# 0.1. 11.08.2020 - Isomorfismos de Grafos

## 0.1.1. Definición Isomorfismos

Sean $G$ $y$ $H$ grafos simples. Un **isomorfismo** de $G$ a $H$ es una función biyectiva $f : V(G) \to V(H)$ tal que $uv \in E(G) \iff f(u)f(v) \in E(H)$

## 0.1.2. Grafos Isomorfos

$G$ es **isomorfo** a $H$ si existe un isomorfismo de $G$ $a$ $H$. Se nota $G \cong H$.

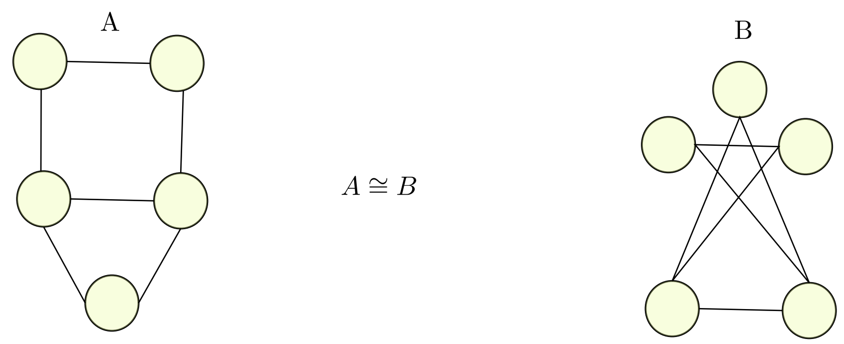
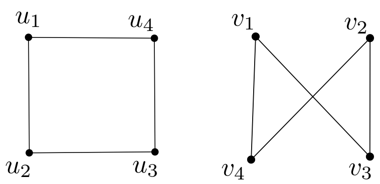



Figura 1: dos grafos isomorfos

## 0.1.3. Ivariante

Un **invariante** de un grafo es una propiedad $P$ preservada por isomorfismos. De forma más precisa, $P$ es una invariante si siempre que $G \cong H$:

Si $G$ satisfacea $P$ entonces $H$ satisface $P$.




$$
\begin{aligned}
f(u_1) &= f(v_1)\\
f(u_4) &= f(v_3)\\
f(u_3) &= f(v_2)\\
f(u_2) &= f(v_4)
\end{aligned}
$$

Figura 2: ejemplo2 isomorfismo

**Observación**

---

Sea $P$ es una propiedad invariante, si $G$ satisface $P$ y $H$ no satisface $P$ entonces $G \cong H$.

---

### 0.1.4. Teorema

La relación de isomorfidmo es una relación de equivalencia en el conjunto de grafos simples.

- Reflexiva: $G \cong G$.
- Simétrica: Si $G \cong H$, entonces $H \cong G$.
- Transitiva: Si $G \cong H$ y $H \cong J$, entonces $G \cong J$.

### 0.1.5. Clases de isomorfismos

**Ejemplos**

Una **clase de isomorfismo** de un grafo es una clase de equivalencia de grafos bajo la relación de isomofismos.

- Todos los caminos de $n$ vértices son insomorfismos.
- El conjunto de todos los caminos de $n$ vértices forma una clase dde isomorfismo.

### 0.1.6. Grafos sin etiquetas

Un **grafo sin etiquetas** es una clase de isomorfismo.

### 0.1.7. $P_n$

**Camino** $P_n$ :comino con $n$ vértices.

### 0.1.8. $C_n$

**Ciclo** $C_n$ :Ciclo con $n$ vértices (n-ciclo).

### 0.1.9. $W_n$

**Rueda** $W_n$ : Ciclo $C_n$ con vértice adicional adyacente a todos los vertices del ciclo.

### 0.1.10. $K_n$

**Grafo completo** $K_n$ : Grafo simple con n vértices que contiene exactamente una arista entre cada par de vértices. (Vértices adyacentes 2 a 2)

### 0.1.11. $K_{m,n}$

**Grafo bipartito completo** $K_{m,n}$ : Grafo bipartito simple tal que dos vértices son adyacentes sii están en conjuntos partitos diferentes de tamaño $m$ y $n$ respectivamente. (**biclique**).

### 0.1.12. Ejemplo - Grafos de n vértices

- Si $|V(G)| = n$ entonce se puede seleccionar $\binom{n}{2}$ parejas de vértices.
- El par podría formar una arista o no.
- Entonces ha $2^{\binom{n}{2}}$ grafos simples de $n$ vértices. (Subconjuntos del conjunto de pares de vértices).
- Si $n = 4$, hay 64 grafos simples de 4 vértices.
- Hay 11 clases de isomorfismos.

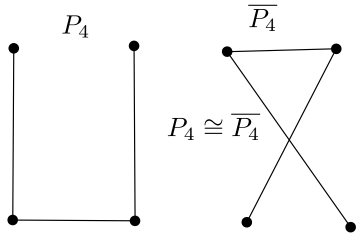



Figura 3: grafos autocomplementarios

### 0.1.13. Grafo Autocomplementario

Un grafo $G$ es autocomplementario si es isomorfo a su complemento.

### 0.1.14. Descomposicón

Una **descomposició** de un grafo $G$ es una lista de subgrafos $H_i \subset G$ tal que cada arista $e \in E(G)$ pertenece exactamente a un subgrafo de la lista.

### 0.1.15. Ejercicio

Un grafo $K_{i,n-1}$ y $K_{n-1}$ forma una descomposición de $K_n$.

**Demostración**

...

### 0.1.16. Teorema

Un grafo $G$ de $n$ vértices es autocomplementario sii $K_n$ tiene una descomposición que cnsiste en dos copias de $G$. (Grafos isomorfos con $G$ ).

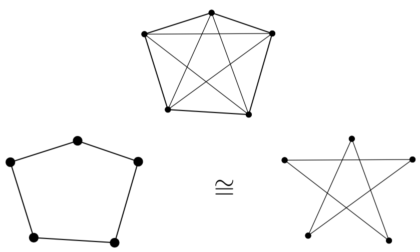



Figura 4: descomposición de k5

### 0.1.17. Grafo de Petersen