Apellidos, Nombre: Grupo:

1. (3 ptos.) Dada la función

$$f(x,y) = ln(\frac{x^3}{3})(y^2-1)$$

a) (2 ptos.) Calcula el vector gradiente.

b) (1 ptos.) Evalúa dicho vector en el punto (2,-2) e interpreta el resultado (**justifica tu respuesta**).

2. (3 ptos.) Resuelve la siguiente integral impropia:

$$\int_{-\infty}^{0} x\, e^{x^2}\, dx$$

3. (4 ptos.) Resuelve el siguiente Problema de Valor Inicial:

$$y' - y\cos(x) = 0$$

$$y(0) = 1$$

$g(y)\cdot y' = f(x)$

$\int \quad \int$

despejar y

$\boxed{C}$

1.-

$$f(x,y) = \ln\left(\frac{x^3}{3}\right)\cdot(y^2-1)$$

1pto $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{3}{x}(y^2-1)$

1pto $\frac{\partial f}{\partial y} = 2y\ln\left(\frac{x^3}{3}\right)$

$\nabla f(x,y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right) = \left(\frac{3}{x}(y^2-1),\ 2y\cdot\ln\left(\frac{x^3}{3}\right)\right)$

en $(2,-2) \rightarrow \nabla f(2,-2) = \cdots = \left(\frac{9}{2},\ \overbrace{-4\ln\left(\frac{8}{3}\right)}^{<0}\right)$ 0.5

interpretación (...) 0.5

2.-

$$\int_{-\infty}^{0} x\cdot e^{x^2}dx = \lim_{a\to-\infty}\int_a^0 x\cdot e^{x^2}dx = \lim_{a\to-\infty}\left[\frac{1}{2}e^{x^2}\right]_a^0 = \frac{1}{2} - \lim_{a\to-\infty}\frac{1}{2}e^{a^2} = -\infty$$

1pto 1pto 1pto

3.-

$$\begin{cases} y' - y\cos(x) = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases} \rightarrow y' = y\cos(x)\ ;\ \frac{1}{y}y' = \cos x\ ;\ \int\frac{1}{y}dy = \int\cos x\,dx$$

$$\ln(y) = \operatorname{sen} x + C_1\ ;\ y = C_1 e^{\operatorname{sen} x}$$

c.i. $y(0)=1 \rightarrow 1 = C_1\ ;\ \boxed{y = e^{\operatorname{sen} x}}$

1pto Separar var.

1pto Integrar

1pto Despejar y

1pto Aplicar c.i y sacar C_1

AM 23-24 PC2 (5%)

Apellidos, Nombre: Grupo:

---

1. (3 ptos.) Dada la función

$$f(x,y) = e^{\frac{y^3}{3}}(x^2-1)$$

a) (2 ptos.) Calcula el vector gradiente.

b) (1 ptos.) Evalúa dicho vector en el punto (-2,1) e interpreta el resultado (**justifica tu respuesta**).

2. (3 ptos.) Resuelve la siguiente integral impropia:

$$\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(ln(x))^2}$$

3. (4 ptos.) Resuelve el siguiente Problema de Valor Inicial:

$$y' + y^2x^2 = 0$$

$$y(0) = 1$$

1.-

$$f(x,y) = e^{\frac{y^3}{3}}(x^2-1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x\, e^{\frac{y^3}{3}}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = y^2 e^{\frac{y^3}{3}}(x^2-1)$$

$$\rightarrow \nabla f(x,y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right) = \left(2x\, e^{\frac{y^3}{3}}, y^2 e^{\frac{y^3}{3}}(x^2-1)\right)$$

en $(-2,1) \rightarrow \nabla f(-2,1) = \cdots = \left(-4e^{\frac{1}{3}}, 3e^{\frac{1}{3}}\right)$

interpretación (...)

2.-

$$\int_e^{\infty} \frac{dx}{x\cdot(ln(x))^2} = \lim_{b\to\infty} \int_e^{b} \frac{dx}{x\cdot(ln(x))^2} = \lim_{b\to\infty} \left[\frac{-1}{ln(x)}\right]_e^b = \underbrace{\lim_{b\to\infty} \frac{-1}{ln(b)}}_{\to 0} + \overset{\frac{1}{ln(e)}}{1} = 1$$

$$= 1$$

3.-

$$\begin{cases} y' + y^2x^2 = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases} \longrightarrow y' = -y^2x^2 \; ; \; -\frac{1}{y^2}y' = x^2 \; ; \; \int -\frac{1}{y^2}dy = \int x^2 dx$$

$$\frac{1}{y} = \frac{x^3}{3} + C \; ; \; y = \frac{1}{\frac{x^3}{3}+C} \; ; \; y = \frac{3}{x^3+C}$$

c.i. $y(0) = 1 \Rightarrow 1 = \frac{3}{C} \Rightarrow C = 3$

$$\boxed{y = \frac{3}{x^3+3}}$$