1.2. Nivel Medio

Esta prueba es la ronda Final de OMAPA 2012, Nivel 2, Grados 8 y 9.

Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.
Tiempo máximo: 4 horas.
Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.
Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

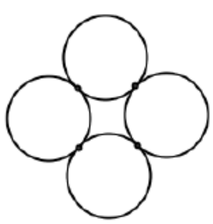
Problema 1

Pedro dice a sus amigos: "En el siglo XIX hubo un año que, leído del revés, daba un número 4 veces y medio mayor que el número correspondiente al año"
¿A qué año se refiere Pedro?

Problema 2

Ingrid es aficionada a inventar problemas. Les dice a sus amigos: "tengo una cantidad de fotos tal que si se divide entre 3 da residuo 2, si se divide entre 5 el residuo es 4 y si se divide entre 7 el residuo resulta 1".
¿Cuál es la menor cantidad de fotos que puede tener Ingrid?

Problema 3



Cuatro circunferencias iguales de radio 1 son tangentes entre sí dos a dos. Las cuatro circunferencias son tangentes a una circunferencia mayor. ¿Cuál es el radio de la circunferencia mayor?

Problema 4

¿Cuál es la menor cantidad de enteros positivos consecutivos, cuya suma es 2 012?

Problema 5

En un cuadrado ABCD de 10 m de lado, está inscripto un triángulo APD de 25 m^2 de área (P está sobre uno de los lados del cuadrado).
Calcular cuántos metros puede medir la distancia BP.

1.3. Nivel Avanzado

Esta prueba es la ronda Final de OMAPA 2012, Nivel 3, Grados 10 y 11.

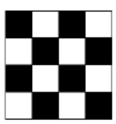
Tiempo mínimo: 2 horas y 30 minutos.
Tiempo máximo: 4 horas.
Procedimientos: Cada problema debe estar resuelto por escrito, en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución deben estar bien explicados. Se le brindarán unas hojas grapadas, en la *parte de enfrente* de cada hoja debe estar la solución de los problemas, la *parte posterior* no se leerá pero las operaciones y cálculos deben hacerlos allí.
Puntaje: Cada problema vale 50 puntos, son 5, para un total de 250 puntos.

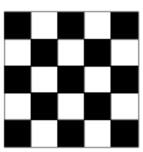
Problema 1

Se tiene una lista de números que cumple con las condiciones siguientes:
- El primer número de la lista es un número natural de una cifra.
- Cada número de la lista (a partir del segundo) se obtiene sumando 9 al número anterior.
- El número 2 012 figura en la lista.

Determinar cuál es el primer número de la lista.

Problema 2


Tablero 4 × 4


Tablero 5 × 5

La Hormiguita Viajera camina sobre varios tableros cuadriculados en blanco y negro, moviéndose horizontalmente o verticalmente, pero sin pasar dos o más veces por la misma casilla.

a) Si el tablero es de 4×4, ¿de cuáles casillas puede partir para que pueda recorrer todas las casillas del tablero?

b) Si el tablero es de 5×5, ¿de cuáles casillas puede partir para que pueda recorrer todas las casillas del tablero?

c) Si el tablero es de $n \times n$ (donde n es cualquier número natural), ¿de cuáles casillas puede partir para que pueda recorrer todas las casillas del tablero?

Problema 3

Se inscribe un triángulo ABC (recto en B) en una semicircunferencia de diámetro AC = 10. Calcular la distancia del vértice B al lado AC, si la mediana correspondiente al lado AC es media geométrica de los otros dos lados. (Recuerda que si $\frac{m}{n} = \frac{n}{q}$, n es media geométrica de m y q)

Problema 4

Hallar el número de cuatro cifras diferentes de la forma $\overline{abcd}$, sabiendo que es divisible por 3 y que $\overline{ab} - \overline{cd} = 11$.
($\overline{abcd}$ es un número de 4 dígitos, con los 4 dígitos diferentes; $\overline{ab}$ es un número de 2 dígitos con los 2 dígitos diferentes, lo mismo que $\overline{cd}$)

Problema 5

En un triángulo equilátero ABC se elige un punto cualquiera Q sobre BC. Se traza la circunferencia circunscripta al triángulo y se prolonga AQ hasta cortar en P a la circunferencia.

Demostrar que $\frac{1}{PB}+\frac{1}{PC}=\frac{1}{PQ}$