

Problema del Rubik 2x2

Emanuel Naval O. / Victor Sicachá C. / Juan P. Sierra U.

Universidad del Rosario

20/05/2020

Contenido

- Objetivos
- Posible Solución
- Representación en lógica proposicional

Objetivos

- Representar el cubo rubik 2x2 por medio de lógica proposicional.

Objetivos

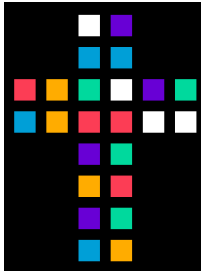
- Representar el cubo rubik 2x2 por medio de lógica proposicional.
- Lograr solucionar el cubo bajo condiciones iniciales aleatorias.

Objetivos

- Representar el cubo rubik 2x2 por medio de lógica proposicional.
- Lograr solucionar el cubo bajo condiciones iniciales aleatorias.
- Implementación gráfica apropiada para la solución paso a paso del problema planteado.

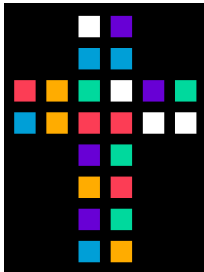
Posible Solución

Ordenar el cubo de tal forma que cada cara solo tenga un mismo color.



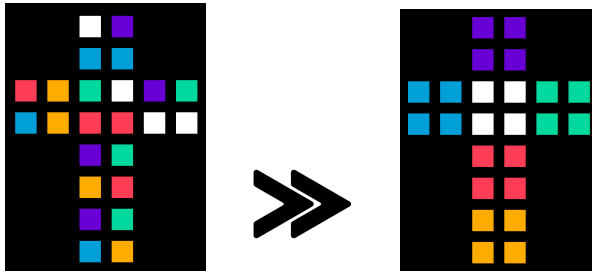
Posible Solución

Ordenar el cubo de tal forma que cada cara solo tenga un mismo color.



Posible Solución

Ordenar el cubo de tal forma que cada cara solo tenga un mismo color.



Letras Proposicionales

Cuadrados

$$x \in \text{Cuadrados} = \{S_1, S_2, \dots, S_{24}\}$$

Colores

$$y \in \text{Colores} = \{C_1, C_2, \dots, C_6\}$$

Turnos

$$z \in \text{Turnos} = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$$

- **Codificación:**
 $P(x,y,z)$

Notación Beta

La siguiente notación está dada para realizar el cambio de color entre dos cuadros:

$\beta_j^i(n)$ es la abreviación de $[P(S_i, y, T_n) \rightarrow P(S_j, y, T_{n+1})]$

Notación Upsilon

La siguiente notación está dada para establecer el estado ideal de una cara del cubo en el turno **m**:

$$\begin{aligned}
 \Upsilon_1^m &\leftrightarrow \bigvee_{i=0}^6 [P(S_1, C_i, T_m) \wedge \dots (S_4, C_i, T_m)] \\
 \Upsilon_2^m &\leftrightarrow \bigvee_{i=0}^6 [P(S_5, C_i, T_m) \wedge \dots (S_8, C_i, T_m)] \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 \Upsilon_6^m &\leftrightarrow \bigvee_{i=0}^6 [P(S_{21}, C_i, T_m) \wedge \dots (S_{24}, C_i, T_m)]
 \end{aligned}$$

Reglas

Regla 1

Ningún cuadro puede tener más de un color.

Sea T_n la representación de cualquier turno :

$$P(S_1, C_1, T_n) \rightarrow \neg(P(S_1, C_2, T_n) \vee \dots \vee P(S_1, C_6, T_n)) \wedge$$

.

.

.

$$P(S_{24}, C_1, T_n) \rightarrow \neg(P(S_{24}, C_2, T_n) \vee \dots \vee P(S_{24}, C_6, T_n))$$

Reglas

Regla 2

Movimiento tipo U (Up).

$$U_n = \beta_{15}^{16}(n) \wedge \beta_{13}^{15}(n) \wedge \beta_{14}^{13}(n) \wedge \beta_{16}^{14}(n) \wedge \beta_6^2(n) \wedge \beta_5^1(n) \wedge \\ \beta_2^{10}(n) \wedge \beta_1^9(n) \wedge \beta_{10}^{24}(n) \wedge \beta_9^{23}(n) \wedge \beta_{24}^6(n) \wedge \beta_{23}^5(n) \wedge \\ \beta_7^7(n) \wedge \beta_8^8(n) \wedge \beta_3^3(n) \wedge \beta_4^4(n) \wedge \beta_{11}^{11}(n) \wedge \beta_{12}^{12}(n) \wedge \beta_{17}^{17}(n) \wedge \\ \beta_{18}^{18}(n) \wedge \beta_{19}^{19}(n) \wedge \beta_{20}^{20}(n) \wedge \beta_{21}^{21}(n) \wedge \beta_{22}^{22}(n)$$

Reglas

Regla 3

Movimiento tipo U' (Up Inverted).

$$U'_n = \beta_{16}^{15}(n) \wedge \beta_{15}^{13}(n) \wedge \beta_{13}^{14}(n) \wedge \beta_{14}^{16}(n) \wedge \beta_2^6(n) \wedge \beta_1^5(n) \wedge \\ \beta_{10}^2(n) \wedge \beta_9^1(n) \wedge \beta_{24}^{10}(n) \wedge \beta_{23}^9(n) \wedge \beta_6^{24}(n) \wedge \beta_5^{23}(n) \wedge \\ \beta_7^7(n) \wedge \beta_8^8(n) \wedge \beta_3^3(n) \wedge \beta_4^4(n) \wedge \beta_{11}^{11}(n) \wedge \beta_{12}^{12}(n) \wedge \beta_{17}^{17}(n) \wedge \\ \beta_{18}^{18}(n) \wedge \beta_{19}^{19}(n) \wedge \beta_{20}^{20}(n) \wedge \beta_{21}^{21}(n) \wedge \beta_{22}^{22}(n)$$

Reglas

Regla 4

Movimiento tipo F (Front).

$$F_n = \beta_2^1(n) \wedge \beta_4^2(n) \wedge \beta_3^4(n) \wedge \beta_1^3(n) \wedge \beta_{18}^9(n) \wedge \beta_{17}^{11}(n) \wedge \\ \beta_8^{18}(n) \wedge \beta_6^{17}(n) \wedge \beta_{15}^8(n) \wedge \beta_{16}^6(n) \wedge \beta_9^{15}(n) \wedge \beta_{11}^{16}(n) \wedge \\ \beta_5^5(n) \wedge \beta_7^7(n) \wedge \beta_{10}^{10}(n) \wedge \beta_{12}^{12}(n) \wedge \beta_{13}^{13}(n) \wedge \beta_{14}^{14}(n) \wedge \\ \beta_{19}^{19}(n) \wedge \beta_{20}^{20}(n) \wedge \beta_{21}^{21}(n) \wedge \beta_{22}^{22}(n) \wedge \beta_{23}^{23}(n) \wedge \beta_{24}^{24}(n)$$

Reglas

Regla 5

Movimiento tipo F' (Front Inverted).

$$F'_n = \beta_1^2(n) \wedge \beta_2^4(n) \wedge \beta_4^3(n) \wedge \beta_3^1(n) \wedge \beta_9^{18}(n) \wedge \beta_{11}^{17}(n) \wedge \beta_{18}^8(n) \wedge \beta_{17}^6(n) \wedge \beta_8^{15}(n) \wedge \beta_6^{16}(n) \wedge \beta_{15}^9(n) \wedge \beta_{16}^{11}(n) \wedge \beta_5^5(n) \wedge \beta_7^7(n) \wedge \beta_{10}^{10}(n) \wedge \beta_{12}^{12}(n) \wedge \beta_{13}^{13}(n) \wedge \beta_{14}^{14}(n) \wedge \beta_{19}^{19}(n) \wedge \beta_{20}^{20}(n) \wedge \beta_{21}^{21}(n) \wedge \beta_{22}^{22}(n) \wedge \beta_{23}^{23}(n) \wedge \beta_{24}^{24}(n)$$

Reglas

Regla 6

Movimiento tipo D (Down).

$$D_n = \beta_{18}^{17}(n) \wedge \beta_{20}^{18}(n) \wedge \beta_{19}^{20}(n) \wedge \beta_{17}^{19}(n) \wedge \beta_7^{21}(n) \wedge \beta_8^{22}(n) \wedge \beta_3^7(n) \wedge \beta_4^8(n) \wedge \beta_{11}^3(n) \wedge \beta_{12}^4(n) \wedge \beta_{21}^{11}(n) \wedge \beta_{22}^{12}(n) \wedge \beta_1^1(n) \wedge \beta_2^2(n) \wedge \beta_5^5(n) \wedge \beta_6^6(n) \wedge \beta_9^9(n) \wedge \beta_{10}^{10}(n) \wedge \beta_{13}^{13}(n) \wedge \beta_{14}^{14}(n) \wedge \beta_{15}^{15}(n) \wedge \beta_{16}^{16}(n) \wedge \beta_{23}^{23}(n) \wedge \beta_{24}^{24}(n)$$

Reglas

Regla 7

Movimiento tipo D' (Down Inverted).

$$D'_n = \beta_{17}^{18}(n) \wedge \beta_{18}^{20}(n) \wedge \beta_{20}^{19}(n) \wedge \beta_{19}^{17}(n) \wedge \beta_{21}^7(n) \wedge \beta_{22}^8(n) \wedge \beta_7^3(n) \wedge \beta_8^4(n) \wedge \beta_3^{11}(n) \wedge \beta_4^{12}(n) \wedge \beta_{11}^{21}(n) \wedge \beta_{12}^{22}(n) \wedge \beta_1^1(n) \wedge \beta_2^2(n) \wedge \beta_5^5(n) \wedge \beta_6^6(n) \wedge \beta_9^9(n) \wedge \beta_{10}^{10}(n) \wedge \beta_{13}^{13}(n) \wedge \beta_{14}^{14}(n) \wedge \beta_{15}^{15}(n) \wedge \beta_{16}^{16}(n) \wedge \beta_{23}^{23}(n) \wedge \beta_{24}^{24}(n)$$

Reglas

Regla 8

Movimiento tipo B (Back).

$$B_n = \beta_{24}^{22}(n) \wedge \beta_{23}^{24}(n) \wedge \beta_{21}^{23}(n) \wedge \beta_{22}^{21}(n) \wedge \beta_{13}^{10}(n) \wedge \beta_{14}^{12}(n) \wedge \beta_7^{13}(n) \wedge \beta_5^{14}(n) \wedge \beta_{19}^5(n) \wedge \beta_{20}^7(n) \wedge \beta_{12}^{19}(n) \wedge \beta_{10}^{20}(n) \wedge \beta_1^1(n) \wedge \beta_2^2(n) \wedge \beta_3^3(n) \wedge \beta_4^4(n) \wedge \beta_6^6(n) \wedge \beta_8^8(n) \wedge \beta_9^9(n) \wedge \beta_{11}^{11}(n) \wedge \beta_{15}^{15}(n) \wedge \beta_{16}^{16}(n) \wedge \beta_{17}^{17}(n) \wedge \beta_{18}^{18}(n)$$

Reglas

Regla 9

Movimiento tipo B' (Back Inverted).

$$B'_n = \beta_{22}^{24}(n) \wedge \beta_{24}^{23}(n) \wedge \beta_{23}^{21}(n) \wedge \beta_{21}^{22}(n) \wedge \beta_{10}^{13}(n) \wedge \beta_{12}^{14}(n) \wedge \beta_{13}^{7}(n) \wedge \beta_{14}^{5}(n) \wedge \beta_5^{19}(n) \wedge \beta_7^{20}(n) \wedge \beta_{19}^{12}(n) \wedge \beta_{20}^{10}(n) \wedge \beta_1^1(n) \wedge \beta_2^2(n) \wedge \beta_3^3(n) \wedge \beta_4^4(n) \wedge \beta_6^6(n) \wedge \beta_8^8(n) \wedge \beta_9^9(n) \wedge \beta_{11}^{11}(n) \wedge \beta_{15}^{15}(n) \wedge \beta_{16}^{16}(n) \wedge \beta_{17}^{17}(n) \wedge \beta_{18}^{18}(n)$$

Reglas

Regla 10

Movimiento tipo R (Right).

$$R_n = \beta_{10}^9(n) \wedge \beta_{12}^{10}(n) \wedge \beta_{11}^{12}(n) \wedge \beta_9^{11}(n) \wedge \beta_{20}^{24}(n) \wedge \beta_{18}^{22}(n) \wedge \beta_4^{20}(n) \wedge \beta_2^{18}(n) \wedge \beta_{16}^4(n) \wedge \beta_{14}^2(n) \wedge \beta_{24}^{16}(n) \wedge \beta_{22}^{14}(n) \wedge \beta_1^1(n) \wedge \beta_3^3(n) \wedge \beta_5^5(n) \wedge \beta_6^6(n) \wedge \beta_7^7(n) \wedge \beta_8^8(n) \wedge \beta_{13}^{13}(n) \wedge \beta_{15}^{15}(n) \wedge \beta_{17}^{17}(n) \wedge \beta_{19}^{19}(n) \wedge \beta_{21}^{21}(n) \wedge \beta_{23}^{23}(n)$$

Reglas

Regla 11

Movimiento tipo R' (Right Inverted).

$$R'_n = \beta_9^{10}(n) \wedge \beta_{10}^{12}(n) \wedge \beta_{12}^{11}(n) \wedge \beta_{11}^9(n) \wedge \beta_{24}^{20}(n) \wedge \beta_{22}^{18}(n) \wedge \beta_{20}^4(n) \wedge \beta_{18}^2(n) \wedge \beta_4^{16}(n) \wedge \beta_2^{14}(n) \wedge \beta_{16}^{24}(n) \wedge \beta_{14}^{22}(n) \wedge \beta_1^1(n) \wedge \beta_3^3(n) \wedge \beta_5^5(n) \wedge \beta_6^6(n) \wedge \beta_7^7(n) \wedge \beta_8^8(n) \wedge \beta_{13}^{13}(n) \wedge \beta_{15}^{15}(n) \wedge \beta_{17}^{17}(n) \wedge \beta_{19}^{19}(n) \wedge \beta_{21}^{21}(n) \wedge \beta_{23}^{23}(n)$$

Reglas

Regla 12

Movimiento tipo L (Left).

$$L_n = \beta_6^5(n) \wedge \beta_8^6(n) \wedge \beta_7^8(n) \wedge \beta_5^7(n) \wedge \beta_{17}^1(n) \wedge \beta_{19}^3(n) \wedge \beta_{21}^{17}(n) \wedge \beta_{23}^{19}(n) \wedge \beta_{13}^{21}(n) \wedge \beta_{15}^{23}(n) \wedge \beta_1^{13}(n) \wedge \beta_3^{15}(n) \wedge \beta_2^2(n) \wedge \beta_4^4(n) \wedge \beta_9^9(n) \wedge \beta_{10}^{10}(n) \wedge \beta_{11}^{11}(n) \wedge \beta_{12}^{12}(n) \wedge \beta_{14}^{14}(n) \wedge \beta_{16}^{16}(n) \wedge \beta_{18}^{18}(n) \wedge \beta_{20}^{20}(n) \wedge \beta_{22}^{22}(n) \wedge \beta_{24}^{24}(n)$$

Reglas

Regla 13

Movimiento tipo L' (Left Inverted).

$$L'_n = \beta_5^6(n) \wedge \beta_6^8(n) \wedge \beta_8^7(n) \wedge \beta_7^5(n) \wedge \beta_1^{17}(n) \wedge \beta_3^{19}(n) \wedge \\ \beta_{17}^{21}(n) \wedge \beta_{19}^{23}(n) \wedge \beta_{21}^{13}(n) \wedge \beta_{23}^{15}(n) \wedge \beta_{13}^1(n) \wedge \beta_{15}^3(n) \wedge \\ \beta_2^2(n) \wedge \beta_4^4(n) \wedge \beta_9^9(n) \wedge \beta_{10}^{10}(n) \wedge \beta_{11}^{11}(n) \wedge \beta_{12}^{12}(n) \wedge \beta_{14}^{14}(n) \wedge \\ \beta_{16}^{16}(n) \wedge \beta_{18}^{18}(n) \wedge \beta_{20}^{20}(n) \wedge \beta_{22}^{22}(n) \wedge \beta_{24}^{24}(n)$$

Reglas

Regla 14

Movimiento tipo N (Not move).

$$N_n = \beta_1^1(n) \wedge \beta_2^2(n) \wedge \beta_3^3(n) \wedge \dots \wedge \beta_{22}^{22}(n) \wedge \beta_{23}^{23}(n) \wedge \beta_{24}^{24}(n)$$

Reglas

Regla 15

Solo puede haber un movimiento por turno.

$$U_n \leftrightarrow \neg(U'_n \vee F_n \vee \dots \vee L'_n \vee N_n)$$

$$U'_n \leftrightarrow \neg(U_n \vee F_n \vee \dots \vee L'_n \vee N_n)$$

.

.

.

$$N_n \leftrightarrow \neg(U_n \vee U'_n \vee \dots \vee L_n \vee L'_n)$$

Reglas

Regla 16

Cubo solucionado en el turno **n**.

$$\tau_1^n \wedge \tau_2^n \wedge \tau_3^n \wedge \tau_4^n \wedge \tau_5^n \wedge \tau_6^n$$

Reglas

Regla 17

Integridad del cubo terminado.

$$N_{n+1} \leftrightarrow (\tau_1^n \wedge \tau_2^n \wedge \tau_3^n \wedge \tau_4^n \wedge \tau_5^n \wedge \tau_6^n)$$