

## 0.1. 18.08.2020 - Expresiones Regulares

### 0.1.1. Definición recursiva

Las expresiones regulares están formadas por los siguientes bloques:

1.  $a$  para cada símbolo del alfabeto  $\Sigma$ .
2.  $\epsilon$
3.  $\emptyset$

Y por las siguientes regla. Si  $R_1$  y  $R_2$  son expresiones regulares, entonces también lo son:

1.  $(R_1 \cup R_2)$
2.  $(R_1 R_2)$
3.  $R_i^*$

### 0.1.2. Lenguaje de una expresión regular

Sea  $R$  una expresión regular. Decimos que  $L(R)$  es el lenguaje correspondiente a  $R$ , el cual se define de la siguiente manera:

#### Definición

1.  $L(a) = \{a\}$ , donde  $a \in \Sigma$
2.  $L(\sigma) = \{\sigma\}$
3.  $L(\emptyset) = \emptyset$
4.  $L(R_1 \cup R_2) = L(R_1) \cup L(R_2)$
5.  $L(R_1 R_2) = L(R_1) L(R_2)$
6.  $L(R_1^*) = L(R_1)^*$

### 0.1.3. Ejemplo

vamos a calcular el lenguaje correspondiente a la siguiente expresión regular  $R = (0 \cup 1) 0^*$

$$\begin{aligned} L((0 \cup 1) 0^*) &= L(0 \cup 1) L(0^*) \\ &= (L(0) \cup L(1)) L(0^*) \\ &= (L(0) \cup L(1)) L(0)^* \\ &= (\{0\} \cup \{1\}) \{0\}^* = \{0, 1\} \{0\}^* \end{aligned}$$

Entonces el lenguaje que describe la expresión regular es:

$$L(R) = \{00^k, 10^k, k \geq 0\}.$$

### 0.1.4. Convenciones

Convenimos en que  $R^+ = RR^*$ . Observe que  $R^+$  contiene las cadenas que están formadas por al menos una cadena  $R$ . Con esta convención tenemos  $R^+ \cup \epsilon = R^*$

También convenimos en que  $R^k = RRR \dots R$  ( $k$  veces).

### 0.1.5. Más ejemplos

1.  $0^*10^* = \{w \mid w \text{ tiene un único } 1\}$
2.  $(10^+)^* = \{w \mid w \text{ comienza con } 1 \text{ y cada } 1 \text{ está seguido de por lo menos un } 0\}$
3.  $(0 \cup \epsilon)(1 \cup \epsilon) = \{\epsilon, 0, 1, 01\}$
4.  $\emptyset^* = \{\epsilon\}$
5.  $\Sigma^*010\Sigma^* = \{w \mid w \text{ contiene la subpalabra } 010\}$

### 0.1.6. Diferencias entre $\epsilon$ y $\emptyset$

### 0.1.7. Aplicación a los compiladores

Las expresiones regulares sirven para definir la estructura aceptable de las expresiones usadas en nombres y valores de las variables y constantes de los lenguajes de programación.

Por ejemplo, suponiendo  $\Sigma = \{+, -\} \cup D$ , donde  $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Las expresiones numéricas pueden restringirse mediante la siguiente expresión regular:

$$(+\cup-\cup\epsilon)(D^+\cup D^+.D^*\cup D^*.D^+).$$

## 0.2. 18.08.2020 - Equivalencia entre expresiones regulares y lenguajes regulares

### 0.2.1. Teorema

Un lenguaje  $A$  es regular si y solo si hay una expresión regular  $R$  tal que  $L(R) = A$

### 0.2.2. Lema p1

Si  $R$  es una expresión regular, entonces  $L(R)$  es regular.

### Demostración por inducción

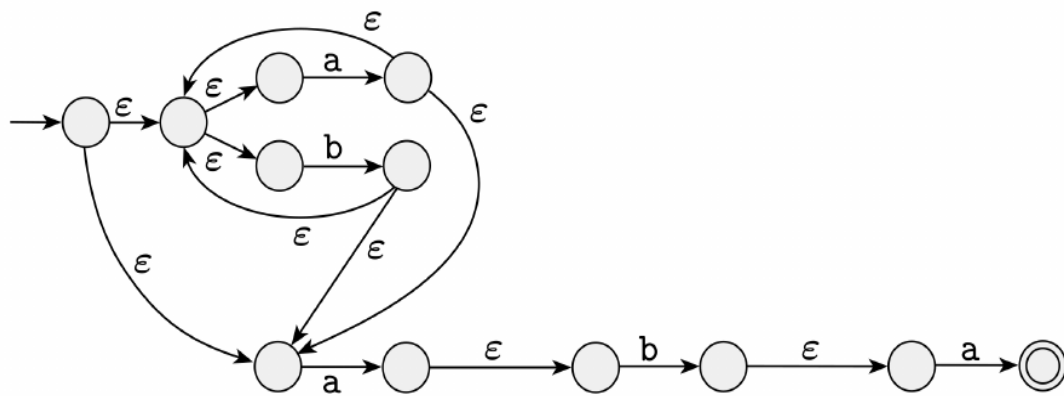


Figura 1: aubaba