

5.2. Nivel Avanzado

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.

Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

1. **(50 puntos).** Sea ABC un triángulo equilátero de lado $20cm$. Una recta pasa por el punto medio M en el lado AB y un punto N en el lado AC y corta a la recta \overleftrightarrow{BC} en el punto P de modo que $CP = 12cm$. Hallar la longitud de NA .
2. **(50 puntos).** Probar que el número $2^{55} + 1$ es divisible por 11.
3. **(50 puntos).** Cuántas palabras diferentes se pueden crear con las letras de la palabra

"MARAVILLA"?

(Nota: Una palabra es la unión de letras, por ejemplo: "MARALLAVI").

4. **(50 puntos).** Sean r_1 y r_2 las raíces (soluciones) de la ecuación cuadrática $x^2 + px + q = 0$. Si se sabe que $r_1 - 2r_2 = 2$ y $2r_1 - 3r_2 = 5$, encontrar el valor de los coeficientes p y q de la ecuación cuadrática.
5. **(50 puntos).** Sea ABC un triángulo isósceles en B , es decir $AB = BC$. Demostrar que la bisectriz, mediana y mediatriz del vértice B son el mismo segmento.