



Universidad
Nacional
de Córdoba



Facultad de
Ciencias Exactas
Físicas y Naturales

Universidad Nacional de Córdoba

Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Síntesis de Redes Activas

Trabajo Práctico de Laboratorio N° 2:

AO Real: Errores.

Nombre	DNI
Sanchez Busso, Juan Pablo	41.888.792

Profesor Titular: Dr. Ing. Ferreyra Pablo
Profesor Adjunto: Ing. Reale César

Córdoba, República Argentina

2025

Índice

1. Introducción.	3
2. Circuito I: Circuito sumador.	4
2.1. Análisis Teórico	5
2.1.1. Cálculo de resistencias	5
2.1.1.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$)	5
2.1.1.2. Caso B ($R_i = 100 k\Omega$)	5
2.1.2. Tensión de salida V_O en función de las entradas V_1 y V_2	6
2.1.3. Errores de CC	8
2.1.3.1. Error de corriente de Offset ($\Delta V_{O(I_{OS})}$)	8
2.1.3.1.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$)	10
2.1.3.1.2. Caso B ($R_i = 100 k\Omega$)	10
2.1.3.2. Error de tensión de Offset ($\Delta V_{O(V_{OS})}$)	10
2.1.3.3. Error de Ganancia diferencial finita ($\Delta V_{O(A_D)}$)	11
2.1.3.4. Error de Relación de Rechazo de Modo Común finita ($\Delta V_{O(RRMC)}$) .	14
2.1.3.5. Error total de CC	14
2.1.3.5.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$)	14
2.1.3.5.2. Caso B ($R_i = 100 k\Omega$)	14
2.1.4. Errores de CA	15
2.1.4.1. Ancho de Banda Pequeña Señal (f_H)	15
2.1.4.2. Ancho de Banda de Plena Potencia f_{HP} ($10 V_{pp}$)	15
2.1.4.3. Error Vectorial	16
2.1.4.3.1. Ganancia Normalizada	16
2.1.4.3.2. Error Vectorial	16
2.2. Simulación	17
2.2.1. Gráfico Entrada/Salida	17
2.2.1.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$)	17
2.2.1.2. Caso B ($R_i = 100 k\Omega$)	18
2.2.2. Errores CC	18
2.2.2.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$)	19
2.2.2.2. Caso B ($R_i = 100 k\Omega$)	20
2.2.3. Errores CA	20
2.2.3.1. Slew Rate	20
2.2.3.1.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$)	21
2.2.3.1.2. Caso B ($R_i = 100 k\Omega$)	21
2.2.3.2. Diagrama Bode	22
2.2.3.2.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$)	22
2.2.3.2.2. Caso B ($R_i = 100 k\Omega$)	23
3. Ejercicio Adicional 1	24
3.1. Análisis Teórico	25
3.1.1. Ganancia del amplificador $\frac{V_o}{V_d}$	25
3.1.2. Tensión de salida en función de beta $V_o = f(\beta)$	25
3.2. Calculo de los errores de DC	26
3.2.1. Tensiones de Offset	26
3.2.2. Corrientes de Offset	27
3.2.3. Ganancia diferencial finita	29
3.2.4. CMRR finita	29

3.3. Simulación	31
---------------------------	----

1. Introducción.

En el presente informe de laboratorio se estudiarán un circuito sumador, para dos casos, con entradas de señal con distinta resistencia.

Para cada uno, se realiza un análisis teórico y se simula en LTspice XVII.

Todos los circuitos se analizan, teniendo como premisa las condiciones ideales de los amplificadores operacionales.

Condiciones Ideales:

1. Impedancia de entrada Z_I infinita. ($Z_I \rightarrow \infty$)
2. Impedancia de salida Z_O nula. ($Z_O \rightarrow 0$)
3. Ganancia en Modo Diferencial A_D infinita. ($A_D \rightarrow \infty$)
4. Ganancia en Modo Común A_C nula. ($A_C \rightarrow 0$)
5. Relación de Rechazo Modo Común RRMC infinita. ($RRMC \rightarrow \infty$)

Luego, se calculan los errores para aproximarse a la realidad de los componentes, ya que los resultados ideales difieren, en mayor o menor medida, de los reales.

Condiciones Reales:

1. Impedancia de entrada Z_I elevada. ($Z_I \neq \infty$)
2. Impedancia de salida Z_O baja. ($Z_O \neq 0$)
3. Ganancia en Modo Diferencial A_D elevada. ($A_D \neq \infty$)
4. Ganancia en Modo Común A_C baja. ($A_C \neq 0$)
5. Relación de Rechazo Modo Común RRMC elevada. ($RRMC \neq \infty$)

Para el desarrollo del trabajo, los cálculos se realizaron en Python utilizando Visual Studio Code con la extensión Jupyter notebooks, mientras que las simulaciones se llevaron a cabo con LTspice XVII.

2. Circuito I: Circuito sumador.

El circuito suma las señales de las fuentes V_1 y V_2 en la entrada inversora del amplificador operacional, alimentado con una fuente de alimentación partida $\pm 10 V$ (V_{CC}, V_{SS}).

El circuito debe ser diseñado para las siguientes condiciones de contorno:

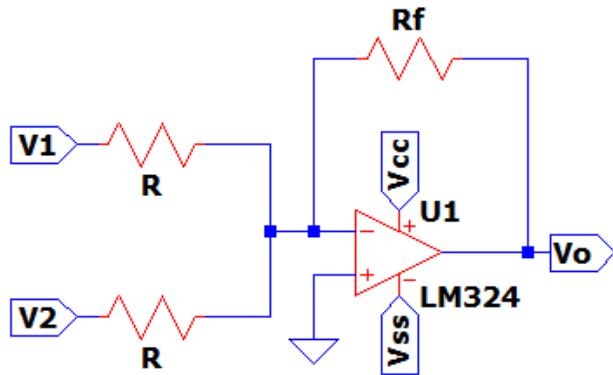


Figura 1: Circuito esquemático del sumador.

Datos de los elementos del circuito:

- Amplificador Operacional LM324.
- $V_{CC} = 10 V$.
- $V_{SS} = -10 V$.
- Ganancia en banda media $A = V_O/V_1$ y $A = V_O/V_2$ debe ser igual a 30 veces.
- Z_i del amplificador no puede cargar la fuente de señal, es decir, $R_i \ll Z_{i1}$ y Z_{i1} (al menos 10 veces).
- Usar resistencias $\leq 1 M\Omega$

Las fuentes V_1 y V_2 deben considerarse en las condiciones:

- A) $R_i = 50 \Omega$
- B) $R_i = 100 k\Omega$

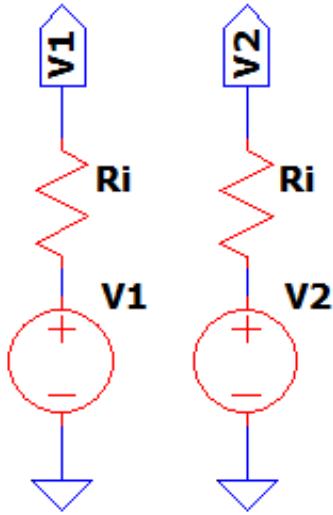


Figura 2: Fuente de señal de entrada del circuito.

2.1. Análisis Teórico.

Dado que se tiene una configuración inversora, la ganancia ideal del circuito es:

$$A_V = -\frac{R_f}{R} = -30 \quad (1)$$

2.1.1. Cálculo de resistencias.

Para este cálculo, se considera que la resistencia de entrada del circuito sumador sea, por lo menos 10 veces mayor que la resistencia de salida de la fuente de señal.

2.1.1.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$).

Se considera la resistencia de salida de las fuentes V_1 y V_2 .

Como:

$$R_{i1} = R_{i2} = 50 \Omega \ll 1 k\Omega$$

Se define:

$$R = 1 k\Omega$$

Entonces, se despeja R_f y reemplaza R en la Ec. 1:

$$\begin{aligned} R_f &= 30 \cdot R \\ R_f &= 30 \cdot 1 k\Omega \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$R_f = 30 k\Omega \quad (2)$$

2.1.1.2. Caso B ($R_i = 100 k\Omega$).

Se considera la resistencia de salida de las fuentes V_1 y V_2 .

Como:

$$R_{i1} = R_{i2} = 100 k\Omega \ll 1 M\Omega$$

Se define:

$$R = 1 \text{ } M\Omega$$

Entonces:

$$\begin{aligned} R_f &= 30 \cdot R \\ R_f &= 30 \cdot 1 \text{ } M\Omega \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$R_f = 30 \text{ } M\Omega \quad (3)$$

Con lo cual no cumple con la condición de usar resistencias menor o igual a $1 \text{ } M\Omega$.

Por lo tanto, se opta por emplear una red T con resistencias de menor valor para obtener una resistencia equivalente R_{eq} .

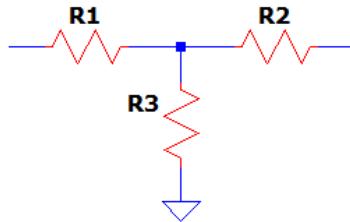


Figura 3: Red T

Donde la resistencia equivalente R_{eq} se calcula:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}{R_3}$$

Tomando:

$$R_1 = R_2 = 100 \text{ } k\Omega \quad (4)$$

Se obtiene:

$$R_3 = 330 \text{ } \Omega \quad (5)$$

Obteniendo lo que se busca:

$$R_f = R_{eq} = 30 \text{ } M\Omega$$

2.1.2. Tensión de salida V_O en función de las entradas V_1 y V_2 .

Para determinar $V_O = f(V_1, V_2)$ se abre el lazo de realimentación del circuito, y se utiliza la fórmula de Black con el siguiente esquema:

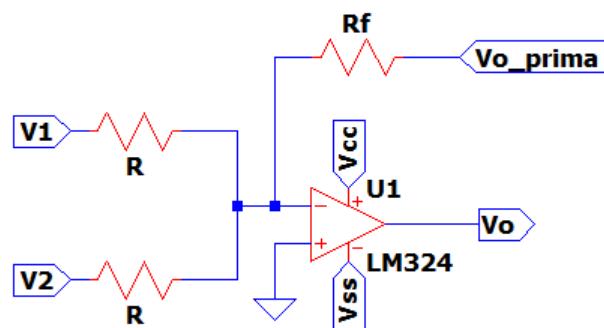


Figura 4: Circuito de lazo abierto

Para el análisis siguiente se va a considerar la resistencia equivalente del paralelo (R_P) de las resistencias de entrada, lo cuál simplifica los desarrollos sin perder exactitud.

$$R_P = R/R \quad (6)$$

$$R_{PA} = 500 \Omega \quad (7)$$

$$R_{PB} = 500 k\Omega \quad (8)$$

Ganancia de Lazo Cerrado Ideal:

Por la fórmula de Black es:

$$A_{V_f} = \frac{A_{V_{LA}}}{1 - T} \quad (9)$$

Ganancia de Lazo Abierto Ideal:

Para V_1 :

$$V_1 + V_2 \neq 0 \quad y \quad V'_O = 0$$

Se tiene:

$$\begin{aligned} A_{V_{LA}} &= \left. \frac{V_O}{V_1 + V_2} \right|_{V'_O=0} \\ A_{V_{LA}} &= \left(\frac{V_O}{V^-} \right) \cdot \left(\frac{V^-}{V_1 + V_2} \right) \\ A_{V_{LA}} &= -A_D \cdot \frac{R_f}{R_P + R_f} \\ A_{V_{LA}} &= \left. \frac{V_O}{(V_1 + V_2)} \right|_{V'_O=0} = -A_D \cdot \frac{R_f}{R_P + R_f} \end{aligned} \quad (10)$$

Luego:

$$V_O = -A_D \cdot \frac{R_f}{R_P + R_f} \cdot (V_1 + V_2) \quad (11)$$

Ganancia de Lazo T:

Para V'_O :

$$V_1 + V_2 = 0 \quad y \quad V'_O \neq 0$$

Se tiene:

$$\begin{aligned} T &= \left. \frac{V_O}{V'_O} \right|_{V_1+V_2=0} \\ T &= \left(\frac{V_O}{V^-} \right) \cdot \left(\frac{V^-}{V'_O} \right) \\ T &= -A_D \cdot \frac{R_P}{R_P + R_f} \end{aligned}$$

Entonces:

$$T = \left. \frac{V_O}{V'_O} \right|_{V_1+V_2=0} = -A_D \cdot \frac{R_P}{R_P + R_f} \quad (12)$$

Luego, reemplazando las Ec. 12 y Ec. 10 en la Ec. 9:

$$\frac{V_O}{V_1 + V_2} = \frac{A_{V_{LA}}}{1 + A_D \cdot \frac{R_P}{R_P + R_f}}$$

$$V_O = \frac{-A_D \cdot \frac{R_f}{R + R_f}}{1 + A_D \cdot \frac{R}{R + R_f}} \cdot (V_1 + V_2)$$

Considerando:

$$1 \ll A_D \cdot \frac{R}{R + R_f} \quad (13)$$

Entonces:

$$V_O \approx \frac{-A_D \cdot \frac{R_f}{R + R_f}}{A_D \cdot \frac{R}{R + R_f}} \cdot (V_1 + V_2)$$

Finalmente:

$$V_O \approx \left(-\frac{R_f}{R} \right) \cdot (V_1 + V_2) \quad (14)$$

Para ambos casos aplica la relación de la Ec. 1.

Por lo tanto:

$$V_O \approx (-30) \cdot (V_1 + V_2) \quad (15)$$

Los valores máximos de excusión de V_O quedan limitados por los valores de tensión de la alimentación V_{CC} y V_{SS} ($\pm 10 V$).

Para el caso de $\hat{V}_O = 10 V_{pp}$, la máxima excusión de entrada (suma de las tensiones de entrada) resulta:

$$(V_1 + V_2) \leq \frac{\hat{V}_O}{30}$$

$$(V_1 + V_2) \leq \frac{10 V}{30}$$

$$(V_1 + V_2) \leq 0,33 V$$

2.1.3. Errores de CC.

2.1.3.1. Error de corriente de Offset ($\Delta V_{O(I_{OS})}$).

La corriente de offset es la diferencia entre las corrientes de polarización que ingresan a las dos terminales de entrada del amplificador.

Con el lazo de realimentación del circuito abierto, se analizan las corrientes de polarización de las entradas del amplificador.

Para calcular el error de corriente del amplificador se considera el siguiente esquema:

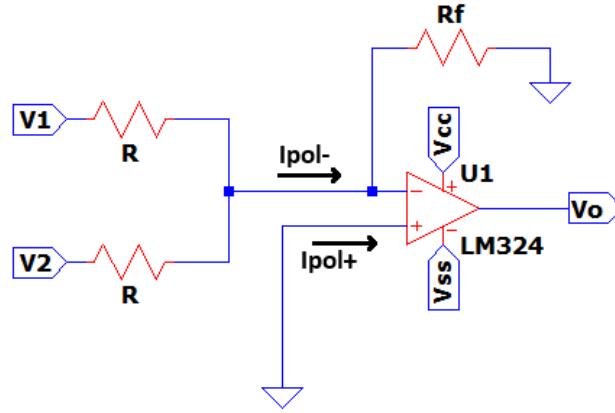


Figura 5: Circuito para cálculo de error de corriente de Offset.

Error de corriente de Offset se calcula:

$$\Delta V_{O(I_{OS})} = \frac{\left. \frac{V_O}{I_{pol}^+} \right|_{LA} I_{pol}^+ + \left. \frac{V_O}{I_{pol}^-} \right|_{LA} I_{pol}^-}{1 - T} \quad (16)$$

Entrada no inversora:

$$\left. \frac{V_O}{I_{pol}^+} \right|_{LA} = 0 \quad (17)$$

Entrada inversora:

$$\begin{aligned} \left. \frac{V_O}{I_{pol}^-} \right|_{LA} &= \frac{V_O}{0} \\ \left. \frac{V_O}{I_{pol}^-} \right|_{LA} &= \left(\frac{V_O}{V^-} \right) \cdot \left(\frac{V^-}{0} \right) \\ \left. \frac{V_O}{I_{pol}^-} \right|_{LA} &= (-A_D) \cdot (-R_P // R_f) \end{aligned}$$

Entonces:

$$\left. \frac{V_O}{I_{pol}^-} \right|_{LA} = A_D \cdot \frac{R_P \cdot R_f}{R_P + R_f} \quad (18)$$

Se reemplaza las Ec. 12, Ec. 73 y Ec. 70 en la Ec. 68:

$$\Delta V_{O(I_{OS})} = \frac{0 + A_D \cdot \frac{R_P \cdot R_f}{R_P + R_f} \cdot I_{pol}^-}{1 + A_D \cdot \frac{R_P}{R_P + R_f}}$$

Se considera la condición Ec. 13.

$$\Delta V_{O(I_{OS})} = \frac{A_D \cdot \frac{R_f \cdot R}{R + R_f} \cdot I_{pol}^-}{A_D \cdot \frac{R}{R + R_f}}$$

Entonces:

$$\boxed{\Delta V_{O(I_{OS})} = R_f \cdot I_{pol}^-} \quad (19)$$

De la hoja de datos del fabricante se obtiene el valor típico:

$$\boxed{I_{pol}^- = 45 \text{ nA}}$$

2.1.3.1.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$).

$$\Delta V_{O(I_{OS})} = 30 k\Omega \cdot 45 nA$$

$\boxed{\Delta V_{O(I_{OS})} = 1,35 mV}$

(20)

2.1.3.1.2. Caso B ($R_i = 100 k\Omega$).

$$\Delta V_{O(I_{OS})} = 30 M\Omega \cdot 45 nA$$

$\boxed{\Delta V_{O(I_{OS})} = 1,35 V}$

(21)

2.1.3.2. Error de tensión de Offset ($\Delta V_{O(V_{OS})}$).

El error de tensión de offset se debe al desajuste de las tensiones de entrada. Para calcularlo se utiliza una fuente testigo V_{OS} , con el siguiente circuito.

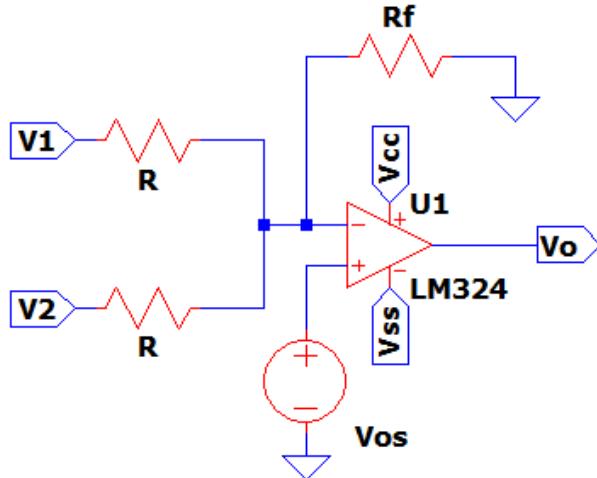


Figura 6: Circuito para cálculo de error de tensión de Offset.

Error de tensión de Offset se calcula:

$$\Delta V_{O(V_{OS})} = \frac{\left. \frac{V_O}{V_{OS}} \right|_{LA} V_{OS}}{1 - T} \quad (22)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \left. \frac{V_O}{V_{OS}} \right|_{LA} &= \left(\frac{V_O}{V^+} \right) \cdot \left(\frac{V^+}{V_{OS}} \right) \\ \left. \frac{V_O}{V_{OS}} \right|_{LA} &= A_D \end{aligned} \quad (23)$$

Entonces, se remplazan las Ec. 12 y Ec. 65 en la Ec. 61:

$$\Delta V_{O(V_{OS})} = \frac{A_D}{1 + A_D \cdot \frac{R_P}{R_P + R_f}} \cdot V_{OS} \quad (24)$$

Si se cumple la condición de la Ec. 13, resulta.

$$\Delta V_{O(V_{OS})} \approx \frac{A_D}{A_D \cdot \frac{R_P}{R_P + R_f}} \cdot V_{OS}$$

$$\Delta V_{O(V_{OS})} \approx \frac{R_P + R_f}{R_P} \cdot V_{OS}$$

Finalmente:

$$\boxed{\Delta V_{O(V_{OS})} \approx \left(1 + \frac{R_f}{R_P}\right) \cdot V_{OS}} \quad (25)$$

Como se observa, la tensión de prueba tiene la ganancia de una configuración No Inversora ideal.

Para ambos casos resulta la relación de la Ec. 1.

De la hoja de datos del fabricante se obtiene el valor típico:

$$\boxed{V_{OS} = 2 \text{ mV}}$$

Por lo tanto, este error es igual para ambos casos.

$$\Delta V_{O(V_{OS})} = (1 + 30) \cdot 2 \text{ mV}$$

$$\boxed{\Delta V_{O(V_{OS})} = 62 \text{ mV}} \quad (26)$$

2.1.3.3. Error de Ganancia diferencial finita ($\Delta V_{O(A_D)}$).

El error de ganancia diferencial finita ocurre debido a que la ganancia de lazo abierto del amplificador no es infinita. Lo que provoca que la ganancia real de lazo cerrado sea ligeramente menor que la ganancia de lazo cerrado ideal calculada bajo el supuesto de que la ganancia de lazo abierto es infinita.

Para el cálculo se considera el siguiente circuito.

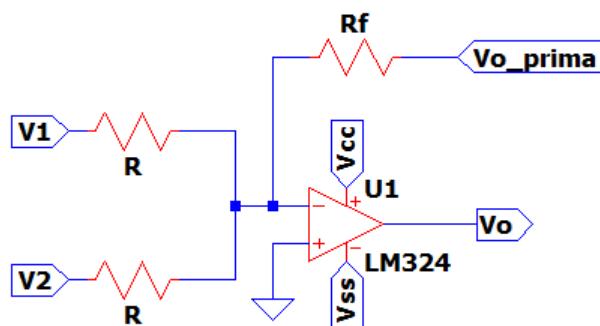


Figura 7: Circuito de lazo abierto

Ganancia de Lazo Cerrado Real:

Por la fórmula de Black es:

$$A_{V_f}(s) = \frac{A_{V_{LA}}(s)}{1 - T(s)} \quad (27)$$

Donde, si se considera la ganancia de modo diferencial finita y la de modo común nula, se deduce:

Ganancia de Lazo Abierto Real:

$$A_{V_{LA}}(s) = \frac{V_O}{V_i} \Big|_{V'_0=0}$$

$$A_{V_{LA}}(s) = \frac{V_O}{V_D} \cdot \frac{V_D}{V_i}$$

Se hace un análisis análogo al de la Ec. 10, y se obtiene:

$$A_{V_{LA}}(s) = \frac{V_O}{(V_1 + V_2)} \Big|_{V'_0=0} = -A_D(s) \cdot \frac{R_f}{R_P + R_f} \quad (28)$$

Ganancia de Lazo T Real:

$$T(s) = \frac{V_O}{V'_O} \Big|_{V_1=0; V_2=0}$$

$$T(s) = \left(\frac{V_O}{V_D} \right) \cdot \left(\frac{V_D}{V'_O} \right)$$

$$T(s) = -A_D(s) \cdot \frac{R_P}{R_P + R_f} \quad (29)$$

Se define:

$$K = \frac{R_P}{R_P + R_f} \quad (30)$$

Entonces:

$$\frac{1}{K} = \frac{R_P + R_f}{R_P} \quad (31)$$

$$(1 - K) = \frac{R_f}{R_P + R_f} \quad (32)$$

Luego, se reemplazan Ec. 30 en Ec. 29, y la Ec. 32 en Ec. 28:

$$T(s) = -A_D(s) \cdot K \quad (33)$$

$$A_{V_{LA}}(s) = -A_D(s) \cdot (1 - K) \quad (34)$$

Después, se reemplazan ambas en Ec. 27:

$$A_{V_f}(s) = \frac{-A_D(s) \cdot (1 - K)}{1 + A_D(s) \cdot K}$$

$$A_{V_f}(s) = \frac{-A_D(s) + A_D(s) \cdot K}{1 + A_D(s) \cdot K}$$

$$A_{V_f}(s) = \frac{A_D(s) \cdot K - A_D(s)}{1 + A_D(s) \cdot K} \cdot \left(\frac{\frac{1}{A_D(s) \cdot K}}{\frac{1}{A_D(s) \cdot K}} \right)$$

$$A_{V_f}(s) = \frac{1 - \frac{1}{K}}{\frac{1}{A_D(s) \cdot K} + 1} \quad (35)$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 1 - \frac{1}{K} &= 1 - \frac{R_P + R_f}{R_P} \\
 1 - \frac{1}{K} &= \frac{R_P - R_P - R_f}{R_P} \\
 1 - \frac{1}{K} &= -\frac{R_f}{R_P} \\
 1 - \frac{1}{K} &= A_{V_{fi}}(s)
 \end{aligned} \tag{36}$$

Luego, para $s = 0$:

$$A_{V_f}(0) = \frac{A_{V_{fi}}(0)}{1 - \frac{1}{T(0)}} \tag{37}$$

Por lo que se deduce, que el error por ganancia diferencial finita en corriente continua $\varepsilon_{A_D(0)}$ es:

$$\varepsilon_{A_D(0)} = \frac{1}{|T(0)|} \tag{38}$$

$$\boxed{\varepsilon_{A_D(0)} = \frac{1}{A_D(0) \cdot \frac{R_P}{R_P + R_f}}} \tag{39}$$

Entonces:

$$A_{V_f}(0) = \frac{A_{V_{fi}}(0)}{1 + \varepsilon_{A_D(0)}} \tag{40}$$

Que puede aproximarse:

$$\begin{aligned}
 A_{V_f}(0) &\approx A_{V_{fi}}(0) \cdot (1 - \varepsilon_{A_D(0)}) \\
 A_{V_f}(0) &\approx A_{V_{fi}}(0) - \varepsilon_{A_D(0)} \cdot A_{V_{fi}}(0) \\
 \varepsilon_{A_D(0)} &\approx \frac{A_{V_{fi}}(0) - A_{V_f}(0)}{A_{V_{fi}}(0)} \\
 \varepsilon_{A_D(0)} &\approx \frac{\Delta A_{V_f}(0)}{A_{V_{fi}}(0)}
 \end{aligned} \tag{41}$$

Que puede expresarse de forma análoga con las tensiones de salida:

$$\varepsilon_{A_D(0)} \approx \frac{\Delta V_O}{V_{O_i}} \tag{42}$$

Por lo tanto:

$$\Delta V_{O(A_D)} \approx \varepsilon_{A_D(0)} \cdot V_{O_i} \tag{43}$$

Donde, V_{O_i} , V_O son las tensiones de salida ideal y real respectivamente.

A partir de esta ecuación se deduce el error absoluto por la ganancia de modo diferencial finita, para la máxima excursión de salida.

$$\Delta V_{O(A_D)} \approx \varepsilon_{A_D(0)} \cdot V_{Oimax} \tag{44}$$

De la hoja de datos del fabricante se obtiene el valor típico:

$$A_D(0) = 100,000$$

Se reemplaza este valor en la Ec. 39, junto con los valores correspondientes de R_P (Ec. 7 y Ec. 8) para cada caso.

$$\varepsilon_{A_D(0)} = \frac{1}{100000 \cdot \frac{500 \Omega}{500 \Omega + 30 k\Omega}} = \frac{1}{100000 \cdot \frac{500 k\Omega}{500 k\Omega + 30 M\Omega}}$$

$$\varepsilon_{A_D(0)} = 610 \mu V/V \quad (45)$$

Luego:

$$\Delta V_{O(A_D)} \approx 610 \mu V/V \cdot 10 V$$

$$\Delta V_{O(A_D)} \approx 6,1 mV \quad (46)$$

2.1.3.4. Error de Relación de Rechazo de Modo Común finita ($\Delta V_{O(RRMC)}$).

El efecto de una ganancia de modo común no nula en las configuraciones inversoras es despreciable, ya que el modo común aplicado a las entradas del amplificador operacional es prácticamente cero. Esto se debe a que el terminal no inversor está conectado a masa, lo que mantiene el potencial de ambas entradas virtualmente al mismo nivel que el de masa.

$$\Delta V_{O(RRMC)} = 0 \quad (47)$$

2.1.3.5. Error total de CC.

Se suman directamente todos los errores previamente calculados.

2.1.3.5.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$).

$$\Delta V_{O(CC)} = \Delta V_{O(I_{OS})} + \Delta V_{O(V_{OS})} + \Delta V_{O(A_D)} + \Delta V_{O(RRMC)}$$

$$\Delta V_{O(CC)} = 1,35 mV + 62 mV + 6,1 mV + 0$$

$$\Delta V_{O(CC)} = 69,45 mV \quad (48)$$

2.1.3.5.2. Caso B ($R_i = 100 k\Omega$).

$$\Delta V_{O(CC)} = \Delta V_{O(I_{OS})} + \Delta V_{O(V_{OS})} + \Delta V_{O(A_D)} + \Delta V_{O(RRMC)}$$

$$\Delta V_{O(CC)} = 1,35 V + 62 mV + 6,1 mV + 0$$

$$\Delta V_{O(CC)} = 1,4181 V \quad (49)$$

2.1.4. Errores de CA.

2.1.4.1. Ancho de Banda Pequeña Señal (f_H).

El ancho de banda de pequeña señal es el rango de frecuencias dentro del cual el circuito amplifica las señales de pequeña amplitud sin una reducción significativa de la ganancia, concretamente hasta las frecuencias donde la ganancia cae al 70,7% (-3dB) de su valor máximo.

El ancho de banda de pequeña señal se calcula:

$$f_H = f_T \cdot K \quad (50)$$

$$\omega_H = \omega_T \cdot K \quad (51)$$

Donde:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

De la hoja de datos del fabricante se obtiene el valor típico:

$$f_T = 1 \text{ MHz}$$

Se considera la Ec. 30, y se calcula K para ambas configuraciones:

$$K = \frac{R_P}{R_P + R_f}$$

$$K = \frac{500 \Omega}{500 \Omega + 30 k\Omega} = \frac{500 k\Omega}{500 k\Omega + 30 M\Omega}$$

$$K = 0,016393 \quad (52)$$

Como se observa el valor de K es igual para ambas configuraciones.

Luego, se reemplazan los valores de K y f_T en Ec. 50, y se obtiene:

$$f_H = 1 \text{ MHz} \cdot 0,016393$$

$$f_H = 16,393 \text{ kHz}$$

$$\omega_H = 103 \text{ krad/s}$$

2.1.4.2. Ancho de Banda de Plena Potencia f_{HP} (10 V_{pp}).

El ancho de banda de plena potencia es el rango de frecuencias dentro del cual el amplificador puede manejar señales de gran amplitud sin introducir distorsión significativa. Este ancho de banda está limitado por la velocidad de respuesta del amplificador (slew rate, SR), que determina la rapidez con la que puede cambiar su salida en respuesta a una señal de entrada de gran amplitud. Debido a esto, es menor que el ancho de banda de pequeña señal.

Para ambas configuraciones se calcula de igual manera:

$$\omega_{HP} = \frac{SR}{\hat{V}_O} \quad (53)$$

$$f_{HP} = \frac{SR}{2 \cdot \pi \cdot \hat{V}_O} \quad (54)$$

Para este análisis se considera:

$$\hat{V}_O = 10 \text{ V}_{pp}$$

De la hoja de datos del fabricante se obtiene el valor típico:

$$SR = 0,4 \text{ V}/\mu\text{s}$$

Luego, se reemplazan los valores de SR y \hat{V}_O :

$$\omega_{HP} = \frac{0,4 \text{ V}/\mu\text{s}}{10 \text{ V}_{pp}}$$

$$f_{HP} = \frac{0,4 \text{ V}/\mu\text{s}}{2 \cdot \pi \cdot 10 \text{ V}_{pp}}$$

Por lo tanto:

$$\omega_{HP} = 40 \text{ krad/s}$$

$$f_{HP} = 6,366 \text{ kHz}$$

2.1.4.3. Error Vectorial.

2.1.4.3.1. Ganancia Normalizada.

Es una relación entre la ganancia del sistema a una frecuencia determinada y la ganancia del sistema en condiciones ideales.

$$a_{V_f}(\omega) = \frac{A_{V_f}(\omega)}{A_{V_{fi}}} = \frac{1}{1 + \frac{\omega}{\omega_H}} \quad (55)$$

Módulo de la Ganancia Normalizada:

$$|a_{V_f}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_H^2}}} \quad (56)$$

Fase de la Ganancia Normalizada:

$$\phi = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_H}\right) \quad (57)$$

2.1.4.3.2. Error Vectorial.

Es una medida de la diferencia entre la tensión de salida ideal y la real a una frecuencia determinada del amplificador realimentado.

$$\varepsilon_V(\omega) = \left| 1 - \frac{A_{V_f}(\omega)}{A_{V_{fi}}} \right| = \left| 1 - \frac{1}{1 + \frac{\omega}{\omega_H}} \right| \quad (58)$$

Módulo del Vectorial:

$$|\varepsilon_V(\omega)| = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_H^2}}} \quad (59)$$

Fase del Vectorial:

$$\phi_V = \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_H}\right) \quad (60)$$

Con estas definiciones se realizan los cálculos para completar la siguiente tabla:

	Ganancia Normalizada		Error Vectorial	
f_H	Módulo	Fase	Módulo	Fase
10 %	0,995	-5,711	0,005	84,289
20 %	0,981	-11,310	0,019	78,690
30 %	0,958	-16,699	0,042	73,301
40 %	0,928	-21,801	0,072	68,199
50 %	0,894	-26,565	0,106	63,435
60 %	0,857	-30,964	0,143	59,036
70 %	0,819	-34,992	0,181	55,008
80 %	0,781	-38,660	0,219	51,340
90 %	0,743	-41,987	0,257	48,013
100 %	0,707	-45,000	0,293	45,000

Tabla 1: Resultados analíticos de la Ganancia normalizada y el Error vectorial.

2.2. Simulación.

A continuación se muestran los resultados de las simulaciones realizadas en el software LTspice XVII.

2.2.1. Gráfico Entrada/Salida.

Se realiza un barrido de tensión en corriente continua desde $V_{SS} = -10V$ a $V_{CC} = 10V$ para V_1 , que es representativo de V_2 y $V_1 + V_2$.

Se observa que la entrada para el Caso A, puede excursionar simétricamente para $V_i = \pm 300 mV$, que es similar a lo calculado teóricamente. Para V_2 y $V_1 + V_2$, se obtienen resultados idénticos.

Mientras que para el Caso B, permite excursionar simétricamente para $V_i = \pm 400 mV$.

2.2.1.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$).

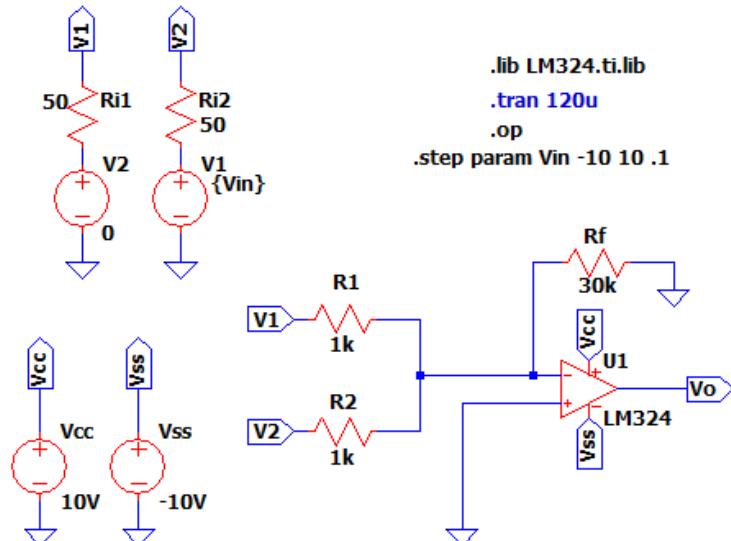


Figura 8: Esquema de $V_O = f(V_1)$

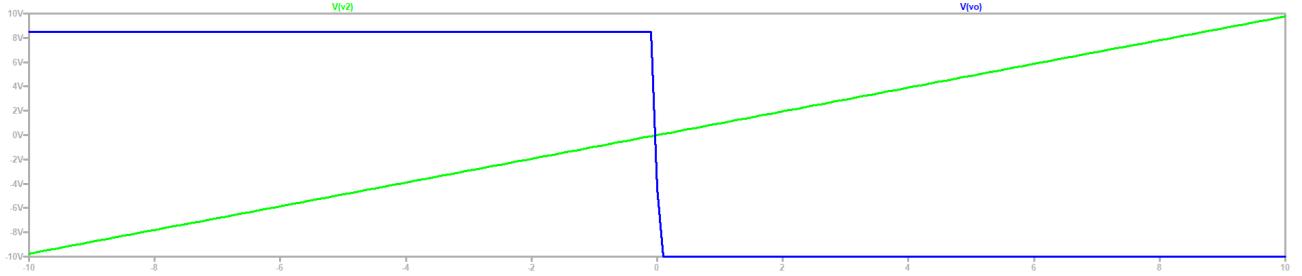


Figura 9: Forma de onda de $V_O = f(V_1)$

2.2.1.2. Caso B ($R_i = 100 \text{ k}\Omega$).

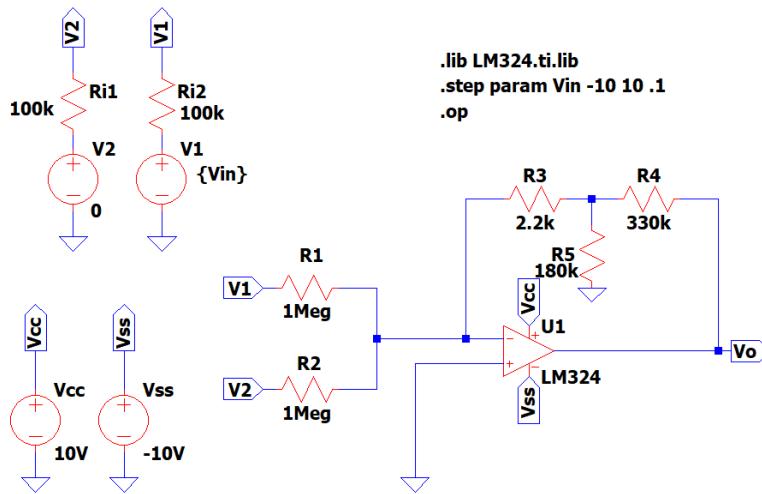


Figura 10: Esquema de $V_O = f(V_1)$

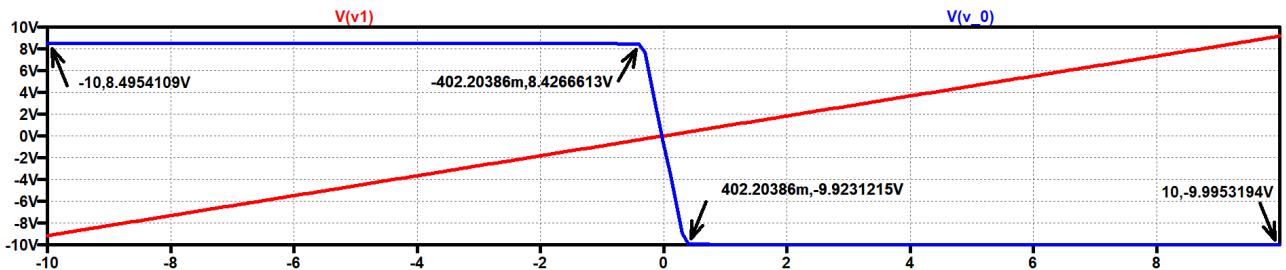


Figura 11: Forma de onda de $V_O = f(V_1)$

2.2.2. Errores CC.

Para el Caso A, el error medido es de 120,6 mV, que es considerablemente mayor que el calculado analíticamente de 69,45 mV. Puede deberse a que considera más parámetros que los calculados.

Para el Caso B, el error medido es de 1,48 V, que es similar al calculado analíticamente de 1,42 V.

2.2.2.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$).

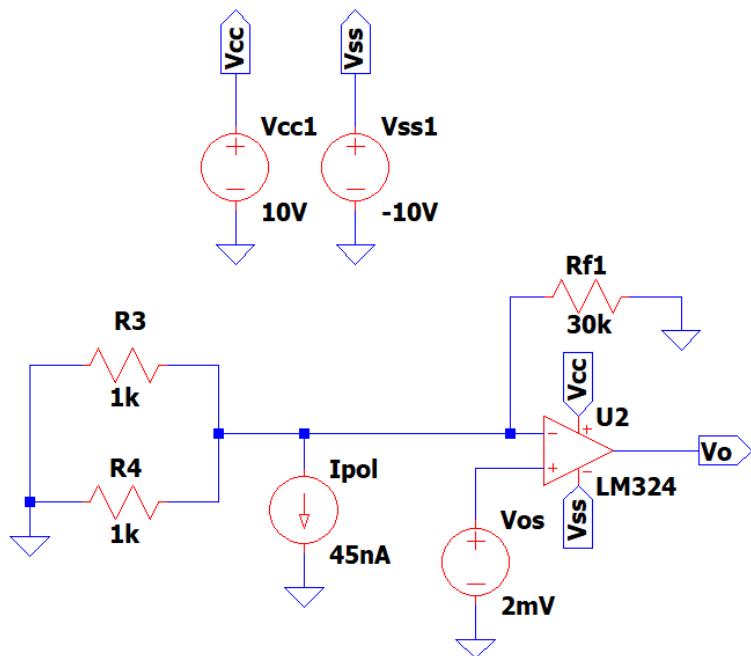


Figura 12: Esquema para medir el error de CC.

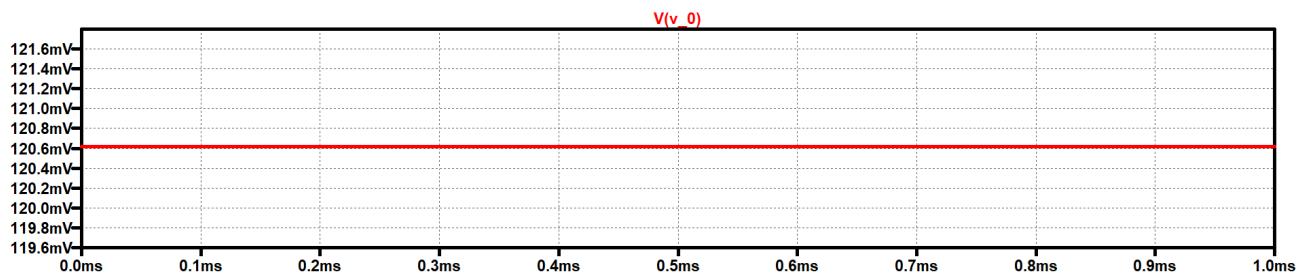


Figura 13: Forma de onda del error de CC.

2.2.2.2. Caso B ($R_i = 100 \text{ k}\Omega$).

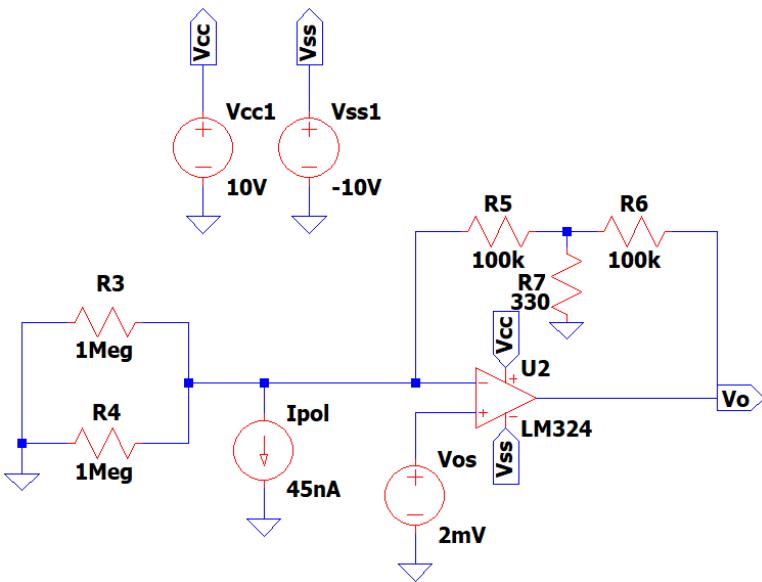


Figura 14: Esquema para medir el error de CC.

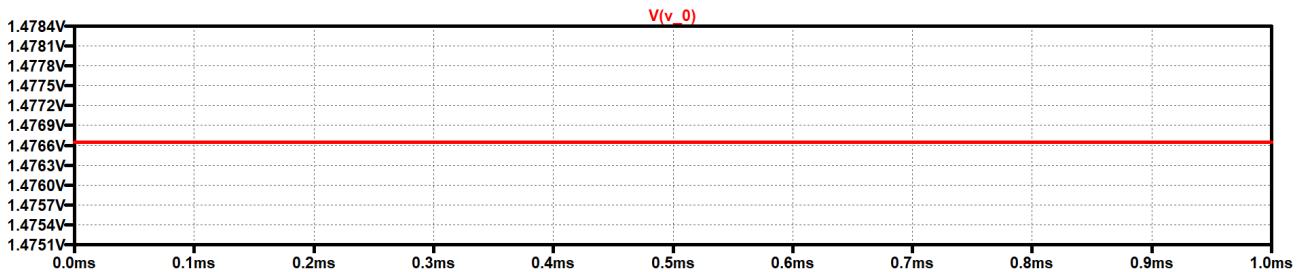


Figura 15: Forma de onda del error de CC.

2.2.3. Errores CA.

2.2.3.1. Slew Rate.

Para medir el Slew Rate se coloca una señal escalón en la entrada del circuito, con un período suficiente para permitir que la salida alcance el valor máximo, luego se analiza el tiempo que tarda y a qué tensión llega.

$$SR = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$$

Para el Caso A resulta $SR \approx 0,48 \text{ V}/\mu\text{s}$.

Para el Caso B resulta $SR \approx 0,49 \text{ V}/\mu\text{s}$.

Cabe destacar que según las Hojas de datos de distintos fabricantes, el Slew Rate típico varía entre $0,3$ y $0,5 \text{ V}/\mu\text{s}$, por lo que puede que el modelo empleado en la simulación pueda ser de $0,5 \text{ V}/\mu\text{s}$.

2.2.3.1.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$).

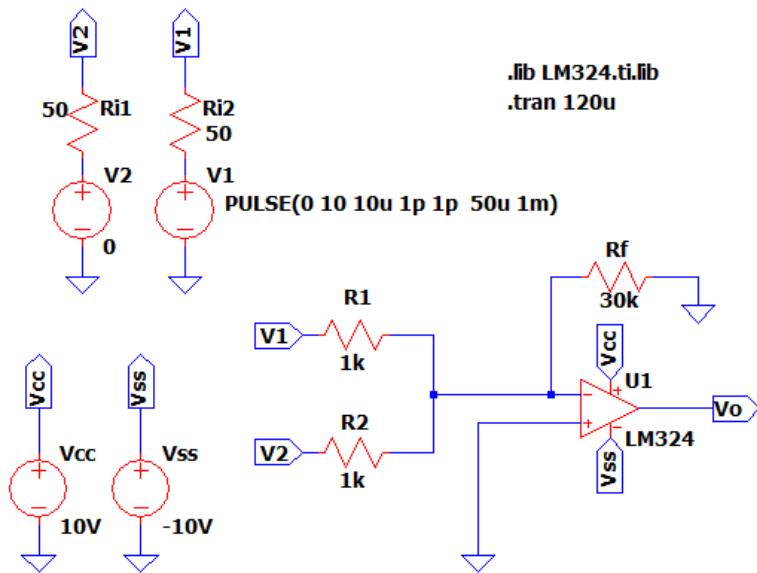


Figura 16: Esquema para medir el error de CC.

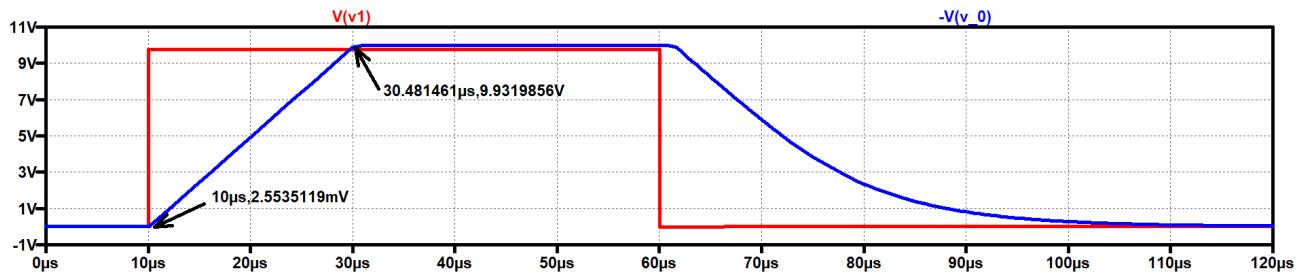


Figura 17: Forma de onda del error de CC.

2.2.3.1.2. Caso B ($R_i = 100 k\Omega$).

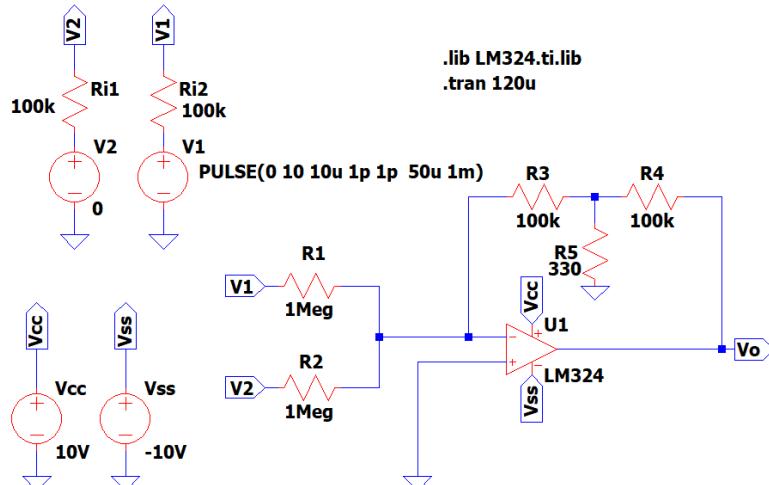


Figura 18: Esquema para medir el error de CC.

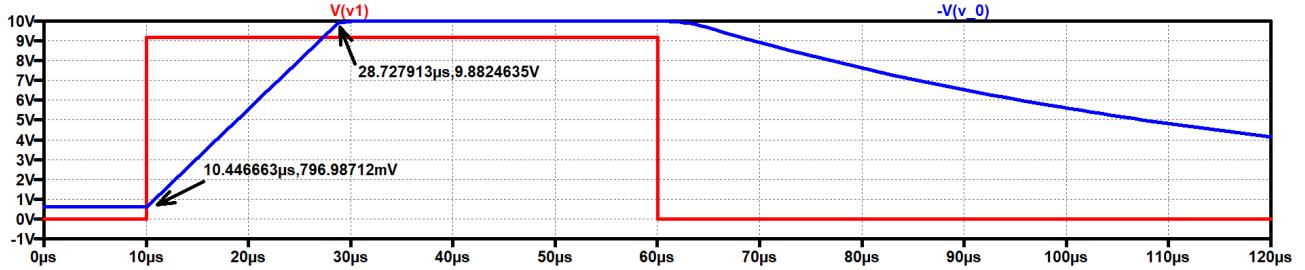


Figura 19: Forma de onda del error de CC.

2.2.3.2. Diagrama Bode.

Para obtener el diagrama de Bode del circuito se realiza un barrido en frecuencia utilizando una señal de entrada senoidal de 0,3 V, aprovechando la máxima excursión simétrica.

Para el caso A se observa un Ancho de banda de 17,3 kHz aproximadamente, lo cual se acerca a los 16,393 kHz calculados analíticamente.

Para el caso B se observa un Ancho de banda de 2,73 kHz aproximadamente lo cual dista mucho de lo calculado analíticamente.

2.2.3.2.1. Caso A ($R_i = 50 \Omega$).

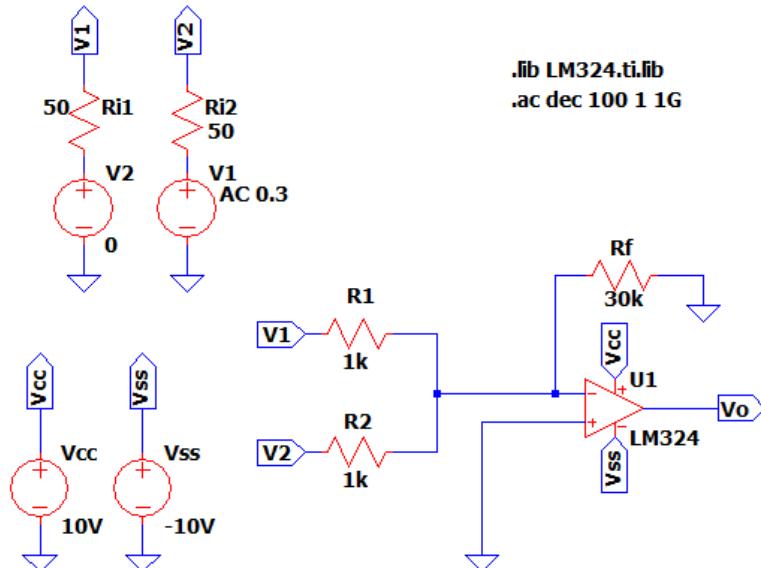


Figura 20: Esquema para medir la respuesta en frecuencia.

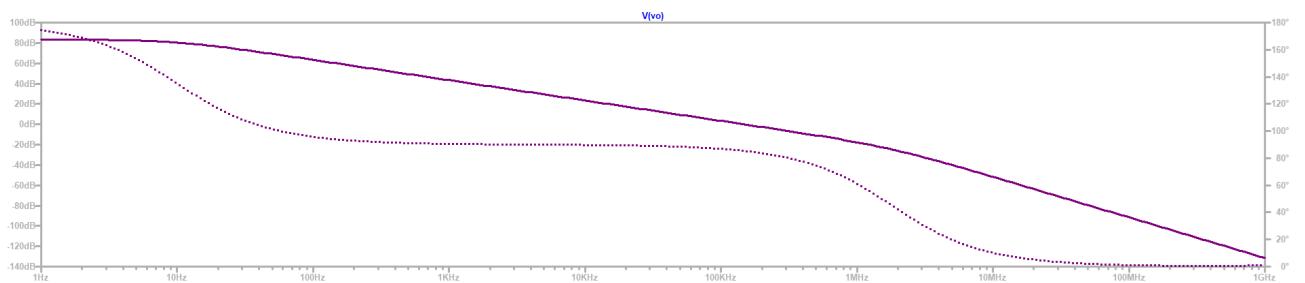


Figura 21: Respuesta en frecuencia en dB.

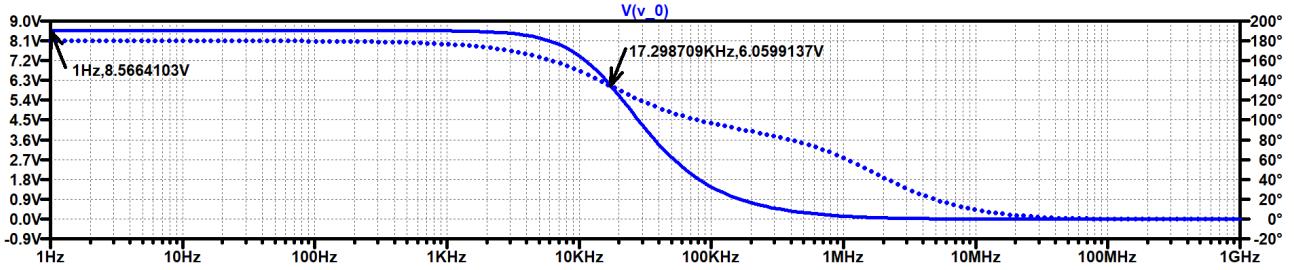


Figura 22: Respuesta en frecuencia en veces.

2.2.3.2.2. Caso B ($R_i = 100 \text{ k}\Omega$).

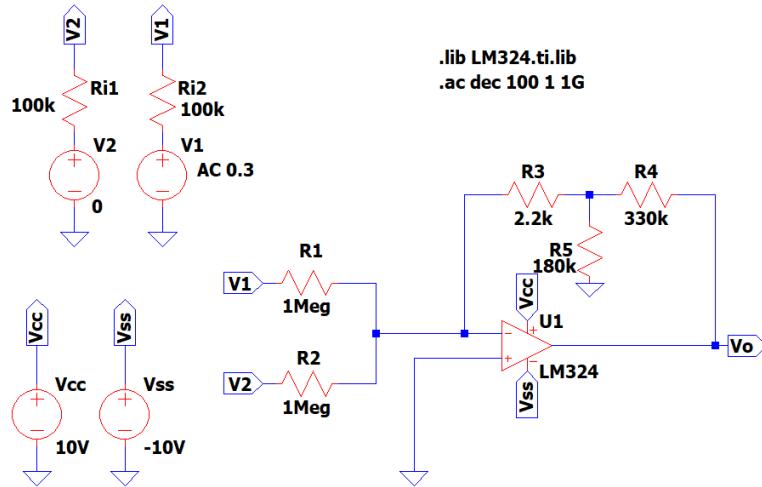


Figura 23: Esquema para medir la respuesta en frecuencia.

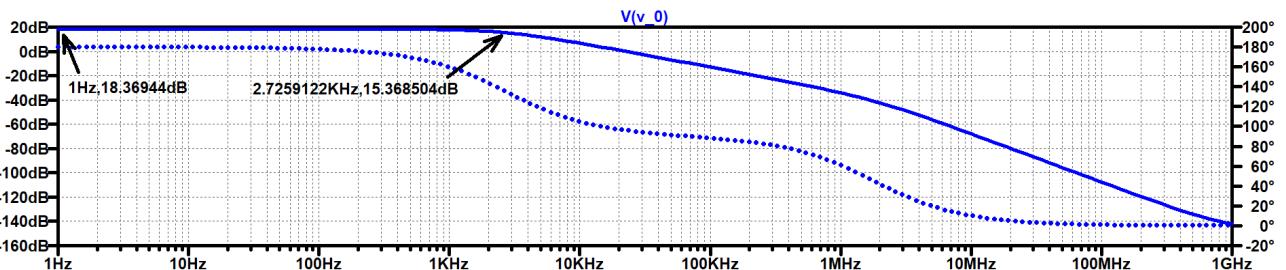


Figura 24: Respuesta en frecuencia en dB.

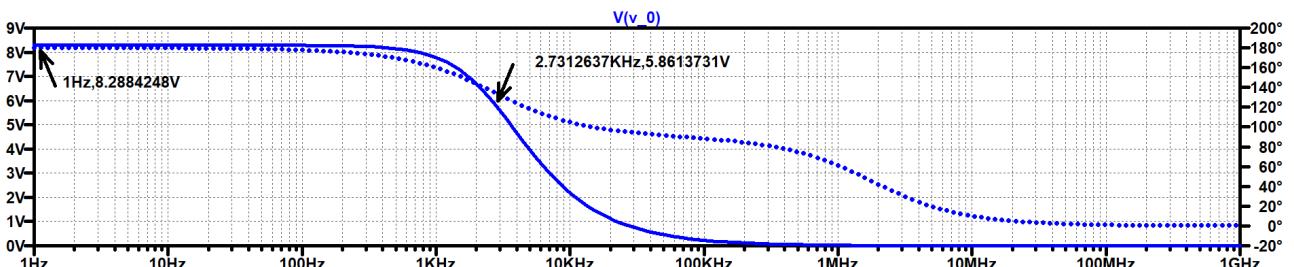


Figura 25: Respuesta en frecuencia en veces.

3. Ejercicio Adicional 1

Como ejercicio adicional, se propone el análisis de operación del circuito de la figura.

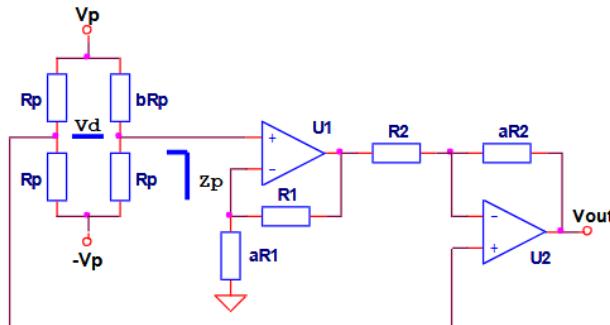


Figura 26: Circuito a analizar

Las características técnicas se detallan a continuación:

Amplificador Operacional LM324
Alimentación $V_{cc} = 5V$, $V_{ss} = -5V$
 $R_p = 3,3K\Omega$

Considerar b del circuito es β . Entonces βR_p es un potenciómetro multivuelta $5K\Omega$

$$R_1 = R_2 = 2,2K\Omega$$

Considerar a del circuito es α . Hacer $\alpha R_1 = \alpha R_2 = 47K\Omega$

Calcular y Evaluar:

1. Calcular los siguientes parámetros:

- Ganancia del amplificador $\frac{V_o}{V_d}$
- $V_o = f(\beta)$
- Sensibilidad nominal del puente + amplificador (v.gr. : $dV_o/d\beta$ para $\beta=1$).

2. Calcular los errores de DC debido a:

- Tensiones de offset
- Corrientes de bias,
- Ganancia diferencial finita
- CMRR finita.

Además calcular según datos de manual del AO el fondo de escala FS permisible en cada arquitectura y a partir de allí la máxima precisión alcanzable en bits.

3. Simular la operación del circuito con SPICE y estimar los valores anteriormente calculados.

3.1. Análisis Teórico

3.1.1. Ganancia del amplificador $\frac{V_o}{V_d}$

Sabemos que la tensión diferencial V_d es igual a,

$$V_d = V_1 - V_2$$

Realizaremos el análisis aplicando el principio de superposición, el primer caso sera el análisis a la salida de U1 a partir de la tensión en el divisor resistivo βR_p y R_p .

$$\begin{aligned} V_{o1} &= \left(1 + \frac{R_1}{\alpha R_1}\right) \cdot V_2 \\ V_o &= -\frac{\alpha R_2}{R_2} \cdot V_{o1} \end{aligned}$$

Luego,

$$V_o = -\alpha \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \cdot V_2 = -(\alpha + 1) \cdot V_2$$

El análisis para V_1 es mas directo, ya que no interviene el amplificador U1, solamente U2.

$$\begin{aligned} V_o &= \left(1 + \frac{\alpha R_2}{R_2}\right) \cdot V_1 \\ V_o &= (1 + \alpha) \cdot V_1 \end{aligned}$$

Combinamos las ecuaciones

$$\begin{aligned} V_o &= (1 + \alpha) \cdot V_1 - (\alpha + 1) \cdot V_2 \\ V_o &= (\alpha + 1)(V_1 - V_2) \end{aligned}$$

Entonces

$$A_v = \frac{V_o}{V_1 - V_2} = \frac{V_o}{V_d} = \alpha + 1$$

3.1.2. Tensión de salida en función de beta $V_o = f(\beta)$

Para obtener la expresión de tensión de salida en función de beta, debemos relacionar este parámetro con la tensión denominada V_2 del apartado anterior,

$$\begin{aligned} V_2 &= \left(\frac{R_p}{\beta R_p + R_p} \cdot 2V_p\right) - V_p \\ V_2 &= V_p \frac{(1-\beta)}{\beta+1} \end{aligned}$$

Luego

$$\begin{aligned} V_o &= f(\beta) = (1 + \alpha)(V_1 - V_p \frac{(1-\beta)}{\beta+1}) \\ \text{Si } V_1 &= 0 \\ V_o &= (1 + \alpha)(-V_p \frac{(1-\beta)}{\beta+1}) \end{aligned}$$

3.2. Calculo de los errores de DC

3.2.1. Tensiones de Offset

En este apartado se analiza el error generado por la tensión de offset propia del amplificador operacional y en esta configuración particular, el circuito a analizar es el de la figura.

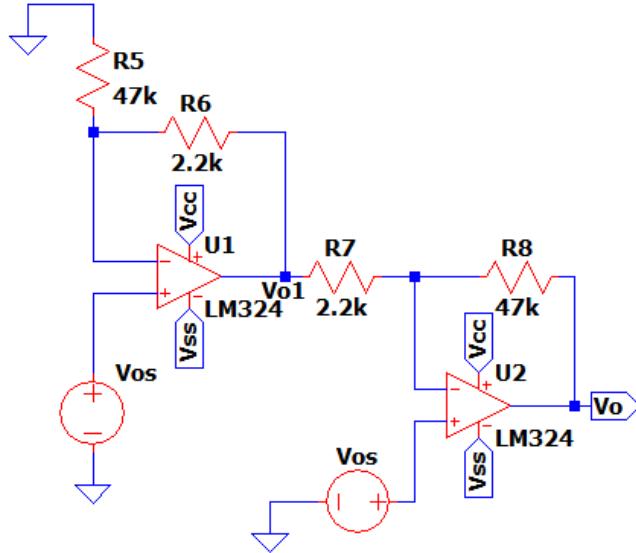


Figura 27: Circuito para calcular tensiones de offset

El error de tensión de Offset se calcula:

$$\Delta V_{O(V_{OS})} = \frac{\left. \frac{V_O}{V_{OS}} \right|_{LA} - V_{OS}}{1 - T} \quad (61)$$

Para el amplificador U1:

$$\left. \frac{V_{o1}}{V_{OS}} \right|_{LA} = A_d \quad (62)$$

Entonces,

$$\Delta V_{o1(V_{OS})} = \frac{A_D}{1 + A_D \cdot \frac{\alpha R_1}{R_1 + \alpha R_1}} \cdot V_{OS} \quad (63)$$

Considerando U2 de forma ideal, resulta.

$$\Delta V_{O(V_{OS})} \approx \frac{A_d}{1 + A_d \cdot \frac{\alpha R_1}{R_1 + \alpha R_1}} \cdot \left(-\frac{\alpha R_2}{R_2} \right) \cdot V_{OS}$$

Finalmente:

$$\boxed{\Delta V_{O(V_{OS})} \approx (-\alpha - 1) \cdot V_{OS}} \quad (64)$$

De la hoja de datos del fabricante se obtiene el valor típico:

$$\boxed{V_{OS} = -142,5 \text{ mV}}$$

Para el amplificador U2:

$$\left. \frac{V_{o1}}{V_{OS}} \right|_{LA} = A_D \quad (65)$$

$$\Delta V_{O(V_{OS})} = \frac{A_D}{1 + A_D \cdot \frac{R_2}{R_2 + \alpha R_2}} \cdot V_{OS} \quad (66)$$

Finalmente:

$$\boxed{\Delta V_{O(V_{OS})} \approx (\alpha + 1) \cdot V_{OS}} \quad (67)$$

De la hoja de datos del fabricante se obtiene el valor típico:

$$\boxed{V_{OS} = 142,5 \text{ mV}}$$

3.2.2. Corrientes de Offset

Se analizara el error debido a las corrientes de offset, en un amplificador ideal se considera que la impedancia de entrada es infinita, pero eso no es lo que sucede en la realidad, en la figura se observa el circuito a analizar.

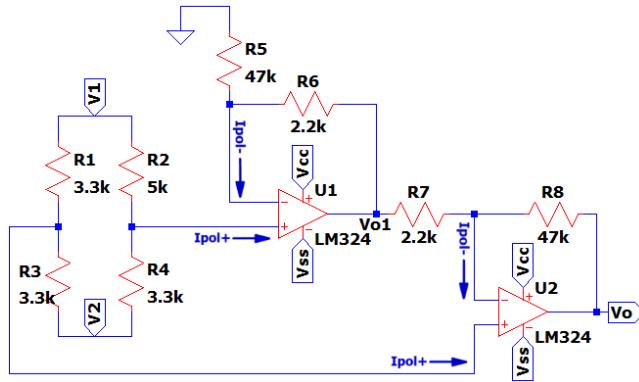


Figura 28: Circuito a analizar

Error de corriente de offset para el amplificador U1 se calcula:

$$\Delta V_{O(I_{OS})} = \frac{\left. \frac{V_O}{I_{pol}^+} \right|_{LA} I_{pol}^+ + \left. \frac{V_O}{I_{pol}^-} \right|_{LA} I_{pol}^-}{1 - T} \quad (68)$$

Entrada no inversora:

$$\left. \frac{V_{o1}}{I_{pol}^+} \right|_{LA} = (\beta R_p // R_p) A_d = \left(\frac{\beta}{\beta + 1} R_p \right) A_d \quad (69)$$

Entrada inversora:

$$\left. \frac{V_{o1}}{I_{pol}^-} \right|_{LA} = (\alpha R_1 // R_1) (-A_d)$$

Entonces:

$$\left. \frac{V_O}{I_{pol}} \right|_{LA} = \left(\frac{\alpha}{\alpha + 1} R_1 \right) (-A_d) \quad (70)$$

Se reemplaza las Ec. 12, Ec. 73 y Ec. 70 en la Ec. 68:

$$\Delta V_{o(IOS)} = \frac{\left(\frac{\beta}{\beta+1}R_p\right)A_d I_{pol}^+ + \left(\frac{\alpha}{\alpha+1}R_1\right)(-A_d) I_{pol}^-}{1 + (\alpha + 1)Ad}$$

Entonces:

$$\boxed{\Delta V_{o(IOS)} \approx \frac{\left(\frac{\beta}{\beta+1}R_p\right)I_{pol}^+ - \left(\frac{\alpha}{\alpha+1}R_1\right)I_{pol}^-}{\alpha + 1}} \quad (71)$$

De la hoja de datos del fabricante se obtiene el valor típico:

$$\boxed{I_{pol}^{+-} = 45 \text{ nA}}$$

$$\boxed{\Delta V_o = -0,023 \text{ mV}}$$

Error de corriente de offset para el amplificador U2 se calcula:

$$\Delta V_{O(IOS)} = \frac{\frac{V_O}{I_{pol}^+} \Big|_{LA} I_{pol}^+ + \frac{V_O}{I_{pol}^-} \Big|_{LA} I_{pol}^-}{1 - T} \quad (72)$$

Entrada no inversora:

$$\frac{V_o}{I_{pol}^+} \Big|_{LA} = (R_p//R_p)A_d = \frac{R_p}{2}A_d \quad (73)$$

Entrada inversora:

$$\frac{V_{o1}}{I_{pol}^-} \Big|_{LA} = (\alpha R_2//R_2)(-A_d)$$

$$\frac{V_{o1}}{I_{pol}^-} \Big|_{LA} = \left(\frac{\alpha}{\alpha + 1}\right)R_2(-A_d)$$

Se reemplaza las Ec. 12, Ec. 73 y Ec. 70 en la Ec. 68:

$$\Delta V_{o(IOS)} = \frac{\frac{R_p}{2}A_d I_{pol}^+ + \frac{\alpha}{\alpha+1}R_2(-A_d) I_{pol}^-}{1 + (\alpha + 1)Ad}$$

Entonces:

$$\Delta V_{o(IOS)} \approx \frac{\frac{R_p}{2}I_{pol}^+ - \frac{\alpha}{\alpha+1}R_2I_{pol}^-}{(\alpha + 1)}$$

De la hoja de datos del fabricante se obtiene el valor típico:

$$\boxed{I_{pol}^{+-} = 45 \text{ nA}}$$

$$\boxed{\Delta V_o = -0,091 \text{ mV}}$$

3.2.3. Ganancia diferencial finita

Se analiza la diferencia de tensión a la salida del amplificador debido a que la ganancia de lazo abierto del amplificador no es infinita, sino que tiene un valor determinado,

Para el amplificador U1:

$$\left. \frac{V_{o1}}{V_{OS}} \right|_{LA} = A_d \quad (74)$$

Entonces,

$$\Delta V_{o1(V_{OS})} = \frac{A_d}{1 + A_d \cdot \frac{\alpha}{1+\alpha}} \cdot V_{OS} \quad (75)$$

Considerando U2 de forma ideal, resulta.

$$\Delta V_{O(V_{OS})} = \frac{A_d}{1 + A_d \cdot \frac{\alpha}{1+\alpha}} \cdot (-\alpha) \cdot V_{OS}$$

De la hoja de datos del fabricante se obtiene el valor típico:

$$\boxed{\Delta V_o = -44,72 \text{ mV}}$$

Para el amplificador U2:

$$\left. \frac{V_o}{V_{OS}} \right|_{LA} = A_d \quad (76)$$

Entonces,

$$\Delta V_{o(V_{OS})} = \frac{A_d}{1 + A_d \cdot \frac{1}{1+\alpha}} \cdot V_{OS} \quad (77)$$

De la hoja de datos del fabricante se obtiene el valor típico:

$$\boxed{\Delta V_o = 44,71 \text{ mV}}$$

3.2.4. CMRR finita

En este apartado se analiza el error debido que la relación de rechazo de modo común no es infinita, el circuito a analizar es el de la figura.

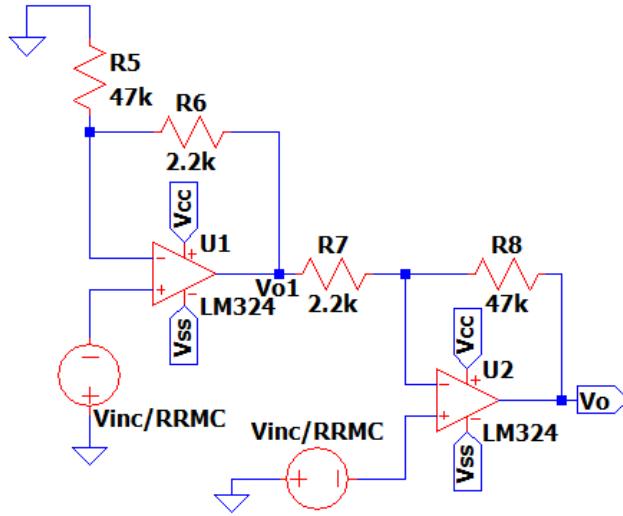


Figura 29: Circuito a analizar

Para el amplificador U1:

$$A_{VLA} = \frac{V_o}{\frac{V_{inc}}{RRMC}} = \frac{V_o}{V_{o1}} \cdot \frac{V_{o1}}{\frac{V_{inc}}{RRMC}}$$

$$A_{VLA} = (-\alpha) A_d \frac{V_{inc}}{RRMC}$$

$$T = \frac{V_o}{V'_o} = \frac{\alpha}{\alpha+1} (-A_d)$$

Aplicando la formula de Black:

$$\Delta V_o = \frac{A_{VLA}}{1-T}$$

$$\Delta V_o = \frac{(-\alpha) A_d \frac{V_{inc}}{RRMC}}{1 + \frac{\alpha}{\alpha+1} A_d} \quad (78)$$

$$\Delta V_o \approx \frac{(-\alpha) \frac{V_{inc}}{RRMC}}{\frac{\alpha}{\alpha+1}} \quad (79)$$

$$\Delta V_o \approx -\frac{V_{inc}}{RRMC} (\alpha + 1) \quad (80)$$

A partir de los valores otorgados en el datasheet,

$$\boxed{\Delta V_o \approx 7,83mV} \quad (81)$$

Para el amplificador U2:

$$A_{VLA} = A_d \cdot \frac{V_{inc}}{RRMC}$$

$$T = \frac{V_o}{V'_o} = \frac{R_2}{\alpha R_2 + R_2} (-A_d) = \frac{1}{\alpha+1} (-A_d)$$

Aplicando la formula de Black:

$$\Delta V_o = \frac{A_{VLA}}{1-T}$$

$$\Delta V_o = \frac{A_d \frac{V_{inc}}{RRMC}}{1 + \frac{1}{\alpha+1} A_d} \quad (82)$$

$$\Delta V_o \approx \frac{\frac{V_{inc}}{RRMC}}{\frac{1}{\alpha+1}} \quad (83)$$

$$\Delta V_o \approx \frac{V_{inc}}{RRMC}(\alpha + 1) \quad (84)$$

A partir de los valores otorgados en el datasheet,

$$\Delta V_o \approx 7,83mV \quad (85)$$

3.3. Simulación

En este apartado se encuentran las simulaciones realizadas en LTspice para este circuito. En primer lugar tenemos la respuesta a la salida del circuito en función de la variación de la resistencia βR .

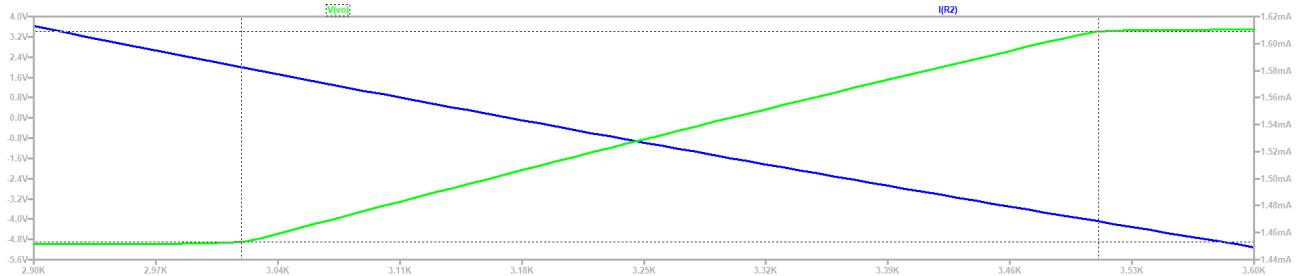


Figura 30: Tensión de salida en función de βR

Observamos como varia la salida de $-V_p$ hasta V_p a medida que se incrementa la resistencia βR , lo que equivale a decir que es directamente proporcional a β . El rango de variación de la tensión de salida V_o se encuentra acotado entre $\beta R = 3k\Omega$ y $\beta R = 3,5k\Omega$, si nos alejamos de esos valores los operacionales alcanzan la saturación. Podemos aumentar el rango de variacion de V_o si aumentamos la amplitud de alimentación de los operacionales.

Comprobaremos que los resultados obtenidos a partir de cálculos son comparables con lo que se obtiene mediante simulación. En primer lugar observaremos los errores por offset de tensión y de corriente.

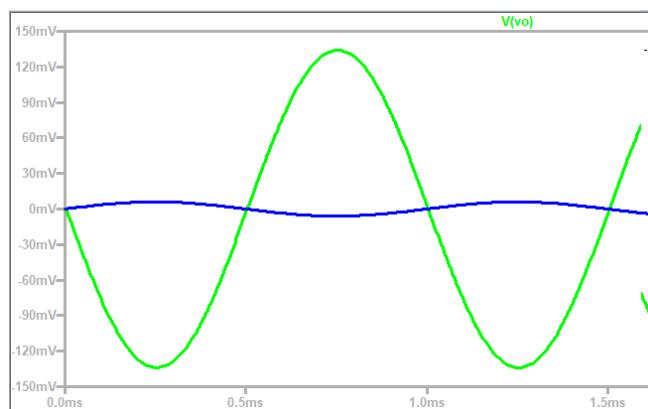


Figura 31: Tensión de salida a partir de U1

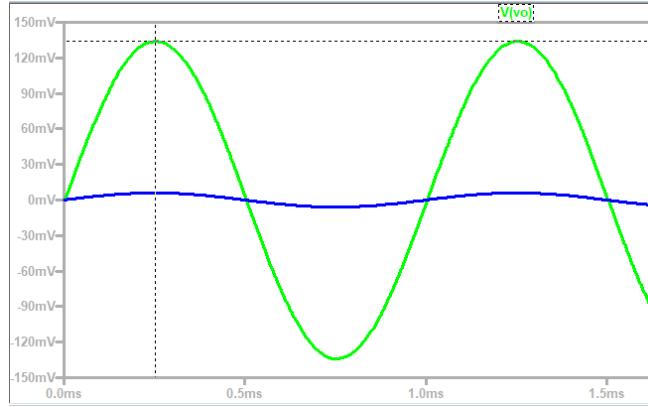


Figura 32: Tensión de salida a partir de U2

Observamos una diferencia entre los valores obtenidos de forma analítica y los valores simulados, esta diferencia la atribuimos a que el software de simulación tiene en cuenta otros parámetros a la hora de realizar la simulación.

Por ultimo, analizaremos el error debido a que la relación de rechazo de modo común no es infinita.

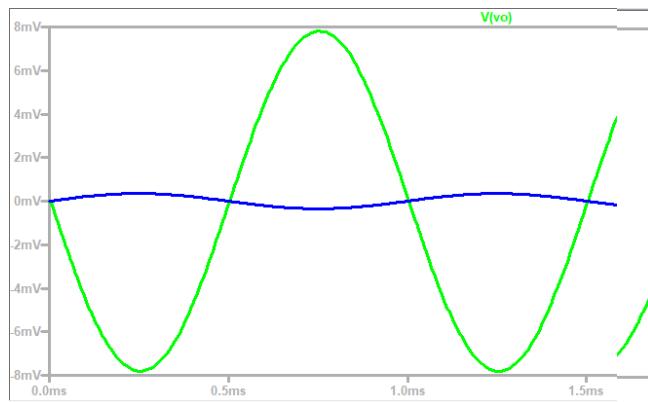


Figura 33: Salida a partir de U1 - RRMC no ideal

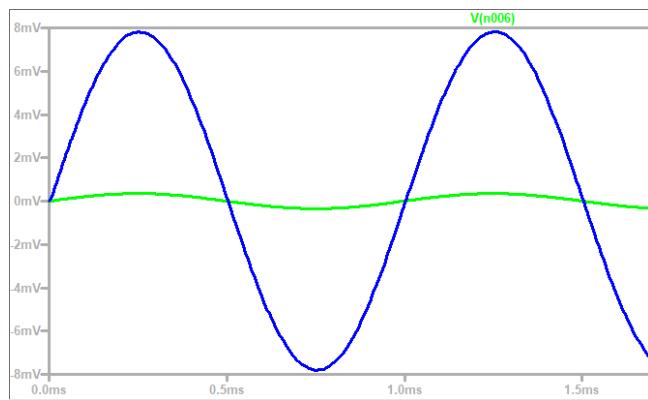


Figura 34: Salida a partir de U2 - RRMC no ideal

La magnitud de error simulada es igual a la magnitud calculada por lo que se verifica el análisis realizado anteriormente, también cabe destacar que este error en particular es mucho menor que el error que introducen los parámetros analizados anteriormente.