PC1 - Celena y Kike → SOLUCIÓN

- Modelo 1

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-(\cos(x))^2}{e^x-1} & \text{si } x<0 \\ e^x(x^2-4x+5) & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$$

a) ¿Continuidad?

$f(x)$ es continua en $\mathbb{R}-\{0\}$ por ser combinación de funciones continuas elementales. Analizamos el caso $x=0$.

$$f(0^-) = \lim_{x\to 0^-} \frac{1-(\cos(x))^2}{e^x-1} \underset{\frac{0}{0},\, L'H}{=} \lim_{x\to 0^-} \frac{2\cdot \operatorname{sen} x \cdot \cos x}{e^x} = 0$$

$$f(0^+) = \lim_{x\to 0^+} e^x(x^2-4x+5) = 5$$

Como $f(0^-) \neq f(0^+) \Rightarrow f(x)$ no es continua en $x=0 \Rightarrow f(x)$ es contina en $\mathbb{R}-\{0\}$.

b) ¿Expresión de $f'(x)$?

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{2\operatorname{sen}x\cos x}{e^x-1} - \dfrac{e^x \operatorname{sen}^2 x}{(e^x-1)^2} & x<0 \\ e^x(x^2-2x+1) & x>0 \end{cases}$$

c) ¿Crecimiento para $x>0$?

Analizamos el signo de $f'(x)$ (con $x>0$). $f'(x)$ $(x>0)$ cambiará de signo cuando lo haga la función $x^2-2x+1 \rightarrow$ raíz doble en $x=1$

$f(x)^{(x>0)}$ es siempre ~~positiva~~ creciente excepto en $x=1$, donde ni crece ni decrece (pto. de inflexión

Escaneado con CamScanner

- Modelo 2

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos(x)}{(e^x-1)^2} & x<0 \\ x^3-12x+1 & x \geq 0 \end{cases}$$

a) ¿Continuidad?

$f(x)$ es continua en $\mathbb{R}-\{0\}$ por ser combinación de funciones continuas elementales. Analizamos lo que pasa en $x=0$:

$$f(0^-) = \lim_{x\to 0^-} \frac{1-\cos(x)}{(e^x-1)^2} \underset{\frac{0}{0},\, L'H}{=} \lim_{x\to 0^-} \frac{\operatorname{sen}(x)}{2e^x(e^x-1)} \underset{L'H}{=} \lim_{x\to 0^-} \frac{\cos(x)}{2e^x(e^x-1)+2e^{2x}} = \frac{1}{2}$$

$$f(0^+) = 1$$

Los límites laterales no coinciden, luego $f(x)$ no es continua en $x=0$. Con todo, $f(x)$ es continua en $\mathbb{R}-\{0\}$.

b) ¿Expresión de $f'(x)$?

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen} x}{(e^x-1)^2} + \dfrac{2e^x(\cos x - 1)}{(e^x-1)^3} & x<0 \\ 3x^2-12 & x>0 \end{cases}$$

c) ¿Crecimiento para $x>0$?

$f'(x)$ $(x>0)$ se anula para $x = \sqrt{\frac{12}{3}} = 2 \Rightarrow f'(x) < 0$ si $x<2$ y ~~negat~~ $f'(x) > 0$ si $x > 2$ $\Rightarrow f(x)$ es ~~creciente~~ decreciente en $(0,2)$ y ~~decreciente~~ creciente en $(2,\infty)$.