26! + 27!$?
4. **(50 puntos).** Calcular el área azul en la siguiente figura



5. **(50 puntos).** Se tiene un cubo. Cuántos planos diferentes existen tales que contengan por lo menos 3 vértices del cubo?

Capítulo 5

10 de Octubre de 2020

Referencias

Básico:

- *Problema 1.* Creado.
- *Problema 2.* **Creado** .
- *Problema 3.* OBMEP 2010, Nivel 1, problema 32.
- *Problema 4.* Creado.
- *Problema 5.* Problema 6, taller de Áreas de la Universidad de Antioquia.

Avanzado:

- *Problema 1.* Problema 3 Geometría Nivel 2 Aula 4 , Programa Olimpico Treinamento POTI.
- *Problema 2.* Problem 8, Section "Integers" (p. 3) del libro "Mathematical problems and puzzles" de S. Straszewicz.
- *Problema 3.* Creado.
- *Problema 4.* Problema 10, taller de Polinomios de la Universidad de Antioquia.
- *Problema 5.* Creado.

5.1. Nivel Básico

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

1. **(50 puntos).** Cuántos triángulos isósceles diferentes de perímetro 30cm se pueden construir con lados de longitud entera?
2. **(50 puntos).** Un mago le pide a un niño que piense tres números naturales diferentes. El mago es un gran mago y siempre logra adivinar los números que las personas están pensando, pero esta vez se le ha quedado su sombrero en casa y ha perdido toda la magia. Para intentar adivinar los números que el niño está pensando, le pide que le diga cuánto es el producto de ellos, a lo que el niño le responde: 'El producto de los numeros que estoy pensando es 210'. El mago sigue sin adivinar, y el niño le dice otra pista: 'Ninguno de mis números es el 1'. Ayudale al mago diciendole todos los posibles números que puede estar pensando el niño.
3. **(50 puntos).** Una correa cuadrículada tiene 5 cuadraditos de altura y 250 cuadraditos de ancha como se muestra en la figura 5.1. Algunos cuadraditos están pintados de gris en sig-sag, comenzando en la izquierda y continuando hacia la derecha con el mismo patrón hasta terminar la correa. Cuántos cuadraditos no están pintados?

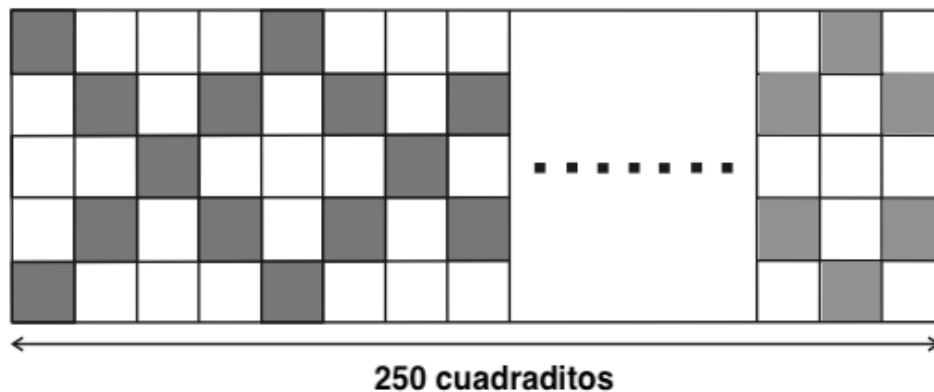


Figura 5.1: Correa de cuadraditos.

4. **(50 puntos).** Juan y Sofía están organizando la biblioteca del colegio. La biblioteca solamente tiene 12 libros, todos diferentes. Juan y Sofía los quieren organizar y se dan cuenta que hay 5 en español, 3 en inglés y 4 en francés. Si para organizarlos deciden colocarlos todos sobre un mismo estante,

A) de cuántas maneras diferentes pueden organizar los libros?

- B) de cuántas maneras diferentes pueden organizar los libros, si los libros que están escritos en el mismo idioma deben quedar juntos?
5. **(50 puntos)**. En la figura 5.2, el cuadrado $ABCD$ tiene lado de longitud 2cm . M es punto medio de BC y N es punto medio de DC . Calcular el área del cuadrilátero $DNMB$?

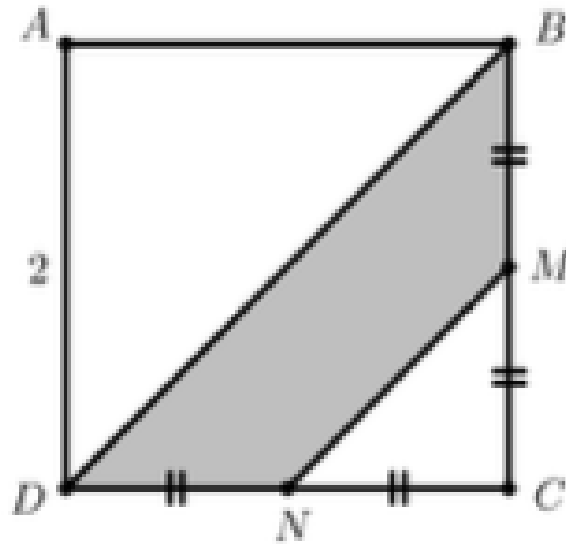


Figura 5.2: Cuadrado $ABCD$ de lado 2cm .

5.2. Nivel Avanzado

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

1. **(50 puntos).** Sea ABC un triángulo equilátero de lado $20cm$. Una recta pasa por el punto medio M en el lado AB y un punto N en el lado AC y corta a la recta \overleftrightarrow{BC} en el punto P de modo que $CP = 12cm$. Hallar la longitud de NA .
2. **(50 puntos).** Probar que el número $2^{55} + 1$ es divisible por 11.
3. **(50 puntos).** Cuántas palabras diferentes se pueden crear con usando exactamente las mismas letras de la palabra

"MARAVILLA"?

(Nota: "MARAVILLA" tiene nueve letras. Una palabra es la union de letras, por ejemplo: "MARALLAVI".).
4. **(50 puntos).** Sean r_1 y r_2 las raíces (soluciones) de la ecuación cuadrática $x^2 + px + q = 0$. Si se sabe que $r_1 - 2r_2 = 2$ y $2r_1 - 3r_2 = 5$, encontrar el valor de los coeficientes p y q de la ecuación cuadrática.
5. **(50 puntos).** Sea ABC un triángulo isósceles en B , es decir $AB = BC$. Demostrar que la bisectriz, mediana y mediatriz del vértice B son el mismo segmento.

Capítulo 6

31 de Octubre de 2020

Referencias

Básico:

- *Problema 1.* Creado.
- *Problema 2.* Creado.
- *Problema 3.* Creado.
- *Problema 4.* Creado.
- *Problema 5.* Problema 7, Nivel 1, 3a RONDA ZONAL de OMAPA, 2014.

Avanzado:

- *Problema 1.* Creado
- *Problema 2.* Problema 24, AMC8, 1997.
- *Problema 3.* Problema 24, AMC10, 2008.
- *Problema 4.* Problema 16.11 de Aops Algebra.
- *Problema 5.* Creado.
- *Plus 5.51* de Introduction to Geometry (AOPS).

6.1. Nivel Básico

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

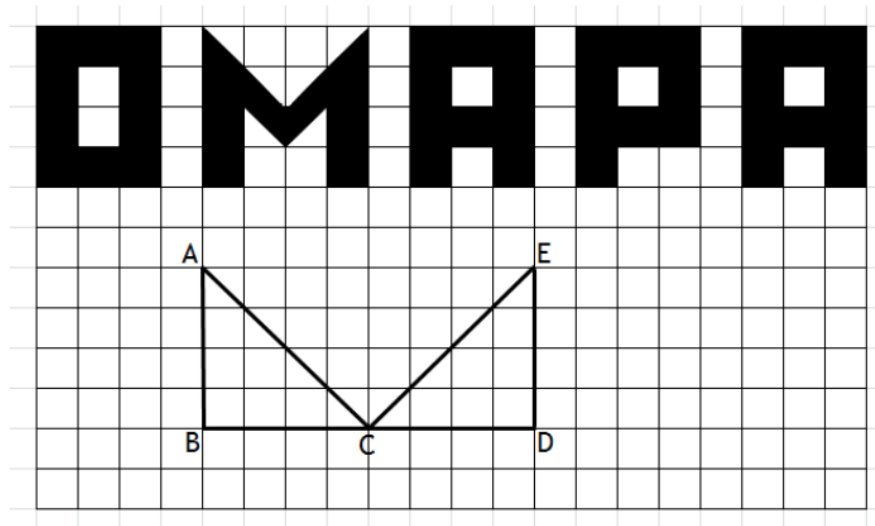
1. **(50 puntos).** Mario tiene una bóveda secreta en su habitación, para abrirla debe escribir tres números uno seguido de otro separados por un guión. Un día vió que su hermana estaba intentando adivinar la clave de su bóveda, entonces decidió cambiar su contraseña $12 - 5 - 13$ por una nueva. Al día siguiente de cambiar la contraseña intentó abrir la bóveda pero no logró acordarse de su nueva contraseña, solo recuerda que el producto de los números de ella es 210. Cuántas son las posibles contraseñas que puede tener la bóveda de Mario? (Nota, el orden de introducir los números en la bóveda genera diferentes contraseñas, es decir, la contraseña $2 - 3 - 5$ es diferente de la $2 - 5 - 3$)
2. **(50 puntos).** Cuántos números naturales menores a 1000 dejan residuo 1 al ser divididos por 7? (Recuerde que residuo es el resto que queda al hacer una división, por ejemplo 23 deja residuo 2 al ser dividido por 7)
3. **(50 puntos).** En un colegio hay 170 estudiantes. Algunos de ellos asisten a la lúdica de Club matemático, cine o fútbol, que se realizan por las tardes. Se sabe que
 - 65 estudiantes asisten a Club matemático.
 - 96 asisten a cine.
 - 94 asisten a fútbol.
 - 35 estudiantes asisten únicamente a la lúdica de cine.
 - 42 asisten a cine y fútbol.
 - 40 asisten a Club matemático y fútbol.
 - 22 estudiantes asisten a las tres lúdicas.

Con base en la información anterior,

- a) ¿Cuántos estudiantes están únicamente en el Club matemático?
 - b) ¿Cuántos están únicamente en fútbol?
 - c) ¿Cuántos de ellos asisten a cine o fútbol?
 - d) ¿Cuántos asisten por lo menos a una de las lúdicas?
 - e) ¿Cuántos estudiantes no asisten a ninguna lúdica?
4. **(50 puntos).** María está jugando con su calculadora, sin embargo su calculadora tiene dos problemas, el primero es que solo tiene un botón que lo que hace es multiplicar por 7 el número que esté en la pantalla y el otro problema es que en la pantalla solo muestra la cifra de las

unidades del resultado. Por ejemplo, si había un 8 en la pantalla, al oprimir el botón quedará un 6, pues 6 es la cifra de las unidades de $8 \times 7 = 56$. Si al inicio María ve el número 7 en la pantalla, que número quedará en la pantalla luego de que María oprima el botón 2020 veces?

5. (50 puntos). Las cuadrículas del gráfico 5 son todas iguales. El área pintada de negro es de 72 cm^2 . Cuánto es la suma de las áreas de los triángulos ABC y CDE ?



6.2. Nivel Avanzado

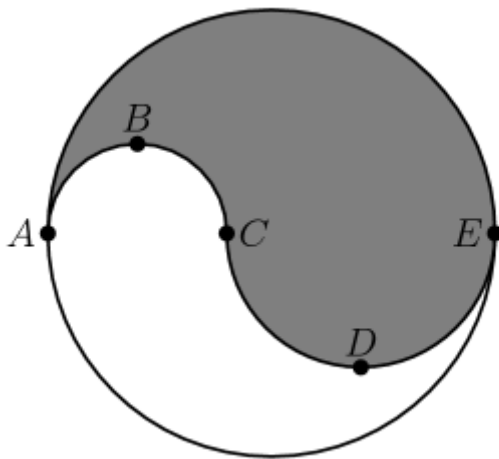
Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

1. (50 puntos). Cuántos números entre -1000 y 1000 dejan residuo 5 al dividirlos por 9? (Recuerde que residuo es el resto que queda al hacer una división, por ejemplo -7 deja residuo 3 al ser dividido por 5, porque $-7 = 5 \times (-2) + 3$.)
2. (50 puntos). En la figura 2 los vértices A, C y E están sobre el diámetro del círculo y el vértice C divide al segmento AE a razón de $2 : 3$. Los dos semicírculos, ABC y CDE , dividen al círculo en una región superior (sombreada) y una región inferior. Cuál es la razón entre el área de la región superior y la de la región inferior.



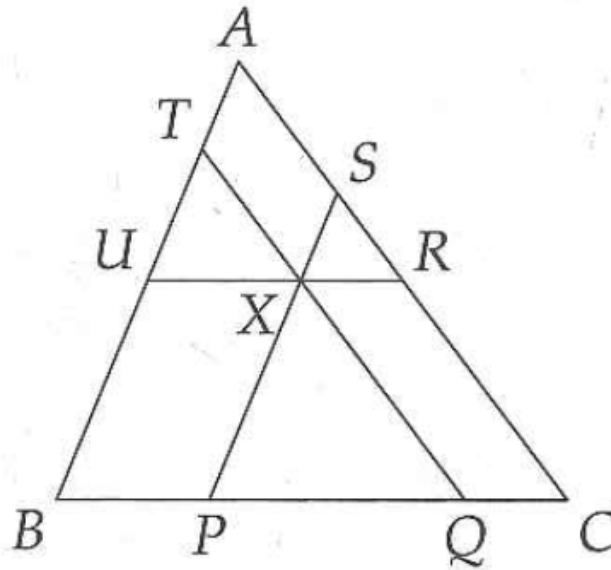
3. (50 puntos). Sea $k = 2008^2 + 2^{2008}$. ¿Cuál es el dígito de las unidades de $k^2 + 2^k$?
4. Sea $f(x)$ la función $f(x) = 3x + 10$.
 - a) (5 puntos). Calcular $f(2)$.
 - b) (10 puntos). Calcular $f(f(3))$.
 - c) (35 puntos). Para que valores de x se cumple que $f(f(x)) = x$?
5. (50 puntos). En total, en el club matemático de bachillerato hay 7 mujeres y 5 hombres. Necesito elegir un equipo con 5 personas para que participe de una prueba por equipos. De cuántas maneras diferentes puedo seleccionar el equipo
 - a) (10 puntos). si no hay ninguna restricción para elegir los participantes del equipo?

b) (15 puntos). si tienen que haber 2 mujeres y 3 hombres en el equipo?

c) (25 puntos). si tienen que haber mas mujeres que hombres en el equipo?

6. **PLUS (50 puntos)**. En la figura ??, $\overline{BC} \parallel \overline{UR}$, $\overline{PS} \parallel \overline{BA}$ y $\overline{TQ} \parallel \overline{AC}$. Probar que

$$\frac{PQ}{BC} + \frac{RS}{CA} + \frac{TU}{AB} = 1$$



Capítulo 7

15 de marzo de 2021

Referencias

Básico:

- *Problema 1.* Creado
- *Problema 2.* UAN Clasificadorio Basico 2017.
- *Problema 3.* UAN Clasificadorio Basico 2017.
- *Problema 4.* UAN Clasificadorio Basico 2017.

Avanzado:

- *Problema 1.*
- *Problema 2.*
- *Problema 3.*
- *Problema 4.*
- *Problema 5.*

7.1. Nivel Básico

Tiempo: 2 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito en papel, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje Máximo: 300 puntos.

1. **(100 puntos).** Para año nuevo Mario se promete ahorrar en su alcancia 5 monedas el día primer día del año, 10 monedas el día segundo del año, 15 monedas el tercer día, 20 el cuarto día y así sucesivamente.
 - A) Cuántos días hay desde el primer día (contandolo) en el que mete 5 monedas hasta el día en que mete 200 monedas en la alcancia?
 - B) Cuántas monedas habrá en su alcancia luego de que meta las 200 monedas ese día?
 - C) Si ahorra con monedas de 50 pesos, cuanto ahorrará en 365 días?
 - D) Mario quiere comprar una casa que cuesta 100,000,000. Si continúa ahorrando de esta manera, cuántos días tienen que pasar para poder comprarla?
2. **(50 puntos).** Encontrar el valor de la expresión:

$$100 - 98 + 96 - 94 + 92 - 90 + \cdots + 8 - 6 + 4 - 2$$

3. **(30 puntos).** ¿Cuál es la suma de los diferentes divisores enteros primos de 2016?
4. **(60 puntos).** Una contraseña de una tarjeta débito en el banco de Federico está compuesta por cuatro cifras de 0 a 9 que se pueden repetir. Si ninguna contraseña puede comenzar con la secuencia 9, 1, 1, ¿Cuántas contraseñas se pueden generar?
5. **(60 puntos).** La suma de 25 enteros pares consecutivos es 10, 000. ¿Cuál es el mayor de estos 25 enteros pares consecutivos?

7.2. Nivel Avanzado

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

1. (50 puntos).
2. (50 puntos).
3. (50 puntos).
4. (50 puntos).
5. (50 puntos).