

2.3. Nivel Avanzado

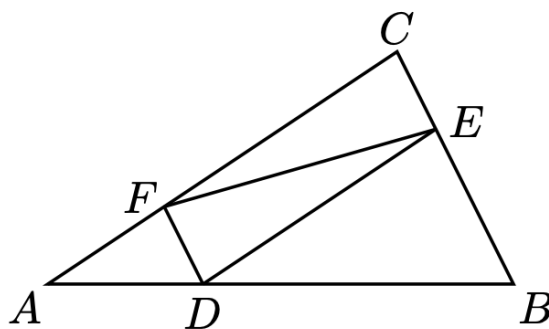
Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.

Tiempo máximo: 4 horas.

Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero la pueden usar como borrador de los problemas

Puntaje máximo: 250 puntos.

1. **50 puntos.** Para desbloquear su celular, Juan utiliza contraseñas de 4 dígitos diferentes de cero de forma que el primer dígito es la suma de los otros tres. Si Juan cambia la contraseña todos los días, luego de cuántos días Juan se verá obligado a repetir contraseña?
2. **50 puntos.** Cuál es el mayor múltiplo de 3 que no puede ser escrito de la forma $7a + 11b$, donde a y b son números naturales?
3. **50 puntos.** Diez amigos se sientan en una mesa a comer. De cuántas formas podemos escoger un grupo, por con lo menos una persona, de forma que no hayan dos personas que hayan estado sentadas al lado en la comida?
4. **50 puntos.** Sea $\triangle ABC$ de área 9 y D, E y F puntos en los lados AB, BC y AC respectivamente tales que $DE \parallel AC$ y $DF \parallel BC$. Sabiendo que el área de $\triangle DEB$ es cuatro veces el área de $\triangle AFD$, cuál es el área de $\triangle CFE$?



5. **50 puntos.** Determinar todos los valores **enteros** de n para los cuales el número

$$\frac{14n + 25}{2n + 1}$$

es un cuadrado perfecto.