Angabezettel UE Beispiel Raytracing Gew.DG - UE Meth.Mod.Sim. - G. Kirchengast
(Basis: Zus.stellung von Fr. U. Amerstorfer bei früheren UE Meth.Mod.Sim.)

Ray tracing through the atmosphere

Ute Amerstorfer

1. Skizze der Problemstellung:

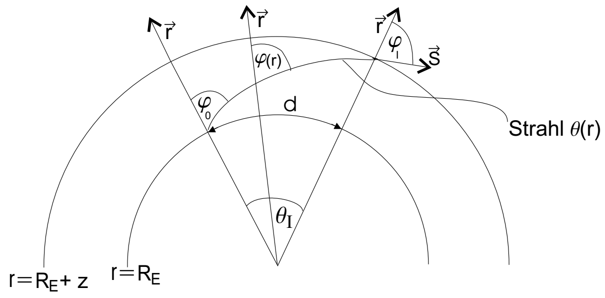

Abbildung 1: Skizze der Problemstellung für gekrümmte Strahlen.

In Abbildung 1 bezeichnet $R_E = 6371$ km den Erdradius, φ_0 ist der Winkel, mit dem der Strahl von der Bodenstation abgeschickt wird, und φ_I ist der Winkel zwischen dem Strahlvektor $\vec{s}$ und dem Radiusvektor $\vec{r}$ in der Höhe $z = 650$ km des Satellitenorbits. Der Strahl wird durch den Winkel θ und die radiale Distanz r charakterisiert, also in Polarkoordinaten mit dem Erdmittelpunkt als Ursprung dargestellt.

2. Gewöhnliche Differentialgleichung:

Die Differentialgleichung

$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{C}{n(r)\, r^2 \cos(\varphi(r))}$$

beschreibt unser Problem, wobei $C = n(r_0)\, r_0 \sin(\varphi_0)$ eine Konstante ist, $n(r) = 1 + 10^{-6}N(r)$ ist das Brechungsindexfeld der Atmosphäre, $N(r) = N_0 \exp(-\frac{r-r_0}{H_n})$ ist die Refraktivität und $\varphi(r) = \arcsin(\frac{C}{n(r)\, r})$ ist der Winkel zwischen dem Strahlvektor $\vec{s}$ und dem Radiusvektor $\vec{r}$.

Die Anfangsbedingungen und Parameter dieser Differentialgleichung sind folgendermaßen gegeben:

- $\theta_0 = 0°$ ist die Anfangswinkelkoordinate des Strahles bei $r = R_E$,
- $\varphi_0 \in \{0°, 30°, 60°, 90°$ bzw. $89.9°\}$,
- $N_0 = 315$ [N–units] und
- $H_n = 7$ km (Refraktivitätsskalenhöhe) und
- $r_0 = R_E = 6371$ km.

Die gesuchten Lösungen sind die Strahlen $\theta(r)$, d.h. die numerische Sequenz der Strahlenwegkoordinaten $[r_i,\theta_i]$ von (r_0,θ_0) bis $(r_I = R_E + 650$ km$,\theta_I)$ mit der Schrittweite $h_i = h = 100$ m für die vier Anfangswinkel φ_0.

Als numerische Lösungsverfahren benutzen wir

1. die *Eulersche Methode* und
2. die 4^{th} *order Runge–Kutta–Methode*.

Die erforderlichen Resultate:

- Die gefundenen vier Strahlenwege grafisch darstellen (im Polarplot),
- separat nur den Bereich von r_0 bis $r_0 + 30$ km darstellen, und dieses Ergebnis vergleichen mit dem Ergebnis, das man mit $h = 1$ km bekommt,
- die horizontalen Distanzen (siehe Skizze) von der Station, in der die vier Strahlen den Satellitenorbit erreichen. Zum Vergleich: Wie sind die horizontalen Distanzen, wenn die Strahlen geradlinig wären?