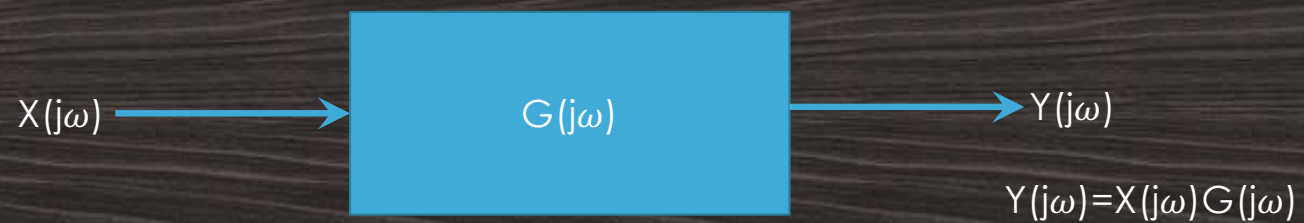
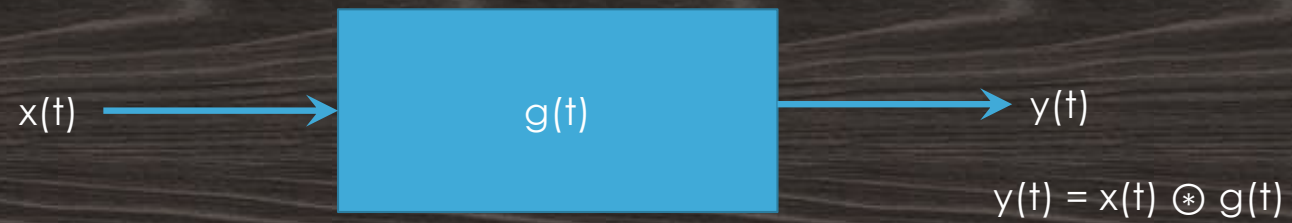


RESPUESTA EN FRECUENCIA DE UN SISTEMA



RESPUESTA EN FRECUENCIA DE UN SISTEMA



RESPUESTA A FUNCIONES SENOIDALES

$$g(t) \rightarrow G(\omega)$$

$$x(t) = \cos(\omega_0 t)$$

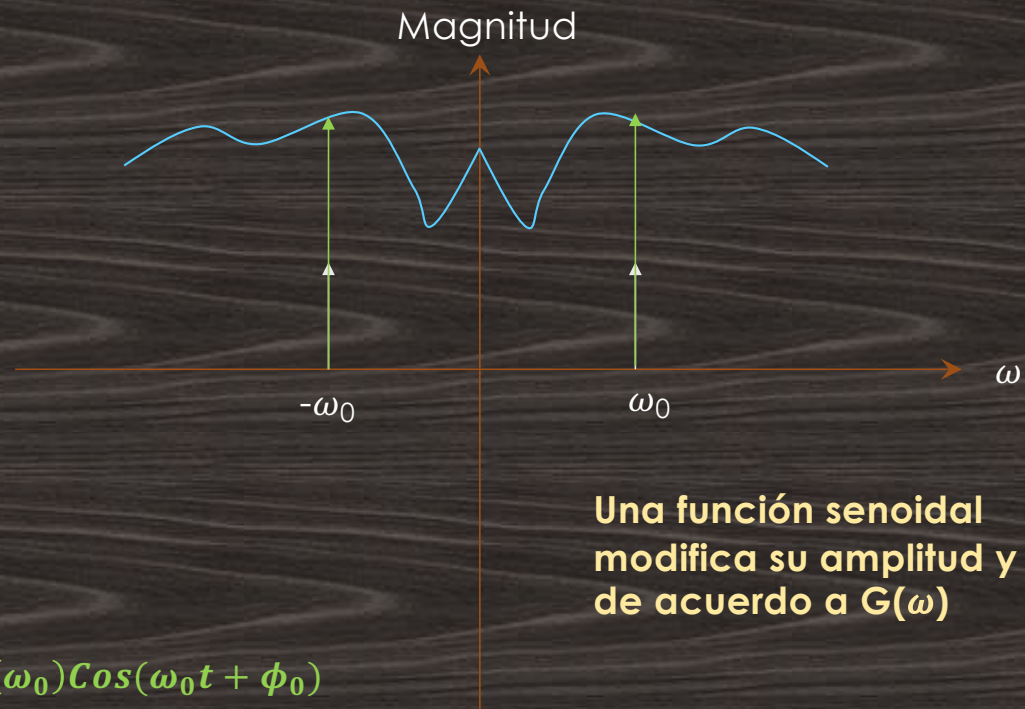
$$X(\omega) = \pi\{\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)\}$$

$$Y(\omega) = X(\omega)G(\omega)$$

$$Y(\omega) = G(\omega_0) \pi\{\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)\}$$

$$y(t) = G(\omega_0) \cos(\omega_0 t)$$

$$y(t) = G(\omega_0) \cos(\omega_0 t + \phi_0)$$



RESPUESTA A FUNCIONES SENOIDALES

Dado el sistema:

$$Gp(s) = \frac{1}{s+5} \quad Gc(s) = Kc \quad H(s) = 1$$

Se quiere observar su respuesta ante dos senoidales (señal y ruido): $x(t) = \cos(2t) + \cos(90t)$

Para obtener la respuesta en frecuencia hacemos $s=j\omega$ y obtenemos su magnitud y ángulo.

$$Gp(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 5} = \frac{1}{\sqrt{25 + \omega^2}} \text{Ang} \left\{ -\tan^{-1} \left(\frac{\omega}{5} \right) \right\} = Gp(\omega)$$

La respuesta completa será la suma de la respuesta a cada una de las senoidales, y recordando la respuesta a cada una será:

$$y(t) = |G(\omega_0)| \cos(\omega_0 t + \phi_0)$$

Participación: Obtenga la respuesta completa, reporte con numeros decimales y angulo en grados

RESPUESTA A FUNCIONES SENOIDALES

$$Gp(j2) = \frac{1/5}{\sqrt{1 + \frac{4}{25}}} \cdot \text{Ang} \left\{ -\text{Tg}^{-1} \left(\frac{2}{5} \right) \right\}$$

$$\text{Mag}=0.1857 = -14.62\text{dB} \quad \text{Ang}=-21.8^\circ = -0.38\text{rad}$$

$$Gp(j90) = \frac{1/5}{\sqrt{1 + \frac{90^2}{25}}} \cdot \text{Ang} \left\{ -\text{Tg}^{-1} \left(\frac{90}{5} \right) \right\}$$

$$\text{Mag}=0.0111=-39.1\text{dB} \quad \text{Ang}=-86.82^\circ = -1.51\text{rad}$$

$$x(t) = 0.1857 \cos(2t - 21.8^\circ) + 0.0111 \cos(90t - 86.82^\circ)$$

Observar en Matlab



CONCLUSIONES DE EJEMPLO SISTEMA DE PRIMER ORDEN

- Concluimos que un sistema de primer orden me ayuda a disminuir ruido a frecuencias altas y mantener señales senoidales a frecuencias bajas
- Si recordamos que toda señal puede representarse como la suma de muchas senoidales a diferentes frecuencias podemos observar a un sistema de primer orden como un filtro pasa bajas con frecuencia de corte en " $\omega = -p$ "
- Generalizando, un sistema puede observarse como un filtro que permite pasar solo ciertas frecuencias de una señal

CONCLUSIONES DEL ANALISIS REVISADO

- Las señales senoidales también son señales muy comunes de prueba en un sistema, sin embargo el análisis del error visto con anterioridad no es el mas apropiado para observar el comportamiento del sistema.
- El mejor análisis de la respuesta de un sistema ante una o varias señales senoidales es en analisis en frecuencia.
- El análisis en frecuencia es un caso específico el análisis general que se ha realizado en el plano s , pues se genera haciendo $s=j\omega$
- Este análisis sobre el eje ω (eje imaginario) muestra que tanto afecta el sistema a la ganancia y al angulo de desfase de una señal senoidal en función de su frecuencia

Componentes principales del Diagrama de bode

$$G(s) = \frac{1}{s}$$

Integrador primer orden - Decaimiento a 20db por década

$$G(s) = \frac{1}{s} \quad G(jw) = \frac{1}{jw} = \frac{1}{w} \text{ Ang}(-90^\circ)$$

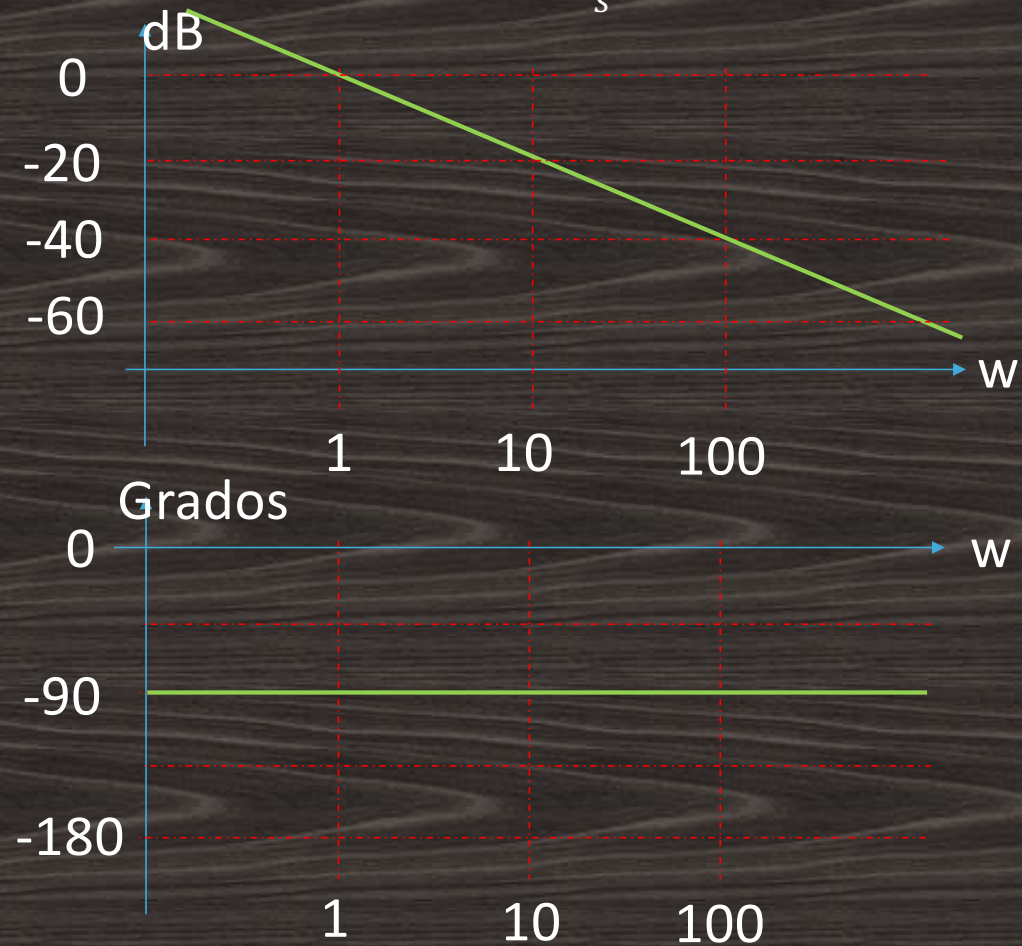
$$\text{Mag} = 20\text{Log}\left(\frac{1}{w}\right) \text{ db} = 20\text{Log}(1) - 20\text{Log}(w) \text{ db}$$

$$\text{Mag} = -20\text{Log}(w) \text{ db}$$

- El 0 (ganancia unitaria) se presenta en $w = 1\text{rad/s}$
- Cada década ($w \cdot 10$) la magnitud decae 20db
 - $\text{Mag}(1) = 0 \text{ db}$
 - $\text{Mag}(10) = -20 \text{ db}$
 - $\text{Mag}(100) = -40 \text{ db}$
 - $\text{Mag}(1000) = -60 \text{ db}$

$$\text{Ang} = -90^\circ$$

- Desfasamiento constante para cualquier w



Componentes principales del Diagrama de bode

Integrador segundo orden - Decaimiento a 40db por década

$$G(s) = \frac{1}{s^2} \quad G(jw) = \frac{1}{(jw)^2} = \frac{1}{w^2} \text{Ang}(180^\circ)$$

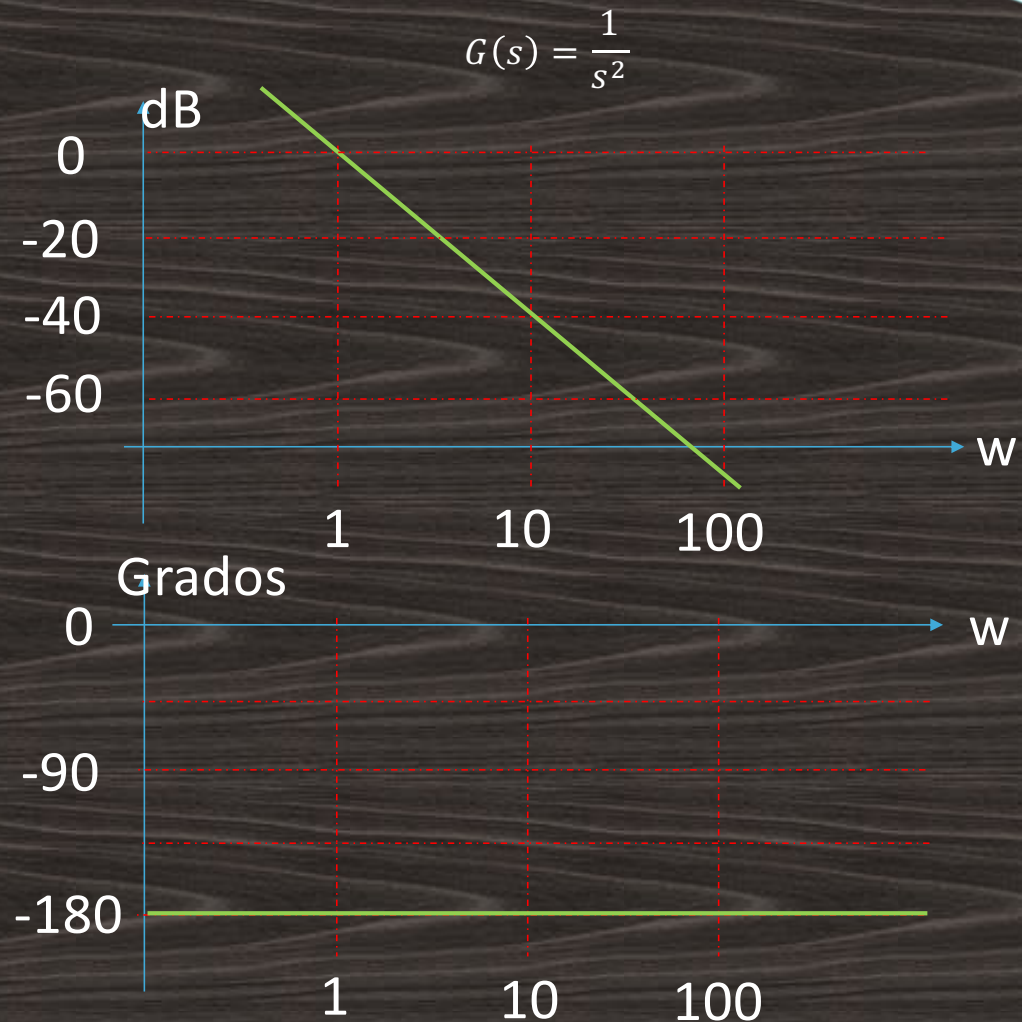
$$\text{Mag} = 20\text{Log}\left(\frac{1}{w^2}\right) \text{db} = 20\text{Log}(1) - 20\text{Log}(w^2) \text{db}$$

$$\text{Mag} = -20\text{Log}(w^2) \text{db}$$

- El 0 (ganancia unitaria) se presenta en $w = 1\text{rad/s}$
- Cada década ($w \cdot 10$) la magnitud decae 40db
 - $\text{Mag}(1)=0$
 - $\text{Mag}(10)=-40$
 - $\text{Mag}(100)=-80$
 - $\text{Mag}(1000)=-120$

$$\text{Ang} = 180^\circ$$

- Desfasamiento constante para cualquier w



Componentes principales del Diagrama de bode

Derivador primer orden - Incremento a 20db por década

$$G(s) = s \quad G(jw) = jw = w \text{ Ang}(90^\circ)$$

$$\text{Mag} = 20\text{Log}(w) \text{ db}$$

- El 0 (ganancia unitaria) se presenta en $w = 1\text{rad/s}$
- Cada década ($w \cdot 10$) la magnitud se incrementa 20db
 - $\text{Mag}(1)=0 \text{ db}$
 - $\text{Mag}(10)=20 \text{ db}$
 - $\text{Mag}(100)=40 \text{ db}$
 - $\text{Mag}(1000)=60 \text{ db}$

$$\text{Ang} = 90^\circ$$

- Desfasamiento constante para cualquier w

Derivador segundo orden - Incremento a 40db por década

$$G(s) = s^2 \quad G(jw) = (jw)^2 = w^2 \text{ Ang}(180^\circ)$$

$$\text{Mag} = 20\text{Log}(w^2) \text{ db}$$

- El 0 (ganancia unitaria) se presenta en $w = 1\text{rad/s}$
- Cada década ($w \cdot 10$) la magnitud se incrementa 40db
 - $\text{Mag}(1)=0 \text{ db}$
 - $\text{Mag}(10)=40 \text{ db}$
 - $\text{Mag}(100)=80 \text{ db}$
 - $\text{Mag}(1000)=120 \text{ db}$

$$\text{Ang} = 180^\circ$$

- Desfasamiento constante para cualquier w

Sistema de primer orden

Decaimiento a 20db por década a partir de la frecuencia de corte

$$G(s) = \frac{C}{s - (p)} = \frac{K}{Ts + 1} \quad T = \frac{1}{-p} \quad \frac{1}{T} = -p$$

$$G(jw) = \frac{K}{T(jw) + 1} = \frac{K}{\sqrt{(Tw)^2 + 1}} \text{Ang}\{-tg^{-1}(Tw)\}$$

$$\text{Mag} = 20\text{Log} \left(\frac{K}{\sqrt{(Tw)^2 + 1}} \right) \text{dB}$$

$$\text{Mag} = 20\text{Log}(K) - 20\text{Log} \left(\sqrt{(Tw)^2 + 1} \right) \text{dB}$$

Analicemos como inicia y como termina el diagrama, es decir:

$$\text{Cuando } w \ll \frac{1}{T} \text{ y cuando } w \gg \frac{1}{T}$$

$$\text{Cuando } w \ll \frac{1}{T}$$

$$\text{Mag} = 20\text{Log}(K) - 20\text{Log}(\sqrt{1}) \text{dB}$$

$$\text{Mag} = 20\text{Log}(K) \text{dB}$$

Inicia en un valor constante de decibeles positivos si $k > 1$ y decibeles negativos si $k < 1$

$$\text{Cuando } w \gg \frac{1}{T}$$

$$\text{Mag} = 20\text{Log}(K) - 20\text{Log}(Tw) \text{dB}$$

Termina en un decaimiento de 20 db por decada que comenzó a decaer desde $20\text{Log}(k)$

¿En que valor de w comienza el decaimiento?

Se tomará en el valor que hemos tomado de referencia o de separación de ambos análisis al cual se le denomina frecuencia de corte₁

$$w = \frac{1}{T}$$

Sistema de primer orden
Decaimiento a 20db por década a partir de la frecuencia de corte



Sistema de primer orden

Decaimiento a 20db por década a partir de la frecuencia de corte

Analicemos el valor real en la frecuencia de corte:

$$\text{Cuando } w = \frac{1}{T}$$

$$Mag = 20\text{Log}(K) - 20\text{Log}(\sqrt{1+1}) \text{ dB}$$

$$Mag = 20\text{Log}(K) - 20\text{Log}(\sqrt{2}) = 20\text{Log}(K) - 3 \text{ dB}$$

Este error de la aproximación asintótica es el de mayor magnitud en todo el diagrama, se le denomina “error de esquina”

La ganancia del sistema analizada para el escalón unitario sigue siendo válida para frecuencias bajas. Se observa con su diagrama de bode iniciando en $w \ll 1/T$

$$Ang = -tg^{-1}(Tw)$$

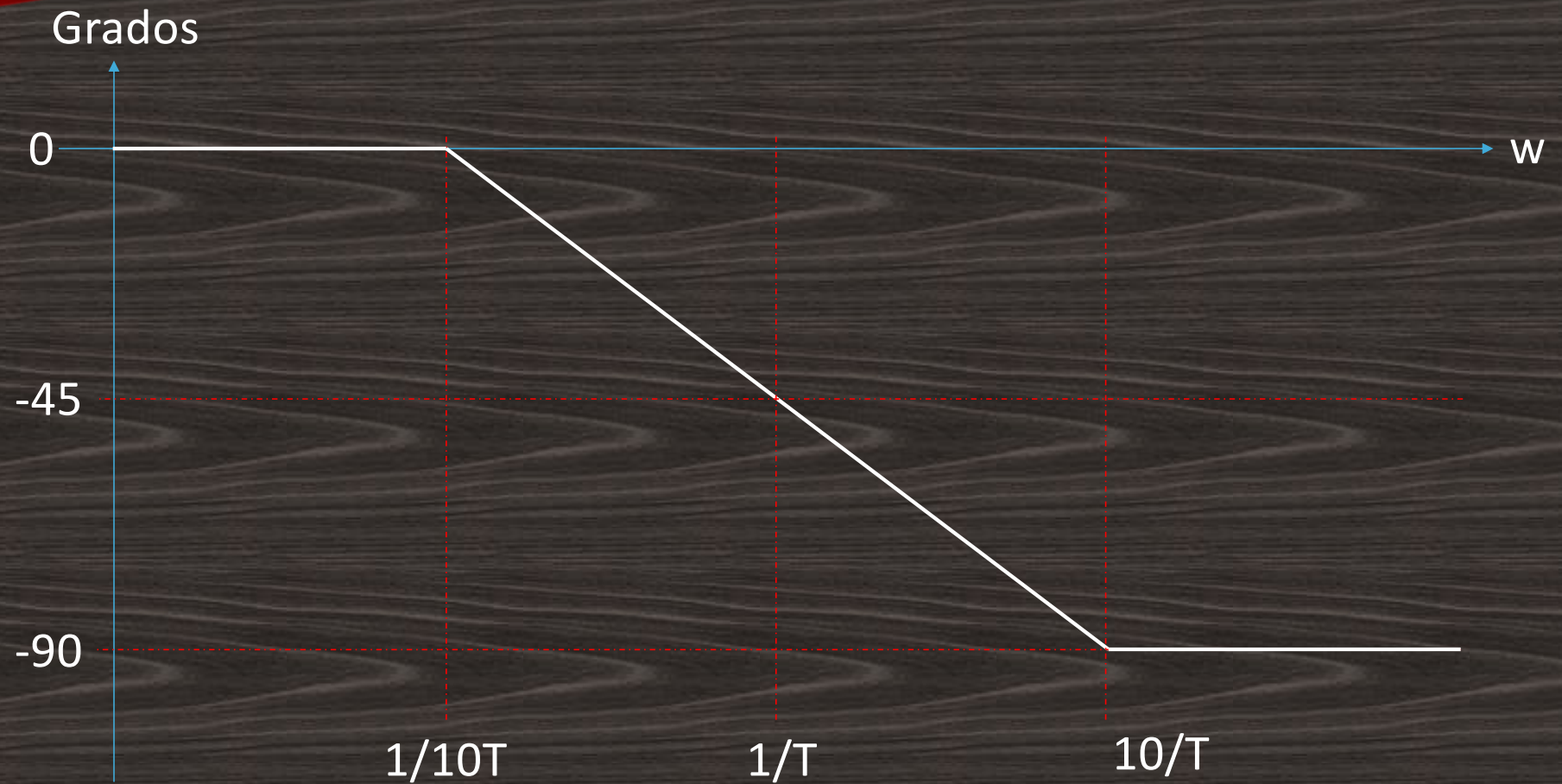
La frecuencia de corte $w=1/T$ sigue observandose muy característica también para el desfase

Observamos que para este punto $Ang=-45$ grados
Para valores muy pequeños Ang tiende a 0
Y para valores muy grandes Ang tiende a 90

Sistema de primer orden

Decaimiento a 20db por década a partir de la frecuencia de corte

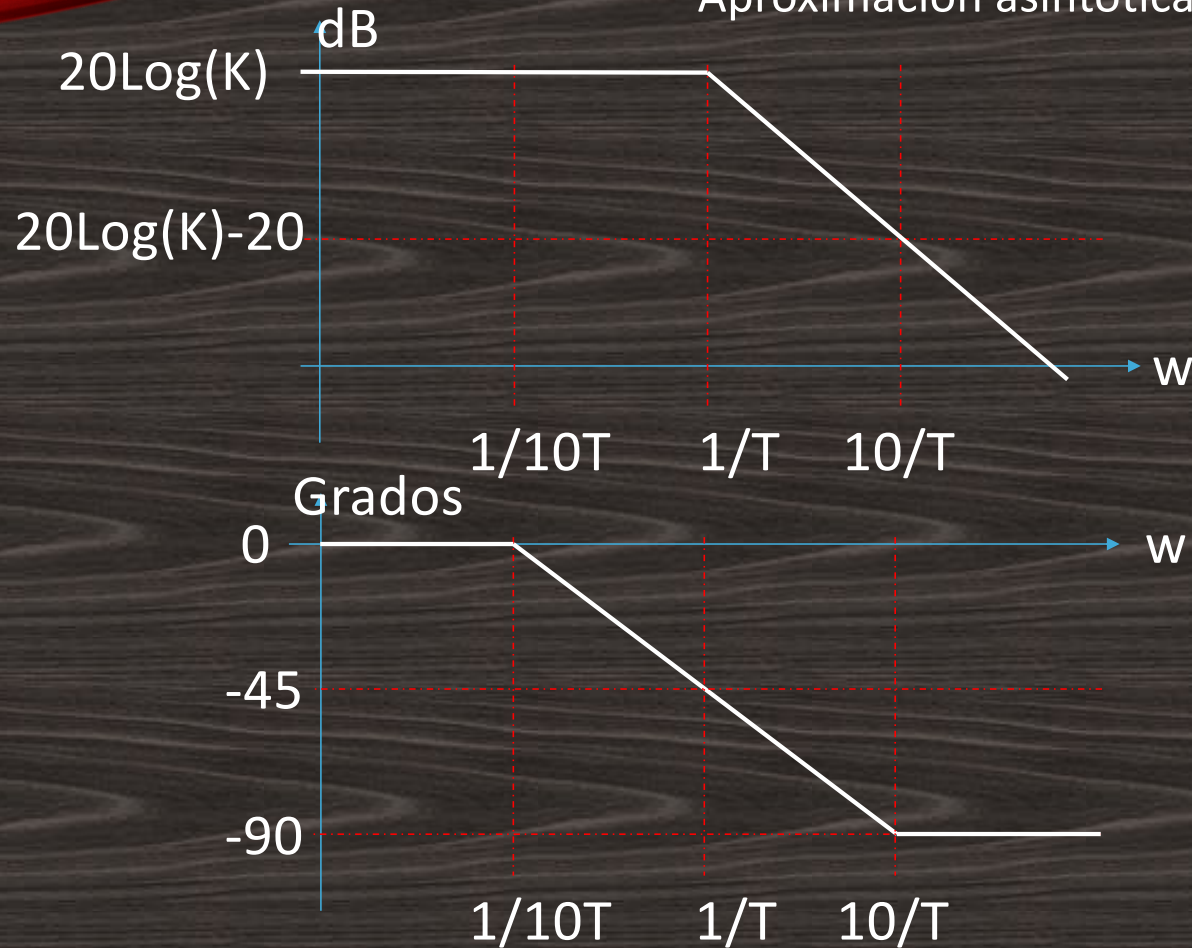
Aproximación asintótica de fase



Sistema de primer orden

Decaimiento a 20db por década a partir de la frecuencia de corte

Aproximación asintótica completa



$$G(s) = \frac{C}{s - (p)} = \frac{K}{Ts + 1}$$

Sistema de primer orden

Decaimiento a 20db por década a partir de la frecuencia de corte

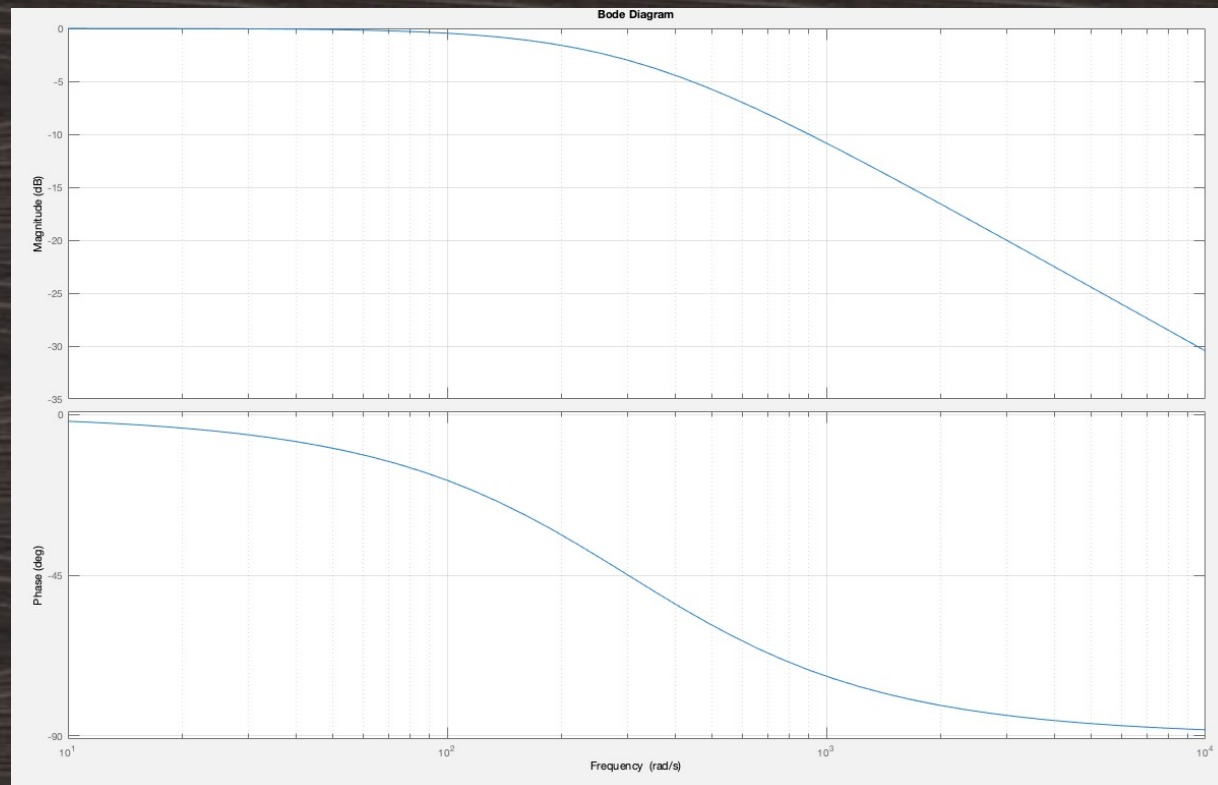
Ejercicio

A partir del diagrama de bode ¿Cuál es la Función de transferencia de este sistema?

Expresela en sus dos formas

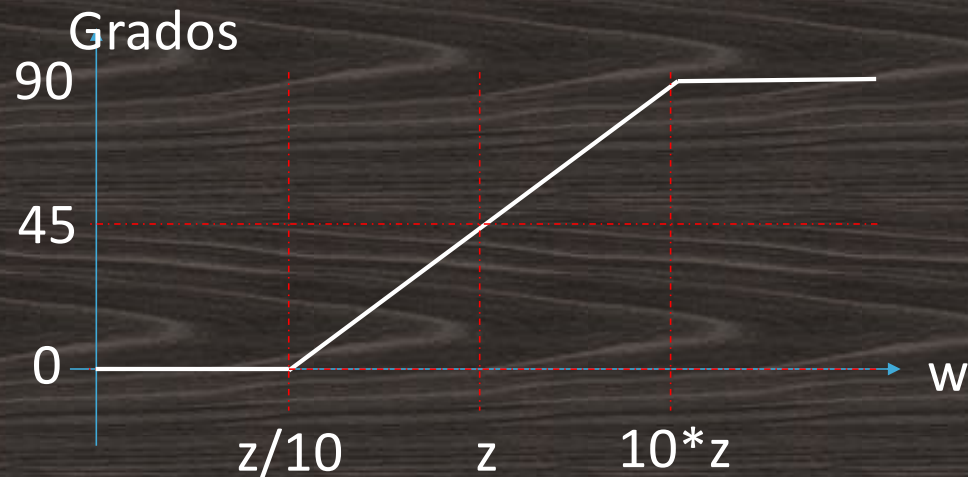
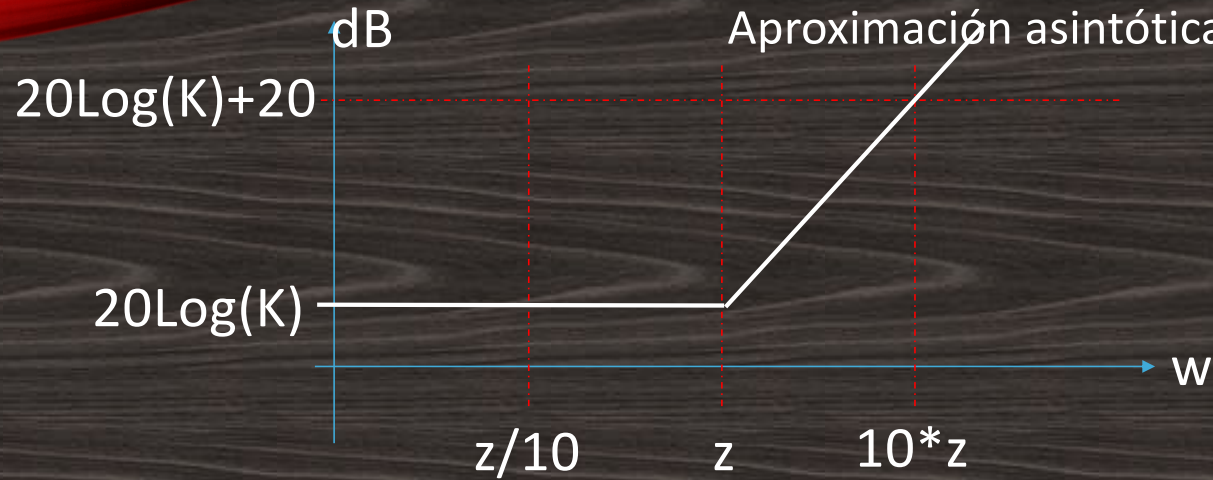
$$\frac{C}{s - (p)} \quad \frac{K}{Ts + 1}$$

Tip: Ubique la frecuencia de corte en la gráfica de fase



Sistema con unincamente un cero
Incremento a 20db por década a partir de la frecuencia de corte

Aproximación asintótica completa





EJERCICIO DE REPASO Y ASIMILACIÓN DEL TEMA

Trace en una hoja semilogarítmica, ya sea de forma electrónica o físicamente, la aproximación asintótica del diagrama de bode de un sistema de primer orden y un sistema con solamente un cero. Es decir copie los diagramas presentados anteriormente de forma exacta.