Tercer Semestre

Teoría de la Computacíon

Juan Pablo Sierra Useche

Universidad Del Rosario
Escuela de Ingeniería, Ciencia y tecnología
Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación

Índice general

Capítulo 1

Automatas Finitos Deterministas y no Deterministas

04.08.2020 | ¿Que es un Problema?

Terminología

En Teoría de la Computación, un problema es una función de un conjunto $\mathbb{A}$ en un conjunto $\mathbb{B}$.
Se dice que $f : \mathbb{A} \to \{0, 1\}$ es un problema de decisión.

Observación

Sea $\mathbb{A}$ un conjunto y $\mathbb{B} \subseteq \mathbb{A}$. Resolver el problema de decir si x es un elemento de $\mathbb{B}$ es equivalente a counstruir la función.

$$F_{\mathbb{B}} : \mathbb{A} \to \{0, 1\}$$

1.1.1. Teorema

Sea $\mathbb{A}$ un conjunto. Se tiene que existe una función biyectiva $F : \varphi(\mathbb{A}) \to \{0, 1\}^{\mathbb{A}}$
Demostración

- Sea $\mathbb{B} \subseteq \mathbb{A}$. Definimos $F(\mathbb{B}) = f_{\mathbb{B}}$

$$f_{\mathbb{B}}(x) = \begin{cases} 1 & si\ x \in \mathbb{B} \\ 0 & si\ x \notin \mathbb{B} \end{cases}$$

- Ahora resta demostrar que F es **biyectiva**:

  1) Sean $\mathbb{B}, \mathbb{C} \subseteq \mathbb{A}$ suponga que $f_{\mathbb{B}} = f_{\mathbb{C}}$. Observe que:

  $$x \in \mathbb{B} \iff f_{\mathbb{B}}(x) = 1 = f_{\mathbb{C}}(x) \iff x \in \mathbb{C}$$

  Lo que indica que $\mathbb{B} = \mathbb{C}$. Demostrando que la función es inyectiva.

  2) Sea $f \in \{0, 1\}^{\mathbb{A}}$ y existe $\mathbb{B} \subseteq \mathbb{A}$ teniendo en cuenta la primera parte de la demostración si $f_{\mathbb{B}}(x) = 1$ entonces $f_{\mathbb{B}^c}(x) = 0$ y como $\mathbb{B}^c \subseteq \mathbb{A}$ se puede concluir que para todo $f \in \{0, 1\}^{\mathbb{A}}$ existe un conjunto $\mathbb{I}$ tal que $f = f_{\mathbb{I}}$.

Por todo lo anterior ase acaba de demostrar la proposición. ■