FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
UNICEN

Álgebra Lineal

Matrices

Matrices

Definición

Sea $\mathbb{K}$ un cuerpo. Una matriz A de m filas y n columnas sobre $\mathbb{K}$ es un arreglo

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Donde cada entrada $a_{ij} \in \mathbb{K}$ con $1 \leq i \leq m$ y $1 \leq j \leq n$. En este caso, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

Matrices

Definición

Sea $\mathbb{K}$ un cuerpo. Una matriz A de m filas y n columnas sobre $\mathbb{K}$ es un arreglo

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Donde cada entrada $a_{ij} \in \mathbb{K}$ con $1 \leq i \leq m$ y $1 \leq j \leq n$. En este caso, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

- La entrada $a_{ij} =$ refiere al número que está en la fila i y columna j.

Matrices

Definición

Sea $\mathbb{K}$ un cuerpo. Una matriz A de m filas y n columnas sobre $\mathbb{K}$ es un arreglo

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Donde cada entrada $a_{ij} \in \mathbb{K}$ con $1 \leq i \leq m$ y $1 \leq j \leq n$. En este caso, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

- La entrada $a_{ij} =$ refiere al número que está en la fila i y columna j.
- La matriz A es una matriz de tamaño mxn.

Matrices

Definición

Sea $\mathbb{K}$ un cuerpo. Una matriz A de m filas y n columnas sobre $\mathbb{K}$ es un arreglo

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Donde cada entrada $a_{ij} \in \mathbb{K}$ con $1 \leq i \leq m$ y $1 \leq j \leq n$. En este caso, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

- La entrada $a_{ij} =$ refiere al número que está en la fila i y columna j.
- La matriz A es una matriz de tamaño mxn.
- $\mathbb{K}^{mxn}$ es el conjunto de todas las matrices de tamaño mxn.

Matrices

Definición

Sea $\mathbb{K}$ un cuerpo. Una matriz A de m filas y n columnas sobre $\mathbb{K}$ es un arreglo

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Donde cada entrada $a_{ij} \in \mathbb{K}$ con $1 \leq i \leq m$ y $1 \leq j \leq n$. En este caso, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

- La entrada $a_{ij} =$ refiere al número que está en la fila i y columna j.
- La matriz A es una matriz de tamaño mxn.
- $\mathbb{K}^{mxn}$ es el conjunto de todas las matrices de tamaño mxn.
- Otras formas de notar matrices:

Matrices

Definición

Sea $\mathbb{K}$ un cuerpo. Una matriz A de m filas y n columnas sobre $\mathbb{K}$ es un arreglo

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Donde cada entrada $a_{ij} \in \mathbb{K}$ con $1 \leq i \leq m$ y $1 \leq j \leq n$. En este caso, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

- La entrada $a_{ij} =$ refiere al número que está en la fila i y columna j.
- La matriz A es una matriz de tamaño mxn.
- $\mathbb{K}^{mxn}$ es el conjunto de todas las matrices de tamaño mxn.
- Otras formas de notar matrices:
  - $A = (a_{ij})$ con $1 \leq i \leq m$ y $1 \leq j \leq n$

Matrices

Definición

Sea $\mathbb{K}$ un cuerpo. Una matriz A de m filas y n columnas sobre $\mathbb{K}$ es un arreglo

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Donde cada entrada $a_{ij} \in \mathbb{K}$ con $1 \leq i \leq m$ y $1 \leq j \leq n$. En este caso, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

- La entrada $a_{ij} =$ refiere al número que está en la fila i y columna j.
- La matriz A es una matriz de tamaño mxn.
- $\mathbb{K}^{mxn}$ es el conjunto de todas las matrices de tamaño mxn.
- Otras formas de notar matrices:
  - $A = (a_{ij})$ con $1 \leq i \leq m$ y $1 \leq j \leq n$
  - $A = (a_{ij})_{mxn}$

Ejemplo 1 La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

tiene 3 filas y 3 columnas. Es decir que es una matriz de tamaño $3x3$

Ejemplo 1 La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

tiene 3 filas y 3 columnas. Es decir que es una matriz de tamaño $3x3$
La entrada

$$a_{21} = 0$$

Ejemplo 1 La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

tiene 3 filas y 3 columnas. Es decir que es una matriz de tamaño $3x3$
La entrada

$$a_{21} = 0 \quad a_{32} = ?$$

Ejemplo 1 La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

tiene 3 filas y 3 columnas. Es decir que es una matriz de tamaño $3x3$
La entrada

$$a_{21} = 0 \quad a_{32} = ?$$

Ejemplo 2 La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

tiene 2 filas y 3 columnas. Es decir que es una matriz de tamaño $2x3$

Ejemplo 1 La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

tiene 3 filas y 3 columnas. Es decir que es una matriz de tamaño $3x3$
La entrada

$$a_{21} = 0 \quad a_{32} = ?$$

Ejemplo 2 La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

tiene 2 filas y 3 columnas. Es decir que es una matriz de tamaño $2x3$
La entrada

$$a_{13} = -1$$

Ejemplo 1 La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

tiene 3 filas y 3 columnas. Es decir que es una matriz de tamaño $3x3$
La entrada

$$a_{21} = 0 \quad a_{32} = ?$$

Ejemplo 2 La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

tiene 2 filas y 3 columnas. Es decir que es una matriz de tamaño $2x3$
La entrada

$$a_{13} = -1 \quad a_{22} = ?$$

Matrices

Dada una matriz A de m filas y n columnas, podemos indicarla como:

Matrices

Dada una matriz A de m filas y n columnas, podemos indicarla como:

$$A = [a_{ij}] \text{ donde } 1 \leq i \leq m \text{ y } 1 \leq j \leq n$$

Matrices

Dada una matriz A de m filas y n columnas, podemos indicarla como:

$$A = [a_{ij}] \text{ donde } 1 \leq i \leq m \text{ y } 1 \leq j \leq n$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \Leftrightarrow [C_1, ..., C_n] \Leftrightarrow \begin{pmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_m \end{pmatrix}$$

Matrices

Dada una matriz A de m filas y n columnas, podemos indicarla como:

$$A = [a_{ij}] \text{ donde } 1 \leq i \leq m \text{ y } 1 \leq j \leq n$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \Leftrightarrow [C_1, ..., C_n] \Leftrightarrow \begin{pmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_m \end{pmatrix}$$

- Si la vemos como un vector de columnas, cada columna es un vector de $\mathbb{R}^m$.

Matrices

Dada una matriz A de m filas y n columnas, podemos indicarla como:

$$A = [a_{ij}] \text{ donde } 1 \leq i \leq m \text{ y } 1 \leq j \leq n$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \Leftrightarrow [C_1, ..., C_n] \Leftrightarrow \begin{pmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_m \end{pmatrix}$$

- Si la vemos como un vector de columnas, cada columna es un vector de $\mathbb{R}^m$.
- Si la vemos como un vector de filas, cada fila es un vector de $\mathbb{R}^n$

Matrices

Definición

Una matriz se dirá cuadrada si tiene el mismo número de filas que de columnas. Es decir, si es de tamaño $n \times n$.

Matrices

Definición

Una matriz se dirá cuadrada si tiene el mismo número de filas que de columnas. Es decir, si es de tamaño $n \times n$.

Definición

Diremos que dos matrices A y B son iguales si:

Definición

Una matriz se dirá cuadrada si tiene el mismo número de filas que de columnas. Es decir, si es de tamaño $n \times n$.

Definición

Diremos que dos matrices A y B son iguales si:

(1) *Tienen el mismo tamaño.*

Matrices

Definición

Una matriz se dirá cuadrada si tiene el mismo número de filas que de columnas. Es decir, si es de tamaño $n \times n$.

Definición

Diremos que dos matrices A y B son iguales si:

(1) *Tienen el mismo tamaño.*

(2) *Para cada i, j se cumple $a_{ij} = b_{ij}$.*

Matrices

Definición

Una matriz se dirá cuadrada si tiene el mismo número de filas que de columnas. Es decir, si es de tamaño $n \times n$.

Definición

Diremos que dos matrices A y B son iguales si:

(1) *Tienen el mismo tamaño.*

(2) *Para cada i, j se cumple $a_{ij} = b_{ij}$.*

Observación Un vector $(1, 0, -1)$ es una matriz de 1 fila y 3 columnas. Mientras que un vector

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ es una matriz de 3 filas y 1 columna}$$

Operaciones entre matrices

Suma

Definición

Sean A y $B \in \mathbb{R}^{m \times n}$, entonces la suma de matrices $A + B$ es una nueva matriz $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ donde sus entradas están definidas por:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \text{ para cada } 1 \leq i \leq n \text{ y } 1 \leq j \leq m$$

Operaciones entre matrices

Suma

Definición

Sean A y $B \in \mathbb{R}^{m\times n}$, entonces la suma de matrices $A + B$ es una nueva matriz $C \in \mathbb{R}^{m\times n}$ donde sus entradas están definidas por:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \text{ para cada } 1 \leq i \leq n \text{ y } 1 \leq j \leq m$$

Ejemplo Determinar la suma de las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Operaciones entre matrices

Suma

Definición

Sean A y $B \in \mathbb{R}^{m\times n}$, entonces la suma de matrices $A+B$ es una nueva matriz $C \in \mathbb{R}^{m\times n}$ donde sus entradas están definidas por:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \text{ para cada } 1 \le i \le n \text{ y } 1 \le j \le m$$

Ejemplo Determinar la suma de las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Operaciones entre matrices

Suma

Definición

Sean A y $B \in \mathbb{R}^{m\times n}$, entonces la suma de matrices $A+B$ es una nueva matriz $C \in \mathbb{R}^{m\times n}$ donde sus entradas están definidas por:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \text{ para cada } 1 \leq i \leq n \text{ y } 1 \leq j \leq m$$

Ejemplo Determinar la suma de las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

¿Siempre podremos realizar la suma entre matrices? ¿Por qué?

Operaciones entre matrices

Suma

Definición

Sean A y $B \in \mathbb{R}^{m\times n}$, entonces la suma de matrices $A+B$ es una nueva matriz $C \in \mathbb{R}^{m\times n}$ donde sus entradas están definidas por:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \text{ para cada } 1 \leq i \leq n \text{ y } 1 \leq j \leq m$$

Ejemplo Determinar la suma de las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

¿Siempre podremos realizar la suma entre matrices? ¿Por qué? La suma entre matrices no siempre es posible. No se pueden sumar matrices de diferente tamaño.

Suma de matrices

Proposición

Dadas $A, B, C \in \mathbb{R}^{m \times n}$

(1) *Es asociativa:* $A + (B + C) = (A + B) + C$

Suma de matrices

Proposición

Dadas $A, B, C \in \mathbb{R}^{m \times n}$

(1) *Es asociativa:* $A + (B + C) = (A + B) + C$

(2) *Es conmutativa:* $A + B = B + A$

Suma de matrices

Proposición

Dadas $A, B, C \in \mathbb{R}^{m\times n}$

(1) *Es asociativa:* $A + (B + C) = (A + B) + C$

(2) *Es conmutativa:* $A + B = B + A$

(3) *Tiene neutro: Existe* $0 \in \mathbb{R}^{m\times n}$ *tal que* $A + 0 = A$

Suma de matrices

Proposición

Dadas $A, B, C \in \mathbb{R}^{m\times n}$

(1) *Es asociativa:* $A + (B + C) = (A + B) + C$

(2) *Es conmutativa:* $A + B = B + A$

(3) *Tiene neutro: Existe* $0 \in \mathbb{R}^{m\times n}$ *tal que* $A + 0 = A$

(4) *Tiene inverso: Para cada* A *existe* $-A$ *tal que* $A + (-A) = 0$.

Suma de matrices

Proposición

Dadas $A, B, C \in \mathbb{R}^{m\times n}$

(1) *Es asociativa:* $A + (B + C) = (A + B) + C$

(2) *Es conmutativa:* $A + B = B + A$

(3) *Tiene neutro: Existe* $0 \in \mathbb{R}^{m\times n}$ *tal que* $A + 0 = A$

(4) *Tiene inverso: Para cada* A *existe* $-A$ *tal que* $A + (-A) = 0$.

Suma de matrices

Proposición

Dadas $A, B, C \in \mathbb{R}^{m\times n}$

(1) *Es asociativa:* $A + (B + C) = (A + B) + C$

(2) *Es conmutativa:* $A + B = B + A$

(3) *Tiene neutro: Existe* $0 \in \mathbb{R}^{m\times n}$ *tal que* $A + 0 = A$

(4) *Tiene inverso: Para cada* A *existe* $-A$ *tal que* $A + (-A) = 0$.

Dada $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ *su inverso para la suma es único y además si* $A = [a_{ij}]$ *entonces*

$$-A = [-a_{ij}]$$

Suma de matrices

Proposición

Dadas $A, B, C \in \mathbb{R}^{m \times n}$

(1) *Es asociativa:* $A + (B + C) = (A + B) + C$

(2) *Es conmutativa:* $A + B = B + A$

(3) *Tiene neutro: Existe* $0 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ *tal que* $A + 0 = A$

(4) *Tiene inverso: Para cada* A *existe* $-A$ *tal que* $A + (-A) = 0$.

Dada $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ *su inverso para la suma es único y además si* $A = [a_{ij}]$ *entonces*

$$-A = [-a_{ij}]$$

Ejemplo El inverso para la suma de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ es

$$-A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Producto por un escalar

Definición

Sea $\lambda \in \mathbb{R}$ y $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Entonces el producto del escalar por la matriz es otra matriz cuyos coeficientes son los productos λa_{ij}, donde $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$.

Ejemplo

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 12 \\ -3 & -6 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Operaciones entre matrices

Producto

Definición

Dadas $A \in \mathbb{R}^{m \times p}$ *y* $B \in \mathbb{R}^{p \times n}$ *se define el producto de matrices como una nueva matriz* $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ *tal que*

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik} b_{kj}$$

Operaciones entre matrices

Producto

Definición

Dadas $A \in \mathbb{R}^{m \times p}$ *y* $B \in \mathbb{R}^{p \times n}$ *se define el producto de matrices como una nueva matriz* $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ *tal que*

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik} b_{kj} = F_i(A) \cdot C_j(B) \; para \, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$$

Operaciones entre matrices

Producto

Definición

Dadas $A \in \mathbb{R}^{m\times p}$ *y* $B \in \mathbb{R}^{p\times n}$ *se define el producto de matrices como una nueva matriz* $C \in \mathbb{R}^{m\times n}$ *tal que*

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik} b_{kj} = F_i(A) \cdot C_j(B) \; para \, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$$

Ejemplo Realicemos el producto

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Operaciones entre matrices

Producto

Definición

Dadas $A \in \mathbb{R}^{m \times p}$ y $B \in \mathbb{R}^{p \times n}$ se define el producto de matrices como una nueva matriz $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ tal que

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik} b_{kj} = F_i(A) \cdot C_j(B) \; para \, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$$

Ejemplo Realicemos el producto

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \cdot C_1 & F_1 \cdot C_2 \\ F_2 \cdot C_1 & F_2 \cdot C_2 \\ F_3 \cdot C_1 & F_3 \cdot C_2 \end{pmatrix}$$

Operaciones entre matrices

Producto

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1)$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$

$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$

$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1)$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1) = 0$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{22} = F_2 \cdot C_2 = 1 * (-1) + 0 * 1 + 1 * 2$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{22} = F_2 \cdot C_2 = 1 * (-1) + 0 * 1 + 1 * 2 = 1$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{22} = F_2 \cdot C_2 = 1 * (-1) + 0 * 1 + 1 * 2 = 1$
$c_{31} = F_3 \cdot C_1 = 2 * 1 + (-1) * 1 + 1 * (-1)$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{22} = F_2 \cdot C_2 = 1 * (-1) + 0 * 1 + 1 * 2 = 1$
$c_{31} = F_3 \cdot C_1 = 2 * 1 + (-1) * 1 + 1 * (-1) = 0$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{22} = F_2 \cdot C_2 = 1 * (-1) + 0 * 1 + 1 * 2 = 1$
$c_{31} = F_3 \cdot C_1 = 2 * 1 + (-1) * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{32} = F_3 \cdot C_2 = 2 * (-1) + (-1) * 1 + 1 * 2$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{22} = F_2 \cdot C_2 = 1 * (-1) + 0 * 1 + 1 * 2 = 1$
$c_{31} = F_3 \cdot C_1 = 2 * 1 + (-1) * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{32} = F_3 \cdot C_2 = 2 * (-1) + (-1) * 1 + 1 * 2 = -1$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{22} = F_2 \cdot C_2 = 1 * (-1) + 0 * 1 + 1 * 2 = 1$
$c_{31} = F_3 \cdot C_1 = 2 * 1 + (-1) * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{32} = F_3 \cdot C_2 = 2 * (-1) + (-1) * 1 + 1 * 2 = -1$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{22} = F_2 \cdot C_2 = 1 * (-1) + 0 * 1 + 1 * 2 = 1$
$c_{31} = F_3 \cdot C_1 = 2 * 1 + (-1) * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{32} = F_3 \cdot C_2 = 2 * (-1) + (-1) * 1 + 1 * 2 = -1$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{22} = F_2 \cdot C_2 = 1 * (-1) + 0 * 1 + 1 * 2 = 1$
$c_{31} = F_3 \cdot C_1 = 2 * 1 + (-1) * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{32} = F_3 \cdot C_2 = 2 * (-1) + (-1) * 1 + 1 * 2 = -1$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

¿Podemos efectuar siempre el producto entre matrices?

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{22} = F_2 \cdot C_2 = 1 * (-1) + 0 * 1 + 1 * 2 = 1$
$c_{31} = F_3 \cdot C_1 = 2 * 1 + (-1) * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{32} = F_3 \cdot C_2 = 2 * (-1) + (-1) * 1 + 1 * 2 = -1$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

¿Podemos efectuar siempre el producto entre matrices?

No, para poder realizar el producto de dos matrices $A \in \mathbb{R}^{m \times p}$ y $B \in \mathbb{R}^{p \times n}$ deben coincidir la cantidad de columnas del factor de la izquierda con la cantidad de filas del factor de la derecha.

Operaciones entre matrices

Producto

$c_{11} = F_1 \cdot C_1 = 1 * 1 + 1 * (-1) + 2 * (-1) = -2$
$c_{12} = F_1 \cdot C_2 = 1 * (-1) + (-1) * 1 + 2 * 2 = 2$
$c_{21} = F_2 \cdot C_1 = 1 * 1 + 0 * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{22} = F_2 \cdot C_2 = 1 * (-1) + 0 * 1 + 1 * 2 = 1$
$c_{31} = F_3 \cdot C_1 = 2 * 1 + (-1) * 1 + 1 * (-1) = 0$
$c_{32} = F_3 \cdot C_2 = 2 * (-1) + (-1) * 1 + 1 * 2 = -1$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

¿Podemos efectuar siempre el producto entre matrices?
No, para poder realizar el producto de dos matrices $A \in \mathbb{R}^{m \times p}$ y $B \in \mathbb{R}^{p \times n}$ deben coincidir la cantidad de columnas del factor de la izquierda con la cantidad de filas del factor de la derecha. ¿Por qué?

Operaciones entre matrices

Dada una matriz $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ y un vector $v \in \mathbb{R}^{m}$ se puede obtener el producto

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}}_{{\color{red}n}\times{\color{blue}m}} \underbrace{\begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix}}_{{\color{blue}m}\times{\color{red}1}} = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11}v_1 + a_{12}v_2 + \cdots + a_{1m}v_m \\ \vdots \\ a_{n1}v_1 + a_{n2}v_2 + \cdots + a_{nm}v_m \end{pmatrix}}_{{\color{red}n\times 1}}$$

Operaciones entre matrices

Dada una matriz $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ y un vector $v \in \mathbb{R}^m$ se puede obtener el producto

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}}_{n\times m} \underbrace{\begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix}}_{m\times 1} = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11}v_1 + a_{12}v_2 + \cdots + a_{1m}v_m \\ \vdots \\ a_{n1}v_1 + a_{n2}v_2 + \cdots + a_{nm}v_m \end{pmatrix}}_{n\times 1}$$

Ejemplo Calcular

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Operaciones entre matrices

Dada una matriz $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ y un vector $v \in \mathbb{R}^m$ se puede obtener el producto

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}}_{{\color{red}n}\times{\color{blue}m}} \underbrace{\begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix}}_{{\color{blue}m}\times{\color{red}1}} = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11}v_1 + a_{12}v_2 + \cdots + a_{1m}v_m \\ \vdots \\ a_{n1}v_1 + a_{n2}v_2 + \cdots + a_{nm}v_m \end{pmatrix}}_{{\color{red}n\times 1}}$$

Ejemplo Calcular

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1*1+0*2+(-1)*1 \\ 2*1+1*2+1*1 \\ 0*1+(-1)*2+1*1 \end{pmatrix}$$

Operaciones entre matrices

Dada una matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ y un vector $v \in \mathbb{R}^m$ se puede obtener el producto

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}}_{n \times m} \underbrace{\begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix}}_{m \times 1} = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11}v_1 + a_{12}v_2 + \cdots + a_{1m}v_m \\ \vdots \\ a_{n1}v_1 + a_{n2}v_2 + \cdots + a_{nm}v_m \end{pmatrix}}_{n \times 1}$$

Ejemplo Calcular

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 * 1 + 0 * 2 + (-1) * 1 \\ 2 * 1 + 1 * 2 + 1 * 1 \\ 0 * 1 + (-1) * 2 + 1 * 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Operaciones con matrices

Producto de matrices cuadradas

Operaciones con matrices

Producto de matrices cuadradas

Proposición

Notemos que dadas A, B *y* C *matrices de* $\mathbb{R}^{n\times n}$*, el producto tiene las siguiente propiedades:*

(1) *Asociativo:* $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

Operaciones con matrices

Producto de matrices cuadradas

Proposición

Notemos que dadas A, B y C matrices de $\mathbb{R}^{n \times n}$, el producto tiene las siguiente propiedades:

(1) *Asociativo:* $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

(2) *Identidad: Existe* I_n *tal que* $A \cdot I_n = I_n \cdot A = A$

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz identidad de $n \times n$

Operaciones con matrices

Producto de matrices cuadradas

Proposición

Notemos que dadas A, B y C matrices de $\mathbb{R}^{n \times n}$, el producto tiene las siguiente propiedades:

(1) *Asociativo:* $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

(2) *Identidad: Existe* I_n *tal que* $A \cdot I_n = I_n \cdot A = A$

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz identidad de $n \times n$

(3) *Distributivo:* $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$

Operaciones con matrices

Producto de matrices cuadradas

Proposición

Notemos que dadas A, B y C matrices de $\mathbb{R}^{n \times n}$, el producto tiene las siguiente propiedades:

(1) *Asociativo:* $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

(2) *Identidad: Existe* I_n *tal que* $A \cdot I_n = I_n \cdot A = A$

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz identidad de $n \times n$

(3) *Distributivo:* $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$

NOTA: El producto de matrices no es conmutativo.

Para resolver...

Realizar las operaciones indicadas para las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(1) $A \cdot B$

(2) $B \cdot A$

(3) $(A + B) \cdot C$

Matriz traspuesta

Definición

Sea $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ *una matriz con entradas* $A = [a_{ij}]$, *definimos su matriz traspuesta como*

$$A^t = [a_{ji}]$$

Matriz traspuesta

Definición

Sea $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ *una matriz con entradas* $A = [a_{ij}]$*, definimos su matriz traspuesta como*

$$A^t = [a_{ji}]$$

A^t *es de tamaño nxm, que se obtiene de intercambiar las filas por las columnas.*

Matriz traspuesta

Definición

Sea $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ una matriz con entradas $A = [a_{ij}]$, definimos su matriz traspuesta como

$$A^t = [a_{ji}]$$

A^t es de tamaño nxm, que se obtiene de intercambiar las filas por las columnas.

Ejemplo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz traspuesta

Definición

Sea $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ *una matriz con entradas* $A = [a_{ij}]$*, definimos su matriz traspuesta como*

$$A^t = [a_{ji}]$$

A^t *es de tamaño nxm, que se obtiene de intercambiar las filas por las columnas.*

Ejemplo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz traspuesta

Proposición

Para $A \in \mathbb{R}^{m x n}$, se cumple:

- $(A^t)^t = A$

Matriz traspuesta

Proposición

Para $A \in \mathbb{R}^{m x n}$, se cumple:

- $(A^t)^t = A$
- $(A+B)^t = A^t + B^t$

Matriz traspuesta

Proposición

Para $A \in \mathbb{R}^{mxn}$, se cumple:

- $(A^t)^t = A$
- $(A + B)^t = A^t + B^t$
- $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$

Matriz traspuesta

Proposición

Para $A \in \mathbb{R}^{mxn}$, se cumple:

- $(A^t)^t = A$
- $(A + B)^t = A^t + B^t$
- $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$
- $(\alpha \cdot A)^t = \alpha \cdot A^t$ *con* $\alpha \in \mathbb{R}$

Matriz simétrica - Matriz antisimétrica

Definición

Una matriz $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ *se dice:*

(1) *Simétrica si* $A = A^t$.

(2) *Antisimétrica si* $A = -A^t$.

Matriz simétrica - Matriz antisimétrica

Definición

Una matriz $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ se dice:

(1) *Simétrica si $A = A^t$.*

(2) *Antisimétrica si $A = -A^t$.*

Ejemplo La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Es simétrica

Matriz triangular

Definición

Una matriz A se dirá:

Matriz triangular

Definición

Una matriz A se dirá:

(1) *Triangular superior si $a_{ij} = 0$ para cada $i > j$.*

Matriz triangular

Definición

Una matriz A se dirá:

(1) *Triangular superior si $a_{ij} = 0$ para cada $i > j$. Es decir,*

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Matriz triangular

Definición

Una matriz A se dirá:

(1) *Triangular superior si $a_{ij} = 0$ para cada $i > j$. Es decir,*

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

(2) *Triangular inferior si $a_{ij} = 0$ para cada $i < j$.*

Matriz triangular

Definición

Una matriz A se dirá:

(1) *Triangular superior si $a_{ij} = 0$ para cada $i > j$. Es decir,*

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

(2) *Triangular inferior si $a_{ij} = 0$ para cada $i < j$. Es decir,*

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Traza de una matriz

Definición

Si $A = [a_{ij}]$ es una matriz cuadrada, se define la traza de $A, tr(A)$ como la suma de todos los elementos de la diagonal principal de A. Es decir,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii} = a_{11} + a_{22} + ... + a_{nn}$$

Traza de una matriz

Definición

Si $A = [a_{ij}]$ es una matriz cuadrada, se define la traza de A,$tr(A)$ como la suma de todos los elementos de la diagonal principal de A. Es decir,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii} = a_{11} + a_{22} + ... + a_{nn}$$

Ejemplo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Traza de una matriz

Definición

Si $A = [a_{ij}]$ es una matriz cuadrada, se define la traza de $A, tr(A)$ como la suma de todos los elementos de la diagonal principal de A. Es decir,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii} = a_{11} + a_{22} + ... + a_{nn}$$

Ejemplo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$tr(A) = 1 + 1 + 4 = 6$

Traza de una matriz

Proposición

Para A una matriz cuadrada, se cumple

- $tr(\alpha \cdot A) = \alpha \cdot tr(A)$ *con* $\alpha \in \mathbb{K}$

Traza de una matriz

Proposición

Para A una matriz cuadrada, se cumple

- $tr(\alpha \cdot A) = \alpha \cdot tr(A)$ *con* $\alpha \in \mathbb{K}$
- $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$

Traza de una matriz

Proposición

Para A una matriz cuadrada, se cumple

- $tr(\alpha \cdot A) = \alpha \cdot tr(A)$ *con* $\alpha \in \mathbb{K}$
- $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$
- $tr(AB) = tr(BA)$

Traza de una matriz

Proposición

Para A una matriz cuadrada, se cumple

- $tr(\alpha \cdot A) = \alpha \cdot tr(A)$ *con* $\alpha \in \mathbb{K}$
- $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$
- $tr(AB) = tr(BA)$
- $tr(A^t) = tr(A)$

Traza de una matriz

Proposición

Para A una matriz cuadrada, se cumple

- $tr(\alpha \cdot A) = \alpha \cdot tr(A)$ *con* $\alpha \in \mathbb{K}$
- $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$
- $tr(AB) = tr(BA)$
- $tr(A^t) = tr(A)$
- $tr(A^t A) \geq 0$