

0.1. 06.08.2020 - Conceptos Fundamentales

0.1.1. Grafo

Un **grafo** G es un terna que consiste en un conjunto de vértices $V(G)$, un conjunto de aristas $E(G)$ y una relación que asocia a cada arista un par de vértices no necesariamente distintos.

0.1.2. Relación de adyacencia

- Dos vértices u y v son **adyacentes** (vecinos) si u y v son los extremos de una arista e .
- Si u es adyacente a v se nota: $u \leftrightarrow v$.

Observación _____

- Un **bucle** o **lazo** es una arista cuyos extremos son iguales.
 - Dos o más aristas son **múltiples** o **paralelas** si tienen el mismo par de extremos.
-

0.1.3. Grafo simple

Un grafo simple $G = (V, E)$ es un grafo sin bucles ni aristas múltiples, donde E es un conjunto de pares no ordenados de vértices.

0.1.4. Grafo finito

Un grafo es **finito** si $V(G)$ y $E(G)$ son conjuntos finitos.

0.1.5. Grafo nulo

El **grafo nulo** es el grafo G , tal que $V(G) = \emptyset$ y $E(G) = \emptyset$.

0.1.6. Grafos complementarios

El complemento \overline{G} de un grafo G , es el grafo simple con conjunto de vértices $V(G)$ definido por: $uv \in E(\overline{G})$ si $uv \notin E(G)$.

0.1.7. Clique

Un **clique** es un conjunto de vértices \mathcal{C} a \mathcal{C}^1

0.1.8. Conjunto independiente

Un **conjunto independiente** es un conjunto de vértices no adyacentes \mathcal{I} a \mathcal{I}

Observación _____

W es un clique en G si W es un conjunto independiente en \overline{G} .

0.1.9. Grafo bipartito

Un grafo G es **bipartito** si $V(G)$ es la unión de dos conjuntos disyuntos independientes denominados conjuntos partitos de G .

¹Todo par de vértices en el conjunto es adyacente.

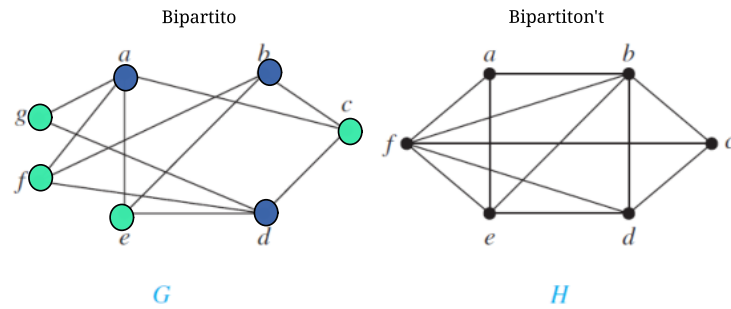


Figura 1: bipartito

0.1.10. Grafo k -partito

Un grafo es **k -partito** si $V(G)$ es la unión de k conjuntos disyuntos independientes.

0.1.11. Número cromático

El **número cromático** de un grafo G , $X(G)$, es el mínimo número de colores necesarios para etiquetar los vértices de G de tal manera que vértices adyacentes reciban colores distintos.

Teorema

Un grafo es G es k -partito sii $X(G) \leq k$.

0.1.12. Subgrafo

Un **subgrafo** de un grafo G es un grafo H tal que:

1. $V(H) \subseteq V(G)$
2. $E(H) \subseteq E(G)$

Y la asignación de extremos a las aristas en H es la misma que en G . Se nota $H \subseteq G$.

0.1.13. Camino

Un **camino** es un grafo simple cuyos vértices pueden ordenarse en una lista de tal manera que dos vértices son adyacentes sii son consecutivos en la lista.

0.1.14. Ciclo

Un **ciclo** es un grafo simple con el mismo número de vértices y aristas cuyos vértices pueden ubicarse alrededor de un círculo de tal manera que dos vértices son adyacentes sii aparecen de manera consecutiva sobre el círculo.

0.1.15. Conexidad

Un grafo G es **conexo** si cada par de vértices en G pertenece a un camino, de lo contrario, G es **disconexo**.

0.1.16. Matriz de adyacencia y Matriz de incidencia

Sea G un grafo sin bucles con $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ y $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$.

- La **matriz de adyacencia** de G es la matriz $n \times n$, $A(G)$, definida por:

$$a_{ij} := \text{número de aristas en } G \text{ con extremos } \{v_i, v_j\}$$

- La **matriz de incidencia** de G es la matriz $n \times m$, $M(G)$, definida por:

$$m_{ij} := \begin{cases} 1 & \text{si } v_i \text{ es extremo de } e_j. \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

Observación _____

- $A(G)$ depende del orden de los vértices.
- Toda matriz de adyacencia es simétrica.
- Si G es simple, la matriz de adyacencia tiene entradas 1 o 0 con 0's en la diagonal.

0.1.17. Grado de un vértice (1)

El **grado** de un vértice v es la suma de las entradas en la fila v en $A(G)$ o $M(G)$. Se nota $d(v)$.

Observación _____

- La matriz de adyacencia también se usa para representar grafos con bucles. Un bucle en el vértice v_i es representado por un 1 en la posición (i, i) de la matriz de adyacencia.
- En este caso no se cumple la propiedad del grado de un vértice.

0.1.18. Grado de un vértice (2)

El **grado** de un vértice v es el número de aristas iniciales en v . Un bucle en v aporta dos unidades al grado de v .

