3. Análisis y diseño de controladores en el tiempo

CRITERIOS DE SINTONIZACIÓN DE CONTROLADORES

CRITERIO DE COHEN-CON O ZIEGLER-NICHOLS DE LAZO ABIERTO

Criterios de sintonización de controladores

SINTONIZACIÓN DE CONTROLADORES

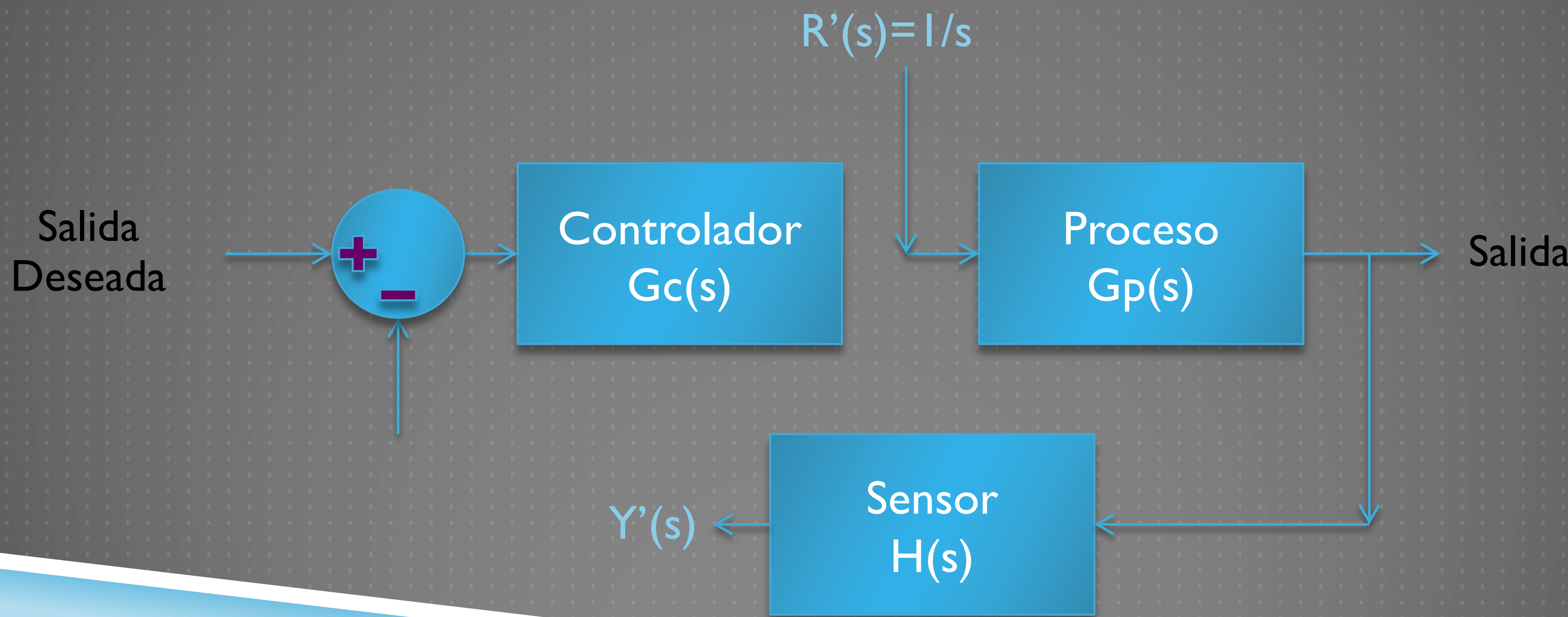
Debido a que el método del Lugar Geométrico de las Raíces, (LGR) puede llegar a tornarse algo complejo para el diseño de controladores, existen ya algunos criterios (métodos) para el cálculo de controladores que facilitan dicha tarea.

De hecho dichos métodos surgieron de la necesidad de diseñar un controlador sin contar con la función de transferencia de un sistema.

CURVA DE REACCIÓN DEL SISTEMA

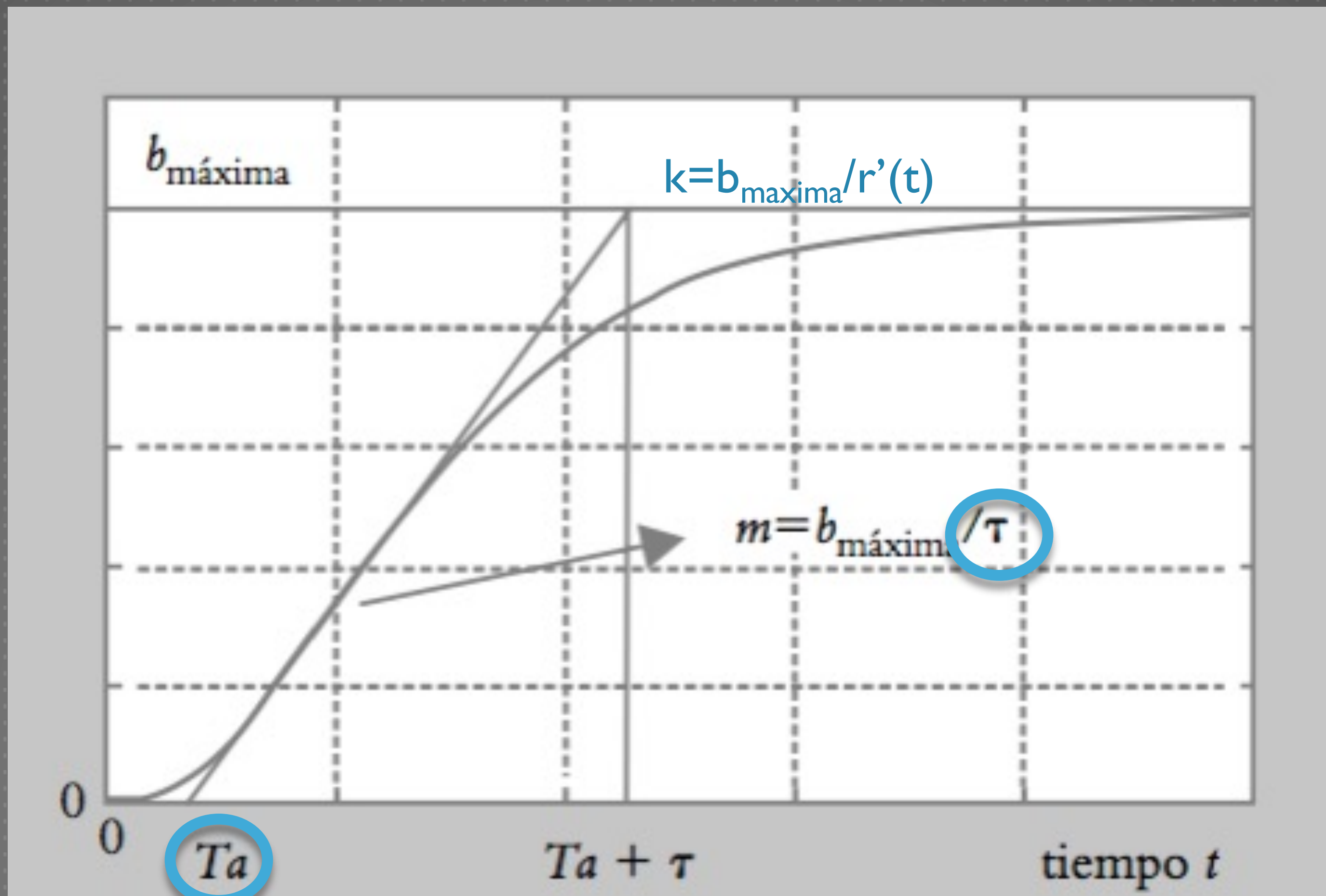
La curva de reacción del sistema es la salida del sensor ante la aplicación de una entrada escalón unitario a Gp(s) desconectando el controlador.

Esta curva es útil en algunos criterios de sintonización.



y'(t) =Curva de reacción del sistema

FORMA CARACTERÍSTICA Y DATOS IMPORTANTES DE LA CURVA DE REACCIÓN DEL SISTEMA



CÁLCULO DE CONTROLADORES

Tipo de controlador	Parámetros por sintonizar
P	$K_p = \frac{\tau}{KT_a}\left[1 + \frac{T_a}{3\tau}\right]$
PI	$K_p = \frac{\tau}{KT_a}\left[0.9 + \frac{T_a}{12\tau}\right]$ $T_i = T_a \frac{30 + 3T_a/\tau}{9 + 20T_a/\tau}$
PD	$K_p = \frac{\tau}{KT_a}\left[1.25 + \frac{T_a}{6\tau}\right]$ $T_d = T_a \frac{6 - 2T_a/\tau}{22 + 3T_a/\tau}$
PID	$K_p = \frac{\tau}{KT_a}\left[1.3333 + \frac{T_a}{4\tau}\right]$ $T_i = T_a \frac{32 + 6T_a/\tau}{13 + 8T_a/\tau}; \quad T_d = \frac{4T_a}{11 + 2T_a/\tau}$

EJEMPLO CALCULO DE CONTROLADOR

$$G_P = \frac{1}{S^2 + 4S + 4}, H(s) = 1$$

Ante una entrada ecalon unitario:

$$Y'(s) = \frac{1}{s(s+2)^2}$$

Se obtiene la curva de reacción del sistema

$$y'(t) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}e^{-2t} - \frac{1}{2}te^{-2t}$$

Y la segunda derivada, para obtener el punto de infelcción

$$\dot{y}'(t) = te^{-2t}$$

$$\ddot{y}'(t) = e^{-2t} - 2te^{-2t}$$

Al igualar la segunda derivada a cero se encuantra el tiempo del punto de inflección

$$e^{-2t} - 2te^{-2t} = 0 \quad \rightarrow \quad t = \frac{1}{2}$$

EJEMPLO CALCULO DE CONTROLADOR

Y se calcula el punto de inflección evaluendo la curva de reacción en dicho tiempo:

$$y'(t) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}e^{-2t} - \frac{1}{2}te^{-2t} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}e^{-1} - \frac{1}{4}e^{-1} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}e^{-1} = 0.066$$

Como Ta es el tiempo en el que donde dicha recta pendiente al punto calculado cruza el eje de tiempo, solo falta calcular "m" de dicha recta para poder calcular dicho tiempo. Para calcularla se evalua la primer derivada en el tiempo del punto de inflexión

$$m = \dot{y}'\left(t = \tfrac{1}{2}\right) = \tfrac{1}{2}e^{-2\left(\frac{1}{2}\right)} = \tfrac{1}{2}e^{-1} = 0.1839$$

EJEMPLO CALCULO DE CONTROLADOR

Y el valor de Ta se calcula con la ecuación de la pendiente con dos puntos, donde uno es el de inflexión y otro el cruce del eje en Ta

$$m = \frac{y1-y0}{x1-x0} = \frac{0.066-0}{0.5-Ta} = 0.1839 \quad \rightarrow \quad T_a = 0.14$$

Para calcular τ ya tenemos el valor de "m" y podemos calcular bmax, observando y'(t) en infinito.

$$Lim_{t\to\infty}\, y'^{(t)} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}e^{-2t} - \frac{1}{2}te^{-2t} = \frac{1}{4}$$

Con esto entonces $\tau = \frac{0.25}{0.1839} = 1.3594$

Finalmente $K = \frac{b_{max}}{r`(t)} = \frac{0.25}{1} = 0.25$

EJEMPLO CALCULO DE CONTROLADOR

Tipo de controlador	K_p	T_i	K_i	T_d	K_d
P	40.1733				
PI	35.2893	0.3837	91.9791		
PD	49.2167			0.0364	1.7895
PID	52.7854	0.3303	159.793	0.049	2.6379