0.1. 03.08.2020 - Conjuntos, Modelos Probabilísticos y Axiomas

0.1.1. Repaso Tería de Conjuntos

Conjunto Un conjunto es una colección de objetos de cualquier tipo (ej: números, personas, colores, sabores, etc...), a estos objetos se les conoce como los elementos del conjunto.
Ejemplos:

- Los números naturales $\mathbb{N}$.
- Los alumnos del curso.

Objetos Siendo así, son los objetos aquellos que definen a los **conjuntos** en su totalidad.

Notación de Conjuntos

Si $\mathbb{S}$ es un conjunto y **x** un elemento de $\mathbb{S}$, escribimos $x \in \mathbb{S}$. Pero en el caso contrario, donde **x** no es un elemento de $\mathbb{S}$ escribimos $x \notin \mathbb{S}$.

Conjunto Vacío Este conjunto se caracteriza por no tener ningún elemento dentro de si mismo, y se denota: $\emptyset$.

Notación Conjunto Finito

Si $\mathbb{S}$ es un conjunto finito co elementos $x_1, x_2, ..., x_n$. Podemos denotar a S como:

S = {x$_1, x_2, ..., x_n$}

Ejemplos: $\mathbb{S}$ conjuto de resulatdos de un dado

S={1,2,3,...,6}

Notación Conjunto Infinito

Si $\mathbb{S}$ es un conjunto infinito enumerable con elementos $x_1, x_2, ...$ se puede escribir a $\mathbb{S}$ como:

S={x$_1, x_2, ...$}

0.1.2. Tipos de Notación

Extención Como los casos presentados anteriormente, esté tipo de notación implica en enumerar elementos demostrando el patron que describe el comportamiento del conjunto.

P={2,4,6,...,40}

W={amarillo,azul,rojo}

Comprención En este caso tipo de notación no se mencionan los elemento, sino que se mencionan las caracteristicas que tiene cada elemento perteneciete a el dicho conjunto.

W = {x—x es un color primario}

P={x—x es un número par entre el 2 y el 40}

0.1.3. Relaciones Entre Conjuntos

Se dice que $\mathbb{S}$ es un subconjunto de $\mathbb{T}$ ($\mathbb{S}, \mathbb{T}$ conjuntos) es decir que $\mathbb{S}$ está contenido en $\mathbb{T}$ si todo elemento de $\mathbb{S}$ es también un elemento de $\mathbb{T}$.

Notación Sub Conjuntos

En el caso donde el **sub conjunto** puede ser el mismo **conjunto** se utiliza la siguiente notación:

S$\subseteq \mathbb{T}$

Pero si el **sub conjunto** no puede ser el mismo **conjunto** se utiliza la siguiente notación:

S$\subset \mathbb{T}$

En el caso de que un **conjunto** no esté contenido en otro, se utiliza la siguiente notación:

S$\not\subseteq \mathbb{T}$

0.1.4. Conjunto Universal

Denotamos con Ω el **Conjunto Universal**; un conjunto especial que como caracteristica principal tiene a todos los elementos de interés en un determinado contexto.

Ejemplo $\Omega = \mathbb{C}$ si estudiamos raíces de polinomios con coeficientes reales. (*Teorema Findamental del Álgebra*).

0.1.5. Álgebra de Conjuntos

Complemento La notación pala el complemento es $\mathbb{S}^c$ dondo nos referimos al **complemento** de $\mathbb{S}$. Y esté se puede definir de la siguiente forma:

S$^c = \{x|x \notin \mathbb{S}\ (x \in \Omega)\}$

Unión Donde $\mathbb{S}$ y $\mathbb{J}$ son conjuntos, la notación para la unión entre dos conjuntos es $\mathbb{S} \cup \mathbb{J}$ e implica:

S$\cup\mathbb{J} = \{x|x \in \mathbb{S}$ *ó* $x \in \mathbb{J}\}$

Intersección Sean $\mathbb{S}$ y $\mathbb{T}$ conjuntos, su intersección se escribe: $\mathbb{S} \cap \mathbb{T}$, y se define de la siguiente forma:

$$\text{S} \cap \mathbb{T} = \{x | x \in \mathbb{S} \ y \ x \in \mathbb{T}\}$$

Unión entre varios (o infinitos) conjunto

$$\bigcup_{i=0}^{n} \mathbb{S}_i = \{x | x \in \mathbb{S}_i \ (0 > i > n)\}$$

Intersección entre varios (o infinitos) conjunto

$$\bigcap_{i=0}^{n} \mathbb{S}_i = \{x | x \in \mathbb{S}_i \ (0 > i > n)\}$$

Conjuntos Disyuntos Dos conjuntos $\mathbb{S}$ *y* $\mathbb{T}$ se dicen disyuntos o disjuntos si $\mathbb{S} \cap \mathbb{T} = \emptyset$ lo que se generaliza al decir que $\bigcap_{i=0}^{n} \mathbb{S}_i = \emptyset$.

Disyunción 2 a 2 Varios conjuntos $\mathbb{S}_i$ se dicen conjuntos disyuntos 2 a 2 si $\mathbb{S}_i \cap \mathbb{S}_j = \emptyset$.

Observación

El par ordenado de dos objetos x, y se denota por (x, y) donde $(x, y) \neq (y, x)$. Lo que se diferencia de conjuntos donde $\{x, y\} = \{y, x\}$.

Observación

Los diagramas de venn (representaciones graficas de conjuntos) resultan útiles al realizar problemas que involucran conjuntos.

0.2. 05.08.2020 - Tarea 1

Demostrar los siguientes lemas:

1. $\mathbb{S} \cup \mathbb{T} = \mathbb{T} \cup \mathbb{S}$ (conmutatividad)

   Demostración

   Sean $\mathbb{S}, \mathbb{T}$ conjuntos, para demostrar que $\mathbb{S} \cup \mathbb{T} = \mathbb{T} \cup \mathbb{S}$ es necesario demostrar las dos siguientes condiciones:

   - Si $x \in (\mathbb{S} \cup \mathbb{T})$ es decir $x \in \mathbb{S}$ o $x \in \mathbb{S}$ o $x \in \mathbb{T}$, luego se pude decir que $x \in (\mathbb{T} \cup \mathbb{S})$.
   - Si $x \in (\mathbb{T} \cup \mathbb{S})$ es decir $x \in \mathbb{T}$ o $x \in \mathbb{S}$ o $x \in \mathbb{S}$, luego se pude decir que $x \in (\mathbb{S} \cup \mathbb{T})$.

   Como ambas situaciones son verdaderas, se puede concluir que la proposición es verdadera. ■

2. $\mathbb{S} \cap (\mathbb{T} \cup \mathbb{U}) = (\mathbb{S} \cap \mathbb{T}) \cup (\mathbb{S} \cap \mathbb{U})$ (distributividad)

   Demostración

   Sean $\mathbb{S}, \mathbb{T}$ *y* $\mathbb{U}$ conjuntos, para demostrar que la proposición es verdadera hay que demostrar las dos siguientes condiciones:

   - Si $x \in (\mathbb{S} \cap (\mathbb{T} \cup \mathbb{U}))$ significa que $x \in \mathbb{S}$ y también que $x \in (\mathbb{T} \cup \mathbb{U})$ es decir, que incondicionalmente $x \in \mathbb{S}$ pero también $x \in \mathbb{T}$ ó $x \in \mathbb{U}$. Por lo tanto se puede decir que $x \in ((\mathbb{S} \cap \mathbb{T}) \cup (\mathbb{S} \cap \mathbb{U}))$.

- Por otro lado hay que asumir que $x \in ((\mathbb{S} \cap \mathbb{T}) \cup (\mathbb{S} \cap \mathbb{U}))$, lo que significa que ó $x \in (\mathbb{S} \cap \mathbb{T})$ ó $x \in (\mathbb{S} \cap \mathbb{U})$. A partir de lo anterior se puede asegurar que $x \in \mathbb{S}$ y que $x \in \mathbb{T}$ ó $x \in \mathbb{U}$, que es lo mismo que decir $x \in (\mathbb{S} \cap (\mathbb{T} \cup \mathbb{U}))$

Ya que se cumplen ambas condiciones, se puede concluir que la proposición es verdadera. ■

3. $(\mathbb{S}^c)^c = \mathbb{S}$

Demostración

Sea $\mathbb{S}$ un conjunto, es necesario demostrar dos situaciones para demostrar verdadera a la proposición:

- El hecho de que $x \in (S^c)^c$ quiere decir que $x \notin \mathbb{S}^c$ y por la definición de complemento, se puede asegurar que $x \in \mathbb{S}$.
- Asumiendo que $x \in \mathbb{S}$, por definición se puede decir que $x \notin \mathbb{S}^c$, implicando que x pertenece al complemento de $\mathbb{S}$.

Ya que ambas situaciones son verdaderas se a demostrado verdadera a la proposición. ■

4. $\mathbb{S} \cup \Omega = \Omega$

Demostración

Sea $\mathbb{S}$ un **sub conjunto** de Ω, se tiene:

- Al decir $x \in (\mathbb{S} \cup \Omega)$, por definición de **sub conjunto** se puede asegurar que es lo mismo que decir que $x \in \Omega$ ya que todo x que esté en $\mathbb{S}$ va a estar en Ω.
- Por otro lado al decir que $x \in \Omega$ se asegura que x pertenece a la unión entre Ω y cualquiera de sus **sub conjuntos**. Por lo tanto se puede igualar con $\mathbb{S} \cup \Omega$.

Teniendo en cuenta de que ambas condiciones se cumplen, se ha demostrando que la proposición es verdadera. ■

5. $\mathbb{S} \cup (\mathbb{T} \cup \mathbb{U}) = (\mathbb{S} \cup \mathbb{T}) \cup \mathbb{U}$ (asociatividad)

   Demostración

   Sean $\mathbb{S}, \mathbb{T}, \mathbb{U}$ conjuntos luego:

   Así demostrando que la proposición es verdadera. ■

6. $\mathbb{S} \cup (\mathbb{T} \cap \mathbb{U}) = (\mathbb{S} \cup \mathbb{T}) \cap (\mathbb{S} \cup \mathbb{U})$

   Demostración

   Sean $\mathbb{S} \cup \mathbb{T} \cup \mathbb{U}$ conjuntos, entonces:

   De está forma se acaba de comprobar que la proposición es verdadera. ■

7. $\mathbb{S} \cap \mathbb{S}^c = \emptyset$

   Demostración

   Sea $\mathbb{S}$ un conjunto, y por contradicción suponiendo que $\mathbb{S} \cap \mathbb{S}^c \neq \emptyset$, por lo tanto $\exists x$ tal que $x \in (\mathbb{S} \cap \mathbb{S}^c)$ pero por definición del complemento de $\mathbb{S}$ ($\mathbb{S}^c$ es todo lo que no está dentro de $\mathbb{S}$) significa que $\nexists x$ $(\rightarrow\leftarrow)$. Asi demostrando que la proposición es verdadera. ■

8. $\mathbb{S} \cap \Omega = \mathbb{S}$

   Demostración

   Sea $\mathbb{S}$ un conjunto, entonces es necesario evealuar las siguientes situaciones:

   - Suponiendo que $x \in (\mathbb{S} \cap \Omega)$ como $\mathbb{S} \subseteq \Omega$ entonces de cualquier forma $\forall x \in \mathbb{S}$ tambien $x \in \Omega$. Pero x talque $x \in \mathbb{S}^c$.
   - Suponiendo que $x \in \mathbb{S}$, y como $\mathbb{S} \subseteq \Omega$ entonces $x \in \mathbb{S} \wedge x \in$ es decir $x \in (\mathbb{S} \cap \Omega)$.

   Ya que en ambos casos son verdaderos se ha demostrado que la proposición es verdadera. ■

Demostrar las **Leyes de De Morgan**:

1. $$\left(\bigcup_{i=1}^{n} \mathbb{S}_i\right)^c = \bigcap_{i=1}^{n} \mathbb{S}_i^c$$

   Demostración

   Sea la union de varios **conjuntos** tal que $\bigcup_{i=1}^{n} \mathbb{S}_i = \mathbb{S}_1 \cup \mathbb{S}_2 \cup \mathbb{S}_3 \cup ... \cup \mathbb{S}_n$ ahora por induccion matematica se van a revisar los siguientes casos:

   Caso base (n=1)

   $\left(\bigcup_{i=1}^{1} \mathbb{S}_i\right)^c = \left(\mathbb{S}_i\right)^c = \mathbb{S}_1^c = \bigcap_{i=1}^{1} \mathbb{S}_1^c$

Caso inductivo Suponiendo que $\bigcup_{i=1}^{n} \mathbb{S}_i$ la propiedad tal que:

Así demostrando por inducción matemática que la proposición es verdadera para todo $n > 1$.
■

2.

$$\left(\bigcap_{i=0}^{n} \mathbb{S}_i\right)^c = \bigcup_{i=0}^{n} \mathbb{S}_i^c$$

0.2.1. Repaso Tería de Conjuntos

Conjunto Un conjunto es una colección de objetos de cualquier tipo (ej: números, personas, colores, sabores, etc...), a estos objetos se les conoce como los elementos del conjunto.
Ejemplos:

- Los números naturales $\mathbb{N}$.
- Los alumnos del curso.

Objetos Siendo así, son los objetos aquellos que definen a los **conjuntos** en su totalidad.

Notación de Conjuntos

Si $\mathbb{S}$ es un conjunto y **x** un elemento de $\mathbb{S}$, escribimos $x \in \mathbb{S}$. Pero en el caso contrario, donde **x** no es un elemento de $\mathbb{S}$ escribimos $x \notin \mathbb{S}$.

Conjunto Vacío Este conjunto se caracteriza por no tener ningún elemento dentro de si mismo, y se denota: $\emptyset$.

Notación Conjunto Finito

Si $\mathbb{S}$ es un conjunto finito co elementos $x_1, x_2, ..., x_n$. Podemos denotar a S como:

S = $\{\mathrm{x}_1, x_2, ..., x_n\}$

Ejemplos: $\mathbb{S}$ conjuto de resulatdos de un dado

S={1,2,3,...,6}

Notación Conjunto Infinito

Si $\mathbb{S}$ es un conjunto infinito enumerable con elementos $x_1, x_2, ...$ se puede escribir a $\mathbb{S}$ como:

S=$\{\mathrm{x}_1, x_2, ...\}$

0.2.2. Tipos de Notación

Extención Como los casos presentados anteriormente, esté tipo de notación implica en enumerar elementos demostrando el patron que describe el comportamiento del conjunto.

P={2,4,6,...,40}

W={amarillo,azul,rojo}

Comprención En este caso tipo de notación no se mencionan los elemento, sino que se mencionan las caracteristicas que tiene cada elemento perteneciete a el dicho conjunto.

W = {x—x es un color primario}

P={x—x es un número par entre el 2 y el 40}

0.2.3. Relaciones Entre Conjuntos

Se dice que $\mathbb{S}$ es un subconjunto de $\mathbb{T}$ ($\mathbb{S}, \mathbb{T}$ conjuntos) es decir que $\mathbb{S}$ está contenido en $\mathbb{T}$ si todo elemento de $\mathbb{S}$ es también un elemento de $\mathbb{T}$.

Notación Sub Conjuntos

En el caso donde el **sub conjunto** puede ser el mismo **conjunto** se utiliza la siguiente notación:

S$\subseteq \mathbb{T}$
Pero si el **sub conjunto** no puede ser el mismo **conjunto** se utiliza la siguiente notación:

S$\subset \mathbb{T}$
En el caso de que un **conjunto** no esté contenido en otro, se utiliza la siguiente notación:

S$\not\subseteq \mathbb{T}$

0.2.4. Conjunto Universal

Denotamos con Ω el **Conjunto Universal**; un conjunto especial que como caracteristica principal tiene a todos los elementos de interés en un determinado contexto.

Ejemplo $\Omega = \mathbb{C}$ si estudiamos raíces de polinomios con coeficientes reales. (*Teorema Findamental del Álgebra*).

0.2.5. Álgebra de Conjuntos

Complemento La notación pala el complemento es $\mathbb{S}^c$ dondo nos referimos al **complemento** de $\mathbb{S}$. Y esté se puede definir de la siguiente forma:

$$S^c = \{x|x \notin \mathbb{S}\ (x \in \Omega)\}$$

Unión Donde $\mathbb{S}$ y $\mathbb{J}$ son conjuntos, la notación para la unión entre dos conjuntos es $\mathbb{S} \cup \mathbb{J}$ e implica:

$$S\cup\mathbb{J} = \{x|x \in \mathbb{S}\ \acute{o}\ x \in \mathbb{J}\}$$

Intersección Sean $\mathbb{S}$ y $\mathbb{T}$ conjuntos, su intersección se escribe: $\mathbb{S} \cap \mathbb{T}$, y se define de la siguiente forma:

$$S\ \cap\mathbb{T} = \{x|x \in \mathbb{S}\ y\ x \in \mathbb{T}\}$$

Unión entre varios (o infinitos) conjunto

$$\bigcup_{i=0}^{n} \mathbb{S}_i = \{x|x \in \mathbb{S}_i\ (0 > i > n)\}$$

Intersección entre varios (o infinitos) conjunto

$$\bigcap_{i=0}^{n} \mathbb{S}_i = \{x|x \in \mathbb{S}_i\ (0 > i > n)\}$$

Conjuntos Disyuntos Dos conjuntos $\mathbb{S}$ y $\mathbb{T}$ se dicen disyuntos o disjuntos si $\mathbb{S} \cap \mathbb{T} = \emptyset$ lo que se generaliza al decir que $\bigcap_{i=0}^{n} \mathbb{S}_i = \emptyset$.

Disyunción 2 a 2 Varios conjuntos $\mathbb{S}_i$ se dicen conjuntos disyuntos 2 a 2 si $\mathbb{S}_i \cap \mathbb{S}_j = \emptyset$.

Observación

El par ordenado de dos objetos x, y se denota por (x, y) donde $(x, y) \neq (y, x)$. Lo que se diferencia de conjuntos donde $\{x, y\} = \{y, x\}$.

Observación

Los diagramas de venn (representaciones graficas de conjuntos) resultan útiles al realizar problemas que involucran conjuntos.

-

0.2.6. Tarea Demostración De Lemas

Desde: 03.08.2020 **Hasta:** 05.08.2020

Ejercicio 1. Demostrar los siguientes lemas:

a) $\mathbb{S} \cup \mathbb{T} = \mathbb{T} \cup \mathbb{S}$ (conmutatividad)
Demostración
Sean $\mathbb{S}, \mathbb{T}$ conjuntos, para demostrar que $\mathbb{S} \cup \mathbb{T} = \mathbb{T} \cup \mathbb{S}$ es necesario demostrar las dos siguientes condiciones:

- Si $x \in (\mathbb{S} \cup \mathbb{T})$ es decir $x \in \mathbb{S}$ o $x \in \mathbb{S}$ o $x \in \mathbb{T}$, luego se pude decir que $x \in (\mathbb{T} \cup \mathbb{S})$.
- Si $x \in (\mathbb{T} \cup \mathbb{S})$ es decir $x \in \mathbb{T}$ o $x \in \mathbb{S}$ o $x \in \mathbb{S}$, luego se pude decir que $x \in (\mathbb{S} \cup \mathbb{T})$.

Como ambas situaciones son verdaderas, se puede concluir que la proposición es verdadera. ■

b) $\mathbb{S} \cap (\mathbb{T} \cup \mathbb{U}) = (\mathbb{S} \cap \mathbb{T}) \cup (\mathbb{S} \cap \mathbb{U})$ (distributividad)
Demostración
Sean $\mathbb{S}, \mathbb{T}$ *y* $\mathbb{U}$ conjuntos, para demostrar que la proposición es verdadera hay que demostrar las dos siguientes condiciones:

- Si $x \in (\mathbb{S} \cap (\mathbb{T} \cup \mathbb{U}))$ significa que $x \in \mathbb{S}$ y también que $x \in (\mathbb{T} \cup \mathbb{U})$ es decir, que incondicionalmente $x \in \mathbb{S}$ pero también $x \in \mathbb{T}$ ó $x \in \mathbb{U}$. Por lo tanto se puede decir que $x \in ((\mathbb{S} \cap \mathbb{T}) \cup (\mathbb{S} \cap \mathbb{U}))$.
- Por otro lado hay que asumir que $x \in ((\mathbb{S} \cap \mathbb{T}) \cup (\mathbb{S} \cap \mathbb{U}))$, lo que significa que ó $x \in (\mathbb{S} \cap \mathbb{T})$ ó $x \in (\mathbb{S} \cap \mathbb{U})$. A partir de lo anterior se puede asegurar que $x \in \mathbb{S}$ y que $x \in \mathbb{T}$ ó $x \in \mathbb{U}$, que es lo mismo que decir $x \in (\mathbb{S} \cap (\mathbb{T} \cup \mathbb{U}))$

Ya que se cumplen ambas condiciones, se puede concluir que la proposición es verdadera. ■

c) $(\mathbb{S}^c)^c = \mathbb{S}$
Demostración
Sea $\mathbb{S}$ un conjunto, es necesario demostrar dos situaciones para demostrar verdadera a la proposición:

- El hecho de que $x \in (S^c)^c$ quiere decir que $x \notin \mathbb{S}^c$ y por la definición de complemento, se puede asegurar que $x \in \mathbb{S}$.
- Asumiendo que $x \in \mathbb{S}$, por definición se puede decir que $x \notin \mathbb{S}^c$, implicando que x pertenece al complemento de $\mathbb{S}$.

Ya que ambas situaciones son verdaderas se a demostrado verdadera a la proposición. ■

d) $\mathbb{S} \cup \Omega = \Omega$
Demostración
Sea $\mathbb{S}$ un **sub conjunto** de Ω, se tiene:

- Al decir $x \in (\mathbb{S} \cup \Omega)$, por definición de **sub conjunto** se puede asegurar que es lo mismo que decir que $x \in \Omega$ ya que todo x que esté en $\mathbb{S}$ va a estar en Ω.
- Por otro lado al decir que $x \in \Omega$ se asegura que x pertenece a la unión entre Ω y cualquiera de sus **sub conjuntos**. Por lo tanto se puede igualar con $\mathbb{S} \cup \Omega$.

Teniendo en cuenta de que ambas condiciones se cumplen, se ha demostrando que la proposición es verdadera. ■

e) $\mathbb{S} \cup (\mathbb{T} \cup \mathbb{U}) = (\mathbb{S} \cup \mathbb{T}) \cup \mathbb{U}$ (asociatividad)

Demostración

Sean $\mathbb{S}, \mathbb{T}, \mathbb{U}$ conjuntos luego:

Así demostrando que la proposición es verdadera. $\blacksquare$

f) $\mathbb{S} \cup (\mathbb{T} \cap \mathbb{U}) = (\mathbb{S} \cup \mathbb{T}) \cap (\mathbb{S} \cup \mathbb{U})$

Demostración

Sean $\mathbb{S} \cup \mathbb{T} \cup \mathbb{U}$ conjuntos, entonces:

De está forma se acaba de comprobar que la proposición es verdadera. $\blacksquare$

g) $\mathbb{S} \cap \mathbb{S}^c = \emptyset$

Demostración

Sea $\mathbb{S}$ un conjunto, y por contradicción suponiendo que $\mathbb{S} \cap \mathbb{S}^c \neq \emptyset$, por lo tanto $\exists x$ tal que $x \in (\mathbb{S} \cap \mathbb{S}^c)$ pero por definición del complemento de $\mathbb{S}$ ($\mathbb{S}^c$ es todo lo que no está dentro de $\mathbb{S}$) significa que $\nexists x$ $(\rightarrow\leftarrow)$. Asi demostrando que la proposición es verdadera. $\blacksquare$

h) $\mathbb{S} \cap \Omega = \mathbb{S}$

Demostración

Sea $\mathbb{S}$ un conjunto, entonces es necesario evealuar las siguientes situaciones:

- Suponiendo que $x \in (\mathbb{S} \cap \Omega)$ como $\mathbb{S} \subseteq \Omega$ entonces de cualquier forma $\forall x \in \mathbb{S}$ tambien $x \in \Omega$. Pero x talque $x \in \mathbb{S}^c$.
- Suponiendo que $x \in \mathbb{S}$, y como $\mathbb{S} \subseteq \Omega$ entonces $x \in \mathbb{S} \wedge x \in$ es decir $x \in (\mathbb{S} \cap \Omega)$.

Ya que en ambos casos son verdaderos se ha demostrado que la proposición es verdadera. $\blacksquare$

Ejercicio 2. Demostrar las **Leyes de De Morgan**:

a)

$$\left(\bigcup_{i=1}^{n} \mathbb{S}_i\right)^c = \bigcap_{i=1}^{n} \mathbb{S}_i^c$$

Demostración

Sea la union de varios **conjuntos** tal que $\bigcup_{i=1}^{n} \mathbb{S}_i = \mathbb{S}_1 \cup \mathbb{S}_2 \cup \mathbb{S}_3 \cup ... \cup \mathbb{S}_n$ ahora por induccion matematica se van a revisar los siguientes casos:

Caso base (n=1)

$$\left(\bigcup_{i=1}^{1} \mathbb{S}_i\right)^c = \left(\mathbb{S}_i\right)^c = \mathbb{S}_1^c = \bigcap_{i=1}^{1} \mathbb{S}_1^c$$

Caso inductivo Suponiendo que $\bigcup_{i=1}^{n} \mathbb{S}_i$ la propiedad tal que:

Así demostrando por inducción matemática que la proposición es verdadera para todo $n > 1$. ■

b)

$$\left(\bigcap_{i=0}^{n} \mathbb{S}_i\right)^c = \bigcup_{i=0}^{n} \mathbb{S}_i^c$$