

Módulo 1 – Fundamentos: las decisiones de inversión enmarcadas bajo escenarios de certeza

➤ Martes 10 de agosto: Introducción al Curso

CLÍNICA DE PROBLEMAS – FBI (Finanzas Básicas Integradas)



Clinica de Problemas – FBI

Fecha de inicio: Semana 2
Fecha de finalización: Semana 6

Este espacio de atención es **voluntario**.
Se atenderán **cualquier tipo de inquietudes**.
El estudiante debe haber **preparado anteriormente los ejercicios** propuestos antes de llegar al espacio de atención. En ese sentido, el Asistente Graduado no podrá resolver las dudas a un (a) estudiante que no demuestre conocimiento o que no haya trabajado en el ejercicio.
Horarios adicionales en las semanas 8 y 12: Miércoles de 12:30 p.m. a 2:00 p.m., jueves de 12:30 p.m. a 2:00 p.m. y viernes de 8:00 a.m. a 9:30 a.m.

HORARIOS DE ATENCIÓN UNIFICADOS Y MAGISTRALES

	HOLIDAY	TUESDAY	WEDNESDAY	THURSDAY	FRIDAY
08:00 AM					
09:00 AM			Asst. Grad		
10:00 AM			FBI		
11:00 AM					
12:00 PM					
01:00 PM					
02:00 PM					
03:00 PM					
04:00 PM					
05:00 PM					
06:00 PM	Monitor	Monitor	Monitor	Profesor	Monitor
07:00 PM					
08:00 PM					

Unificados (grises)
Magistrales (marrones)

REGLAS DEL CURSO



Aprobación del Curso
Para aprobar la materia la nota final acumulada del curso debe ser igual o superior a 3.00. La nota final se aproximarán con dos cifras decimales.

Periodo Académico
El periodo académico comienza el 09 de agosto y finaliza el 11 de diciembre de 2021, última día de exámenes finales.

Reclamos
ART. 64 RGEPr: Todo estudiante que desee formular un reclamo sobre las calificaciones de cualquier evaluación o sobre la nota definitiva del curso deberá dirigirlo por escrito y debidamente sustentado al profesor responsable de la materia, dentro de los cuatro (4) días hábiles siguientes a aquél en que se dan a conocer las calificaciones en cuestión.

¿Qué decisiones debe tomar la gerencia para lograr su función objetivo?



De manera sencilla, el objetivo final de las decisiones empresariales será producir bienes y servicios que, en últimas, **generen valor a los accionistas** (reflejado en utilidades).

La creación de valor, de manera agregada, impactará en el crecimiento económico nacional.

💡 Las empresas son unidades productivas que buscan **generar valor para los accionistas al invertir en **proyectos reales**. La responsabilidad de dicha generación de valor está a cargo de la gerencia.**

¿Qué es un proyecto de inversión real?



Invertir recursos económicos (monetarios) el día de hoy, para que en un periodo posterior (Δt), el proyecto retorne una serie de flujos monetarios positivos que permitan generar valor.

- Horizonte temporal: Duración del proyecto de inversión
- Inversión inicial: Los recursos iniciales que se deben invertir en capital de trabajo y en activos, para ejecutar el proyecto.
- Flujos de caja: El flujo esperado que se genera una vez el proyecto esté en ejecución.
- Valor terminal: La estimación de cuánto se podrá recibir en el último periodo del proyecto si este se liquida.

Costo de Oportunidad y Valor del Dinero en el Tiempo (VDT)

Costo de Oportunidad

Al momento de **tomar decisiones**, siempre es necesario **escoger** una cosa **sobre la otra**. El **valor** de aquello a lo que se **renuncia** se denomina **coste de oportunidad**, y se da debido al **factor de escases** que poseen los **recursos** (como el dinero y el tiempo). Este es un factor muy importante debido a que ayudará a tener una **visión más completa** de una **decisión** que se quiere tomar.

Por ejemplo, al entrar a la universidad, además de considerar los costes de matrícula, alojamiento o los libros, también hay que tener en cuenta el salario que no se está ganando al decidir estudiar en lugar de trabajar. Este es el coste de oportunidad en este caso.

Valor del Dinero en el Tiempo

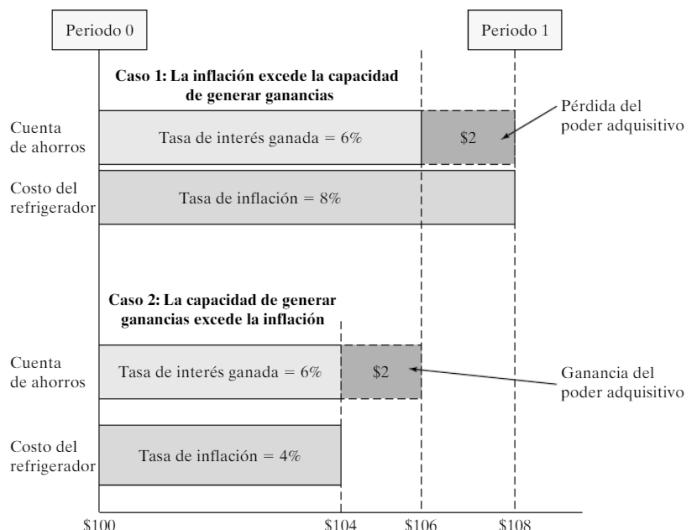
Cuanto **más pronto** se **reciba** una suma de **dinero**, **más valor tendrá**, ya que el dinero puede **ganar intereses con el tiempo y acrecentarse**.

- **Definición:** **interés**. Es el **costo de tener dinero disponible para su uso**.

El **costo del dinero** se determina mediante la **tasa de interés**, es decir, un **porcentaje** que se **aplica** y se **suma periódicamente** a una **cantidad de dinero** por un **período determinado**.

Ejemplo útil:

- Si lo compra ahora, terminará sin dinero. Pero si invierte su dinero con un interés anual del 6%, en un año podrá comprar el refrigerador y le sobrarán \$6. Desde luego, necesita preguntarse si la ganancia financiera de \$6 compensa el inconveniente de no tener el refrigerador durante un año.
- Si el precio del refrigerador aumenta a una tasa anual del 8% a causa de la inflación, no tendrá suficiente dinero (le harán falta \$2) para comprar el refrigerador dentro de un año (caso 1 de la figura 2.1). En tal caso, probablemente le convenga comprar el refrigerador ahora. Si la tasa de inflación es sólo del 4%, entonces le sobrarán \$2 si compra el refrigerador dentro de un año (caso 2 de la figura 2.1).



En general, la **tasa** a la cual se **gana intereses** debe ser **suficientemente más grande** que la **tasa de inflación anticipada** para que una compra a futuro tenga sentido. Todo esto se debe a que el **dinero** es un **recurso finito**. Por ello, es necesario comprender que existe una relación entre la **capacidad de generar ganancias** y el **poder adquisitivo** con el **concepto de tiempo**; el dinero que se **recibe en el momento** tiene **más valor** que el que se **recibe después**.

El **principio del valor de dinero en el tiempo** se traduce a que el **valor económico de una suma depende de cuándo se reciba**.

La forma mediante la cual funciona el **interés** demuestra que el dinero tiene **valor en el tiempo**; las tasas de interés, ajustadas a la inflación, **suben y bajan para equilibrar la cantidad ahorrada y la cantidad solicitada en préstamo**.

Cuando hay que decidir entre propuestas alternativas, hay que tomar en cuenta la **función del interés** y el **valor del dinero con el paso del tiempo** para hacer **comparaciones adecuadas**.

Reflexión – Relación entre Costo de Oportunidad y Valor del Dinero en el Tiempo:

Estos dos conceptos se podrían relacionar con el ejemplo del refrigerador. Si se tiene la capacidad de decidir entre comprar el refrigerador en el momento o invertir el dinero con un interés anual determinado, optar por comprarlo en el momento tendría un coste de oportunidad asociado: los intereses que no se ganaron por no haber realizado la inversión.

Dudas:

- ¿Qué exactamente es el **poder adquisitivo**?
- ¿Por qué se afirma con tanta certeza que el **dinero que se recibe ahora es más valioso que el que se recibe después**? ¿No hay ejemplos en los que suceda lo contrario?
- En el **ejemplo del refrigerador**, en el caso de decidir realizar la inversión con una tasa anual, pero sin tener en cuenta que su precio aumenta debido a la inflación, ¿el **dinero que se perdió se puede considerar un coste de oportunidad**?

➤ Jueves 12 de agosto: Costo de Oportunidad

El costo de oportunidad **no solo hace referencia al dinero**; en general, este considera todos los **recursos limitados** (como el tiempo). Hay dos definiciones; la primera es la siguiente:

- **Definición 1: costo de oportunidad.** Es el **beneficio** de la **mejor alternativa rechazada** y de la cual se pierde la oportunidad de obtener beneficios.

Por ejemplo, en el siguiente caso, el costo de oportunidad sería el ingreso mensual del bar, ya que es el mayor:

Ejemplo 1.2.

Usted puede escoger entre tres trabajos el próximo semestre.



- Trabajar en la papelería tiene un ingreso semestral de 6'000.000 COP.
- Trabajar en un bar le permitirá conseguir un ingreso mensual de 1'300.000 COP.
- Dictar clases de matemáticas que proporcionan un ingreso mensual de 1'250.000

¿Cuál es el costo de oportunidad de trabajar en la papelería?

Al analizar costos de oportunidad de varias alternativas, todos los casos **deben ser comparables**. En el ejemplo anterior, todos los ingresos deben ser mensuales o semestrales, pero no pueden estar mezclados.

Toda decisión que se tome estará ligado a un **costo de oportunidad**.

➤ Martes 17 de agosto: Costo de oportunidad según el agente económico

El costo de oportunidad se puede definir también relacionándolo con el concepto de valor del dinero en el tiempo.

- **Definición: costo de oportunidad.** Es el elemento fundamental del concepto de pérdida del valor del dinero en el tiempo (VDT).

Este va a depender del agente, ya que una persona que ahorra no va a tener el mismo costo de oportunidad que un inversionista, por ejemplo.

❖ Agente Consumidor

Todos los agentes son consumidores por definición ya que todos deben satisfacer unas necesidades básicas mediante bienes y servicios. Las decisiones de consumo pueden ser inmediatas o en el futuro.

Consumidor

Todos los agentes son consumidores por definición.



Todo agente racional consume bienes y servicios pues proporcionan satisfacción al consumirse. ¿Quién no desea satisfacción del consumo?

Las decisiones de consumo pueden ser inmediatas ($t = 0$) o en el futuro ($t > 0$).



Los bienes de consumo se “agotan” en el proceso mismo del consumo. Es decir, un bien no se consume infinitamente.



El dinero es el factor que determina la decisión por la que se va a optar.

- **Definición: capacidad de consumo.** Es la riqueza del consumidor, la cual dependerá del nivel y cambio en los precios y su nivel de ingresos.

Consumidor

Entonces, ¿Qué define la capacidad de consumo de los agentes?



2

Nivel de ingresos de un individuo



La riqueza de un consumidor no es más que su capacidad de consumo.

Como el dinero pierde valor con el paso del tiempo, si un consumidor opta por realizar una compra mañana en lugar de hoy, este debe esperar que en el futuro disponga de la misma cantidad. Por ende, si este realiza un préstamo de su dinero, deberá esperar recibir un valor mayor a lo que prestó debido a la pérdida del VDT.

COSTO DE OPORTUNIDAD SEGÚN UN CONSUMIDOR

Consumidor

Usted en lugar de comprarse un carro, decide prestar 100 millones COP hoy.
¿Cuánto espera recibir en un año?

¿Qué se prefiere, consumir hoy? ¿Consumir mañana?

Un consumidor esperará poder consumir mañana al menos lo mismo que consume hoy.

¿Cuál es el costo de oportunidad del consumidor?

¡La inflación!

Al pedir un préstamo, se tiene que pedir una rentabilidad que sea mayor o igual a la inflación, ya que el precio del valor de las cosas aumenta con el tiempo. Esto implica entonces que el costo de oportunidad de un consumidor es el valor de la inflación, ya que esta es la cantidad de dinero que está perdiendo debido al préstamo.

❖ Agente Ahorrador

El ahorrador lo que quiere es consumir el día de mañana más que lo que puede consumir hoy; es decir, aumentar el consumo a futuro. Por ende, ahorrar es prestar dinero hoy a cambio de un interés.

Ahorrador

¿Por qué alguien ahorra dinero?

Es una decisión racional, en la que el agente sacrifica el consumo presente en aras de **aumentar** el consumo futuro.

¿Cuándo pone la plata debajo del colchón, está ahorrando?

El costo de oportunidad de un ahorrador es la tasa de captación ofrecida en el mercado financiero, o DTF (Depósito a Término Fijo). El ahora se logra más que todo al adquirir activos financieros como:

- 1- CDT.
- 2- Bonos gubernamentales.

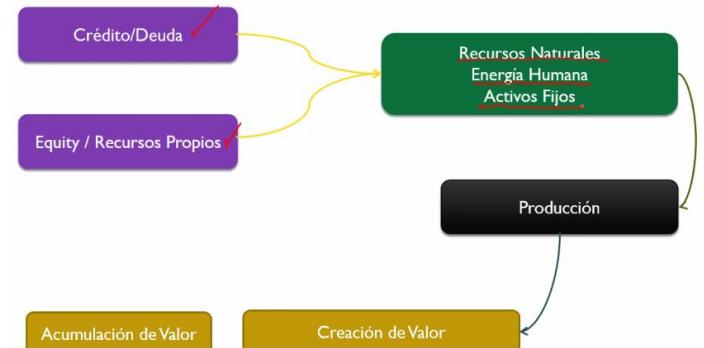
Ambas entidades pagan lo que se prestó más la tasa de interés. Dicha debe ser mayor a la inflación debido a que el ahorrador quiere tener más dinero.

R > Inflación (Δ IPC)

❖ Agente Inversionista

- **Definición: inversionista.** Individuo cuya racionalidad es captar recursos financieros y colocarlos a producir en proyectos reales (es decir, invertir), con el fin de obtener una rentabilidad que permita la creación y acumulación de valor. Esto mediante dos formas:
 - 1- Deuda: crédito bancario, *leasing*, bonos gubernamentales o corporativos.
 - 2- Recursos propios de la compañía.

El inversionista pone a producir la plata, mientras que el ahorrador solo logra obtener dinero extra mediante interés. Por otro lado, a diferencia del consumidor, el inversionista compra factores o bienes productivos.



Su costo de oportunidad es el costo de obtener los recursos económicos para financiar sus inversiones. Ejemplo, si el inversionista pide a un banco un crédito de 10,52% EA, dicha tasa sería el costo de oportunidad. Hay que tener en cuenta que este es un aproximado, ya que hay más factores a veces (comisiones, seguros de vida, etc.). A este se le llamada WACC (Weighted Average Cost of Capital), o el Costo Promedio Ponderado de Capital.

A mayor riesgo, mayor rentabilidad.

Primer apellido inicia con...	Búsqueda	Costo de Oportunidad
<u>A - B</u>	Tasa de Inflación anual a julio de 2021	3,97% → Consumidor.
<u>C - E</u>	Tasa CDT Bancolombia Tasa Fija (E.A.) a 360 días si el Monto de Inversión está entre \$1.000.000 y \$9.999.999 (Al vencimiento)	3,50% X
<u>F - H</u>	Tasa CDT Bancolombia Tasa Fija (E.A.) a 360 días si el Monto de Inversión está entre \$10.000.000 y \$49.999.999 (Al vencimiento)	4,30% ↑ Riesgo-Rentabilidad ↑
<u>I - N</u>	Tasa CDT Bancolombia Tasa Fija (E.A.) a 360 días si el Monto de Inversión está entre \$50.000.000 y \$199.999.999 (Al vencimiento)	4,55%
<u>O - Q</u>	Tasa CDT Bancolombia Tasa Fija (E.A.) a 360 días si el Monto de Inversión está entre \$200.000.000 y \$499.999.999 (Al vencimiento)	4,60% ↓ Ahorrador
<u>R - S</u>	Tasa CDT Bancolombia Tasa Fija (E.A.) a 360 días si el Monto de Inversión está entre \$500.000.000 / \$5.000.000.000 (Al vencimiento)	4,75%
<u>T - Z</u>	Tasa de un Crédito de Libre Inversión con Bancolombia (E.A.)	7,99% - 25,86% → Inversión Ha.

EN RESUMEN



Dada la existencia del VDT, los agentes racionales exigirán una compensación por renunciar al uso del dinero hoy y aplazar su uso para el futuro.

El costo de oportunidad es el “costo” de renunciar o no disponer de los recursos hoy frente a disponer y/o recibirllos en el futuro.

El VDT está estrechamente ligado con el concepto de rendimiento/interés.

➤ Jueves 19 de agosto: Concepto de Interés I

El **interés** está muy **ligado** al concepto de **costo de oportunidad** debido a que el **valor** de este último para **todos los agentes** será siempre el **interés**. Además, este es el **común denominador** de la **rentabilidad**, el **costo de capital** y el **VDT**.

El interés se puede calcular de dos formas:

- 1- En **términos de absolutos (monetarios)**, el cual hará referencia al **costo de oportunidad**:

$$\text{Interés} = \text{Cantidad Final} - \text{Cantidad Inicial}$$

- 2- En **términos relativos (de manera porcentual)**:

$$\text{Tasa de Interés} = \frac{\text{Cantidad Final Acumulada} - \text{Inversión Inicial}}{\text{Inversión Inicial}} = \frac{\text{Cantidad Final Acumulada}}{\text{Inversión Inicial}} - 1$$

- **Importante:** el **costo no es siempre salida de efectivo**.

Tasa de Interés

Se puede definir de tres formas:

- 1- El **cambio porcentual** del valor de una **suma de dinero en el tiempo**.
- 2- El **pago** que se hace a cambio de **usar recursos que provienen de diferentes fuentes de financiación** (deuda y *Equity*).
- 3- **Costo de oportunidad** en el que incurre un **agente económico** por **ceder sus recursos de capital o por no disponer de ellos**.

Tipos de Tasa de Interés

❖ Interés Simple vs Compuesto

Simple:

- 1- Se **aplica** únicamente sobre el **capital inicial**.
- 2- Esto implica que, en este caso, no **existirán intereses sobre intereses**.
- 3- Se calcula como una **proporción lineal** del **monto inicial (P)**, la **tasa de interés (i)** y el **número de períodos (n)**.

Este tiene dos ecuaciones:

$$\text{Interés por Período} = P * i$$

$$\text{Interés Total} = P * i * n$$

Al momento de **resolver un problema**, hay que **determinar** los siguientes elementos:

- 1- Hay que definir la **temporalidad del proyecto de inversión**.
- 2- Hay que **especificar el monto inicial**.

3- Calcular **interés por período**.

4- Determinar **valor terminal**.

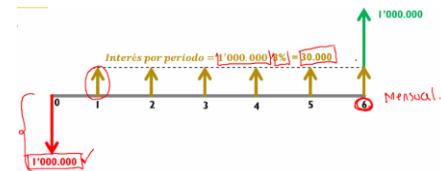
Los problemas de interés pueden **representarse gráficamente**.

Ejemplo

Ejemplo I.1.

Un ahorrador invierte 1'000.000 COP en un CDT. A cambio de dichos recursos, la entidad financiera le reconoce un 3% mensual de interés **simple**. El pago del CDT se realizará al cabo de 6 meses en un solo pago (inversión más intereses).

¿Cuánto recibe el ahorrador por concepto de interés?



Las **flechas representan los valores del interés**: las **naranjas** representan el **valor del interés de cada período**, mientras que la **verde** representa el **valor del interés total/final**.

El problema con este interés es que **no contempla** el concepto de “**interés sobre el interés**”; debido a que el monto de dinero final no se dará al individuo hasta que **termine el horizonte temporal**, el **interés mensual** obtenido no se invierte, es decir, **pierde capacidad adquisitiva**.

Compuesto:

La **tasa impositiva** se aplica sobre el **capital inicial** y sobre los **intereses reinvertidos o ganados en cada período**; es decir, este **sí contempla** el concepto de “**interés sobre interés**”. Este se **calcula sobre la base resultante** (es decir, el **saldo**) del **período anterior**, por lo que el **interés acumulado crece exponencialmente**.

En otras palabras, el saldo que se va a tener en cada período equivaldrá al **saldo del período anterior** más **el interés que se genere sobre este** (en el **período 1**, el saldo será el **monto inicial** más el **interés que se genere sobre este**).

Hay tres ecuaciones:

$$\text{Saldo del Período } n = P(1 + i)^n$$

$$\text{Interés Generado en el Período } n = P(1 + i)^{n-1} * (i)$$

$$\text{Interés Total Generado} = P(1 + i)^n - P$$

La **primera** permite calcular el **saldo** que se tiene en el **período n** , es decir, el **monto inicial** más todo el **interés que se ha ganado hasta el período n** . Por otro lado, la **segunda** permite calcular el **valor del interés generado en el período n** . Finalmente, la **tercera** ecuación permite calcular el **valor del interés total**, es decir, el **monto de dinero que se ganará/pagará al final**.

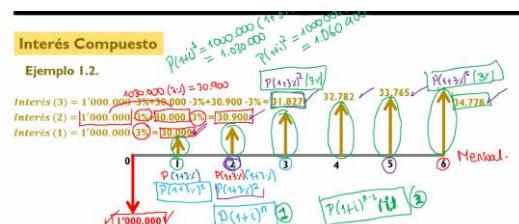
Ejemplo:

Interés Compuesto

Ejemplo I.2.

Un ahorrador invierte 1'000.000 COP en un CDT. A cambio de dichos recursos, la entidad financiera le reconoce un 3% mensual de interés **compuesto**. El pago del CDT se realizará al cabo de 6 meses en un solo pago (inversión más intereses).

¿Cuánto recibe el ahorrador por concepto de interés?



En general, el interés **compuesto** generara **mayor ganancia** que el **simple**. Aun así, esto sucederá solo si los siguientes **elementos** permanecen **constantes** en **todos los períodos**:

- 1- Monto inicial.
- 2- Plazo.
- 3- Tasa de interés.

Ejemplo 1.3.



Usted invierte COP 30'000.000 en un CDT. A cambio de dicho ahorro, el banco le reconoce una tasa de interés del 5% anual, por un plazo de 3 años.

¿Cuánto sería su rentabilidad total al finalizar el año 3 si la tasa de interés es simple? ¿si es compuesta?

$$\text{Si la tasa de interés es simple: } P(1)(n) = 30(1.05)^3 = 4.5$$

$$\text{Si la tasa de interés es compuesta: } P(1+i)^n = 30(1.05)^3 - 30 = 4.7$$

❖ Interés Nominal vs Efectivo

Nominal

Es aquel interés que se **componer de cuatro partes**: (1)(2)/(3)(4):

- (1) La expresión “**nominal**”.
- (2) *Período de referencia*: puede ser **nominal anual, semestral, trimestral, bimestral, mensual y diario**.
- (3) *Período de capitalización*: indica **cada cuánto se pagará**, y **también** puede ser anual, semestral, trimestral, bimestral, mensual y diario.
- (4) *Forma de pago*: **vencido o anticipado** (A o V respectivamente).

Ejemplo (tasa de 10 % nominal/anual/bimestral/vencido):

10% NA/BV.

- **Importante:** el **período de referencia** es diferente al **horizonte temporal**.

Ejemplos:

Ejemplo 2.1.

Si tenemos una tasa nominal así: 12% NA/SV

1. **Periodo de referencia:** Año (Nominal Anual).
2. **Periodo de capitalización:** Semestral; es decir 2 veces al año.
3. **Forma de pago:** Vencida

Ejemplo 2.2.

Si tenemos una tasa nominal así: 12% NS/TA

1. **Periodo de referencia:** Semestre (Nominal Semestral).
2. **Periodo de capitalización:** Trimestral; es decir 2 veces al semestre.
3. **Forma de pago:** Anticipada

Este tiene tres **problemas**:

- 1- **No captura directamente el VDT**; hay que hacer una **conversión** para ver cuánto se va a pagar/cobrar al final.
- 2- Es **multiplicativa**, ya que se comporta como una **función lineal**. Lo que se **desea** siempre es un **comportamiento exponencial**.

3- **No permite la comparación directa** de operaciones financieras (hay que hacer una conversión).

Esta es muy usada por el cuestiones de **marketing**, ya que hace ver una tasa más barata de lo que **realmente es**. Esto se debe a que el interés nominal refleja las condiciones de paga mas no el dinero que se va a recibir o se debe pagar. Por ende, hay que **pasarla a tasa efectiva**.

Efectivo

Esta sí **refleja la rentabilidad real** de una inversión. Tiene cuatro características:

- 1- **Captura directamente el VDT** (se sabe cuánto se va a pagar o recibir).
- 2- Supone **reinversión de intereses**.
- 3- Permite **comparación directa**.
- 4- Es una **función polinómica**.

Ejemplo:

Se van a invertir 100 COP para que estos generen 24% NA/MV durante un año.

Esto significa que cada mes se obtendrá un interés del 2% mensual.

Aquí, la **tasa impositiva** se debe calcular con los **períodos de referencia y de capitalización**; como será un 24% anualmente, y se pagará mensualmente, la tasa es de 2% mensual:

$$i = \frac{24\%}{12} = \frac{0,24}{12} = \frac{24}{100} = \frac{0,02}{12} = 0,02 = 2\%$$

Dado este interés, es posible calcular los **mismos valores** que con el **interés compuesto**, y se pueden usar las **mismas ecuaciones**.



Aun así, esto es **poco eficiente**. Una forma más sencilla de convertir un interés nominal a una efectivo sigue los siguientes pasos:

- 1- *Quitar el nominal*: se debe determinar la **cantidad de veces que habrá que pagar o se recibirá dinero**. Esto se hace **respondiendo** la pregunta **¿cuántas veces cabe la temporalidad del denominador en la del numerador?**

PASO 1: "Quitarle el nominal"

Suponga la siguiente tasa de interés:

28% NA/TV → Denominador
↓
Numerador

Para nuestro ejemplo, fácilmente podemos establecer que hay 4 trimestres en un año.

Así la tasa efectiva será: 28% NA/TV → {Cuántos trimestres hay en un año?} → (28%/4) NA/TV → 7% TV

2- *Cambiar la temporalidad* (en caso de ser necesario):

PASO 2: "Cambiar la temporalidad" (En caso de que se requiera) → ¿Cuántas veces cabe la menor en la mayor?

Con esta fórmula seremos capaces de pasar una tasa efectiva de cualquier periodo de capitalización a otro.

$$(1 + i_T) = (1 + i_t)^n$$

Tasa Mayor Temporalidad Tasa Menor Temporalidad

! ¡Sólo podemos poner tasas efectivas o vencidas!

$$6\% \text{ ET} \rightarrow i_{EA} ? \quad (1 + i_{EA}) = (1 + 6\%)^4 \rightarrow i_{EA} = 26,25\%$$
$$i_{ES} ? \quad (1 + i_{ES}) = (1 + 6\%)^2 \rightarrow i_{ES} = 12,36\%$$
$$i_{EM} ? \quad (1 + 6\%) = (1 + i_{EM})^3 \rightarrow i_{EM} = 1,96\%$$

31

Dudas

- 1- ¿Qué es exactamente un CDT?
- 2- Entender bien diferencias entre horizonte temporal y período de referencia.
- 3- Entender paso de cambiar temporalidad.

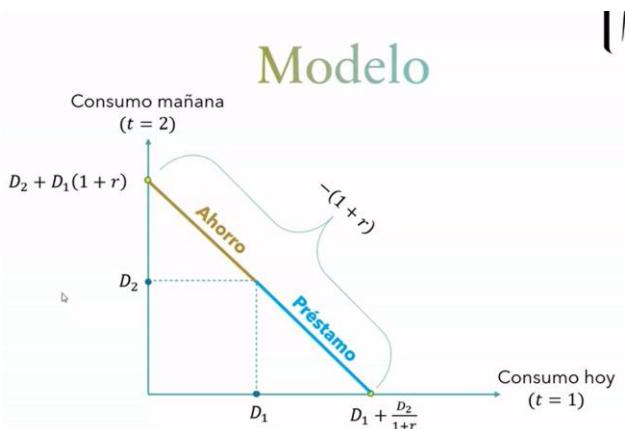
Video: Modelo de Consumo Intertemporal

Supuestos

- 1- Solo existen dos **períodos de tiempo**: t_1 , que hace referencia al consumo del individuo el **día de hoy**, y t_2 el **día de mañana**.
- 2- Los **ingresos** por cada período D_t ya son **conocidos**.
- 3- El individuo puede **prestar o pedir prestado** a una **tasa de interés conocida r** .
- 4- El individuo puede tomar las siguientes decisiones: **consumir hoy o mañana, ahorrar o pedir prestado**.

Si el individuo decide **consumir hoy los ingresos de hoy y de mañana**, este dispondrá de la suma de dinero equivalente a $D_1 + \frac{D_2}{1+r}$. Por otro lado, si el individuo decide **no consumir el dinero de D_1 sino invertirlo** durante este mismo período (t_1) para **recibir su rentabilidad en t_2** , la suma que dinero que recibirá será $D_2 + D_1(1 + r)$. Ambas ecuaciones se dan debido al VDT.

Representación Gráfica



La recta representa **todas las posibilidades de consumo** que tiene el individuo. La **región** que se encuentra a la **derecha** de la recta $-(1 + r)$ es **infactible**, ya que representa una **suma de dinero** que el individuo **no podría poseer** ni ahorrando ni pidiendo un préstamo con el dinero que dispone tanto hoy como mañana.

Por otro lado, la región que se encuentra a la **izquierda**, pese a ser factible, **no es racional**, ya que no permite al individuo **maximizar sus ingresos**.

Esta gráfica tiene **dos puntos extremos**:

- $D_1 + \frac{D_2}{1+r}$ representa la situación en la que el individuo pide un préstamo referente a la suma dinero que obtendrá mañana reducido por el VDT.
- $D_2 + D_1(1 + r)$ representa la situación en la que el individuo decide no gastar nada el día de hoy para invertir todo ese dinero y recibirla en el futuro más el interés.

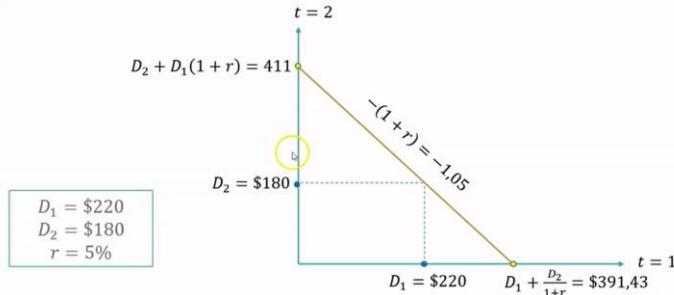
Por otra parte, la recta está **dividida en dos**, y el **punto de división** es la coordenada (D_1, D_2):

- La parte **izquierda** representa un **ahorro**, ya que se está **sacrificando una parte del D_1** (es decir, no se está consumiendo) para **invertirla**.
- La parte **derecha** representa un **préstamo**, ya que se está **sacrificando una parte del D_2** para **pedir un préstamo** (referente a dicha cantidad) para que se pueda **consumir más el día de hoy**.

Ejemplo:

Ejercicio

UJUlos

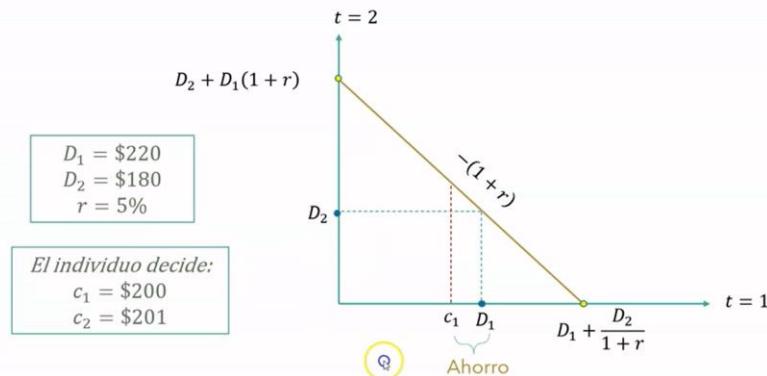


❖ Agente Ahorrador

Se puede definir una nueva variable c_t , la cual permitirá representar el **consumo** que hará el individuo **en cada período**. Esta hará posible modelar el caso del **ahorrador**, cuyo consumo en el período actual (c_1) será **menor** que el dinero que tiene disponible actualmente (D_1). Es decir, este **sacrifica su consumo actual para poder consumir más en el futuro**.

Caso: Ahorro

UJUlo



El dinero que este **ganará** dependerá del **ahorro** que realice ($D_1 - c_1$):

Caso: Ahorro

UJUlos Ande

Color

- $c_1 < D_1 \rightarrow \text{Caso Ahorrador}$
- Sacrifica su consumo hoy para poder consumir más mañana.
- Ahorro hoy: $D_1 - c_1 = \$20$
- Consumo mañana: $c_2 = D_2 + (D_1 - c_1)(1 + r) = 201$

Dudas

1- ¿Se podría determinar el punto en la recta que genere el mayor beneficio (monetario o no)?

➤ Martes 24 de agosto: Concepto de Interés II

❖ ¿Cómo pasar de tasas nominales a efectivas?

Pasos:

- 1- *Quitar el nominal*: se debe responder a la pregunta ¿cuántas veces cabe la temporalidad del denominador en la temporalidad del numerador? O, en otras palabras, **¿cuántas veces cabe el período de capitalización en el período de referencia?** Ejemplo:

$$28\% \left(\frac{NA}{TV} \right) = \frac{28\%}{4\%} = 7\% TV$$

Esto hace que **solo quede el denominador** (en este caso, TV). Ahora, hay que **determinar si la temporalidad de la tasa resultante es la adecuada**, y si no lo es, ir al paso 2.

- 2- *[Opcional] Cambiar temporalidad*: se hace mediante la siguiente ecuación:

$$(1 + i_T) = (1 + i_t)^n$$

i_T es la tasa con **mayor período de capitalización**, i_t es **la otra tasa** y n es **la cantidad de veces que hay que multiplicar a i_t para que sea igual a i_T** . Por ejemplo, para pasar una tasa de 6% SV a TV:

$$(1 + 6\%) = (1 + TV)^2$$

La que se quiere calcular se debe dejar **expresada**, ya que luego se podrá **despejar** para determinar su valor.

- **Importante:** este paso **solo se puede aplicar** cuando se tengan **tasas efectivas o vencidas** debido a que dichas **no son equivalentes** a las tasas **anticipadas y nominales**; hay que **convertirlas** antes de poder emplear dicha ecuación.
- **Importante:** es de esperarse que, entre **más periodos de capitalización** haya, **la tasa de interés resultante será más grande**. Por ejemplo, una tasa con un período de capitalización por días será mayor que una por semestres:



“Más períodos de capitalización” hace referencia a que la capitalización se haga **más seguido** (ejemplo, cada día en lugar de cada mes).

Interés Vencido vs Anticipado

❖ Interés Vencido

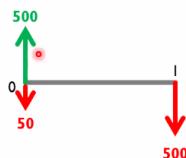
Es aquel interés que se realiza al final de cada período de capitalización. Es muy usada en el mercado. La representación gráfica es la siguiente:



Por ejemplo, si se solicita un préstamo de 500 \$COP con una tasa de 10% AV, entonces el interés resultante deberá pagarse **al final de cada año**.

❖ Interés Anticipado

Aquel interés que **se paga cuando inicia el período de capitalización**:



Por ejemplo, si se solicita un préstamo de 500 \$COP con una tasa de 10% AA, entonces el interés resultante deberá pagarse cuando inicie el período de capitalización. Esto implica que, en caso pedir un préstamo, en el período 0 el banco no entrega 500 pesos sino 450, ya que se **descuenta la tasa impositiva al principio**.

❖ Conversión

Para realizar conversión entre estos dos tipos de intereses, se deben aplicar las siguientes ecuaciones:

¿Cómo se pasa de una tasa anticipada a una tasa vencida?

$$i_v = \frac{i_a}{1 - i_a}$$

¿Cómo se pasa de una tasa vencida a una tasa anticipada?

$$i_a = \frac{i_v}{1 + i_v} = \frac{10\%}{1 + 10\%} \approx 11,11\% \text{ AA}$$

Al aplicar estas ecuaciones, la **tasa resultante tendrá la misma temporalidad que las tasa original**; solo cambiará de vencido a anticipado o viceversa.

- **Importante:** siempre hacer estos cálculos con **todos los decimales**, y solo se debe **aproximar** cuando se haya **finalizado** el procedimiento.

Para pasar de una tasa **vencida a una efectiva**, hay que seguir estos pasos:

- 1- Quitar **nominal**.
- 2- Cambiar la **temporalidad**.

Por otro lado, para pasar de una **anticipada** a una **efectiva**, hay que añadir un paso extra a este procedimiento:

- 1- Quitar **nominal**.
- 2- Pasar de **anticipado a vencido**.
- 3- Cambiar **temporalidad**.

Esto se debe a que, como se mencionó antes, la **ecuación de cambio de temporalidad solo se puede aplicar con intereses efectivo y vencidos**.

Ejemplos:

3. ¿Qué tasa es más alta, vencida o anticipada?

Ejemplo 1.3.

Usted tiene una tasa de 32% NA/TV. ¿Cuál es la tasa efectiva anual?

$$i_e = \left(1 + \frac{32\%}{4}\right)^4 - 1 = 36,05\%$$

Usted tiene una tasa de 32% NA/TA. ¿Cuál es la tasa efectiva anual?

$$\begin{aligned} i_{TA} &= \frac{32\%}{4} = 8\% \rightarrow i_{TV} = \frac{8\%}{1 - 8\%} = 8,7\% \\ &\downarrow \\ i_e &= (1 + 8,7\%)^4 - 1 = 39,6\% \end{aligned}$$

❖ Comparación

En resumen:

1. Toda tasa vencida es una tasa efectiva.
2. Ninguna tasa anticipada es efectiva.
3. Una tasa anticipada es más costosa (rentable) que una tasa vencida.

Interés Nominal/Corriente vs Real/Constante

❖ Nominal/Corriente

Este interés nominal es en **términos económicos**, y está **relacionado a la inflación**. A diferencia del nominal financiero, la nominal económica **no cuenta con períodos de referencia, capitalización o con la forma de pago**.

Estas son las que **se ven en el mercado** debido a que **incluyen la inflación** para poder **subsanar el costo de oportunidad del consumidor**. Aun así, y debido a esta misma razón, la tasa nominal/corriente **no representa la variación real**.

❖ Constante/Real

Esta tasa **no tiene incorporada la inflación**, Por ende, no es la que se ve en el mercado. Se llama así debido a que esta **determina el crecimiento o decrecimiento real de un valor**.

❖ Ejemplo Práctico para la Comprensión

Año	Salario mínimo	Variación Salario	Variación IPC	Variación Real
1997	172.005			
1998	203.825	18,50%	16,70%	1,54%
1999	236.438	16,00%	9,23%	6,20%
2000	260.100	10,01%	8,75%	1,16%
2001	286.000	9,96%	7,65%	2,14%
2002	309.000	8,04%	6,99%	0,98%
2003	332.000	7,44%	6,49%	0,90%
2004	358.000	7,83%	5,50%	2,21%
2005	381.500	6,56%	4,85%	1,63%
2006	408.000	6,95%	4,48%	2,36%
2007	433.700	6,30%	5,69%	0,58%
2008	461.500	6,41%	7,67%	-1,17%
2009	496.900	7,67%	2,00%	5,56%
2010	515.000	3,64%	3,17%	0,46%
2011	535.600	4,00%	3,73%	0,26%
2012	566.700	5,81%	2,44%	3,29%

Esta tabla presenta la variación del salario mínimo en Colombia durante los años. La columna **Variación Salario** hace referencia al **interés corriente/nominal**, y se calcula mediante la **ecuación de variación relativa**.

❖ Conversión

Se debe aplicar la siguiente ecuación:

$$1 + i_{nominal(corrente)} = (1 + i_{real(constante)})(1 + i_{inflación})$$

Hay que tener en cuenta que la **temporalidad** de estos intereses **no siempre es anual**. Por ende, al hacer un conversión, es necesario que la **inflación** tenga la **misma temporalidad** que las **tasas reales/constantes y corrientes/nominales**.

Interés Discreto vs Continuo

❖ Discreto

Su característica principal es que la **capitalización** de intereses se da en **intervalos de tiempo específicos**. Estos son los que se estudian en el curso:

20% NA/AV	→	1	Capitalización por año	→	n=1
20% NA/SV	→	2	Capitalizaciones por año	→	n=2
20% NA/TV	→	4	Capitalizaciones por año	→	n=4
20% NA/MV	→	12	Capitalizaciones por año	→	n=12
20% NA/DV	→	365	Capitalizaciones por año	→	n=365

❖ Continuo

Su característica principal es que **se capitaliza infinitas veces durante el período de referencia**. Como el **período de capitalización es menor**, entonces la tasa efectiva será **mayor**. Este no se ve en proyectos de

inversión real; en cambio, es más usual verla en **mercado de capitales** (bolsas, acciones, etc.). No se usará en el curso.

- El cobro de un interés continuo en la práctica no es usual. Es muy utilizado en la teoría, ya que permite simplificar las expresiones matemáticas y los resultados que de ellas se derivan.
- Se utiliza en cursos de valoración de instrumentos financieros (Gerencia Financiera del Riesgo, Mercados Derivados)

❖ Conversión

Se usa una ecuación similar a la del cambio de temporalidades de tasas efectivas y vencidas:

$$i_{ea} = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1$$

$$i_{ea} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1 \right]$$

$$i_{ea} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{\frac{n}{r} * r} - 1 \right]$$

$$i_{ea} = e^r - 1$$

Aquí, i_{ea} hace referencia a la tasa **discreta**, y r a la tasa **continua**. Ejemplos:

$$\begin{aligned} 10\% \text{ EA} &\Rightarrow \text{anual continua} \\ 10\% &= e^{ac} - 1 \\ \ln(1+10\%) &= \ln(e^{ac}) \\ ac &= \ln(1+10\%) \end{aligned}$$

2% mensual continua $\rightarrow EM = MV$

$$EM = e^{2\%} - 1$$

Solución Ejercicios de Repaso

❖ Ejercicio 1: Conversión Intereses Nominales

Enunciando:

Convertir 10% NA/SA a NA/AA

Solución:

Primero, es necesario deshacerse del nominal; como hay dos semestres un año, la tasa se debe dividir en dos:

$$\frac{10\%}{2} = 5\% SA$$

Como esta tasa no tiene una temporalidad anual, es necesario aplicar la ecuación de cambio de temporalidad. Aun así, hay que pasar la tasa de anticipada a una vencida antes:

$$i_v = \frac{i_a}{1 - i_a} = \frac{5\%}{95\%} = 5,26\% SV$$

Ahora sí es posible aplicar la ecuación:

$$(1 + AV) = (1 + 5,26\% SV)^2$$

Resolviendo:

$$AV = 110,80\% - 1$$

$$AV = 10,80\%$$

Finalmente, hay que convertir dicha tasa en una anticipada de nuevo:

$$i_a = \frac{i_v}{1 + i_v} = \frac{10,80\% AV}{110,80\% AV} = 9,75\% AA$$

Debido a que la tasa resultante ya se encuentra en la temporalidad requerida (anual), esta se puede transformar directamente a una tasa NA/AA:

$$9,75\% AA = 9,75\% NA/AA$$

En conclusión, una tasa de 10% NA/SA equivale a 9,75% NA/AA.

❖ Ejercicio 2: Conversión Intereses Económicos

Enunciando:

A continuación está el valor de la matrícula de una universidad y la inflación oficial del DANE. Calcule el crecimiento nominal y el crecimiento real de esta matrícula de la universidad para los años comprendidos en el periodo 2008 – 2012.

Precio		Inflación	Crecimiento	
Año	Precio	Var IPC	Crecimiento Nominal	Crecimiento Real
2007	8'165.000	5,69%	-	-
2008	8'820.000	7,67%		
2009	9'660.000	2,00%		
2010	10'095.000	3,17%		
2011	10'600.000	3,73%		
2012	11'240.000	2,44%		

Solución:

Como se quiere hallar el interés real, es necesario despejarlo de esta ecuación:

$$1 + i_{nominal(corrente)} = (1 + i_{real(constante)})(1 + i_{inflación})$$

$$\frac{1 + i_{nominal(corrente)}}{1 + i_{inflación}} - 1 = i_{real(constante)}$$

Con esta ecuación se puede completar la tabla:

Precio		Inflación	Crecimiento		
Año	Valor	Var IPC	Nominal/Corriente	Real/Constante	
2007	\$8.165.000	5,69%	N.A.		N.A.
2008	\$8.820.000	7,67%	8,02%		0,33%
2009	\$9.660.000	2,00%	9,52%		7,38%
2010	\$10.095.000	3,17%	4,50%		1,29%
2011	\$10.600.000	3,73%	5,00%		1,23%
2012	\$11.240.000	2,44%	6,04%		3,51%

❖ Ejercicio 3: Tabla de Intereses

Enunciando:

Efectivo Anual	NA/SV	NA/TV	Efectivo Mensual	NB/MV	NA/TA	Anual Continua
	10,50%					
		9,47%				
10,20%					7,00%	
			3,10%			
				1,94%		
						6,00%

Solución:

EA	NA/SV	NA/TV	EM	NB/MV	NA/TA	Anual Continua
10,78%	10,50%	10,37%	0,86%	1,71%	10,10%	10,23%
9,81%	9,58%	9,47%	0,78%	1,57%	9,25%	9,36%
10,20%	9,95%	9,83%	0,81%	1,63%	9,60%	9,71%
7,32%	7,19%	7,12%	0,59%	1,18%	7,00%	7,06%
44,25%	40,20%	38,37%	3,10%	6,20%	35,01%	36,64%
12,28%	11,93%	11,75%	0,97%	1,94%	11,42%	11,58%
6,18%	6,09%	6,05%	0,50%	1,00%	5,96%	6,00%

La tabla se solucionó por filas en orden descendente, y lo que se hizo fue calcular primero la tasa EA siempre (en caso de no tenerse), y luego esta se usó para calcular todas las demás tasas:

- En caso de tener una tasa efectiva, se usa la ecuación de temporalidad.
- En caso de querer una tasa nominal vencida: primero se usa la ecuación de temporalidad para pasarla la tasa EA a vencida, y luego se convierte en una nominal.
- En caso de tener una tasa nominal anticipada: primero se usa la ecuación de temporalidad para pasarla a tasa EA a vencida, luego se convierte esta tasa a una anticipada, y luego se pasa a nominal.
- En caso de querer continua, se debe pasar el EA a la temporalidad de la tasa continua y luego aplicar la ecuación que tiene el e .

Dudas

1- En términos financieros, ¿por qué la tasa anticipada es mayor que la vencida?

2- ¿Sí está bien esto?:

❖ *Continuo*

Su característica principal es que **se capitaliza infinitas veces durante el período de referencia**.

➤ Jueves 26 de agosto: Matemática Financiera I

Relacionar los conceptos de VDT, costo de oportunidad y concepto de interés permitirá crear ecuaciones más complejas que permitirán conocer el valor de un monto de dinero en diferentes momentos de tiempo.

Hay que recordar que **diferentes sumas de dinero en diferentes momentos de tiempo no son directamente comparables** debido al concepto de VDT. Para evaluar si un **proyecto de inversión** es **bueno o malo**, es necesario **traer todas las cifras de dinero a un mismo período de tiempo** para que se puedan **comparar**. Para esto se usa la matemática financiera.

Las **relaciones de equivalencia** (o la matemática financiera) permiten **manejar y comparar cantidades monetarias a lo largo del tiempo**. Para poder usarlas, hay que tener en cuenta tres **supuestos**:

- 1- Se supone **reinversión de interés**.
- 2- Se supone **interés vencido** (casi nunca se maneja interés anticipado).
- 3- La **tasa de interés permanece constante** durante el período de análisis. **Si no lo es**, hay que **fragmentar el proyecto de inversión tantas veces como tasas de interés diferentes haya**.

Valor Presente (VP) vs Valor Futuro (VF)

❖ Valor Futuro

Se quiere conocer **a cuánto equivaldrá una suma de dinero en un período futuro**. Se puede representar gráficamente:



Es decir, si se tiene un monto de dinero en p_0 , se quiere saber a cuánto equivaldrá en el período p_n . Hay que usar la siguiente ecuación:

$$V_f = f(V_p, i, n)$$

Esta tiene tres argumentos:

- V_p : suma de dinero monetaria que se quiere llevar al futuro.
- i : tasa de interés adecuada que permitirá pasar el monto de dinero del presente al futuro. Esta debe ser vencida o efectiva.
- n : dimensión de tiempo. Indica cuántos períodos hacia el futuro se quiere llevar el monto de dinero.

La ecuación es la siguiente:

$$V_f = V_p(1 + i)^n$$

Ejemplo 1:

Usted depositó 1'300.000 en una cuenta de ahorros que rinde 10% NA/SV
¿Cuánto tendrá a los 6 meses en su cuenta de ahorros?

Al solucionar problemas de este tipo, hay que seguir dos recomendaciones:

- 1- Hacer un dibujo.
- 2- Revisar que la tasa sea adecuada.



Se convierte la tasa a una de 5% SV, y como esta tiene la misma temporalidad que el horizonte temporal, no se debe modificar nuevamente:

$$\begin{aligned} i &= 10\% \text{ NA/SV} & i &= 5\% \text{ SV} \\ V_p &= 1.300 & (1 + i)^n &= (1 + 5\%)^4 \\ V_f &= 1.300 \cdot (1 + 5\%)^4 & & \\ V_f &= 1.365 & & \end{aligned}$$

En este caso, n equivale 1 debido a que la cantidad de períodos a futuro a los que se quiere llevar el monto de dinero es solo uno.

- **Importante:** n es el número de períodos que se quiere llevar hacia el futuro, y este **depende de la temporalidad del flujo de caja o la tasa de interés**. Por ello es recomendable **pasar la tasa de interés a la temporalidad que indica el horizonte temporal**.

Una alternativa pudo haber sido pasar la tasa de interés a MV, lo que implicaría que la ecuación quedaría así (el 1% fue una aproximación; no es el valor real):

$$1300(1+MV)^6$$

Ejemplo 2:

Usted se enfrenta a los siguientes flujos mensuales de efectivo. Si su costo de oportunidad es 12% NA/TV, ¿Cuál es el valor futuro (en el mes 6) de sus flujos de efectivo totales?



Como el horizonte temporal es mensual, es recomendable convertir la tasa a MV:

$$i = 12\% \text{ NA/TV}$$

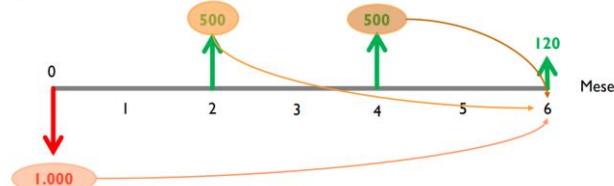
$$i = 3\% \text{ TV}$$

$$i = 0,99\% \text{ MV}$$

- **Importante:** siempre que se tenga una **salida de efectivo**, V_p en la ecuación deberá llevar un **signo negativo**.

$$V_f = -1.000(1 + 0,99\%)^6 + 500(1 + 0,99\%)^4 + 500(1 + 0,99\%)^2 + 120$$

$$V_f = 84$$



❖ Valor Presente

Esta ecuación se usa cuando se deseé saber **a cuánto equivaldría un monto de dinero del futuro en el presente**:

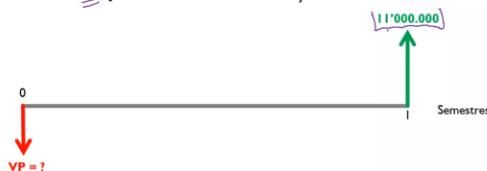


Se usa el **inverso** de la ecuación de valor futuro:

$$V_p = \frac{V_f}{(1 + i)^n}$$

Ejemplo 1:

Usted sabe que el valor de su matrícula universitaria en 6 meses es 11 millones. Si su cuenta de ahorros tiene una tasa del 10% ES, ¿cuánto debería ahorrar hoy?



$$V_p = \frac{11'000.000}{(1 + 10\%)^{n=1}}$$

$$V_p = 10'000.000$$

➤ Martes 31 de agosto: Matemática Financiera II

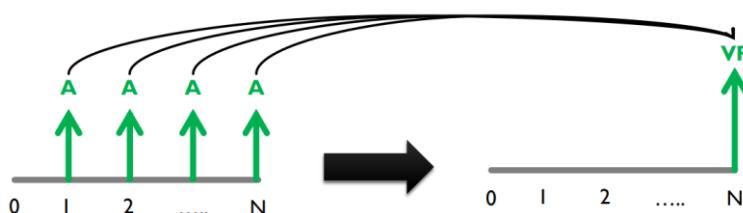
Ahora, es de interés **comparar** una **serie de flujos** que se observan en **diferentes períodos de tiempo**.

Series Uniformes o Anualidad

❖ Anualidad a Futuro

El término **anualidad** hace referencia a que el **comportamiento** de los **flujos de caja** será **constante** durante el **horizonte temporal**.

¿Cuál es el valor futuro equivalente a una serie de flujos?



Aquí, N puede ser un valor **tan grande como se necesite**.

Se usará la siguiente ecuación:

$$V_f = A \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

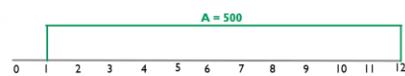
Aquí:

- ***A*** hace referencia al **flujo de caja constante**.
- ***n*** **número de flujos de efectivo** que hay durante la anualidad.

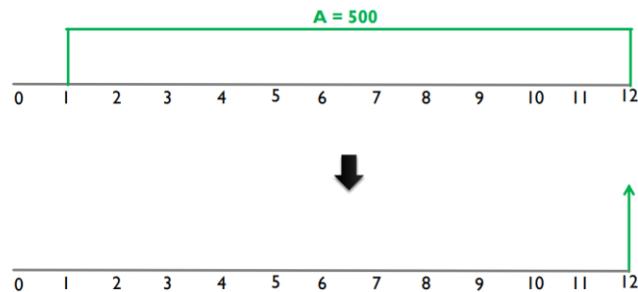
Ejemplo 1:

Ejemplo 1

¿Cuál es el valor futuro de los siguientes pagos mensuales si el costo de oportunidad es del 1% MV?



$$V_f = 500 \left[\frac{(1 + 1\%)^{12} - 1}{1\%} \right] = 6.341,2$$



Para calcular ***n***:

$$n = n_f - n_i + 1$$

- **Importante:** todas las ecuaciones de matemática financiera solo funcionan con **tasas vencidas y efectivas**.

Ejemplo 2:

Se considera el ejemplo 1, pero se modifica que el flujo de caja **va desde el mes 1 hasta el 11**. Por ende, la ecuación de V_f queda de la siguiente forma:

$$V_f = 500 \left(\frac{1 + 1\%}{1\%} \right)^{(11-1+1)} = z$$

El problema es que el valor z será el flujo de caja final **en el período 11**, pero el problema pide que **se lleve hasta el período 12**. Por ende, hay que llevar el valor z al del período 11 al 12, y esto se logra con la ecuación de valor futuro para un único flujo de caja:

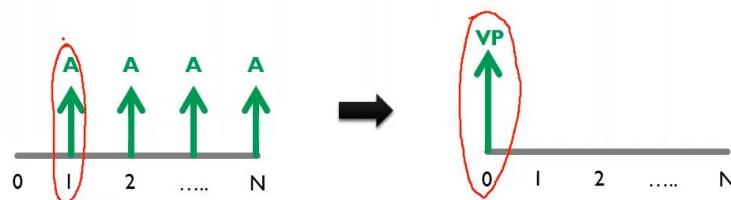
$$V_f = V_p(1 + i)^n = z(1 + 1\%)^1$$

Aquí, $n = 1$ debido a que se quiere llevar el monto z del período 11 al 12, es decir, **un período en el futuro**.

❖ Anualidad a Presente

Ahora, se desea encontrar el **valor presente** de una **serie de flujos uniformes en el tiempo**; es decir, se desea **traer al presente cada uno** de los flujos de caja:

¿Cuál es el valor presente equivalente a una serie de flujos?



La ecuación que hay que usar es la siguiente:

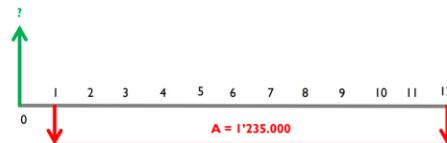
$$V_p = A \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} \right]$$

- **Importante:** al aplicar esta ecuación, el monto de dinero **quedará en el período anterior al que inician los flujos de caja**. Esto tiene sentido ya que, si los flujos de caja **empiezan** en el período $t + 1$, se quiere determinar **cuál será su valor en el período t** .

Ejemplo 1:

Ejemplo 2

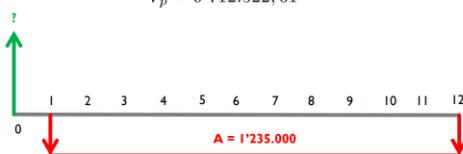
Su papá compró un carro con un crédito a 12 años y la cuota anual del mismo es de 1'235.000 COP. Si la tasa de interés que le ofreció el concesionario es de 0,58% MV, ¿cuál era el valor del carro cuando su papá lo compró?



Se debe **convertir la tasa** de MV a EA. Ya con esto se soluciona el problema:

$$V_p = 1'235.000 \left[\frac{(1 + 7,19\%)^{12} - 1}{7,19\%(1 + 7,19\%)^{12}} \right]$$

$$V_p = 9'712.522,61$$



Es importante notar que, en la ecuación $n = n_f - n_i + 1$, el n_i será el **período** en el que **inician los flujos de caja**, **mas no el período al que se quiere llevar el dinero**. En otras palabras, si el flujo de caja **empieza** en el período t , el **monto total** traído al presente quedará en el período $t - 1$.

Ejemplo 2:

Se considera el ejemplo 1, pero ahora el flujo de caja **empieza en el período 3**, es decir, va desde el período 3 al 12. Entonces:

$$V_f = 1'235.000 \left[\frac{(1 + 7,19\%)^{12-3+1} - 1}{7,19\%(1 + 7,19\%)^{12-3+1}} \right] = z$$

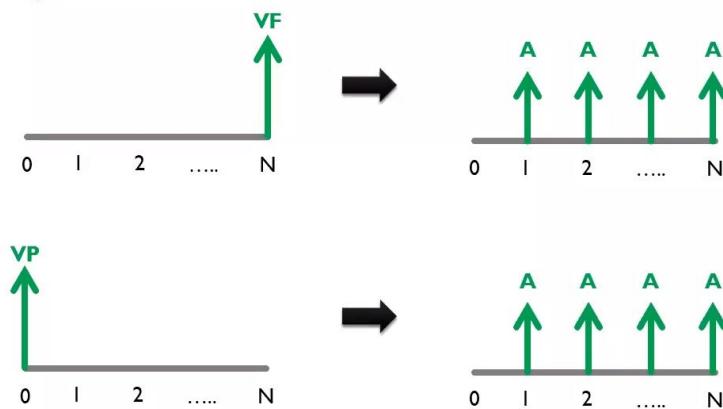
Ahora, este valor z está en el **período 2** (3-1), por ende, hay que aplicar la ecuación de **valor presente para un único flujo de caja**:

$$V_p = \frac{z}{(1 + 7,19\%)^2}$$

Aquí, n es 2 debido a que se quiere llevar del período 2 al 0.

❖ Proceso Inverso

Ahora, se quiere **transformar un monto de dinero total** a una serie de **flujos de caja constantes** (es decir, se quiere hallar el valor de la **anualidad**):



Para ello, hay que usar las siguientes ecuaciones:

¿Cuál es el monto uniforme equivalente a un valor futuro?

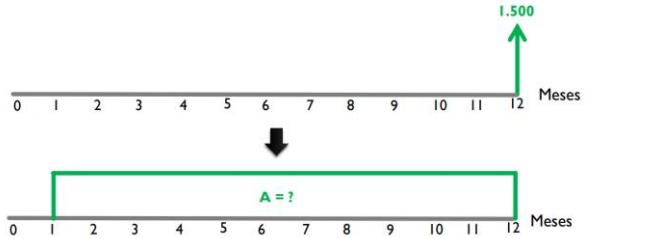
$$A = V_f \left[\frac{i}{(1 + i)^n - 1} \right]$$

¿Cuál es el flujo constante equivalente a un valor presente?

$$A = V_p \left[\frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \right]$$

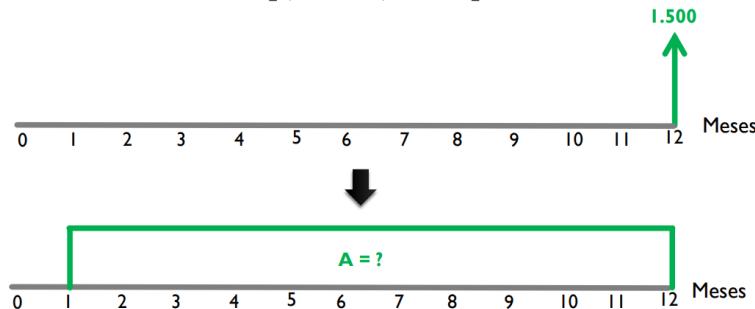
Ejemplo 1:

Ejemplo 3 ¿Cuál es el pago uniforme mensual equivalente al siguiente único pago si el costo de oportunidad es del 1% NA/MV?



Hay que pasar la tasa de NA/MV a EM. Luego de hacer esto, se puede resolver el problema:

$$A = 1.500 \left[\frac{1\%}{(1 + 1\%)^{12} - 1} \right] = 118,2$$



Ejemplo 2:

Se considera el ejemplo 1, pero ahora se quiere que **la anualidad vaya desde el mes 1 hasta el 11**. Esto implica que, antes de aplicar la fórmula de anualidad, hay que hacer que **el valor final pase de estar del período 12 al 11**, y esto se hace aplicando la **ecuación de valor presente**:

$$V_p = \frac{V_f}{(1 + i)^n} = \frac{1500}{(1 + 1\%)^1} = y$$

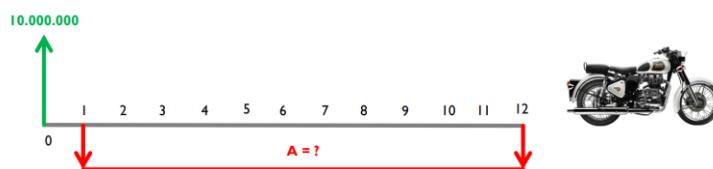
Aquí, n es igual a 1 ya que se quiere pasar del período 12 al 11. Ahora sí es posible aplicar la ecuación de anualidad, **cambiando los valores de V_f y n** :

$$A = y \left[\frac{1\%}{(1 + 1\%)^{11-1+1} - 1} \right] = w$$

Ejemplo 3:

Ejemplo 4

Usted sabe que una máquina CLASSIC 350 vale 10'000.000 COP. Como usted no tiene la plata hoy, usted quiere saber cuánto debería pagar mensualmente por 1 año para adquirir la máquina. La tasa de interés es 1,2% MV.

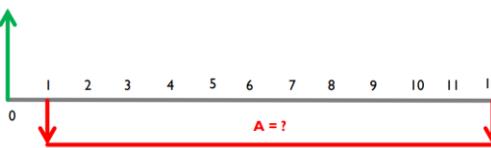


Ejemplo 4

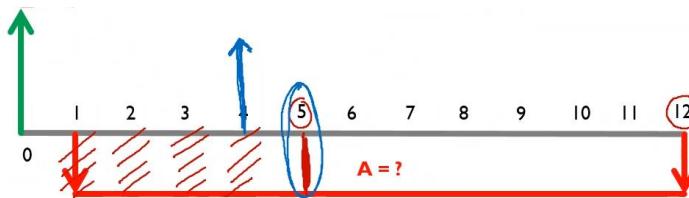
$$A = 10'000.000 \left[\frac{1,2\%(1 + 1,2\%)^{12}}{(1 + 1,2\%)^{12} - 1} \right]$$

10'000.000

A = 899.754,33

**Ejemplo 4:**

Se considera el ejemplo 3, pero se modifica que los flujos de caja no empezarán desde el período 1; en lugar de ello, **empezarán en el 5**:



En este caso, será necesario hacer dos cosas:

- Como se va a empezar a pagar **desde el período 4**, es necesario **determinar el valor que tendrán los 10.000.000 en el período 4**, es decir, es necesario usar la ecuación de valor futuro:

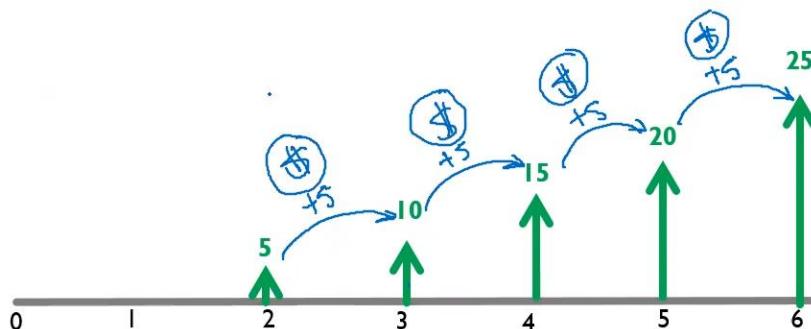
$$V_f = V_p(1 + i)^n = 10.000.000(1 + 1,2\%)^4 = q$$

- Hecho esto, ya se puede **aplicar la ecuación de anualidad**, teniendo en cuenta los **nuevos valores del V_p y de n** :

$$A = q \left(\frac{1,2\%(1 + 1,2\%)^{12-5+1}}{(1 + 1,2\%)^{12-5+1} - 1} \right)$$

Gradiente Aritmético

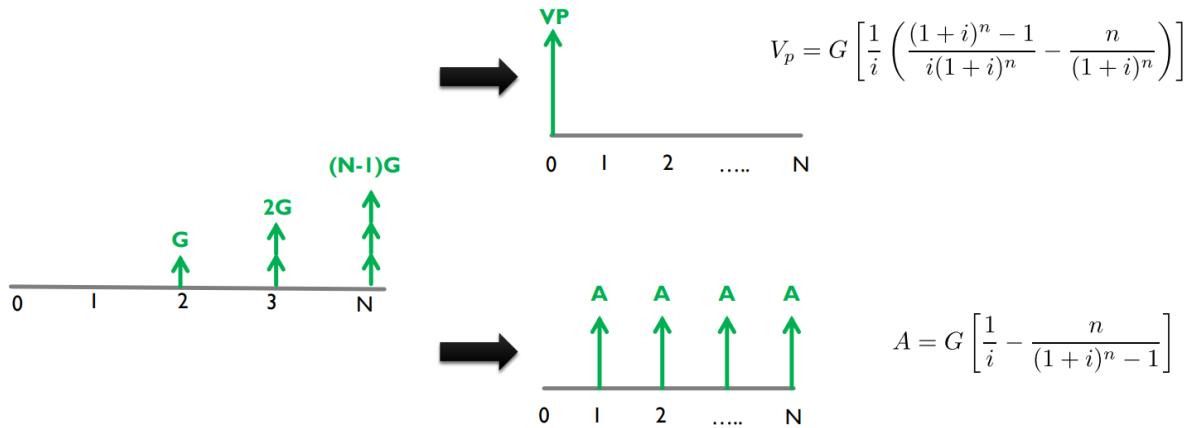
Este **trata relaciones de equivalencia cuando los pagos vencidos periódicos no se comportan de manera constante sino que, por el contrario, crecen en el tiempo a un valor monetario constante conocido (G)**:



Es decir, **aumenta a un mismo valor en cada período**.

❖ De Gradiente Aritmético a Presente y a Anualidad

En este caso, es necesario usar las siguientes ecuaciones:



- **Importante:** en este caso, al usar la **ecuación de valor presente**, el monto de dinero **quedará dos períodos atrás de donde inicia el gradiente aritmético** (como se aprecia en la imagen). Esto implica que la ecuación para calcular el valor de n cambia:

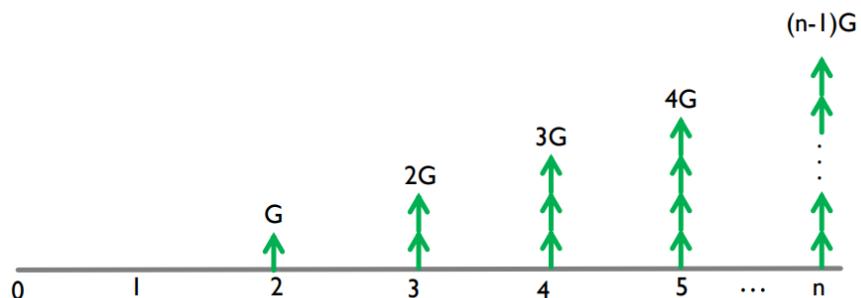
$$n = n_f - n_1 + 2$$

Por otro lado, la ecuación de A suele ser **difícil y confusa de aplicar**. Por ende, en caso de que se quiera pasar a anualidad, es mejor seguir dos pasos:

- 1- Hallar el **valor presente**.
- 2- Usar el valor presente para **pasar a anualidad mediante la ecuación vista anteriormente**.

Además, cuando se tenga un **gradiente aritmético infinito**, el **valor presente** se calculará mediante la siguiente ecuación:

¿Qué pasa si el gradiente va al infinito?



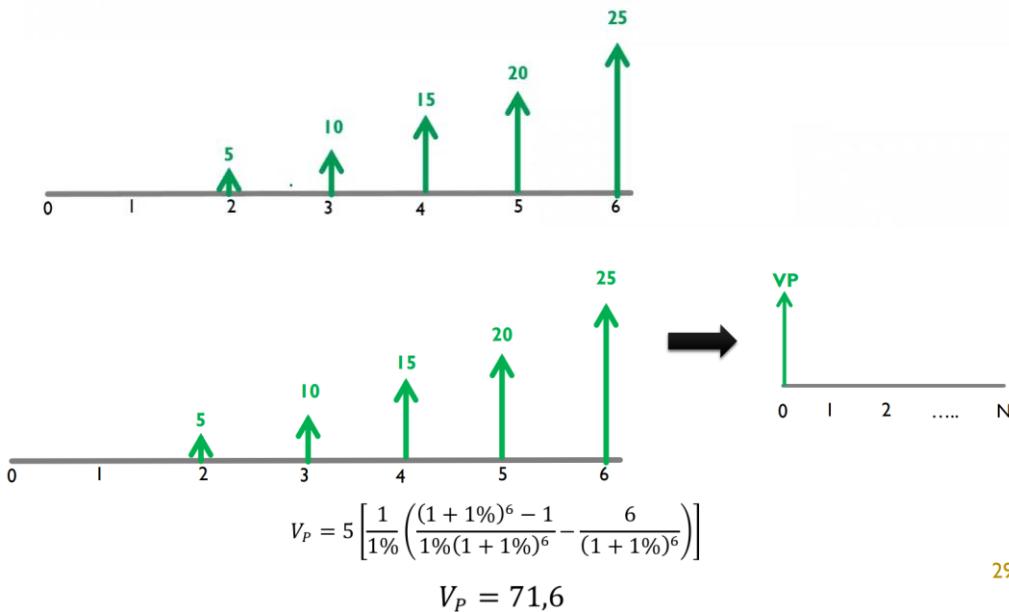
$$V_p = \frac{G}{i^2}$$

Valor presente de un gradiente aritmético infinito

En este caso, el valor presente también quedará **dos períodos atrás**.

Ejemplo 1:

Ejemplo 5 Suponga los siguientes flujos mensuales. ¿Cuál es el valor presente de la serie si su costo de oportunidad es del 12% NA/MV?

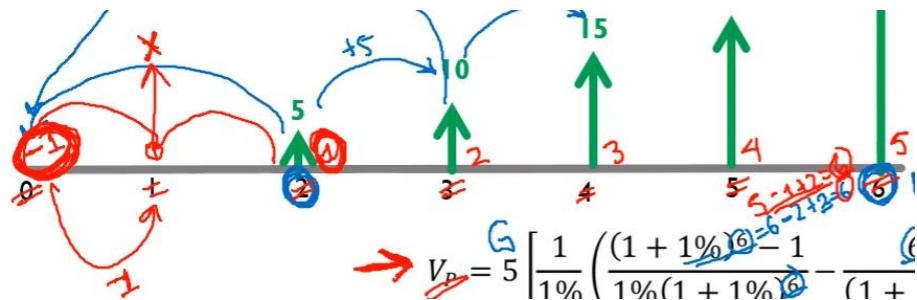


Hay que recordar que $n = 6$ debido a que

$$n = n_f - n_i + 2$$

Ejemplo 2:

Se considera el ejemplo 1, pero se modifica lo siguiente: **la gráfica va a empezar en el período -1**, y todo lo demás queda igual; es decir, el **gradiente aritmético empieza en el período 1** en lugar del 2:



Por ende:

$$V_p = 5 \left[\frac{1}{1\%} \left(\frac{(1+1\%)^{5-1+2}-1}{1\%(1+1\%)} - \frac{6}{(1+1\%)^6} \right) \right] = 71,6$$

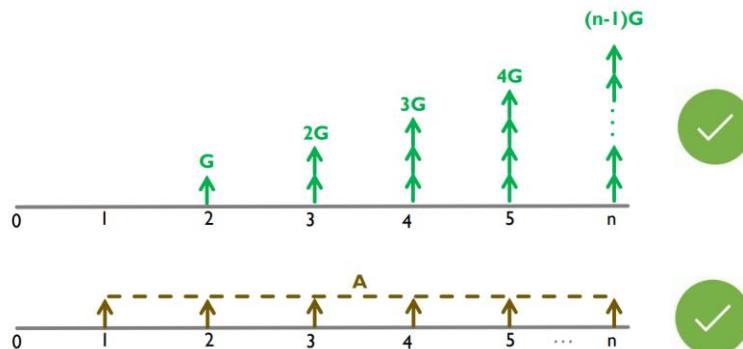
Aun así, este valor presente **quedará en el período -1**, pero se quiere traer al período 0; por ende, se debe usar la ecuación de **valor futuro para un único flujo de caja**:

$$V_f = 71,6(1+1\%)^1$$

Aquí, $n = 1$ debido a que se quiere llevar del período 0 al 1.

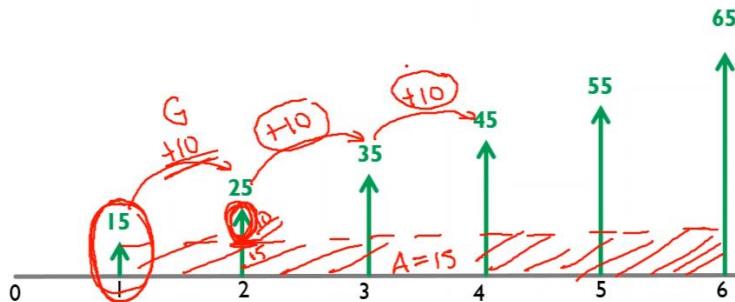
❖ Gradiente Aritmético Especial

Siempre que el **valor del primer flujo del gradiente aritmético sea diferente al crecimiento de los flujos de efectivo**, es necesario dividir el problema en dos partes:



Es decir, lo que se está haciendo es **dividir el gradiente aritmético en dos**:

- **Base:** hace referencia a una **anualidad cuyo valor es igual al primer flujo de efectivo del gradiente aritmético original**.
- **Gradiente aritmético puro:** su **valor será igual al valor al que crecen los flujos de efectivo de un período a otro** (en el gradiente original).



Eso implica **el problema se resolverá mediante dos ecuaciones de matemática financiera**.

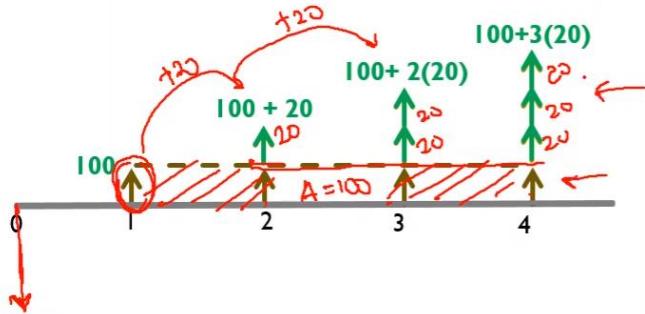
Ejemplo 3:

Una nueva compañía financiera conocida como DMG está ofreciendo a sus clientes una nueva posibilidad de inversión. Para una inversión de X pesos, y dada la estructura de ingresos piramidal de la compañía, ellos se comprometen a entregarle a usted unas anualidades de la siguiente forma:

- **Año 1:** 100
- **Año 2:** Año 1 + 20
- **Año 3:** Año 2 + 20
- **Año 4:** Año 3 + 20

¿Cuál sería el monto (X) que usted tendría que invertir hoy para recibir una rentabilidad del 10% E.A.?

Gráficamente tenemos que:



Debido a que son solo cuatro períodos, el problema se puede resolver de la siguiente forma:

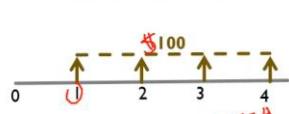
$$V_p = \frac{D_1}{(1+i)} + \frac{D_2}{(1+i)^2} + \frac{D_3}{(1+i)^3} + \frac{D_4}{(1+i)^4}$$

$$V_p = \frac{100}{(1+10\%)} + \frac{100+20}{(1+10\%)^2} + \frac{100+2(20)}{(1+10\%)^3} + \frac{100+3(20)}{(1+10\%)^4}$$

$$V_p = \$404, 55$$

Aun así, una mejor forma sería la siguiente:

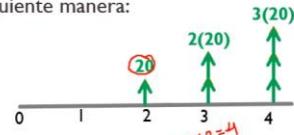
En ese orden de ideas, se calcula el valor presente de la siguiente manera:



$$V_p = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

$$i = 10\% \quad n = 4 \quad A = 100$$

$$Vp(1) = \underline{\underline{316,99}}$$



$$V_p = G \left[\frac{1}{i} \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right) \right]$$

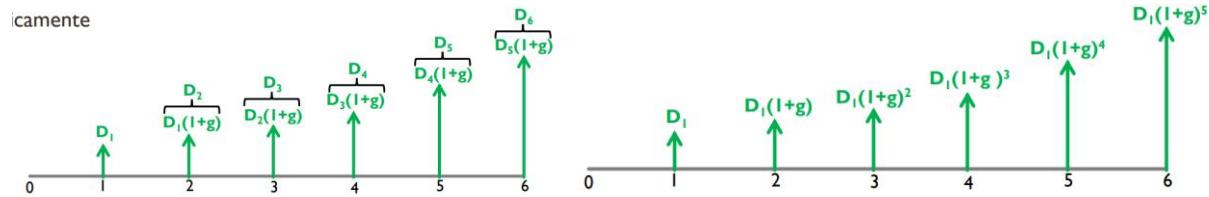
$$i = 10\% \quad n = 4 \quad G = 20$$

$$Vp(2) = \underline{\underline{87,56}}$$

$$Vp = Vp(1) + Vp(2) = 404,55$$

➤ Jueves 2 de septiembre: Matemática Financiera III (Gradiente Geométrico)

En el gradiente geométrico, el **flujo de cada período crece o decrece proporcionalmente a una tasa g** . Es decir, el flujo de caja de cada período **crecerá o decrecerá con base en el flujo de caja inmediatamente anterior**.

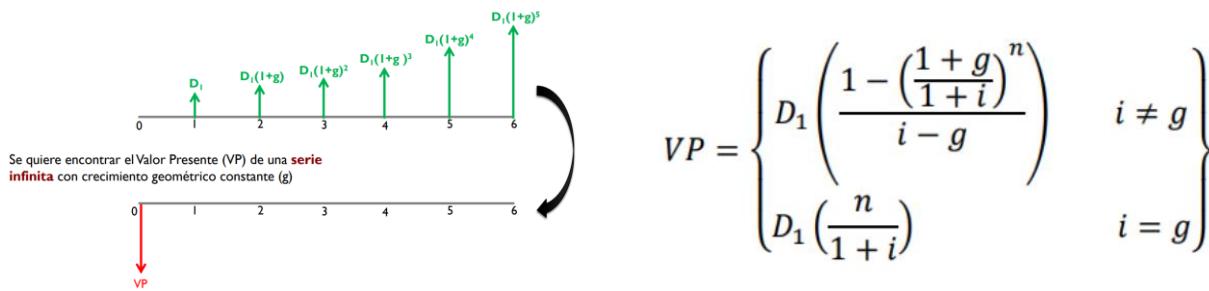


El **primer flujo de caja es muy importante**, y se denomina **flujo semilla**. Todos los flujos de caja se pueden expresar en términos del flujo semilla. Es importante tener en cuenta que el **crecimiento ($1 + g$) se conoce como crecimiento geométrico**.

El gradiente geométrico permite representar los **ingresos de compañías en una etapa madura**, en donde se podría suponer que sus **ingresos crecen únicamente con la inflación**.

Valor Presente

❖ Serie Finita



Aquí:

- D_1 : **flujo de caja semilla**.
- g : **tasa de crecimiento geométrico**.
- $n = n_f - n_i + 1$. Esto implica que el **valor presente quedará un período atrás de donde empiezan los flujos**.

❖ Serie Infinita (Modelo de Gordon Shapiro)

Se debe usar la siguiente ecuación:

$$V_p = \frac{D_1}{(k - g)}$$

Aquí, k es la tasa de interés adecuada. Si $g = 0$, entonces resultará en una **anualidad infinita**:

$$V_p = \frac{A}{i}$$

Aquí, i es igual a k . Por ende, todas las ecuaciones de valor presente de series infinitas son:

Modelo de Gordon Shapiro		
<u>G. aritmético Inf</u>	<u>G. geométrico infinito</u>	<u>G. constante/Anual Infinita</u>
$\boxed{V_p = \frac{D_1}{i^2}}$ ②	$V_p = \frac{D_1}{(k - g)}$ or. = i ①	$\boxed{V_p = \frac{A}{i}}$ ①

El **2** hace referencia a que el **valor presente queda dos períodos atrás** de donde inician los flujos, y el **1** hace referencia a que el **valor presente queda un período atrás**. Las ecuaciones de grad. **geométrico** y **anualidad** quedan un **período atrás**, mientras que la de grad. **aritmético** queda **dos períodos atrás**.

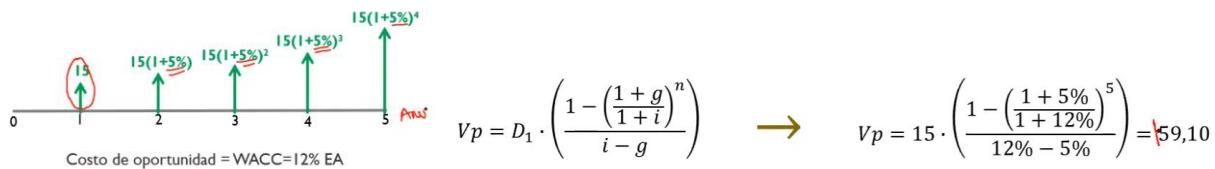
Ejemplo 1:

Su nueva idea de negocio es competir fuertemente con las arepas del SD por los próximos cinco (5) años. Usted espera generar unos ingresos de 15 millones de pesos en el primer año, y que estos ingresos se incrementen año a año en un 5%.

Su costo de financiarse vía Deuda y Equity es del 12% efectivo anual.

¿Cuál es el mínimo valor al cual usted estaría dispuesto a vender su idea de negocio?

El proyecto es de **carácter finito**:



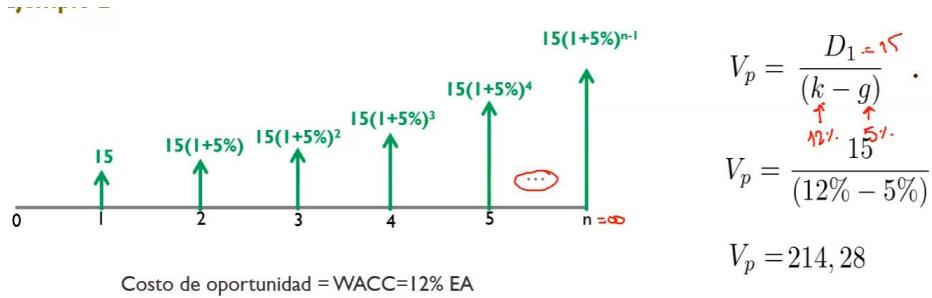
Ejemplo 2:

Su nueva idea de negocio es competir fuertemente con las arepas del SD. Usted espera generar unos ingresos de 15 millones de pesos en el primer año, y que estos ingresos se incrementen año a año en un 5% de manera indefinida.

Su costo de financiarse vía Deuda y Equity es del 12% efectivo anual

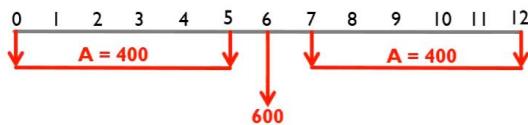
¿Cuál es el mínimo valor al cual usted estaría dispuesto a vender su idea de negocio?

Este proyecto será **infinito**:



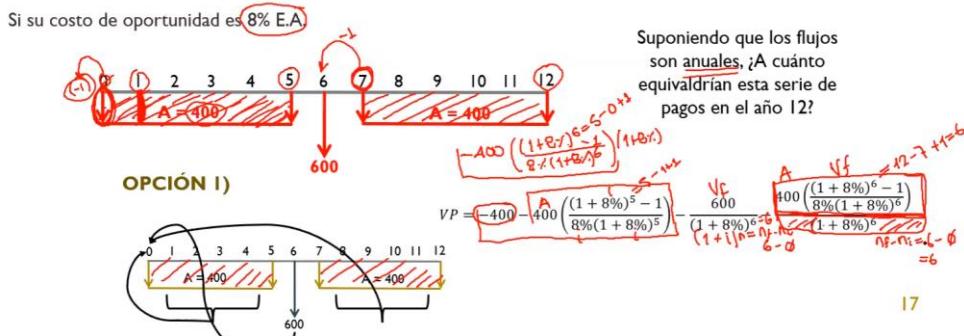
❖ Ejemplo 1

Si su costo de oportunidad es 8% E.A.



Suponiendo que los flujos son anuales, ¿A cuánto equivaldrían esta serie de pagos en el año 12?

La primera opción es llevar todos los flujos al período 0, y luego llevarlos al período 12:

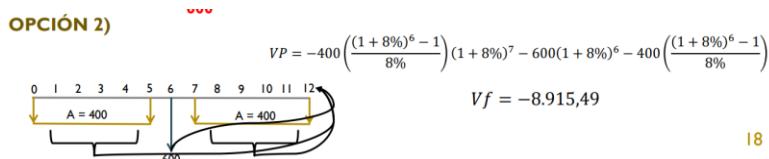


Luego:

$$Vf = VP(1 + 8\%)^{12}$$

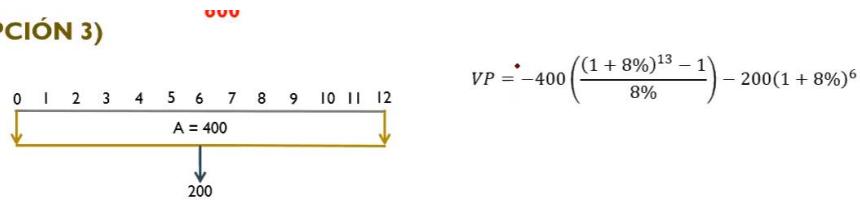
$$Vf = -8.915,49$$

Una segunda opción es llevar todos los flujos directamente al período 12:

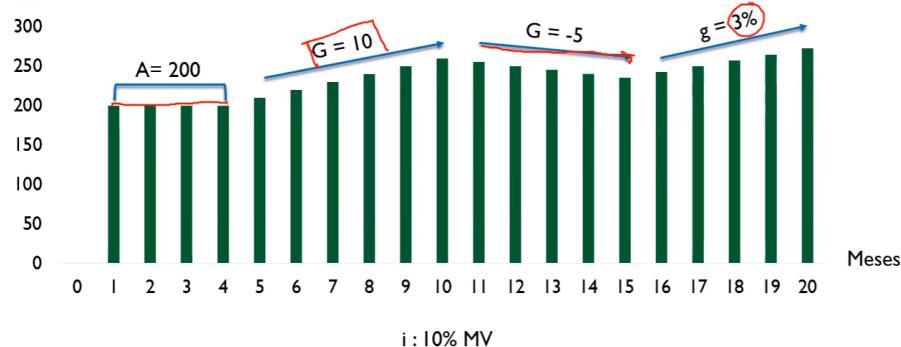


Una tercera opción es considerar todo el proyecto como una a anualidad de 400. Por ende, habría que llevarla al período 12. Queda sobrando un flujo de 200, por lo que esta se puede llevar al período 12:

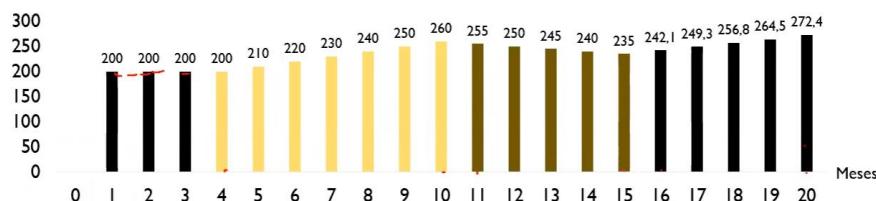
OPCIÓN 3)



❖ Ejemplo 2

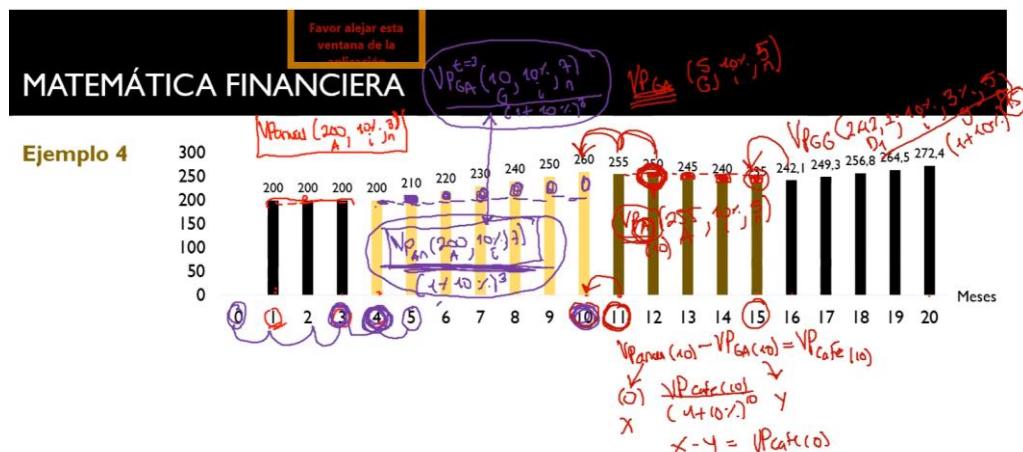


Primero, hay que **identificar** todos los **comportamientos** y **separarlos**:

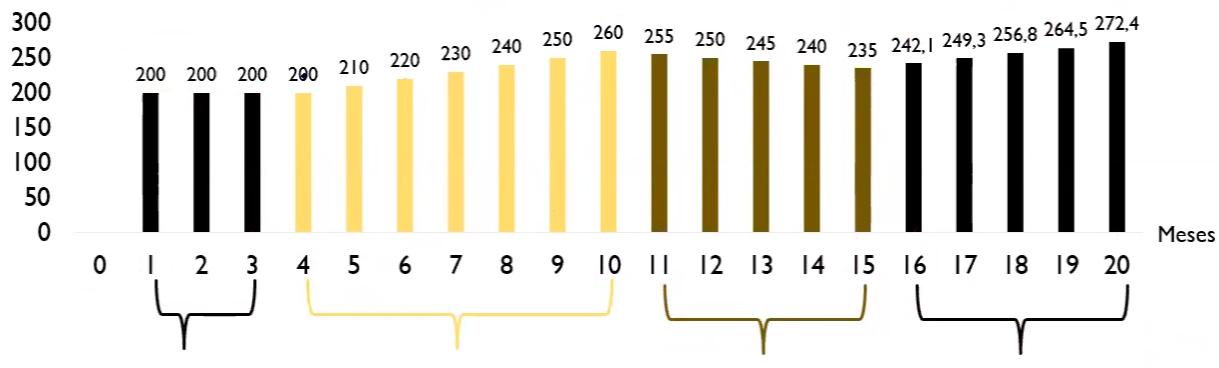


En el caso del flujo que va del **11 al 15**, este se puede **dividir en dos**: una **anualidad** y un **gradiente aritmético**. Aun así, como este último es **negativo**, la división queda:

- Una **anualidad de 255**
- Un **gradiente aritmético** que **disminuye 5** cada período. Este simplemente **se trata como una serie de flujos de caja negativo**.



La solución queda así:



$$V_{f(0)}(200; 10\%; 3)$$

$$V_{f(0)} = \frac{V_1 f(3) + V_2 f(3)}{(1+10\%)^3}$$

$$V_{f(0)} = \frac{V_1 f(10) - V_2 f(10)}{(1+10\%)^{10}}$$

$$V_{f(0)} = \frac{V_{f(15)}}{(1+10\%)^{15}}$$

$$VP = \$ 1.916,19$$

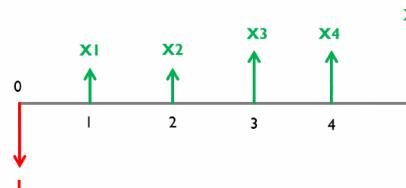
➤ Martes 7 de septiembre: Indicadores de Bondad Financiera I

Se quiere **determinar** cuándo un **proyecto** es una **buenas decisión de inversión** y cómo hay que **tomar decisiones** cuando se dispone de **diferentes alternativas de inversión**. Para ello surgen los **indicadores de bondad financiera**, ya que estos **miden la conveniencia de una inversión basándose en el concepto de creación de valor**. Estos también permitirán **establecer el ordenamiento preferencial entre varios proyectos de inversión**. Cada **indicador tiene diferentes supuestos** y, por ende, **se complementan entre sí**.

Valor Presente Neto (VPN)

Junto a la TIR, este es de los indicadores de bondad financiera **más usados**. Cuando se emplea, todos los **flujos de caja quedan en el período 0**.

Lo que hace este indicador es **restar** todos los **egresos** que se encuentran en el **período cero** de los **ingresos** que se **encuentran en el período 0**; es decir, este **indica el valor monetario del proyecto medido en pesos de hoy**. Para calcularlo, se debe usar la siguiente ecuación:



$$VPN(C.O.) = -I + \frac{X_1}{(1+i)^1} + \frac{X_2}{(1+i)^2} + \frac{X_3}{(1+i)^3} + \frac{X_4}{(1+i)^4} + \frac{X_5}{(1+i)^5}$$

$$VPN(C.O.) = -I + \sum_{t=1}^n \frac{X_t}{(1+i)^t}$$

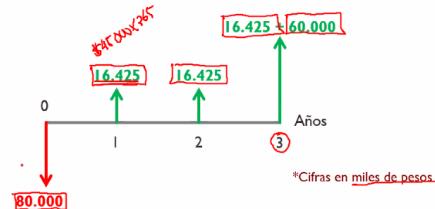
La ecuación indica que **hay que llevar todos los flujos de dinero al presente para poder operarlos**; en caso de que sea un **ingreso** se **suma**, y si es un **egreso** se **resta**. Este indicador **se puede interpretar como las ganancias netas del día de hoy**.

- **Importante:** este depende del costo de oportunidad del inversionista que está evaluando el proyecto.

Ejemplo 1:

El padre chicho compró un taxi en 80'000.000 COP. La operación regular del taxi produce, en promedio, 45.000 pesos diarios.

El padre chicho espera operar el taxi por 3 años y luego venderlo por 60'000.000 COP. Si el costo de oportunidad del padre chicho es del 5% E.A. ¿qué tan buen negocio será el anterior proyecto para el padre chicho?



$$VPN(C.O.) = -80.000 + \frac{16.425}{(1+5\%)^1} + \frac{16.425}{(1+5\%)^2} + \frac{(16.425 + 60.000)}{(1+5\%)^3}$$

Nota: Desprecie el valor del dinero en el tiempo para períodos inferiores a un año.

$$VPN(5\%) = 16.559$$

La nota hace referencia a que **todo lo que pase dentro de un mismo año tiene un mismo valor**, es decir, **se puede despreciar el VDT en períodos menores a un año**. Esto implica que los flujos de cada durante un año se pueden tratar como **anuales**. Por ende, si la nota cambiara la expresión “un año” por “un trimestre”, los flujos de caja se harían cada tres meses y tendrían un valor de

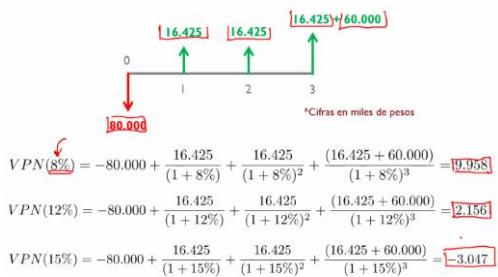
$$FC = \$45.000 * 90$$

Esto asumiendo que un trimestre tiene 90 días.

Ejemplo 2:

Usted desea imitar la idea de negocio del taxi anteriormente expuesta. Dependiendo de con cuál banco usted decide financiar parte del negocio, usted tendrá los siguientes costos de oportunidad. ¿Cambia la viabilidad del proyecto?

Bancolombia	8% E.A.
Banco de Bogotá	12% E.A.
Pichincha	15% E.A.



Nota: Desprecie el valor del dinero en el tiempo para períodos inferiores a un año.

Este ejemplo permite evidenciar que el VPN depende del costo de oportunidad.

❖ Regla de Decisión

¿Cuándo el proyecto **crea valor**?

VPN	Decisión	Creación de Valor
VPN < 0	Proyecto No Conveniente	Proyecto Destruye Valor
VPN > 0	Proyecto Conveniente	Proyecto Genera Valor
VPN = 0	¿Indiferente?	No hay efecto sobre el valor

Es decir, si el **VPN es igual a cero, no se debe tomar ninguna decisión**, solo se debe concluir que el **proyecto ni genera ni destruye valor**. Aun así, el VPN se puede analizar de una forma más **rigurosa** si se tiene en cuenta el **costo de oportunidad**:

TIR	Decisión	Creación de Valor	Significado
VPN < 0	Proyecto No Conveniente	Proyecto Destruye Valor	R.P < C.O.
VPN > 0	Proyecto Conveniente	Proyecto Genera Valor	R.P > C.O.
VEPN = 0	¿Indiferente?	No hay efecto sobre el valor	R.P = C.O.

Teniendo esto en cuenta, se puede concluir que **el VPN es la medición en pesos de hoy del diferencial del rendimiento de un proyecto con respecto al costo de oportunidad**; es decir, es el **valor agregado del proyecto en pesos del momento cero**.

Aun así, debido a que este indicador depende del costo de oportunidad, a veces es de interés determinar cuál es la **tasa rentabilidad** de un proyecto de inversión **sin tener en cuenta el costo de oportunidad del inversionista**. Para esto surge la TIR.

Tasa Interna de Retorno (TIR)

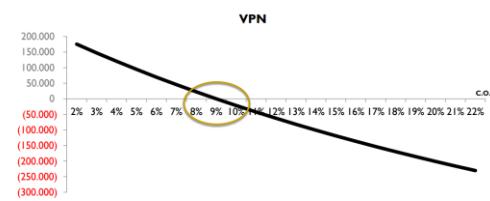
Esta **indica cuál es la rentabilidad efectiva periódica de un proyecto de inversión**, es decir, cuál es la **rentabilidad que este va a generar una vez se implemente**. Se puede entender la TIR como el **costo de oportunidad que haría que un proyecto de inversión tuviese una rentabilidad igual a cero**, es decir, que el **VPN fuese igual a cero**:

Para responder la pregunta, recordemos el caso específico en el cual el VPN = 0.

VPN	Significado
VPN = 0	TIR (R.P) = C.O.

$$\text{VPN} = -I + \sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1+TIR)^t} = 0 \quad \text{VPN} = -I + \sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1+TIR)^t} = 0$$

A continuación se muestra el VPN de un proyecto.



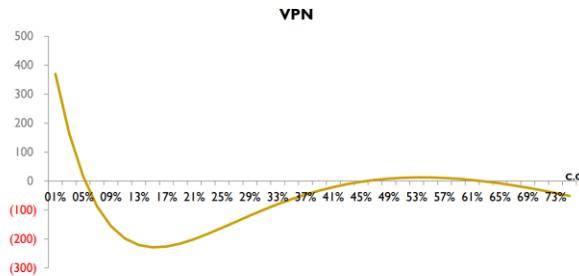
- **Importante:** la TIR es un **índicador de rentabilidad, no de valor**; por ende, esta **por sí sola no permite concluir sobre la viabilidad de un proyecto**; hay que considerar también al VPN.

❖ Regla de Decisión

TIR	Decisión	Creación de Valor	Significado
TIR < C.O.	Proyecto No Conveniente	Proyecto Destruye Valor	R.P < C.O.
TIR > C.O.	Proyecto Conveniente	Proyecto Genera Valor	R.P > C.O.
TIR = C.O.	¿Indiferente?	No hay efecto sobre el valor	R.P = C.O.

❖ Supuestos

La TIR supone la **reinversión** de los **flujos de caja**. Además, debido a que la **ecuación** para el cálculo de la TIR tiene **raíces**, puede suceder que **resulten varias TIR**. Esto sucederá cuando **haya varios cambios de signo en la gráfica del VPN**:



Por ende, cuando hay **más de una TIR**, se debe concluir que este no es un **índicador confiable**. Para **subsanar** este problema, se usa la **TVR**.

Ejemplo Cálculo VPN y TIR

Suponga un proyecto de inversión con los siguientes Flujos de Caja:

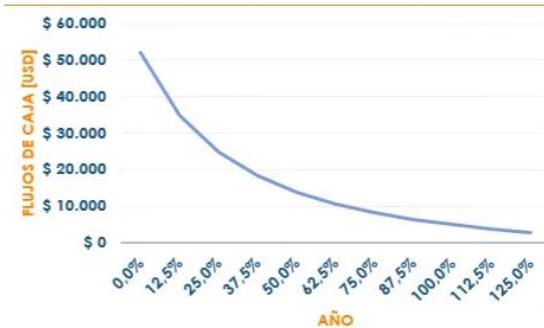
Año	Flujos de Caja [USD]
0	-\$ 7,000
1	\$ 15,000
2	\$ 8,000
3	\$ 10,000
4	\$ 12,000
5	\$ 14,000



Si su costo de oportunidad es del 10% EA, ¿cuál es el VPN y la TIR del proyecto?

Para calcular el VPN, se puede usar la función **VNA()** de Excel. Este recibe como **parámetro** la tasa (**costo de oportunidad**) y los **flujos de caja futuros**. Es importante notar que esta función **no considera el período actual (0)**, es decir, los flujos de caja del presente; por ende, es **necesario incluirlo por aparte**.

- **Importante:** a medida que aumenta el **costo de oportunidad**, disminuye el **VPN**. Por ende, cuando este llega al **valor de 0**, el **costo de oportunidad** será la **TIR**.



Para calcular la **TIR** se usa la función **TIR()**, la cual recibe como **parámetros** tanto a los **flujos de caja futuros como a los presentes** (período 0).

- **Importante:** si se tiene un **período** en el que **no hubo flujo de caja**, es necesario **especificar** que su **valor es de cero**; sería erróneo dejar su flujo de caja vacío:

$i = 10\% \text{ EA}$	
Año	Flujos de Caja [USD]
0	-\$ 7.000
1	\$ 15.000
2	\$ 0
3	\$ 10.000
4	\$ 12.000
5	\$ 14.000

VPN	\$ 31.038,57
TIR	152,33%

Tasa de Verdadera Rentabilidad (TVR)

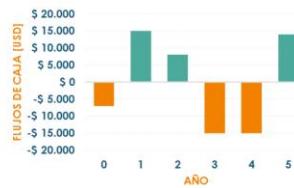
También conocida como la **tasa externa de retorno (TER)**, esta representa la **rentabilidad propia del inversionista**; es decir, a diferencia de la TIR, esta **no muestra la rentabilidad del proyecto**. Por ende, la TVR:

- 1- No requiere asumir reinversión de los flujos a la TIR del proyecto.
- 2- Permite solucionar el problema de la existencia de más de un cambio de signo del VPN (es decir, la existencia de más de una TIR).

Ejemplo 1:

Suponga que los Flujos de Caja del año 3 y 4 estaban estimados incorrectamente. Los Flujos de Caja corregidos del proyecto de inversión son los siguientes:

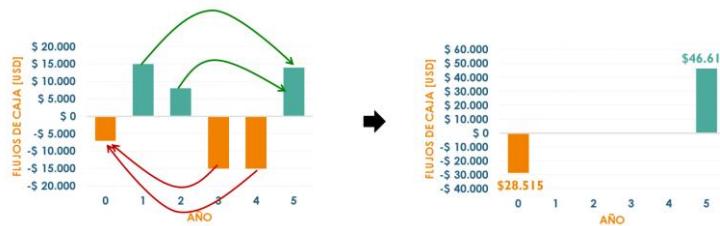
Año	Flujos de Caja [USD]
0	-\$ 7.000
1	\$ 15.000
2	\$ 8.000
3	-\$ 15.000
4	-\$ 15.000
5	\$ 14.000



Si su costo de oportunidad es del 10% EA, ¿cuál es el VPN, la TIR y la TVR del proyecto?

3

Lo que se debe hacer es **llover todos los flujos de caja positivos al último período y los negativos al período presente (0)**:



Esto se hace para **no mezclar los flujos de cada negativos con los positivos**. Habiendo hecho, se puede aplicar la **ecuación de valor presente** para traer los flujos de caja **positivos** al **presente**:



$$VF = VP(1 + i)^n$$

$$VF = VP(1 + TVR)^n$$

$$TVR = \sqrt[N]{\frac{VF}{|VP|}} - 1$$

$$TVR = \sqrt[5]{\frac{46.610}{28.515}} - 1 = 10,33\%$$

Aquí, N hace referencia a la **cantidad de períodos** que tiene el **proyecto de inversión**.

- **Importante:** al usar la **función TIR()** en Excel cuando hay **varios cambios de signo**, esta **devolverá una de las muchas TIR que pueden resultar**. Por ello, **no se puede concluir en base a este indicador**, sino que **hay que usar la TVR**.

Para calcular la TVR, se puede seguir el siguiente procedimiento manual:

- 1- **Separar los flujos de caja** positivos de los negativos. Esto se puede lograr mediante **funciones condicionales** de Excel:

Año	FC+	FC-
0	\$ 0	-\$ 7.000
1	\$ 15.000	\$ 0
2	\$ 8.000	\$ 0
3	\$ 0	-\$ 15.000
4	\$ 0	-\$ 15.000
5	\$ 14.000	\$ 0

- 2- Calcular el **valor presente** de los **flujos de caja positivos y negativos** mediante la función **VNA()**:

VP ($t=0$)	\$ 28.941	-\$ 28.515
--------------	-----------	------------

- 3- Como la ecuación del TVR requiere el valor **futuro** de los flujos de caja **positivos**, se debe calcular este valor mediante la **ecuación de valor presente** de matemática financiera:

VF(FC+)	\$ 46.610
VP(FC-)	(\$ 28.515)

- 4- Aplicar la **ecuación matemática del TVR**:

TVR	10,33%
-----	--------

Para ahorrarse todos estos pasos, se puede usar la **función TIRM()**. Esta recibe **tres parámetros**: los **flujos de caja presentes y futuros**, la tasa de **descuento** y la tasa de **reinversión**. Es importante notar que, para calcular la TVR usando esta función, **los parámetros dos y tres siempre serán el mismo**: **el costo de oportunidad del proyecto**.

- **Importante:** en caso de que la **TIR no sea confiable**, se usa la **TVR**; de lo contrario, siempre hay que usar la **TIR**.

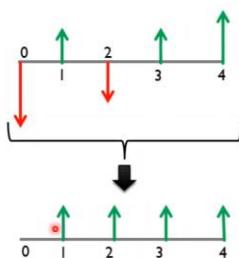
Esto implica que la **TVR** permite determinar la **tasa de rentabilidad del proyecto** cuando la **TIR no se puede calcular**.

- **Importante:** la **regla de decisión** de la **TVR es la misma que la de la TIR**.

➤ Jueves 9 de septiembre: Indicadores de Bondad Financiera II

Valor Anual Equivalente (VAN)

Es un indicador de **creación de valor** que guarda una **estrecha relación** con el **VPN**. Lo que hace este es **pasar el VPN a una anualidad**, es decir, permite **calcular la suma equivalente periódica** (como **serie uniforme**) de los **flujos** generados por un proyecto de inversión. Esto implica que este es **perfectamente consistente con el VPN**, y muestra varias **ventajas** a la hora de **comparar varias alternativas de inversión**. Además, dará una **idea de cuánto valor se está generando en cada período de tiempo** durante el proyecto.



Se usarán la siguiente ecuación:

$$VAE = VPN \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$VAE = f(VPN, i\%, n)$$

El **n** es igual a la **vida útil del proyecto** de inversión, es decir, es **igual al período hasta donde llega**.

El VAE puede llegar a tener los siguientes **nombres alternativos**:

- Si el VPN del proyecto resulta ser negativo, el VAE es también negativo; caso en el cual se conoce como CAE (**costo anual equivalente**).
- Por el contrario, si el VPN es positivo el VAE es positivo y puede llamarse BAE (**Beneficio Anual Equivalente**).

❖ Reglas de Decisión

VAE	VPN	TIR	Decisión	Creación de Valor
VAE < 0	VPN < 0	TIR < C.O.	Proyecto No Conveniente	Proyecto Destruye Valor
VAE > 0.	VPN > 0.	TIR > C.O.	Proyecto Conveniente	Proyecto Genera Valor
VAE = 0	VPN = 0	TIR = C.O.	¿Indiferente?	No hay efecto sobre el valor

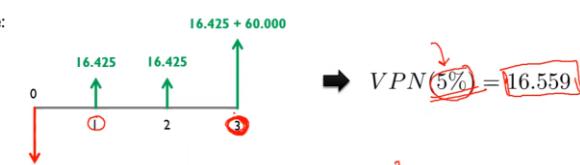
Ejemplo 1:

El padre chucó compró un taxi en 80'000.000 COP. La operación regular del taxi produce, en promedio, 45.000 pesos diarios.

El padre chucó espera operar el taxi por 3 años y luego venderlo por 60'000.000 COP. Si el costo de oportunidad del padre chucó es del 5% E.A., ¿qué tan buen negocio será el anterior proyecto para el padre chucó?

Nota: Desprecie el valor del dinero en el tiempo para períodos inferiores a un año.

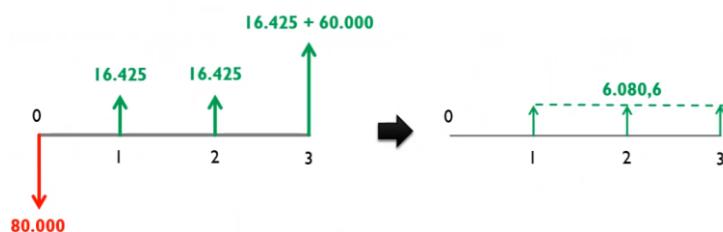
■ Teníamos que:



■ Calculando el VAE:

$$VAE = VPN \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \rightarrow VAE = 6.080,6$$

Esto implica que el proyecto de inversión se vería de la siguiente forma:



Relación Beneficio Costo (B/C)

Es el cociente entre el valor presente de los ingresos y el valor presente de los egresos descontados al costo de oportunidad:

$$B/C = \frac{VP_{Ingresos}(C.O.)}{VP_{Egresos}(C.O.)}$$

- **Importante:** para calcular este indicador se deben usar **flujos de caja netos** (es decir, **ingresos menos egresos**):



❖ Reglas de Decisión e Interpretación

Las regla de decisión de este indicador son las siguientes:

Cuando se está evaluando un proyecto, **existe total consistencia con los demás indicadores vistos**. En este orden, por ejemplo, un proyecto con $VPN > 0$ mostrará una relación $B/C > 1$.

Recuerden que para el cálculo del VP los flujos los pueden separar. Si calculan el VP de los egresos e Ingresos por separado debe ser equivalente al VP de todos los flujos en conjunto.

Ahora, si el VP de los ingresos es superior al VP de los egresos se tendrá un $VPN > 0$ y un $B/C > 1$

- Haciendo una comparación con el VAE, VPN y la TIR podemos concluir lo siguiente:

B/C	VAE	VPN	TIR	Decisión
$B/C < 1$	$VAE < 0$	$VPN < 0$	$TIR < C.O.$	Proyecto <u>No Conveniente</u>
$B/C > 1$	$VAE > 0$	$VPN > 0$	$TIR > C.O.$	Proyecto <u>Conveniente</u>
$B/C = 1$	$VAE = 0$	$VPN = 0$	$TIR = C.O.$	¿Indiferente?

Aun así, es importante notar lo siguiente: el **valor** del B/C permite **decidir si el proyecto es o no viable**; empero, la **interpretación no se puede realizar** teniendo en cuenta este valor, sino que **hay que restarle 1**:

Así que, si la relación B/C arroja un resultado de **2,5** según nuestro ejemplo, es correcto afirmar que por cada peso invertido en **valor presente**, el proyecto está generando **1,5** pesos adicionales (spread) por encima de lo que hubiesen generado inversiones que rentan al costo de oportunidad.

$$\frac{\text{"Spread"}}{VP(\text{Costos})} = B/C - 1$$

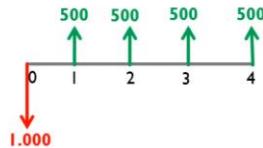
$$\frac{\text{"Spread"}}{VP(\text{Costos})} = 2,5 - 1$$

$$\frac{\text{"Spread"}}{VP(\text{Costos})} = 1,5$$

Este valor resultante es el que permite realizar la **interpretación**; en el caso del ejemplo, se concluye que los **ingresos del proyecto de inversión son 1,5 veces más grandes que los egresos**.

PayBack (Período de Recuperación)

Permite determinar el **número de períodos requeridos para recuperar una inversión realizada**.



¿Cuál sería el periodo de recuperación si el costo de oportunidad es del 10% E.A.?

Para calcularlo, se debe realizar un **procedimiento iterativo**:

- 1- Calcular el **valor presente de todos los flujos de caja negativos** (es decir, de las **inversiones**) y sumarlos. Debe resultar un valor **negativo**.
 - 2- Calcular el **valor presente del primer flujo de caja positivo**.
 - 3- Sumar los **valores del paso 1 y el paso 2**:
 - Si el **valor resultante es negativo**, repetir el **procedimiento** pero considerando el **siguiente flujo de caja positivo al primero**. Este debe **sumarse** al **valor obtenido en el paso 2**.
 - Si el **valor resultante es mayor o igual que cero**, entonces **ya se encontró el período de recuperación**.
- **Importante:** se deben considerar **todos los flujos de caja negativos, no solo el inicial**.

Por ejemplo:

$$\text{1 periodo: } -1000 + \frac{500}{(1+10\%)} = -545,45 \quad \text{No se ha recuperado}$$

$$\text{2 periodos: } -1000 + \frac{500}{(1+10\%)} + \frac{500}{(1+10\%)^2} = -132,23 \quad \text{No se ha recuperado}$$

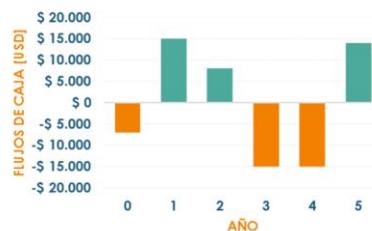
$$\text{3 periodos: } -1000 + \frac{500}{(1+10\%)} + \frac{500}{(1+10\%)^2} + \frac{500}{(1+10\%)^3} = 243,43 \quad \checkmark$$

La Inversión se recupera en 3 períodos.

❖ Ejemplo

Suponga que los Flujos de Caja del año 3 y 4 estaban estimados incorrectamente. Los Flujos de Caja corregidos del proyecto de inversión son los siguientes:

Año	Flujos de Caja [USD]
0	-\$ 7.000
1	\$ 15.000
2	\$ 8.000
3	-\$ 15.000
4	-\$ 15.000
5	\$ 14.000



Se quiere calcular el VAE, el B/C y el *PayBack* de este proyecto de inversión:

1. **VAE:** usar la función **PAGO()**. Esta siempre regresa el **valor con signo contrario**, por ende, se debe **poner un menos antes**. Recibe tres parámetros: **tasa**, **número de períodos (vida útil)** y **valor presente que se quiere anualizar (es decir, el VPN)**:

VAE	\$ 112,35
-----	-----------

Γ

Es importante notar que este valor es **consistente con el VPN** anteriormente calculado. Esto porque el **VAE** crea un **proyecto de inversión ficticio con flujos de caja constantes equivalentes al VAE**. Por ende, al **calcular el VPN** de este **proyecto ficticio** se debe obtener el **VPN del proyecto original**:

Año	VAE
0	
1	\$ 112,35
2	\$ 112,35
3	\$ 112,35
4	\$ 112,35
5	\$ 112,35
VP (t=0)	\$ 425,91

- 2- **C/B:** se debe **calcular el valor presente neto de todos los flujos de caja positivos y todos los negativos**. Luego, hay que hacer un **cociente** entre el **primer valor** y el **valor absoluto del segundo valor**, y el **resultado** será el **B/C**:

Año	FC+	FC-
0	\$ 0	-\$ 7.000
1	\$ 15.000	\$ 0
2	\$ 8.000	\$ 0
3	\$ 0	-\$ 15.000
4	\$ 0	-\$ 15.000
5	\$ 14.000	\$ 0
VP (t=0)	\$ 28.941	-\$ 28.515

B/C	1,0149
-----	--------

En caso de que en **un mismo período** se tengan **tanto flujos de caja positivos como negativos**, es necesario **calcular el flujo de caja neto de cada período** y **discriminar los flujos positivos de los negativos**. Luego de haber realizado esto, **ya será posible calcular el B/C**:

t	Ingresos	Egresos	FC Neto	FC(+) FC(-)	
				FC(+)	FC(-)
0		\$ 1.000,00	\$ (1.000,00)	\$ -	\$ (1.000,00)
1	\$ 800,00	\$ 50,00	\$ 750,00	\$ 750,00	\$ -
2	\$ 900,00	\$ 100,00	\$ 800,00	\$ 800,00	\$ -
3	\$ 200,00	\$ 800,00	\$ (600,00)	\$ -	\$ (600,00)
	\$ 80,32	\$ 1.729,15		\$ 1.342,98	\$ (1.450,79)

0,04644797

0,92568617

3- PayBack: para calcularlo, se recomienda hacer una **tabla** con los **flujos de caja reorganizados/reconstruidos**, ya que esto permitirá **calcular el VPN acumulado con mayor facilidad**:

Año	FC ®	VPN Ac
0	-\$ 28.515	
1	\$ 15.000	-\$ 14.879
2	\$ 8.000	-\$ 8.267
3	\$ 0	-\$ 8.267
4	\$ 0	-\$ 8.267
5	\$ 14.000	\$ 426

En el **período 0** va el **flujo de caja negativo total** (es decir, el **valor presente todas las inversiones realizadas durante el proyecto**). Para ello, se puede usar de nuevo la siguiente tabla:

Año	FC+	FC-
0	\$ 0	-\$ 7.000
1	\$ 15.000	\$ 0
2	\$ 8.000	\$ 0
3	\$ 0	-\$ 15.000
4	\$ 0	-\$ 15.000
5	\$ 14.000	\$ 0
VP (t=0)	\$ 28.941	-\$ 28.515

Por otro lado, **de la fila 1 en adelante irán los flujos de caja positivos**. Finalmente, en las **filas de la última columna** se realiza la **iteración** que se explicó anteriormente. La fila que tenga el **primer valor mayor o igual que cero** hará referencia al **PayBack**.

- **Útil:** el cálculo de la **columna VPN Ac** de la tabla se puede **automatizar** mediante un **rango variable**, en el cual se **fija** la **celda** referente al **fujo de caja positivo del primero período**:

Año	FC ®	VPN AC
0	-\$ 28.515	
1	\$ 15.000	-\$ 14.879
2	=VNA(10;F\$37:F38)+F\$36	
3	\$ 0	
4	\$ 0	
5	\$ 14.000	

Esta celda se puede **arrastrar** hasta el **último período**.

➤ Martes 14 de septiembre: Comparación y Selección de Proyectos I

Hay **tres tipos** de proyectos:

1. **Independientes:** Una alternativa se puede ejecutar independiente de realizar otras alternativas.
2. **Dependientes:** Una alternativa NO se puede ejecutar sin llevar a cabo la otra.
3. **Mutuamente Excluyentes:** Si se lleva a cabo una alternativa, ésta limita a que otras NO se puedan ejecutar.

Para el primer caso, el hecho de que **se haga un proyecto no impide que se hagan los demás**; se pueden **realizar simultáneamente**, ya que la decisión sobre un proyecto **no afecta a las demás**. El segundo caso es **lo contrario** ya que, en caso de **no realizarse uno, el otro tampoco se podrá llevar a cabo**:



En este caso, es importante **determinar cuál** proyecto **dependiente de cuál**, o si **ambos son dependientes entre sí**. Es importante tener en cuenta que, tanto para **ordenar** como para **escoger** proyectos, se deberán usar los **IBD**.

Proyectos Independientes

- **Definición:** **proyectos independientes.** Dos o más proyectos son independientes **cuando pueden ejecutarse simultáneamente.**

En estos, hay que considerar lo siguiente:

- Pueden existir **restricciones o limitaciones** de diferentes tipos (**presupuestal, económica, tecnológica, etc.**) para llevar a cabo más de un proyecto de inversión simultáneamente.
- Cuando la tarea consiste en determinar cuál(es) proyectos deben ejecutarse, basta con **determinar qué proyectos son convenientes o rentables financieramente.**

❖ Sin Restricción Presupuestal

En el curso **solo se considerarán limitaciones económicas**. En caso de **no tener dicha restricción**, solo hay que **escoger aquel/aquellos proyecto/s que mejores indicadores de bondad financiera tenga/n**. Ejemplo:

IBF	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Proyecto D	Proyecto E
- Inversión	100	90	20	25	40
- VPN (10%)	150	137	1	10	-3,5
- TIR	17,98%	20,06%	10,1%	10,5%	9,85%

Aquí, como **todos** los proyectos **menos el E** generan valor según el **VPN** y la **TIR**, entonces **todos estos deben escogerse**.

❖ Con Restricción Presupuestal

Si se tiene **presupuesto limitado**, se deberá determinar cuál de **todas las combinaciones de proyectos genera más valor**, siempre considerando que **no se sobrepase el presupuesto**. Por ejemplo:

Presupuesto	\$ 200	Inversión	\$ 190
¿Se realiza?	SI	SI	NO
Inversión	\$ 100	\$ 90	\$ 0

- **Importante:** para determinar las **combinaciones** de proyectos que **optimizan las ganancias**, solo se pueden usar el **VPN** y el **VAE**. De hecho, siempre que se vaya a tomar una decisión, el **VPN** será el **indicador que primará** sobre los demás.

Esto último implica que, si **solo se poseen las TIR** de los proyectos, entonces **no se podrá concluir nada**. Esto debido a que:

- 1- Si los proyectos presentan **varios cambios de signo**, la **TIR no es confiable**.
- 2- La **TIR** solo dice si un proyecto es **viable o no**, pero no **cuánto valor o beneficio genera**.

Proyectos Dependientes

- **Definición:** **proyectos dependientes**. Dos o más proyectos son dependientes cuando **la realización de uno exige obligatoriamente la ejecución de el/los otro/s**.

Ejemplo:

Un ejemplo sencillo de alternativas de inversión dependientes es el siguiente:

Proyecto 1: Comprar una impresora para una papelería

Proyecto 2: Comprar un sistema de recarga de cartuchos de bajo costo que permita disminuir el costo de reemplazo de estos.

En estos casos también se deben usar los **IBF** para escoger; aun así, estos deben **evaluarse conjuntamente**.

❖ Sin Restricción Presupuestal

Ejemplo 1:

¿Qué proyecto realizaría si **(A)** es dependiente de **(E)**?
Todos los demás proyectos son independientes

↙

IBF	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Proyecto D	Proyecto E
✓Inversión	100	90	20	25	40
✓VPN (10%)	150	137	1	10	-3,5
✗TIR	17,98%	20,06%	10,1%	10,5%	9,85%

Si el Proyecto A depende del Proyecto E...

+

	A + E	B	C	D	E
Inversión	\$ 140	\$ 90	\$ 20	\$ 25	\$ 40
VPN (10%)	\$ 146,5	\$ 137	\$ 1	\$ 10	-\$ 4

Presupuesto Ilimitado

¿Se realiza?

SI

SI

SI

SI



Hay que tener en cuenta lo siguiente:

- 1- En caso de que den los **flujos de caja de todos los proyectos**, será necesario **calcular los flujo de caja netos de los proyectos dependientes** y con estos calcular el **VPN** y el **VAE**. De lo contrario, será necesario **operar los IBF dados entre sí** (como en el caso de A+E del ejemplo).
- 2- Pese a que el proyecto E genere **pérdidas**, estas se verán **compensadas** al hacer el proyecto A, por lo que se concluye que **todos los proyectos deben realizar**.

❖ Con Restricción Presupuestal

Si se tiene **presupuesto limitado**, será necesario **determinar la combinación de proyectos que mayor valor genera teniendo en cuenta los proyectos dependientes**:

Presupuesto Limitado

Presupuesto	\$ 200	Inversión	\$ 185
¿Se realiza?	SI	NO	SI
Inversión	\$ 140	\$ 0	\$ 20

Hay que recordar que el proyecto E sí se hace, solo que este ya se consideró en A+E.

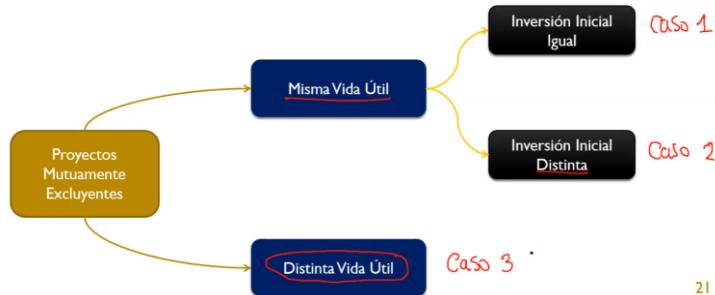
Proyectos Mutuamente Excluyentes

- **Definición: proyectos mutuamente excluyentes.** Dos o más proyectos son mutuamente excluyentes cuando la realización de uno descarta la de los demás. Esto generalmente sucede ya que **todos los proyectos responden a la misma necesidad**, por lo que **basta con ejecutar alguno de ellos para solucionar el problema o generar valor**.

Ejemplo:

- **Proyecto 1: Comprar una impresora HP**
- **Proyecto 2: Comprar una impresora Epson**

Hay **tres casos**, y en cada uno **solo se podrán usar algunos IBF**:



21

Esto implica que, para **determinar** en qué **caso** se está, habrá que seguir el siguiente procedimiento:

- 1- Determinar si tiene la **misma vida útil**:

 - Si **no**, es **caso 3**.
 - De **lo contrario**, determinar si las **inversiones iniciales son iguales**:
 - a- Si **sí**, es **caso 1**.
 - b- De **lo contrario** es **caso 2**.

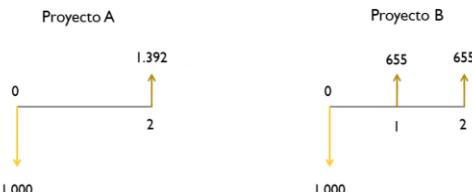
❖ Caso 1

Ejemplo 1:

Caso 1: Comparación de alternativas mutuamente excluyentes con vidas útiles e inversiones iniciales iguales.

Es el caso más sencillo para estudiar a la hora de realizar la selección de proyectos mutuamente excluyentes.

Para el análisis, tomemos los siguientes dos proyectos. Asuma un costo de oportunidad del 10%.



Misma vida útil, misma inversión inicial, por ende es **caso 1**. Primero, habrá que **calcular los cinco IBF**:

CASO 1: VIDA ÚTIL E INVERSIÓN IGUAL

	Proyecto A	Proyecto B
0	-\$ 1.000	-\$ 1.000
1	\$ 0	\$ 655
2	\$ 1.392	\$ 655

Indicadores de Bondad Financiera

	Proyecto A	Proyecto B
VPN	\$ 150	\$ 137
VAE	\$ 87	\$ 79
TIR	17,98%	20,06%
TVR	17,98%	17,28%
B/C	\$ 1,15	\$ 1,14

Selección
A
A
B
A
A

- **Importante:** aquí la **TIR no sirve** ya que **no se cumple el supuesto de reinversión**.

Es evidente como, si son utilizados de manera correcta, los IBF proporcionarán un ordenamiento consistente entre si.

- **Importante:** siempre colocar un 0 en caso de que no haya flujo de caja; dejar el flujo de ese período vacío causará errores en los IBF.

	Proyecto A	Proyecto B
0	-\$ 1.000	-\$ 1.000
1		\$ 655
2	\$ 1.392	\$ 655

	Proyecto A	Proyecto B
0	-\$ 1.000	-\$ 1.000
1	\$ 0 +	\$ 655
2	\$ 1.392	\$ 655

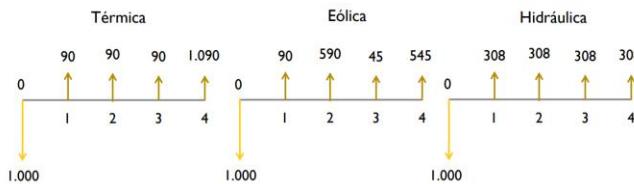
Ejemplo 2:

Ejemplo 2: Usted tiene que escoger ~~un~~ mecanismo de generación eléctrica para el país: Eólica, térmica o hidráulica. Su costo de oportunidad es 5%.

Proyecto	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4
Térmica	-1.000.000	90.000	90.000	90.000	1.090.000
Eólica	-1.000.000	90.000	590.000	45.000	545.000
Hidráulica	-1.000.000	308.668,7	308.668,7	308.668,7	308.668,7

Hay que tener en cuenta que, ese este caso, “cuál o cuáles” es una distracción, ya que los **proyectos son mutuamente excluyentes**.

- Ejemplo 2: Usted tiene que escoger un mecanismo de generación eléctrica para el país: Eólica, térmica o hidráulica. Su costo de oportunidad es 5%.



- Ejemplo 2: Usted tiene que escoger un mecanismo de generación eléctrica para el país: Eólica, térmica o hidráulica. Su costo de oportunidad es 5%.

IBF	Térmica	Eólica	Hidráulica
VPN (5%)	141.838	108.107	94.524
TIR	9%	9%	9%
TVR	8,54%	7,73%	7,4%
B/C	1,14	1,11	1,09
VAE	40.000	30.488	26.657

Caso 1: Comparación de alternativas mutuamente excluyentes con vidas útiles e inversiones iniciales iguales.

Es el caso más sencillo para estudiar a la hora de realizar la selección de proyectos mutuamente excluyentes.

En este caso, se pueden usar los siguientes IBF:

VPN

TVR

VAE

B/C

- **Importante:** la **TIR** para el **caso 1** siempre se va a descartar.

Dudas

- 1- Si se asumen que las TIR dadas son viables en un caso de proyectos independientes, ¿se puede escoger la que tenga menor TIR ya que es el proyecto que requerirá menos costo de oportunidad para generar valor?
 - 2- ¿Eso es lo que dice la TIR?
 - 3- ¿Por qué se descarta la TIR en el ejemplo 2 del caso 1?
-

➤ Jueves 16 de septiembre: Comparación y Selección de Proyectos II

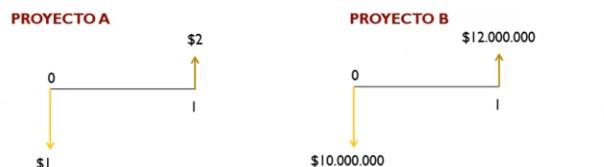
Proyectos Mutuamente Excluyentes: Caso 2

Los únicos IBF que servirán para este caso son el **VPN** y el **VAE**. La **TIR**, la **TVR** y la relación **B/C** no servirán generalmente ya que estos se ven muy **influenciados por el valor de la inversión inicial**.

Ejemplo 1

Ejemplo

Suponga 2 proyectos ME con los siguientes flujos y un costo de oportunidad de 15%:



PROYECTO	TIR	VPN(15%)
A	100%	\$0,74
B	20%	\$434.782,6

Para el **caso 2** siempre primará la generación de valor sobre la rentabilidad, por lo que el **VPN** y el **VAE** primarán sobre la **TIR**, la relación **B/C** y la **TVR**.

PROYECTO	B/C (15%)	VPN(15%)	PROYECTO	TVR (15%)	VPN(15%)
A	1,73	\$0,74	A	100%	\$0,74
B	1,04	\$434.782,6	B	20%	\$434.782,6

Es decir, pese a que la **TIR**, la **TVR** y la relación **B/C** digan lo contrario, se debe escoger el proyecto B ya que es el que mayor valor genera.

Análisis Incremental, Marginal o Diferencial

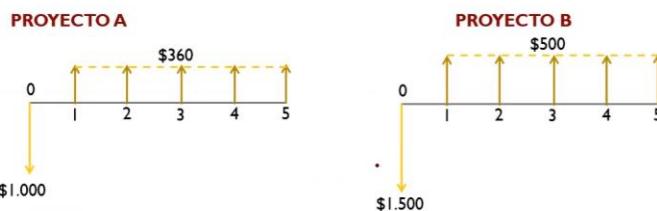
Este método **permite usar todos los IBF** para concluir, ya que los cinco permitirán llegar a la misma conclusión (en caso de que se cumplan todos sus supuestos). Este consiste en **comparar parejas de proyectos**; se deben tomar los flujo de caja del proyecto que tenga la mayor inversión inicial y se les deben restar los **flujos de caja del proyecto con menor inversión**. Esto resultará en un **flujo de caja marginal**.

❖ Ejemplo 1

Considere los siguientes proyectos:

- El **proyecto A** requiere una inversión de 1000 pesos y genera flujos anuales constantes de 360 pesos durante cinco años.
- El **proyecto B** exige una inversión de 1500 pesos y asegura flujos anuales constantes de 500 pesos por cinco años.

¿Cuál de los dos proyectos debe seleccionarse?



Siguiendo la regla establecida, de restar del flujo de mayor inversión, el de menor inversión resultaría el siguiente diagrama de flujo diferencial:

Al calcular los **IBF puros** de **ambos proyectos**, se obtendrán resultados con **conclusiones inconsistentes**:

VPN	\$ 364,68	\$ 395,39	B > A
VAE	\$ 96,20	\$ 104,30	B > A
TIR	23,44%	19,86%	A > B
TVR	17,06%	15,27%	A > B
B/C	1,3647	1,2636	A > B

Aun así, como el **VPN** y el **VAE priman** sobre os demás IBF, se **deberá escoger el proyecto B**.

Por otro lado, si se aplica **análisis marginal**, resultará lo siguiente:

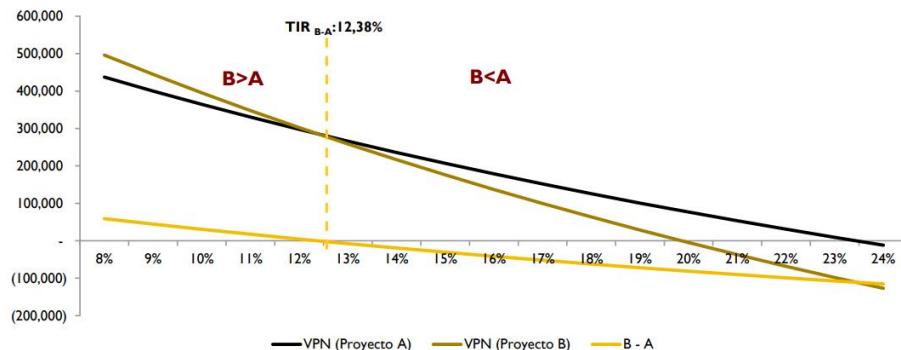
B - A	VPN	VAE	TIR	TVR	B/C	
0	-\$ 500					>0
1	\$ 140					>0
2	\$ 140					> C.O.
3	\$ 140					> C.O.
4	\$ 140					> 1
5	\$ 140					

Para concluir, simplemente hay que **basarse en las reglas de decisión originales de cada IBF**. En caso de que **todos indiquen que hay conveniencia financiera**, entonces se concluye que el proyecto con **mayor inversión inicial** es el que **genera más valor**; de lo contrario, se concluye que el que tiene **menor inversión inicial** es el que **genera más valor**.

Este análisis permite determinar **cuál proyecto genera más valor, mas no cuánto valor genera o destruye cada uno**; es decir, estos dice **cuál es más viable que el otro**. Por ende, la **conclusión completa** se debe realizar **considerando los IBF puros**.

- **Importante:** si el flujo de caja marginal tiene más de un cambio de signo, entonces la **TIR marginal tampoco será un indicador viable**.

Se puede realizar el siguiente **análisis gráfico**:



En la gráfica se observa que dependiendo la tasa de descuento, la escogencia del mejor proyecto varía. Así, para valores inferiores al 12.38% B>A, mientras que para valores mayores a 12.38% el mejor proyecto resulta ser A.

- Así las cosas, si por ejemplo el **C.O. del inversionista fuese 10%**, diríamos que es más conveniente invertir 500 adicionales en B a cambio de hacer el proyecto A y por lo tanto **escogeríamos B**.
- Por el contrario para un **C.O. de por ejemplo 20%**, diríamos que no es conveniente invertir 500 adicionales en B y por lo tanto **debe escogerse el proyecto A**.

Puede suceder que **únicamente den las siguientes rectas**:

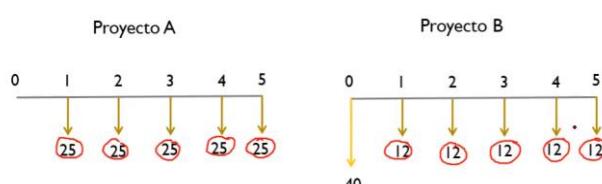
- ① $\text{VPN}_{\text{puros Proj.}} + \text{VPN}_{\text{Marginal}}$
- ② $\text{VPN}_{\text{puros Proj.}}$
- ③ $\text{VPN}_{\text{marginal.}}$

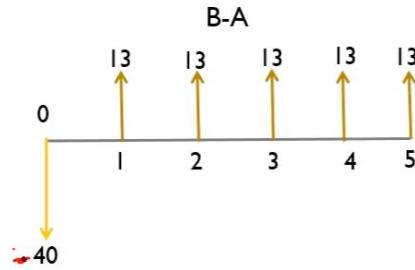
En cualquier caso se **llegará a la misma conclusión**.

❖ Ejemplo 2

Ejemplo 2

- Actualmente una empresa utiliza un proceso productivo que se extenderá por cinco años más, cuyos costos anuales de mantenimiento y combustible son de 25 millones de pesos.
- Existe una alternativa en el mercado cuya vida útil es cinco (5) años que permite modernizar el proceso y convertir la máquina a gas natural, lo cual reduciría los costos de mantenimiento y combustible a 12 millones por año. La inversión necesaria para llevar a cabo esta alternativa es de 40 millones de pesos.
- La empresa utiliza un costo de oportunidad de 10% anual para valorar sus proyectos.
- Analice el problema mediante el indicador TIR o TVR





Lo que este **flujo de caja marginal** dice es que, por realizar una **inversión extra de 40** en el **proyecto B**, se estará obteniendo un **ahorro de 13 en cada período**.

Para **evitar confusiones**, es recomendable añadir **subíndices** a los **IBF** para **indicar** que hacen referencia a los **flujos de caja marginales**:

IBF	B - A
TIR _{B-A}	18,72%
TVR _{B-A}	14,69%

Aquí se concluye que se debe **escoger** el proyecto con **inversión inicial de 40**. Como se mencionó anteriormente, estos IBF marginales no dicen si los proyectos generan valor, solo dicen cuál es más viable que otro. De hecho, **ambos destruyen valor**, pero el que **menos destruye es el B**, y por ello debe escogerse.

❖ Ejemplo 3

Ejemplo 3: Dentro de su portafolio de inversiones, usted cuenta con las siguientes alternativas. Su costo de oportunidad es 20%.

T	Finca Raíz (A)	Acciones (B)	Índice Mercado (C)	Pensión Voluntaria (D)
0	-100.000	-200.000	-300.000	-400.000
1	40.102	78.726	0	482.493
2	40.102	78.726	0	0
3	40.102	78.726	0	0
4	40.102	78.726	643.076	-10.000

Los **IBF puros** son los siguientes:

IBF	Finca Raíz (A)	Acciones (B)	Índice Mercado (C)	Pensión Voluntaria (D)
VPN	3.813	3.800	10.125	6.900
TIR X	22% ✓	21%	21%	22% ✓
B/C X	1,04	1,019	1,03	1,017
VAE	1.473	1.468	3.911	2.665

En este caso, como **no se exige concluir con base en algún IBF específico**, se puede tomar la decisión considerando el **VPN** y el **VAE** puros.

Si, por el contrario, piden **concluir con base en**, por ejemplo, la **relación B/C**, será necesario realizar **análisis marginal**. Para ello, habrá que **calcular 6 flujos de caja marginales**, ya que hay 6 combinaciones posibles de parejas de los proyectos. Esto permitirá realizar una **conclusión más completa**:

$$\begin{array}{l} C > D > A \\ C > D > B \end{array} \quad \begin{array}{l} A > B \\ \boxed{C > D > A > B} \end{array} \quad \begin{array}{l} VPP \\ VAE \end{array}$$

IBF	D - C	C - B	C - A	D - A	D - B	B - A
TIR	20,48%	21%	20,77%	22%	14,29%	19,99% ↗ CO
TVR	19,76%	20,71%	20,66%	20,25%	20,28%	19,99% ↗ 1
B/C	0,97	1,06	1,03	1,01	1,02	-0,99 < 1
VPN	-3.225	6.325	6.312	3.087	3.099	-13 < 0

La **conclusión obtenida con los IBF marginales** será **consistentes** con la **conclusión obtenida con los IBF puros**.

Resumiendo:

Caso 2: Comparación de alternativas mutuamente excluyentes con vidas útiles iguales e inversiones iniciales distintas.

En este caso, se pueden usar los siguientes IBF:

VPN

VAE

Análisis Incremental (Marginal / Diferencial)

➤ Martes 21 de septiembre: Comparación y Selección de Proyectos III

Proyectos Mutuamente Excluyentes: Caso 3

Este caso tiene **dos casos**:

- 1- Se pueden **replicar todos los proyectos**. Esto sucede con proyectos de **corto plazo** y que se **dan dentro del mismo período**, como proyectos agrícolas.
- 2- **No se puede replicar al menos un proyecto**.

En la vida laboral, generalmente se estará en el **segundo caso**, ya que el **primero** es uno muy **hipotético** y **deseable**, pero **poco factible**.

Caso 3: Comparación de alternativas mutuamente excluyentes con vidas útiles e inversiones iniciales distintas.

En este caso, se podrá optar por dos alternativas: replicar o no replicar el proyecto.

- **Importante:** en el **caso 3**, el único IBF puro que funcionará será el **VPN**.

En caso de que los proyectos **no** se puedan **replicar**, hay que seguir el siguiente procedimiento:

- 1- Calcular el **VPN** de cada proyecto.
- 2- Escoger el que tenga el **mayor VPN**.

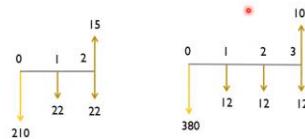
En caso de que los proyectos **se puedan replicar**, hay que seguir el siguiente procedimiento:

- 1- Calcular el **mínimo común múltiplo** entre las **vidas útiles de los proyectos**.
- 2- **Replicar cada proyecto**:
 - Se debe **buscar el último período** en el que hay **flujo de caja**.
 - **Desde este período** se deben **copiar** todos los **flujos de caja del proyecto original**.
- 3- **Calcular el VPN y el VAE para los proyectos replicados y escoger el que tenga mayor VPN.**

Si asumimos que los proyectos se pueden replicar.

1. Encontrar un vida útil común: Mínimo Común Múltiplo

6 años



2. La inversión Inicial vuelve a empezar el último período donde acaba el proyecto original.

- **Importante:** si al menos un proyecto no se puede replicar, entonces es método no se puede aplicar.

Hay que tener en cuenta lo siguiente:

- Pese a que el método de replicar es altamente utilizado, existe una discusión teórica sobre la validez de asumir la repetición de un proyecto en el tiempo bajo las exactas mismas condiciones.
- Si el anterior supuesto no es factible, la mejor práctica es comparar las alternativas es utilizar el **VPN**; aún conociendo que la vida útil de los proyectos es distinta.

❖ Ejemplo

El ejemplo se hará para **ambos casos**, es decir, suponiendo que se puede replicar y que no.

Analicemos los siguientes dos potenciales proyectos sociales. Usted debe escoger uno. Su costo de oportunidad es 10%.

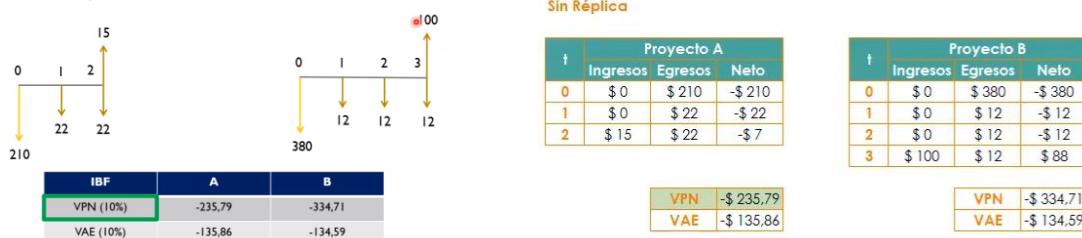


Sin Réplica:

Si se tiene los **flujos de caja separados** del proyecto (es decir, **ingresos y egresos por separado**), será necesario **determinar el valor** los **flujos de caja netos** para calcular los **IBF**.

En este caso, simplemente será necesario **calcular el VPN y el VAE de cada proyecto**, y se deberá **concluir** con base en el **VPN**:

Vemos como el VPN y el VAE no nos dan resultados consistentes.

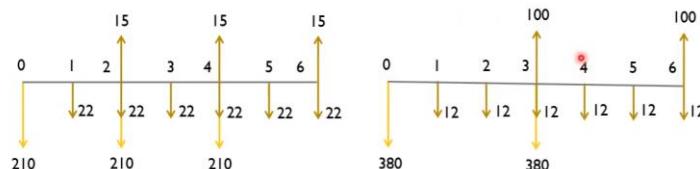


En este ejemplo, las **conclusiones con base en el VPN** son **diferentes** a las que se deben realizar **con base en el VAE**. Esto sucede ya que lo que realmente está indicando el **VAE** es que el **proyecto B destruirá valor durante tres períodos**, mientras que **el A solo lo hará durante dos**. Por ende, **se debe escoger el A**, y esto es lo que indica el **VPN**.

Con Réplica:

- **Importante:** un proyecto se puede **replicar** si, en caso de **hacerse de nuevo** en **exactamente las mismas condiciones**, entonces se **obtendrá el mismo flujo de caja que el original**. Si esto **no se cumple**, entonces el proyecto **no se puede replicar**.

La réplica de los proyectos quedará de la siguiente forma:



Esto implica que el **proyecto 1 se replicó dos veces** mientras que el **proyecto 2 se replicó solo una vez**. **Con base en estos nuevos flujos** de deberán **calcular los IBF**. Esto se hace **identificando** en qué caso se está, en el 1 o en el 2. En este caso, se está en **caso 2**:

Con Réplica **M.C.M.** 6

t	O	R1	R2	PR
0	-\$ 210			-\$ 210
1	-\$ 22			-\$ 22
2	-\$ 7	-\$ 210		-\$ 217
3		-\$ 22		-\$ 22
4		-\$ 7	-\$ 210	-\$ 217
5			-\$ 22	-\$ 22
6			-\$ 7	-\$ 7

Con Réplica		
	M.C.M.	6
VPN	-\$ 591,69	
VAE	-\$ 135,86	

t	O	R1	PR
0	-\$ 380		-\$ 380
1	-\$ 12		-\$ 12
2	-\$ 12		-\$ 12
3	\$ 88	-\$ 380	-\$ 292
4		-\$ 12	-\$ 12
5		-\$ 12	-\$ 12
6		\$ 88	\$ 88

Con Réplica		
	M.C.M.	6
VPN	-\$ 586,18	
VAE	-\$ 134,59	

En este caso se debe **escoger el proyecto B**, ya que es el que **destruye menor cantidad de valor**.

Es importante notar que el **VAE quedará igual** para **ambos casos**, el de réplica y el de sin réplica.

Análisis Marginal

El **caso 3** también se puede resolver mediante **análisis marginal**, y se llegará a las **mismas conclusiones**.

Para el caso **sin réplica** resultará lo siguiente:

t	B - A		Indicador	Valor	Decisión
0	-\$ 170	+	VPN	-\$ 98,93	A
1	\$ 10		VAE	-\$ 39,78	A
2	-\$ 5		TIR	-18,95%	?
3	\$ 88		TVR	-16,85%	A
			B/C	\$ 0.43	A

Para el caso **con réplica** resultará lo siguiente:

t	B - A		Indicador	Valor	Decisión
0	-\$ 170		VPN	\$ 5,51	B
1	\$ 10		VAE	\$ 1,26	B
2	\$ 205		TIR	10,95%	?
3	-\$ 270		TVR	10,27%	B
4	\$ 205		B/C	\$ 1.01	B
5	\$ 10				
6	\$ 95				

En resumen:

Caso 3: Comparación de alternativas mutuamente excluyentes con vidas útiles e inversiones iniciales distintas.

En este caso, se pueden usar los siguientes IBF:

VPN – Sin Réplica

VPN ó VAE – Con Réplica

Ánalisis Marginal (Incremental/Diferencial)

Ejemplo Proyectos Independientes, Dependientes y Mutuamente Excluyentes

Considere los siguientes proyectos:

Proyecto	A	B	C	D
Inversión	100	100	50	50
Vida útil	3	3	3	3
VPN	-10	10	25	5
TIR	10 %	12 %	25 %	13 %

Adicionalmente usted sabe que:

- El presupuesto para desarrollar estos proyectos es 250
- A y B son mutuamente excluyentes
- C depende de A
- D es independiente de todos los demás proyectos

¿Cuál(es) de proyectos elegiría?

Se debe seguir el siguiente procedimiento:

- 1- **Determinar** cuáles son los proyectos **mutuamente excluyentes**.
- 2- Con base en esto, **determinar todas las combinaciones posibles**.
- 3- Calcular el **VPN** para **cada combinación y escoger la que tenga el mayor**.

Invertir				VPN
A	C	D		200
B	D			150
A	C			150
A	D			150
A	B			100
D				50

Según estos resultados, se deberán escoger los proyectos **A, C y D**.

➤ Martes 12 de octubre: Construcción del Flujo de Caja Libre

La contabilidad se define de la siguiente forma:

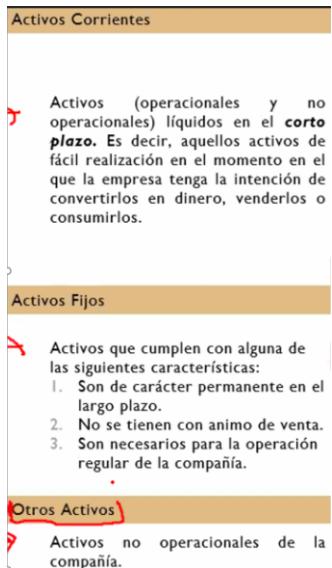
“La contabilidad es un proceso que permite recopilar, registrar, analizar e interpretar las diversas transacciones contables - financieras suscitadas durante un periodo, con la finalidad de proporcionar información que facilite las funciones de **planeación, control y toma de decisiones**.”

Estado de la Situación Financiera



❖ Activos

Son aquellas cosas que tienen valor y son de propiedad de la compañía; es decir, estos representan la política de inversión o, en otras palabras, en qué se ha gastado la empresa su capital de inversión.



Activos Corrientes:

Son de fácil realización, es decir, es sencillo convertirlos en efectivo:

Caja/Bancos: El efectivo disponible de la compañía.

Inversiones Temporales: Títulos o valores de fácil realización.

Cuentas por Cobrar: Ingresos de la operación del negocio que aún no se han cobrado.

Deudores: Documentos por cobrar, Préstamos a socios, Deudores varios.

Inventarios: Materia prima, Producto en proceso, Producto terminado.

- **Importante:** las cuentas por cobrar es de clientes, y los deudores es de inversionistas, empleados, etc.; es decir, deudores son todos aquellos agentes que deben plata diferentes a los clientes.

Activos Fijos o No Corrientes:

Activos Tangibles

Activos fijos de planta:

→ **Depreciables:** Edificios, maquinaria, herramientas y equipos.

→ **No Depreciables:** Terrenos, construcciones en curso, maquinaria en montaje, maquinaria en transporte, metales y piedras preciosas.

Recursos Naturales:

Minas, pozos de petróleo y gas natural, bosques, canteras, etc.

Activos Intangibles

Activos fijos de planta:

→ **Amortizables:** Patentes, concesiones, mejoras en propiedad arrendada

→ **No Amortizables:** Good-will



El *Good-will* hace referencia a la marca o el reconocimiento de la empresa.

Otros Activos:

En estos entran valorizaciones e inversiones permanentes. Es simplemente lo que no entra ni en activos corrientes ni en fijos.

- **Importante:** la depreciación es para los activos tangibles, mientras que la amortización es para los intangibles.

$$\text{Depreciación} = \text{Amortización} = \frac{\text{Pérdida en valor}}{\substack{\downarrow \\ \text{Tangibles}}} \quad \frac{\downarrow}{\text{intangibles}}$$

❖ Pasivos

Los pasivos son todas las deudas que tiene la empresa con los acreedores.

Los pasivos representan obligaciones contraídas por la empresa que nacen por transacciones pasadas que requieren una cancelación o prestación de servicio en el futuro.

Pasivos Corrientes

Los pasivos representan obligaciones contraídas por la empresa que nacen por transacciones pasadas que requieren una cancelación o prestación de servicio en el futuro.

Pasivos Corrientes

- Cuentas por Pagar:** Egresos de la operación del negocio que aún no se han pagado.
- Impuestos x Pagar:** Impuestos ya causados pero que aún no están pagos.
- Dividendos x Pagar:** Dividendos decretados por la compañía y que aún no se han pagado.

Cuentas por pagar son por lo general de proveedores.

❖ Patrimonio

Capital: El aporte que los accionistas hacen al negocio.

Utilidad del periodo: Corresponde a la utilidad del periodo según el P&G.

Utilidad acumulada: Corresponde a la utilidad acumulada de los periodos anteriores según los P&G.

Reservas/Utilidades retenidas: Utilidades de la compañía que se han deducido no repartir. La ley exige un mínimo de reservas (suele ser un 10% por periodo).

Valorización/Superávit de capital: Un aumento contable en el valor del patrimonio como consecuencia de un aumento en el valor contable de los activos.

El superávit de capital hace referencia a la valorización de los activos.

❖ En Resumen

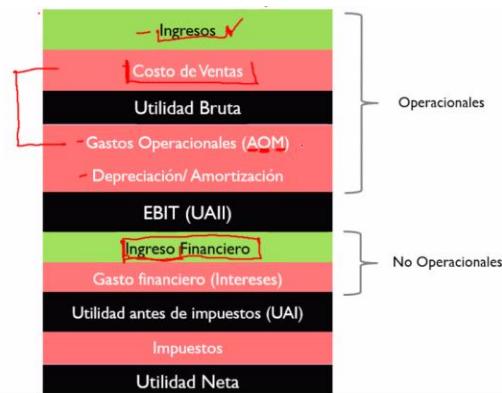
Activos Corrientes	Pasivos Corrientes	
Caja - Bancos	Obligaciones Bancarias	
Inversiones Temporales	Cuentas x Pagar	
Cuentas x Cobrar	Impuestos	
Deudores	Ingresos Anticipados	
Inventarios	Interés Anticipado	
Materia Prima	Prestaciones Sociales	
Producto en Proceso	Impuestos x Pagar	
Producto Terminado	Dividendos x Pagar	
Pagos Anticipados	Pasivos LP	
Activos Fijos	Pasivos LP	
Terrenos	Prestamos a Largo Plazo	
Edificios	Bonos Corporativos	
Planta & Equipo	Patrimonio	
Muebles & Enseres	Capital	
Vehículos	Utilidades Acumuladas	
Intangibles	Utilidad del Periodo	
Otros Activos		
Inversiones Permanentes	Reservas Legales	
Valorizaciones	Valorización	

Recursos Ajenos

Recursos Propios

Estado de Resultados (P&G)

Refleja los resultados de la gestión realizada en un periodo.



Principios

❖ Principio de Pertenencia

Suponga que el Estado de la Situación Financiera de una compañía hipotética es el siguiente:

Caja	20	Bancos	50	¿Cómo cambió la utilidad?
Edificio	80	Socios	50	¿Cómo cambió la liquidez?

Flujo de Caja Libre

EBIT (UAI)

(+) Depreciación & Amortización

EBITDA

(-) Variación en WK → P. Cambio en P. Caja

(-) Variación en Activos Fijos (CAPEX) → P. Inversión

(-) Impuesto Operacional (tB)

Flujo de Caja Libre (FCL)

➤ Jueves 14 de octubre: Concepto de Depreciación

❖ Activos

En el curso, siempre se considerará la depreciación como un gasto operacional.

La depreciación, pese a no ser un gasto efectivo, esta sí afecta el pago de impuestos.

Métodos de Depreciación

Para depreciar, se requiere lo siguiente:

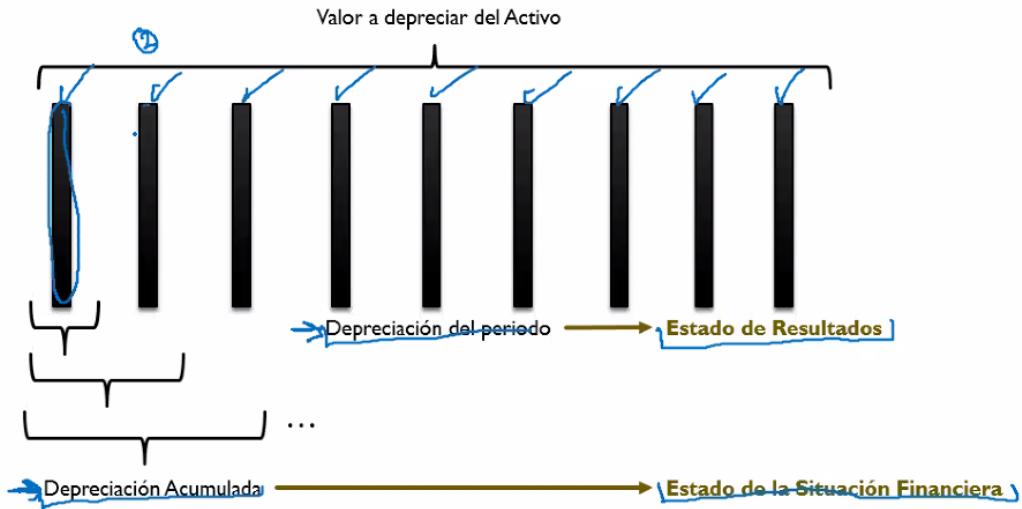
- **Valor del Activo:** Valor de mercado del activo a depreciar (valor al que se adquiere el activo).
- **Valor de Salvamento (Rescate):** Corresponde al valor por el cual podría venderse el activo al finalizar su vida útil. Generalmente se establece como un porcentaje del valor del activo.
- **Vida Útil del Activo:** Corresponde al tiempo que contablemente permanece el activo como elemento productivo de la empresa. La vida útil varía dependiendo del tipo de activo. Para efectos del curso de manera predeterminada supondremos la siguiente convención de vidas útiles:
 - ➔ El valor del activo requiere descontar los gastos que fueron necesarios para poner a operar el activo.
 - ➔ En caso de no poseer la vida útil, hay que basarse en la siguiente tabla:

ACTIVO	VIDA ÚTIL
Inmuebles	20 Años
Maquinaria, Muebles, Equipos, Barcos, Aviones, Trenes	10 Años
Automotores, Computadores, Tecnología	5 Años

- **Importante:** la vida útil de un proyecto y la del activo generalmente son diferentes.

❖ Método de Línea Recta

Consiste en depreciar el activo de manera constante a lo largo de su vida útil. Es decir, nominalmente el activo pierde el mismo valor por periodo (Anualidad).



Consiste en depreciar el activo de manera constante a lo largo de su vida útil. Es decir, nominalmente el activo pierde el mismo valor por periodo (Anualidad).

$$\text{Depreciacion del periodo}_j = (Vr.\text{Activo} - Vr.\text{Salvamento}) * \left(\frac{1}{N} \right)$$

$$\text{Depreciacion Acumulada}_j = (\text{Deprec. Acum}_{j-1} + \text{Deprec. Periodo}_j)$$

$$\begin{aligned} \text{Valor en libros}_j &= (\text{Valor Activo} - \text{Depreciacion Acum}_j) \\ &\downarrow = \\ \text{Valor Activo Neto}_j & \\ \text{Valor Activo Final}_j & \end{aligned}$$

$N = \text{Vida util}$
 $j = 1, 2, \dots, N$

La única ecuación que cambia es la depreciación del período. El período 0 es en el que se compra, por lo que no tiene depreciación del período ni acumulada; son a partir del período 1.

Ejemplo 1:

Ejemplo I

V.A.

Usted adquiere, por 80'000.000 COP, un chiller para el Centro Comercial San Rafael.

Según el experto técnico, la vida útil de dicha máquina es de 10 años. Así mismo, espera que en 10 años la máquina se pueda vender a 10'000.000 COP (Valor de Salvamento).

MÉTODO DE LÍNEA RECTA

Valor Activo	\$ 80.000.000
Valor Salvamento	\$ 10.000.000
Vida Útil	10

$$\text{Depreciacion del periodo}_j = (Vr.\text{Activo} - Vr.\text{Salvamento}) * \left(\frac{1}{N} \right)$$

$$\text{Depreciacion Acumulada}_j = (\text{Deprec. Acum}_{j-1} + \text{Deprec. Periodo}_j)$$

$$\text{Valor en libros}_j = (\text{Valor Activo} - \text{Depreciacion Acum}_j)$$

Periodo	Dep. Periodo	Dep. Acumulada	Valor Libros
0	\$ 0	\$ 0	\$ 80.000.000
1	\$ 7.000.000	\$ 7.000.000	\$ 73.000.000
2	\$ 7.000.000	\$ 14.000.000	\$ 66.000.000
3	\$ 7.000.000	\$ 21.000.000	\$ 59.000.000
4	\$ 7.000.000	\$ 28.000.000	\$ 52.000.000
5	\$ 7.000.000	\$ 35.000.000	\$ 45.000.000
6	\$ 7.000.000	\$ 42.000.000	\$ 38.000.000
7	\$ 7.000.000	\$ 49.000.000	\$ 31.000.000
8	\$ 7.000.000	\$ 56.000.000	\$ 24.000.000
9	\$ 7.000.000	\$ 63.000.000	\$ 17.000.000
10	\$ 7.000.000	\$ 70.000.000	\$ 10.000.000

❖ Método de la Suma de los Dígitos de los Años Decrecientes (SDAD)

$$\text{Depreciacion del periodo}_j = (\text{Vr.Activo} - \text{Vr.Salvamento}) * \left(\frac{N - j + 1}{S} \right)$$
$$N = \text{Vida util}$$
$$j : \text{periodo a depreciar, } j = 1, 2, \dots, N$$
$$S : \text{Suma de los periodos}$$
$$S = 1 + 2 + \dots + N$$

$$\text{Depreciacion Acumulada}_j = (\text{Deprec. Acum}_{j-1} + \text{Deprec. Periodo}_j)$$

$$\text{Valor en libros}_j = (\text{Valor Activo} - \text{Depreciacion Acum}_j)$$

❖ Método de Reducción de Saldos

MÉTODO DE REDUCCIÓN DE SALDOS

Valor Activo	\$ 80.000.000
Valor Salvamento	\$ 10.000.000
Vida Útil	10

$$\text{Depreciacion del periodo}_j = (Vr. \text{ en libros}_{j-1}) * \left(1 - \sqrt[n]{\frac{Vr. \text{ Salvamento}}{Vr. \text{ Activo}}}\right)$$

$$\text{Depreciacion Acumulada}_j = (\text{Deprec. Acum}_{j-1} + \text{Deprec. Periodo}_j)$$

$$\text{Valor en libros}_j = (\text{Valor Activo} - \text{Depreciacion Acum}_j)$$

Periodo	Dep. Periodo	Dep. Acumulada	Valor Libros
0	\$ 0	\$ 0	\$ 80.000.000
1	\$ 15.019.808	\$ 15.019.808	\$ 64.980.192
2	\$ 12.199.875	\$ 27.219.684	\$ 52.780.316
3	\$ 9.909.378	\$ 37.129.061	\$ 42.870.939
4	\$ 8.048.916	\$ 45.177.977	\$ 34.822.023
5	\$ 6.537.751	\$ 51.715.729	\$ 28.284.271
6	\$ 5.310.304	\$ 57.026.033	\$ 22.973.967
7	\$ 4.313.307	\$ 61.339.340	\$ 18.660.660
8	\$ 3.503.494	\$ 64.842.834	\$ 15.157.166
9	\$ 2.845.722	\$ 67.688.556	\$ 12.311.444
10	\$ 2.311.444	\$ 70.000.000	\$ 10.000.000

❖ Método de la Doble Tasa

Es la menos precisa ya que no se llega al valor de salvamento.

MÉTODO DE LA DOBLE TASA

Valor Activo	\$ 80.000.000
Valor Salvamento	\$ 10.000.000
Vida Útil	10

$$\text{Depreciacion del periodo}_j = (\text{Vr. en libros}_{j-1}) * \left(\frac{2}{N} \right)$$

$$\text{Depreciacion Acumulada}_j = (\text{Deprec. Acum}_{j-1} + \text{Deprec. Periodo}_j)$$

$$\text{Valor en libros}_j = (\text{Valor Activo} - \text{Depreciacion Acum}_j)$$

Periodo	Dep. Periodo	Dep. Acumulada	Valor Libros
0	\$ 0	\$ 0	\$ 80.000.000
1	\$ 16.000.000	\$ 16.000.000	\$ 64.000.000
2	\$ 12.800.000	\$ 28.800.000	\$ 51.200.000
3	\$ 10.240.000	\$ 39.040.000	\$ 40.960.000
4	\$ 8.192.000	\$ 47.232.000	\$ 32.768.000
5	\$ 6.553.600	\$ 53.785.600	\$ 26.214.400
6	\$ 5.242.880	\$ 59.028.480	\$ 20.971.520
7	\$ 4.194.304	\$ 63.222.784	\$ 16.777.216
8	\$ 3.355.443	\$ 66.578.227	\$ 13.421.773
9	\$ 2.684.355	\$ 69.262.582	\$ 10.737.418
10	\$ 737.418	\$ 70.000.000	\$ 10.000.000

1. Identificar períodos en los que se encuentra el valor de salvamento y determinar cotas inferior y superior (9 y 10 en el ejemplo, respectivamente).
2. Coger la depreciación del período de la Cota inferior -> restar el valor en libros de la cota superior con el valor de salvamento.

❖ Método de la Suma de los Dígitos de los Años Crecientes (SDAD)

$$\text{Depreciacion del periodo}_j = (\text{Vr.Activo} - \text{Vr.Salvamento}) * \left(\frac{j}{S} \right)$$

j : periodo a depreciar, $j = 1, 2, \dots, N$

S : Suma de los periodos

$$S = 1 + 2 + \dots + N$$

$$\text{Depreciacion Acumulada}_j = (\text{Deprec. Acum}_{j-1} + \text{Deprec. Periodo}_j)$$

$$\text{Valor en libros}_j = (\text{Valor Activo} - \text{Depreciacion Acum}_j)$$

MÉTODO DE SUMA DE LOS DÍGITOS DE LOS AÑOS CRECIENTES

Valor Activo	\$ 80.000.000
Valor Salvamento	\$ 10.000.000
Vida Útil	10

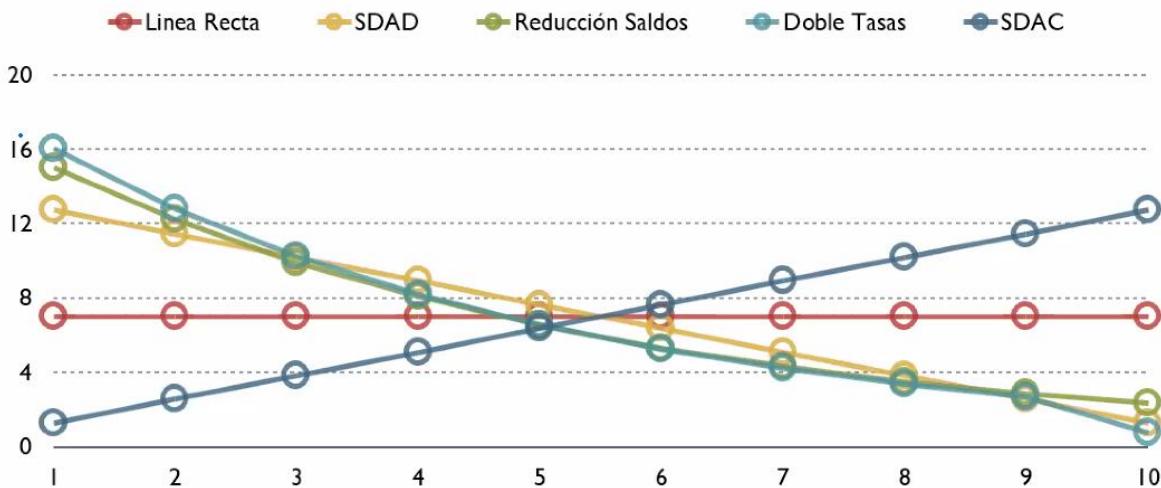
$$\text{Depreciacion del periodo}_j = (Vr.\text{Activo} - Vr.\text{Salvamento}) * \left(\frac{j}{S} \right)$$

$$\text{Depreciacion Acumulada}_j = (\text{Deprec. Acum}_{j-1} + \text{Deprec. Periodo}_j)$$

$$\text{Valor en libros}_j = (\text{Valor Activo} - \text{Depreciacion Acum}_j)$$

Periodo	Dep. Periodo	Dep. Acumulada	Valor Libros
0	\$ 0	\$ 0	\$ 80.000.000
1	\$ 1.272.727	\$ 1.272.727	\$ 78.727.273
2	\$ 2.545.455	\$ 3.818.182	\$ 76.181.818
3	\$ 3.818.182	\$ 7.636.364	\$ 72.363.636
4	\$ 5.090.909	\$ 12.727.273	\$ 67.272.727
5	\$ 6.363.636	\$ 19.090.909	\$ 60.909.091
6	\$ 7.636.364	\$ 26.727.273	\$ 53.272.727
7	\$ 8.909.091	\$ 35.636.364	\$ 44.363.636
8	\$ 10.181.818	\$ 45.818.182	\$ 34.181.818
9	\$ 11.454.545	\$ 57.272.727	\$ 22.727.273
10	\$ 12.727.273	\$ 70.000.000	\$ 10.000.000

EN RESUMEN



¿Qué método conviene más?

La suma de impuestos será igual, pero el valor presente no:

Se va a preferir el método que minimice el pago de impuestos para maximizar el VPN. Los métodos que maximizan el VPN son los acelerados. El que siempre arrojará el mayor VP de impuestos será el decreciente:

	Suma Impuestos	VP Impuestos (10%)
LR	\$ 279.000.000	\$ 171.433.422
SDAD	\$ 279.000.000	\$ 169.616.269
RS	\$ 279.000.000	\$ 169.432.326
DT	\$ 279.000.000	\$ 169.162.464
SDAC	\$ 279.000.000	\$ 173.250.575

El desacelerado no se usa en la vida real. Por lo general, el método de reducción de saldos será el que maximiza el VPN, pero habrá pocas veces en las que el de DT sea el mejor.

➤ Martes 19 de octubre: Variación WK y CAPEX

Capital de Trabajo (WK)

En ocasiones no se darán todos los estados financieros, sino que se proporcionará información relacionada a las ventas/ingresos y los costos de ventas/egresos del proyecto de inversión. Aun así, usando dicha información será posible calcular la variación del WK (denominado WK con rotación), y esto mediante el uso de las siguientes ecuaciones:

$$\text{Periodo de cobro (días)} = \frac{\text{Cuentas x Cobrar}}{\text{Ventas}} * 360$$

$$\text{Periodo de cobro (días)} = \frac{\text{Cuentas x Pagar}}{\text{Costo de Ventas}} * 360$$

$$\text{Periodo de cobro (días)} = \frac{\text{Inventarios}}{\text{Costo de Ventas}} * 360$$

Estas permitirán despejar los valores de las CxC, CxP y los inventarios. Es importante notar que el 360 no es un valor fijo, ya que dependerá de la periodicidad del proyecto de inversión; además, en lugar del costo de ventas, el denominador de las ecuaciones puede ser el gasto por administración y operación o la suma de esas dos (el enunciado lo especificará).

- **Importante:** cuando se liquida un proyecto de inversión, todas las cuentas deben quedar en cero. Por ejemplo, se deben vender todos los inventarios, cobrar todas las CxC y pagar todas las CxP. Por ende, la expresión “se recupera la totalidad del capital de trabajo” es equivalente a dejar todas las cuentas de activos y pasivos corrientes en 0:

Año	Unidad	1	2	3	4	5
Periodo de Cobro - Inventario	[Días]	15	20	30	30	30
Periodo de Cobro - CxC	[Días]	60	45	30	30	30
Periodo de Cobro - CxP	[Días]	30	30	30	30	30
Ventas	[COP]	\$ 1,000,00	\$ 1,000,00	\$ 1,000,00	\$ 1,000,00	\$ 1,000,00
Costo de Ventas	[COP]	\$ 700,00	\$ 700,00	\$ 700,00	\$ 700,00	\$ 700,00
Inventario	[COP]	\$ 29,17	\$ 38,89	\$ 58,33	\$ 58,33	\$ 0,00
CxC	[COP]	\$ 166,67	\$ 125,00	\$ 83,33	\$ 83,33	\$ 0,00
CxP	[COP]	\$ 58,33	\$ 58,33	\$ 58,33	\$ 58,33	\$ 0,00
WK	[COP]	\$ 137,50	\$ 105,56	\$ 83,33	\$ 83,33	\$ 0,00
ΔWK	[COP]	\$ 137,50	-\$ 31,94	-\$ 22,22	\$ 0,00	-\$ 83,33

Si la vida útil del proyecto de inversión fuera de 5 años y al finalizar el proyecto se recupera la totalidad del capital de trabajo, ¿qué efecto se presenta en el capital de trabajo y en su variación?

Aumentar \$	\$ 58,33
Aumentar \$	\$ 83,33
Disminuye \$	\$ 58,33
	\$ 83,33

Para determinar cómo esto afecta la liquidez, es necesario analizar el negativo de la variación en el WK; en este caso, la liquidez aumentó \$83,33.

Variación en Activos Fijos (CAPEX)

Hay dos posibles ecuaciones. La primera es cuando dan información acerca de compra y venta de activos fijos:

La compra y/o venta de Activos Fijos se especifica en el enunciado	CAPEX (Compra) \$ 100,00	Se compró un edificio por valor de \$100
CAPEX= COMPRA DE ACTIVOS FIJOS - VENTA DE ACTIVOS FIJOS	CAPEX (Venta) -\$ 50,00	Se vendió una maquinaria por valor de \$50
	CAPEX (Compra y Venta) \$ 50,00	Se compró un edificio por valor de \$100 y se vendió una maquinaria por valor de \$50

La segunda es tomando la información de los estados financieros:

Si se presenta la información de los Activos Fijos a través de los Estados Financieros	Estado de la Situación Financiera				
	Año 0	Año 1	Año 0	Año 1	
	Caja	\$ 20,00	\$ 20,00	CxP	\$ 25,00
	CxP	\$ 50,00	\$ 30,00	\$ 90,00	
	Inventario Materia Prima	\$ 30,00	\$ 20,00	Deuda LP	\$ 50,00
	Maquinaria	\$ 100,00	\$ 200,00	Equity	\$ 115,00
	Dep Acum. Maquinaria	\$ 0,00	\$ 20,00	Utilidad	\$ 10,00
	Total	\$ 200,00	\$ 250,00	Total	\$ 200,00
	\$ 250,00		\$ 250,00		\$ 200,00
					VA (t) \$ 200,00 VA(t-1) \$ 100,00
					CAPEX Año 1 \$ 100,00
Estado de la Situación Financiera	Año 0	Año 1	Año 0	Año 1	
	Caja	\$ 20,00	\$ 20,00	CxP	\$ 25,00
	CxP	\$ 50,00	\$ 30,00	\$ 90,00	
	Inventario Materia Prima	\$ 30,00	\$ 20,00	Deuda LP	\$ 50,00
	Maquinaria Neta/en Libros	\$ 100,00	\$ 180,00	Equity	\$ 115,00
	Utilidad	\$ 10,00	\$ 5,00		
	Total	\$ 200,00	\$ 250,00	Total	\$ 200,00
	\$ 250,00		\$ 250,00		\$ 180,00
					VL (t) \$ 180,00 VL (t-1) \$ 100,00 Dep(t) \$ 20,00
					CAPEX Año 1 \$ 100,00
Nota: La Depreciación & Amortización registrada en el Estado de Resultados del Año 1 fue de \$20.					

La segunda se usa si se da una cuenta de depreciación y amortización acumulada, y la primera cuando se dan las cuentas netas de los activos fijos.

Impuestos

EBIT (UAI)	
(+)	Depreciación & Amortización
EBITDA	
(-)	Variación en WK
(-)	Variación en Activos Fijos (CAPEX)
(-)	Impuesto por Ganancia/Pérdida Ocasional
(-)	Impuesto Operacional (EBIT * Tasa Impositiva)
Flujo de Caja Libre (FCL)	

- **Importante:** cuando un activo fijo se vende a un valor mayor/menos que el previsto (el valor en libros), es necesario considerar dicha ganacia/pérdida ocasional:

Valor de Venta (Año 5)	G/P Ocasional (Año 5)	Impuesto po G/P Ocasional (Año 5)
\$ 50.000.000	\$ 5.000.000	\$ 1.500.000
\$ 30.000.000	-\$ 15.000.000	-\$ 4.500.000

Hay que recordar que el signo de los impuesto por ganancia/pérdida ocasional será el opuesto al que se obtuvo.

➤ Jueves 21 de octubre: Ingresos y Costos Pertinentes

Costos

Costos Variables: Aquellos costos que están en función de las cantidades vendidas. Es decir, un costo que varía según el número de cantidades vendidas.

• *¿Algún ejemplo de costos variables?*

Costos Fijos: Costos que son independientes de las cantidades vendidas. Es decir, costos en los que se incurre independientemente de las unidades vendidas en el periodo.

• *¿Algún ejemplo de costos variables?*

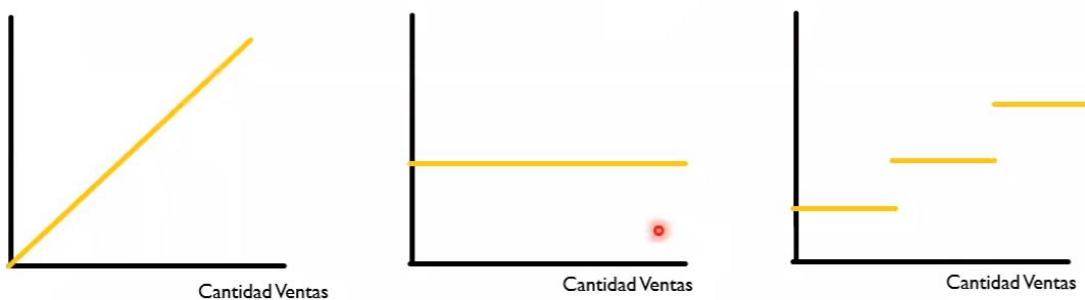
Costos Semi-Variables: Son costos con un comportamiento muy particular, pues en un “rango” de actividad se comportan como costos fijos. No obstante, a partir de cierto nuevo “rango” dichos costos fijos “saltan”.

Luego de dicho “salto”, en cierto rango se vuelven a comportar como costos fijos y así sucesivamente.

En muchos casos, los costos fijos son semi-variables cuando se analiza un proyecto en el largo plazo.

• *¿Algún ejemplo de costos semi-variables?*

Una representación gráfica de los costos



¿Por qué es bueno identificar los distintos tipos de costos?

- Esto se debe a que dependiendo del tipo de costo, el comportamiento será distinto y la forma de proyectarlos también.
 - Por ejemplo, los costos fijos (al no depender del nivel de ventas) cambiarán en función de un índice de precios.
 - Por el contrario, los costos variables (al depender del nivel de actividad) cambiarán por un efecto combinado en precio y cantidad.
-
- Existen algunas reglas conceptuales básicas de ingresos y costos pertinentes en la construcción del FCL.
 - Luego de mostrar la estructura del flujo de caja libre, es de vital importancia dejar en claro algunos elementos acerca de los **ingresos y costos que deben y no deben incluirse en los flujos de caja**.
 - Regla#1: Principio de Marginalidad ✓
 - Regla#2: Precios de mercado ✓
 - Regla#3: Flujos de caja marginales, no costos muertos ✓
 - Regla#4: Ingresos y Egresos Operacionales .

El principio de marginalidad vinculante nos permite recordar que debemos focalizarnos en los *flujos de caja diferenciales (Ingresos y egresos)*, que se generan como consecuencia de la implementación de un *proyecto*. UNICAMENTE estos flujos marginales deben considerarse en la elaboración de los flujos de caja pertinentes para la evaluación de un proyecto.

Principios

❖ Principio de Marginalidad

Para evaluar la viabilidad de un proyecto de inversión compuesto por varios proyectos, es necesario considerar únicamente los ingresos y costos que cada proyecto genere por separado:

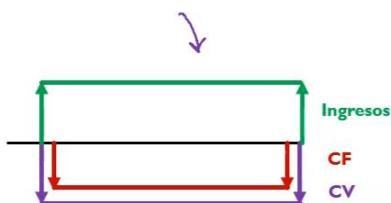
Favor dejar esta ventana de la		Año 1.	Año 2.	Proyecto
REGLA#1: PRINCIPIO DE MARGINALIDAD	Ingresos C. Variables	500.	450	250
		300.	420	120.
	e.Fijos	125.	125.	125.
				Ø

Usted es dueño de una línea férrea en la costa caribe colombiana.

{ Usted tiene actualmente un contrato con Cerrejón, por los próximos 10 años. Este contrato le promete un ingreso de 500 USD al año por transportar 100 toneladas de carbón.

Usted tiene costos fijos que ascienden a 125 USD al año y unos variables de operación estimados en 3 USD/Ton.

Usted firmó un nuevo contrato, por el mismo plazo, con Drummond. Este contrato le otorgará unos ingresos adicionales de 250 USD por transportar 40 toneladas de carbón. Adicionalmente, usted sabe que su estructura de costos se mantiene constante.



¿Cuáles son los Ingresos y Egresos que contemplaría en el Flujo de Caja Libre?



REGLA#2: PRECIOS DE MERCADO, NO PRECIOS HISTÓRICOS NI CONTABLES

$$\begin{array}{l} \text{Vehículo} \\ \text{Dep. Ae} \\ \text{Neto} \end{array} \xrightarrow{\quad} \begin{array}{l} 100 \\ (-60) \leftarrow 15 \\ 40 \end{array}$$

REL
CNPEx $\leftarrow 75$

Este principio nos recuerda que cuando se considera un activo (propiedad de una empresa) en la realización de un proyecto es relevante su valor comercial a precios de mercado y no su costo histórico o contable al que se encuentra registrado.

Ref. Motor $\leftarrow 30$

Ejemplo:

REGLA#2: PRECIOS DE MERCADO, NO PRECIOS HISTÓRICOS NI CONTABLES

Usted es el señor alcalde de una ciudad lejana.

En busca de "mejorar" el esquema para tapar huecos en la ciudad, decidió comprar unas máquinas usadas "Súper tapa todo". Las máquinas cuestan 100 MM USD y se deprecian en línea recta a 10 años sin valor de salvamento. $\text{Dep. LR} = \frac{100 - 0}{10} = \10 MM USD

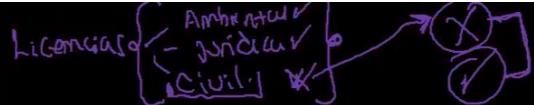
Después de un año de operación, el regulador se da cuenta que dichas máquinas no tapan nada y como son antiguas, emiten muchos contaminantes al medio ambiente. Producto de lo anterior, prohíben su uso en Colombia.

¿Cuál es el valor contable de las máquinas en ese momento? $100 - 10 = 90$.

¿Cuál es el valor de mercado, en Colombia, de las súper máquinas tapa huecos? 0

Como ya no se puede usar en Colombia, el valor del mercado debe ser igual a 0.

REGLA#3: NO COSTOS MUERTOS



Los costos muertos (sunk costs) se definen como aquellos costos directamente vinculados a un proyecto, en los que se ha incurrido (típicamente en el pasado), pero que la decisión de realizar o no el proyecto (que dependerá de su evaluación), ya no tiene efecto alguno sobre dichos costos en que ya se incurrió.

Dicho de otra forma, un costo muerto es un costo en que ya se incurrió, independientemente de si realiza o no el proyecto y que la decisión de realizarlo o no, no tiene efecto alguno sobre el costo ya incurrido.

REGLA#3: NO COSTOS MUERTOS

Supóngase que usted es dueño de una empresa constructora especializada en construcción y mantenimiento de carreteras rurales.

El estado Colombiano sacó una licitación para entregar en concesión la construcción y el mantenimiento de la ruta del sol.

Su empresa, en aras de saber si dicha concesión le generaría valor, contrata a su profesor de ANADEC para que le haga un análisis de viabilidad económica del proyecto y poder decidir si aplicar a la licitación.

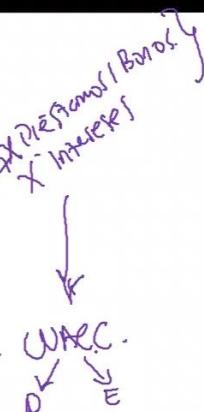
Su profesor concluye que el proyecto tiene VPN positivo, y por el estudio le cobra 20.000.000 COP ✓ X FCL.

REGLA#4: INGRESOS Y EGRESOS OPERACIONALES

Este principio nos recuerda que el flujo de caja libre busca estimar el dinero que un proyecto deja libre para pagar deuda y accionistas. De esta forma se debe contemplar únicamente los ingresos y los costos que conlleva realizar el proyecto.

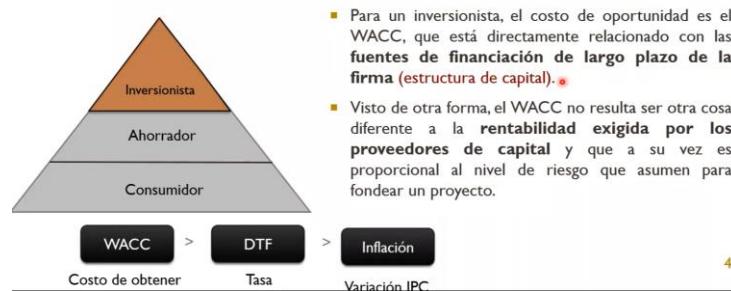
Aportes
Pago Dividendos

↓



➤ Martes 26 de octubre: Introducción y Costo del Equity

- **Definición: costo de oportunidad.** También denominado tasa de descuento, Costo Promedio Ponderado de Capital (CPPC) o *Weighted Average Cost of Capital* (WAAC), corresponde a la rentabilidad mínima requerida por un inversionista para considerar atractivo un proyecto o una inversión. Por ello también se conoce como la Tasa de Rentabilidad Mínima Aceptable (TREMA).

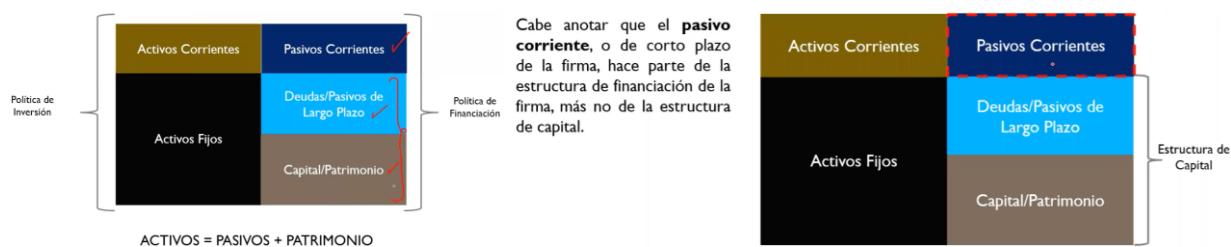


- **Importante:** realmente no existe la financiación a largo plazo, ya que la compra de activos se hace en grandes cantidades, por lo que el pago de la deuda relacionada a esto no se podrá realizar en un corto plazo.

En otras palabras, siempre será necesario recurrir a la financiación de entidades financieras, y lo que dichas hacen es renunciar al dinero que están prestando para, a cambio, recibir un porcentaje de rentabilidad la cuales, precisamente, el WAAC, y su valor será proporcional al riesgo que las entidades financieras están asumiendo por realizar el préstamo.

Estructura de Capital

Está compuesto de las deudas o pasivos de largo plazo y el capital o patrimonio.



En otras palabras, el costo de capital está compuesto por lo que prestan los acreedores (como bancos) y los accionistas de la firma (las personas que dan dinero o algo en especie para poder ser parte de la compañía). Por ende, se puede concluir que el costo de oportunidad de un inversionista es en realidad el resultado del costo de oportunidad de los proveedores de recursos a largo plazo.

Es importante notar que el pasivo corriente no se contempla en el WAAC debido a que este se considera como un costo/gasto operacional.

La ecuación del WAAC es la siguiente:

$$WACC = \frac{D}{D+E} * K_d * (1 - T_x) + \frac{E}{D+E} * K_e$$

↓ ↓

Costo oportunidad acreedores Costo oportunidad accionistas

Aquí, T_x hace referencia a la tasa impositiva, por lo que $1 - T_x$ hace referencia a un ahorro tributario.

Relación Riesgo – Rentabilidad

Esta relación indica que, entre mayor sea la volatilidad de los flujos de caja de un proyecto, mayor será el riesgo asociado para quien fondee lo fondee (acreedor o accionista).

Por lo tanto, entre mayor sea la volatilidad de los flujos de caja de un proyecto, mayor deberá ser la compensación (rentabilidad) que un acreedor o accionista exija por fondear el proyecto, dado que es mayor el riesgo que está asumiendo.

Por la anterior razón, es lógico pensar que el costo de oportunidad de un acreedor o accionista crecerá a medida que el riesgo del proyecto se incremente. Esto es: el costo de fondear recursos para un proyecto de alto riesgo es mayor al costo de fondear recursos para un proyecto con bajo riesgo.

Esto implica que la rentabilidad exigida dependerá de dos cosas:

- 1- La situación del país.
- 2- La situación del proyecto comparado a otros similares.

¿Qué pasa si un proyecto tiene riesgo? Podría ser intuitivo pensar que esto implicaría un costo de oportunidad igual a 0%; aun así, es necesario considerar que, al pedir un préstamo a largo plazo, el monto que habrá que pagar al final será mayor al monto inicial debido a la pérdida de valor del dinero en el tiempo. Por ende, pese a que un proyecto no tenga riesgo, su costo de oportunidad deberá ser como mínimo el valor de la inflación. Esto implicaría que:

$$\text{Costo de Oportunidad} = \underbrace{\text{Tasa Libre Riesgo}}_{\text{Inflación}} + \underbrace{\text{Prima por Riesgo}}_{\text{Proyecto.}}$$

Costo del Equity

Es de interés responder la siguiente pregunta: ¿cuál es el costo de oportunidad de los accionistas de entregar sus recursos para financiar el proyecto? O, en otras palabras, ¿cuál es la rentabilidad justa que se le debe otorgar al accionista dado el riesgo de fondear el proyecto?

En finanzas existen varios modelos desarrollados para estimar el costo de capital de los accionistas (costo del equity):

1. Modelo de Gordon – Shapiro
 - ① Financiación Interna (Utilidades Retenidas)
 - ② Emisión de Acciones
2. CAPM (Capital Asset Pricing Model) → $R_f + \beta_e$

Modelo de Gordon - Shapiro

Este modelo permite deducir el costo de capital a partir de información del mercado de los flujos de caja que espera el inversionista.

El modelo opera sobre el concepto que el valor de un activo siempre es el valor presente de los flujos futuros que promete, descontados a con el costo de oportunidad.
Ke.

Se cambia el nombre de los conceptos debido a que ya no se está evaluando un proyecto de inversión.

Ejemplo: Acción de solo un Año

- Si usted es accionista de una compañía,
¿cuáles son los flujos futuros que promete la acción?
- Si usted va a tener la acción sólo por un año, ¿Cuáles son los flujos de caja del accionista?

$$E[CF] = \boxed{Div_1 + P_1}$$

- ¿Cuál es el precio de esa acción para el inversionista?

$$P_o = \frac{Div_1}{(1+r)} + \frac{P_1}{(1+r)}$$

r hace referencia al costo del equity, y P_1 hace referencia al precio de la acción en el año 1. Este último valor dependerá de la información del mercado. Es importante notar que, pese a que Div_1 y P_1 son valores conocidos, estos son estimados.

Ejemplo: Acción que no se quiere vender

- Ahora asumamos que el accionista no quiere vender la acción (Desea mantenerla indefinidamente). También supongamos que en cada periodo hay pago de dividendos.
- ¿Cómo serían los flujos de dicha acción?

$$E[CF] = Div_1 + Div_2 + Div_3 + \dots + Div_{n=\infty}$$

mos que en cada periodo hay
 $g(1\%)$ $\sqrt{P} = \frac{D_1}{k-g}$.

❖ Financiación Interna (Utilidades Retenidas)

Nos encontramos en el caso de equivalencia de flujos a perpetuidad y valor presente; caso que ya vimos en la sección de matemáticas financieras.

$$VP = \frac{D_1}{k-g} \rightarrow P_0 = \frac{D_1}{k_e - g}$$

- **Importante:** siempre se requiere el dividendo del año 1; si el enunciado brinda información acerca del dividendo del año actual (D_0), este valor no servirá para la ecuación, por lo que habrá que usarlo de alguna forma para calcular D_1 .

Primero se considera el caso en el que no hay posibilidades de crecimiento, es decir, $g = 0$:

En el caso en el cual no existen oportunidades de crecimiento ($g = 0$), y asumiendo que todas las utilidades se reparten como dividendos, se llega a una relación muy conocida:

$$VP = \frac{D_1}{k}$$

Este caso aplica para compañías maduras y estables.

Ejemplo 1:

Ejemplo: Una compañía no tiene posibilidades de crecimiento. Actualmente su acción se negocia en el mercado de capitales a 120 USD. La compañía tiene hoy utilidades anuales de 25 USD. La política de dividendos de la empresa es repartir el 100% de utilidades.

¿Cuál es el costo del equity de los accionistas?

$$VP = \frac{D_1}{k}$$

$$k = 20,83\%$$

La temporalidad de k dependerá de la temporalidad de la utilidad o de los dividendos. La información del enunciado permite calcular el valor de D_0 :

$$D_0 = 25 (100\%) = 25$$

Lo que se requiere es D_1 , pero como no hay posibilidades de crecimiento, entonces $D_0 = D_1$.

Ejemplo 2:

Ahora se considerará el caso en el que $g \neq 0$:

Ejemplo: Una compañía tiene posibilidades de crecimiento en el largo plazo. Actualmente su acción se negocia en el mercado de capitales a 120 USD. La compañía espera hoy utilidades anuales de 25 USD. La política de dividendos de la empresa es repartir el 80% de utilidades. El crecimiento esperado para los próximos años es del 3%. ¿Cuál es el costo del equity de los accionistas?

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{D_1}{k_e - g} \Rightarrow k = \frac{D_1}{P_0} + g \quad \left. \begin{array}{l} D_0 = 25 * 80\% = 20 \\ D_1 = 20 * (1 + 3\%) = 20,6 \end{array} \right. \\ k &= \frac{D_1}{P_0} + g = \frac{20,6}{120} + 3\% \\ k &= 20,17\% \end{aligned}$$

24

La ecuación de la imagen se podrá usar siempre que se tenga posibilidades de crecimiento. Es importante que, al usarla, siempre se use D_1 ; en este caso, el enunciado brinda D_0 , por lo que es necesario usar la ecuación de valor futuro para encontrar D_1 .

❖ Emisión de Acciones

Ahora, una segunda aproximación al costo de capital es analizar la financiación a través de emisión de acciones.

En este caso, el modelo de gordon – shapiro será nuestra base y sólo habrá que hacerle unas pequeñas modificaciones.

$$P_0 = \frac{D_1}{k - g} \quad k = \frac{D_1}{P_0} + g$$

En este caso, el P_0 hace referencia al costo de suscripción de la acción ajustado por los costos de transacción de dicho proceso (incluyendo el ahorro tributario).

$$P_0 = P_s - [C_t * (1 - Tx)]$$

$$k = \frac{D_1}{P_s - [C_t * (1 - Tx)]} + g$$

Aquí, el C_t puede ser un porcentaje del P_s o una cantidad monetaria fija; ambos tendrán unidades monetarias.

Ejemplo 1:

Ejemplo: Usted desea comprar una acciones que acaban de emitir a un precio de mercado de 100 USD. Los dividendos que usted espera recibir hoy (año cero) son de 5 USD y se espera que el crecimiento de los dividendos sea del 5%.

Por la emisión de acciones, usted debe incurrir en una comisión del 2% del precio de la acción. La tasa de impuestos es 33%.

¿Cuál es el costo del equity de los accionistas?

$$P_o = 100 - 2 * (1 - 0,33) = 98,66$$

$$K_e = \frac{5 * (1 + 5\%)}{98,66} + 5\% \quad K_e = 10,32\%$$

77

En este caso, K_e es E.A. Además, $2 = C_t = 2\% * P_s = 2\% * 100$, y esto se debe a que el C_t es un porcentaje del P_s .

Tipos de Deuda

Crédito con Entidades Financieras

- **Definición:** crédito. Es la capacidad de obtener productos y servicios ahora y pagarlos en el futuro.

El precio que se debe pagar por usar el crédito es el interés; es decir, este es el costo por usar el dinero de otra persona.

Las entidades formales de crédito cobran a los prestatarios un interés mayor que el que pagan a los ahorristas, lo cual les permite obtener ganancias.

Las siguientes entidades otorgan créditos:

- 1- Instituciones financieras de intermediación.
- 2- Personas.
- 3- Empresas.
- 4- Casas de crédito.
- 5- Almacenes con su propio capital.

Tipos de Crédito

Personal o de Consumo:

Es generalmente un financiamiento a corto plazo. Ejemplo: compra de prendas de vestir y viajes.

Prendario:

Es un financiamiento a mediano plazo.

Hipotecario:

Es un crédito utilizado para la compra, refacción y/o ampliación de inmuebles.

¿Qué deben analizar los clientes al pedir un crédito?

- 1- El pazo: a mayor plazo, mayor cantidad de dinero se deberá devolver.
- 2- Las tasas: varían dependiendo de la entidad que otorga el crédito.
- 3- La modalidad.

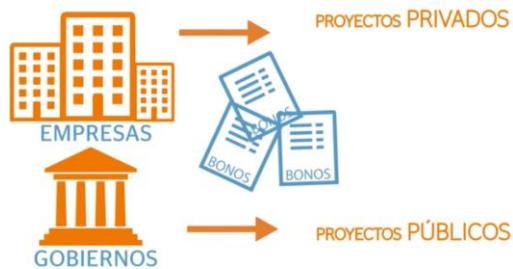
¿Qué deben analizar las entidades financieras al otorgar un crédito?

- 1- El carácter: el comportamiento que tuvo el cliente en el pago de préstamos anteriores y los reportes existentes de operaciones morosas.
- 2- La capacidad de pago, es decir, el monto de dinero demostrable del interesado y el nivel de endeudamiento que presenta.
- 3- El colateral: garantía accesoria ofrecida por el interesado para la obtención del crédito.

Emisión de Bonos

- **Definición: bono.** Es un instrumento de deuda emitido por gobiernos, corporaciones y otras entidades con el fin de financiar proyectos u otras actividades.

En esencia, un bono es un préstamo que un inversionista hace al emisor del bono. Cuando es emitido por primera vez, el precio del bono es igual al monto del préstamo, y se refiere al valor nominal del bono. En intercambio por este préstamo, el inversionista recibe intereses, más conocidos como cupones del bono.



Estos son emitidos por un período específico de tiempo, como 1, 3 o hasta 30 años. Cuando se termina dicho período de tiempo (es decir, cuando se alcanza el vencimiento del bono), su emisor devuelve el préstamo al inversionista. Los cupones del bono se pagan durante los períodos previos al vencimiento del bono.

Hay varios tipos de bonos:



Contratos Leasing

Para comprar herramientas o renovar tecnologías, una empresa tiene diferentes opciones:

- 1- Pagar de contado. Esto requiere que se disponga del dinero, lo cual podría inmovilizar el capital de trabajo.
- 2- Pedir un crédito bancario. Por lo general, este no cubre la totalidad de lo que se necesita, y requiere de un importante desembolso inicial de dinero.

Una tercera y mejor alternativa es acceder al bien mediante un *leasing*.

- **Definición: leasing.** No tiene traducción literal al español. Es un instrumento que permite acceder a un bien mediante el pago de una cuota periódica, y funciona como un alquiler durante un tiempo determinado. Cuando vence el contrato, la empresa tiene la opción de comprar el bien por un costo muy bajo.

En la mayoría de los casos, estos cubren gran parte del costo del bien que se desea adquirir, y cuenta con importantes beneficios impositivos, tales como:

- 1- El IVA se paga desglosado en cada cuota; si el cliente paga de contado, tiene que abonar todo el IVA.
- 2- No se abona ganancia mínima presunta.
- 3- La cuota se deduce como gasto en el cálculo del impuesto a las ganancias.

Otras ventajas que este tiene son:

- 1- Permite a las empresas liberar fondos, y este dinero puede ser destinado a otras necesidades.
- 2- El tomador abona las cuotas del contrato mientras está utilizando la herramienta , es decir, las paga con la renta que obtiene.
- 3- No se solicita garantía, ya que el bien actúa como tal.

➤ Jueves 28 de octubre: Costo y el Flujo de Caja de la Deuda I

Los flujos de financiación se ven de la siguiente forma:



Esto se debe a que en el primer período entrará todo el valor del dinero solicitado, mientras que en los demás períodos saldrá el dinero referente a los valores periódicos de la amortización, los cuales dependerán del método que se usará.

Es importante notar que, al pedir dinero prestado, es recomendable solicitar la cantidad que requiere el proyecto de inversión, ni más ni menos; no se puede pedir menos ya que simplemente no se podría llevar a cabo el proyecto, pero tampoco debería ser más ya que esto aumentaría de manera innecesaria el pago de intereses.

Flujo de Caja de la Deuda (FCD)



Los FCD tiene cinco elementos:

- 1- El *horizonte temporal*.
- 2- El *desembolso*, el cual debe ser exactamente igual al costo del proyecto de inversión.
- 3- *Movimientos de capital*, los cuales hacen referencia a los desembolsos de dinero que se efectúan para disminuir el saldo del préstamo (en la imagen solo se tiene un único desembolso debido a que se está usando el método Bullet).
- 4- *Pago por interés*. Hay que notar que este nunca disminuye el saldo del dinero que se debe.
- 5- *Ahorro tributario*: es un ahorro que se genera debido al pago de intereses, y es una pequeña parte de lo que se debe pagar en total por concepto de interés. Por ende, este tiene un comportamiento directamente proporcional al del interés, y se calcula de la siguiente forma:

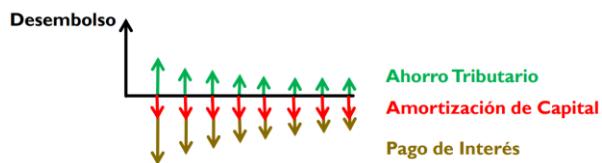
$$\text{Interés} \times T_x = 100 \times 3\% = 30$$

- **Definición:** interés. Es el mecanismo mediante el cual las entidades financieras cobran su costo de oportunidad.

Tipos de Amortización

❖ Crédito Pagadero con Amortización Constante

Se amortiza la misma cantidad durante todos los períodos del horizonte temporal, lo que implica que el interés disminuye en cada período y, consecuentemente, también lo hace el ahorro tributario:



Ejemplo:

Crédito pagadero con amortización constante

- Monto Solicitado: 10.000
- Tasa de Interés: 16% E.A.
- Tasa Impositiva: 33%
- Plazo: 5 Años

Para calcular la cantidad de períodos del FCD, es necesario responder la siguiente pregunta: ¿cuántas veces cabe la temporalidad de la tasa de interés en el plazo? En este caso, la pregunta sería: ¿cuántos años hay en 5 años? Algunos otros ejemplos:

Tasa Interés	Plazo	#FCD.
16% E.A.	Sem	5
10% E.S	3 años	6
24% E.I	3 años	18

Es necesario tener en cuenta que, para efectos del curso, no se podrá convertir la temporalidad de la tasa de interés; se debe usar la que da el enunciado. La única conversión que se puede hacer es quitar el nominal, ya que esto no cambia su temporalidad. El anticipado tampoco se puede quitar; es posible realizar los cálculos con este tipo de interés, solo que hay que haber que considerar ciertas precisiones que se verán después.

Finalmente, es necesario tener en cuenta la cantidad de amortizaciones que hay que realizar (N), el cual se calcula respondiendo la pregunta: ¿cuántas veces cabe la temporalidad de la amortización en el plazo? Este valor solo deberá calcularse para este método de amortización.

AMORTIZACIÓN CONSTANTE

Monto Solicitado	\$ 10.000					
Tasa Interés	16% E.A.					
Tasa Impositiva	33%					
Plazo	5 Años					
Periodo	0 1 2 3 4 5					
Nueva Deuda	\$ 10.000	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
Saldo	\$ 10.000	\$ 8.000	\$ 6.000	\$ 4.000	\$ 2.000	\$ 0
Abono a Capital		\$ 2.000	\$ 2.000	\$ 2.000	\$ 2.000	\$ 2.000
Abono a Interés		\$ 1.600	\$ 1.280	\$ 960	\$ 640	\$ 320
Cuota		\$ 3.600	\$ 3.280	\$ 2.960	\$ 2.640	\$ 2.320
FCD (Pre-Tax)	\$ 10.000	-\$ 3.600	-\$ 3.280	-\$ 2.960	-\$ 2.640	-\$ 2.320
Ahorro Tributario		\$ 528	\$ 422	\$ 317	\$ 211	\$ 106
FCD (After-Tax)	\$ 10.000	-\$ 3.072	-\$ 2.858	-\$ 2.643	-\$ 2.429	-\$ 2.214
kd (Pre-Tax)	16,00%					
kd(After-Tax)		10,72%				

Para calcular los valores de cada fila, es necesario usar las siguientes ecuaciones:

$$\text{Saldo}(t) = \text{Saldo}(t-1) - \text{Abono Capital}(t) + N. D. (t)$$

$$\text{Abono Capital} = \text{Nueva Deuda} / N$$

$$\text{Abono Intereses}(t) = \text{Saldo}(t-1) * \text{Tasa de Interés}$$

$$\text{Cuota}(t) = \text{Abono Capital}(t) + \text{Abono Intereses}(t)$$

$$\text{FCD PT (t)} = \text{Nueva Deuda}(t) - \text{Cuota}(t)$$

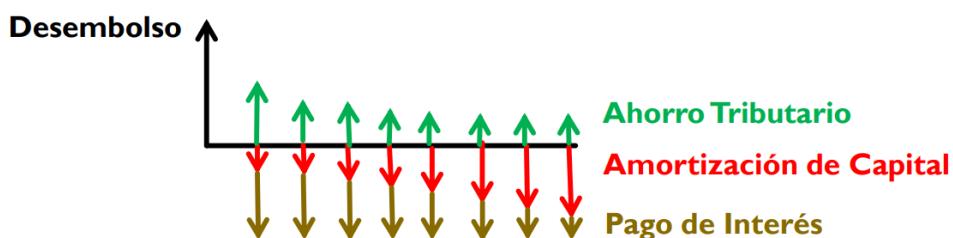
$$\text{Tax Shield (t)} = \text{Abono Intereses}(t) * Tx$$

$$\text{FCD (After-Tax)}(t) = \text{FCD (Pre-Tax)}(t) + \text{Tax Shield}(t)$$

Aquí, *Nueva Deuda* hace referencia a los préstamos que se están solicitando (en este caso solo hay uno). Siempre se debe cumplir que el saldo del último período debe ser igual a 0. Por otro lado, la cuota es el dinero total que se debe pagar en cada período a la entidad financiera. Es importante notar que dicha no hace referencia al valor en que disminuye el saldo de la deuda, ya que esta considera también el interés, el cual no afecta el valor del saldo.

- **Importante:** la ecuación del *abono de interés* solo funciona para tasas efectivas.
- **Importante:** el valor presente de todas las cuotas deberá ser igual al valor de la deuda.
- **Importante:** el costo de la deuda se calcula mediante la TIR.
- ❖ [Crédito Pagadero con Cuota Constante](#)

Es el método que más se usa, y es muy útil tanto para finanzas personales como para las corporativas ya que permite realizar proyecciones más fácilmente.



Es importante notar que, en este método, el valor de la amortización a pagar aumentará en cada período, mientras que el de los intereses disminuirá.

Ejemplo:

Considerando el mismo enunciado:

CUOTA CONSTANTE

Monto Solicitado \$ 10.000
 Tasa Interés 16% E.A.
 Tasa Impositiva 33%
 Plazo 5 Años

Periodo	0	1	2	3	4	5
Nueva Deuda	\$ 10.000	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
Saldo	\$ 10.000	\$ 8.546	\$ 6.859	\$ 4.903	\$ 2.633	\$ 0
Abono a Capital		\$ 1.454	\$ 1.687	\$ 1.957	\$ 2.270	\$ 2.633
Abono a Interés		\$ 1.600	\$ 1.367	\$ 1.097	\$ 784	\$ 421
Cuota		\$ 3.054	\$ 3.054	\$ 3.054	\$ 3.054	\$ 3.054
FCD (Pre-Tax)	\$ 10.000	-\$ 3.054				
Ahorro Tributario		\$ 528	\$ 451	\$ 362	\$ 259	\$ 139
FCD (After-Tax)	\$ 10.000	-\$ 2.526	-\$ 2.603	-\$ 2.692	-\$ 2.795	-\$ 2.915
kd (Pre-Tax)	16,00%	kd(After-Tax)	10,72%			

$$\text{Saldo}(t) = \text{Saldo}(t-1) - \text{Abono Capital}(t) + \text{N.D.}(t)$$

Abono Capital = ?

$$\text{Abono Intereses}(t) = \text{Saldo}(t-1) * \text{Tasa de Interés}$$

Cuota(t) = ?

$$\text{FCD PT}(t) = \text{Nueva Deuda}(t) - \text{Cuota}(t)$$

$$\text{Tax Shield}(t) = \text{Abono Intereses}(t) * \text{Tx}$$

$$\text{FCD (After-Tax)}(t) = \text{FCD (Pre-Tax)}(t) + \text{Tax Shield}(t)$$

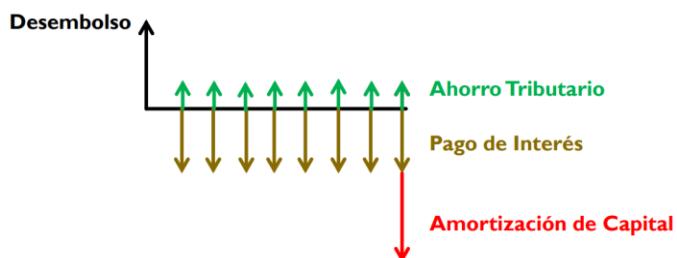
Los siguientes valores se deben calcular en el siguiente orden: Cuota > Abono por Interés > Abono a Capital. La cuota constante se puede calcular con la ecuación de anualidad (en Excel, se puede usar la función *-PAGO()*):

$$VP = A * \frac{(1+i)^n - 1}{i * (1+i)^n}$$

$$A = \$ 3.054,09$$

Con este valor se podrán calcular los del abono por interés y por capital.

❖ Crédito Tipos Bullet



Este método se suele usar cuando se realiza la financiación a través de una empresa o un gobierno. En estos casos, se pagará todo el valor de la deuda en el último período del horizonte, y la cuota periódica será siempre constante, es decir, el abono a interés y el ahorro tributario serán constantes durante todo el horizonte temporal.

Ejemplo:

Considerando el mismo enunciado:

AMORTIZACIÓN TIPO BULLET

Monto Solicitado \$ 10.000
Tasa Interés 16% E.A.
Tasa Impositiva 33%
Plazo 5 Años

Período	0	1	2	3	4	5
Nueva Deuda	\$ 10.000	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0
Saldo	\$ 10.000	\$ 10.000	\$ 10.000	\$ 10.000	\$ 10.000	\$ 0
Abono a Capital		\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 10.000
Abono a Interés		\$ 1.600	\$ 1.600	\$ 1.600	\$ 1.600	\$ 1.600
Cuota		\$ 1.600	\$ 1.600	\$ 1.600	\$ 1.600	\$ 11.600
FCD (Pre-Tax)	\$ 10.000	-\$ 1.600	-\$ 1.600	-\$ 1.600	-\$ 1.600	-\$ 11.600
Ahorro Tributario		\$ 528	\$ 528	\$ 528	\$ 528	\$ 528
FCD (After-Tax)	\$ 10.000	-\$ 1.072	-\$ 1.072	-\$ 1.072	-\$ 1.072	-\$ 11.072
kd (Pre-Tax)	16,00%					
kd(After-Tax)		10,72%				

$$\text{Saldo}(t) = \text{Saldo}(t-1) - \text{Abono Capital}(t) + \text{N.D.}(t)$$

$$\text{Abono Capital} = \text{Total Deuda en el Último Período}$$

$$\text{Abono Intereses}(t) = \text{Saldo}(t-1) * \text{Tasa de Interés}$$

$$\text{Cuota}(t) = \text{Abono Capital}(t) + \text{Abono Intereses}(t)$$

$$\text{FCD PT}(t) = \text{Nueva Deuda}(t) - \text{Cuota}(t)$$

$$\text{Tax Shield}(t) = \text{Abono Intereses}(t) * \text{Tx}$$

$$\text{FCD (After-Tax)}(t) = \text{FCD (Pre-Tax)}(t) + \text{Tax Shield}(t)$$

❖ Conclusiones y Comparación

En resumen:

Tipo Amortización	Kd (Pre-Tax)	Kd (After-Tax)
Constante	16%	10,72%
Cuota Constante	16%	10,72%
Tipo Bullet	16%	10,72%

Si no existen costos de transacción, reciprocidades ni algún tipo de distorsión, el costo efectivo de la deuda antes de impuestos será igual a la tasa de interés de la deuda.

Si no existen costos de transacción, reciprocidades ni algún tipo de distorsión, el mecanismo de amortización no afecta el costo efectivo de la deuda antes y después de impuestos.

Esto nos lleva a una forma “corta” de obtener el Kd.

$$K_d = i * (1 - Tx)$$

$$K_d = 16\% * (1 - 33\%) = 10,72\%$$

Condiciones

- No existe ningún costo de transacción ni reciprocidades.
- La tasa de interés es efectiva o vencida.
- La temporalidad de la tasa de interés es anual.

K_d hace referencia al costo de la deuda antes de impuestos. En caso de que se incumpla alguna de las tres condiciones, no se podrá aplicar esta ecuación y, por ende, será necesario realizar todos los cálculos anteriores.

Pendiente

1- Hacer los ejemplos por mi cuenta.

➤ Martes 2 de noviembre: FCD con Distorsiones

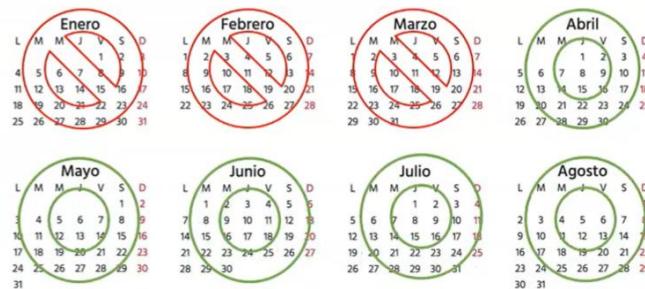
Tipos de Distorsiones

❖ Comisiones

Están asociadas a los costos de transacción de un crédito que son descontados, normalmente en el momento del desembolso. Cubren los gastos administrativos ofrecidos por la entidad financiera a la que se le pide prestado. Puede ser un porcentaje o un monto fijo.

❖ Períodos de Gracia

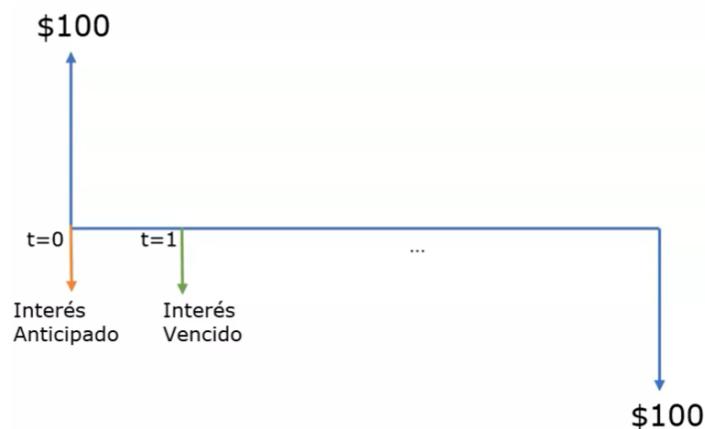
Son períodos durante los cuales no se hacen abonos de capital a la deuda, del pago de intereses o de ambas. Se suelen presentar cuando ocurre una recesión económica, y son comunes cuando se adquieren bienes costosos, como un carro; si un cliente quiere comprar un vehículo, el concesionario puede ofrecerle algunos períodos de gracia para que este no se deba preocupar por el pago inicialmente:



Las empresas tienen la necesidad de incorporar incentivos para aumentar la clientela, por lo que las entidades financieras otorgan un tiempo limitado en el cual no se hacen pagos de crédito o del capital.

❖ Interés Anticipado

Hace referencia a aquel interés que, en lugar de pagarse en el período t , se paga en el $t - 1$.



❖ Seguros

Es una póliza con la cual se cubren posibles riesgos en la deuda a través del cobro de una prima; en otras palabras, es un costo indirecto que cobran las entidades financieras para asegurar el pago en caso del suceso de posibles riesgos en la deuda, y les permite a estas asegurarse de que el dinero que están prestando efectivamente se retornará.

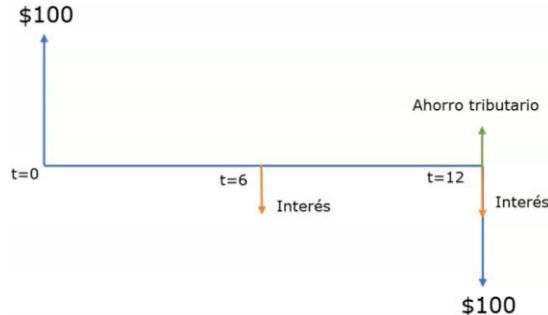


El más común es el seguro de vida, pero existen muchos otros; por ejemplo, el seguro todo riesgo al momento de comprar un vehículo.

❖ Interés Anual

El interés se paga de manera anual, pero muchas veces se debe pagar en períodos distintos. Dicha distorsión hace referencia a la temporalidad de la tasa de interés.

Por ejemplo, si la tasa de interés tiene temporalidad inferior a un año, es necesario ajustar el FCD con respecto al ahorro tributario, el cual se da como consecuencia al cierre fiscal.



❖ Reciprocidades

Considerado como un costo de oportunidad asociado a la condición de mantener por un período de tiempo fijo una cantidad de dinero sin que la entidad financiera reconozca intereses a la persona que recibirá el crédito. Dicho no genera ahorro tributario ya que no se puede generar contablemente.



Por ejemplo, se pide un préstamo de cien millones de pesos, de los cuales cinco se congelarán y no se les podrá generar ningún tipo de rentabilidad.

FCD con Distorsiones Bajo Amortización Constante

Se tiene el siguiente enunciado:



- Monto Solicitado: 10.000
 - Tasa: 16% NA/TV
 - Impuestos: 33%
 - Plazo: 2 Años
 - Comisión del 5% del monto solicitado en el momento del desembolso.
 - Amortización constante trimestral

Primero se debe convertir la tasa a TV. Las ecuaciones que se usarán son las siguientes:

$$Saldo_t = Saldo_{t-1} - Abono\ a\ Capital_t + Nueva\ Deuda_t$$

$$Abono\ a\ Capital_t = \frac{Monto\ Solicitado\ de\ la\ Deuda}{Cantidad\ de\ Pagos\ que\ hay\ que\ Realizar}$$

$$Abono\ a\ Interés_t = Saldo_{t-1} * Tasa\ de\ Interés$$

$$Cuota_t = Abono\ a\ Capital_t + Abono\ a\ Interés_t$$

La ecuación del abono a capital es así debido al método de amortización que se está usando. En este caso, la comisión es un porcentaje del monto desembolsado, el cual se pagará al momento del desembolso, es decir, en el período 0.

Por otro lado, como la tasa de interés es inferior a un año, es necesario calcular el ahorro tributario al final de cada año, es decir, en los períodos 4 y 8. Este se debe calcular como el producto entre: la suma del abono de intereses y de las comisiones y seguros de todos los períodos que componen el año (considerando el período 0 si se está en el primer año); la tasa impositiva.

Considerando estos valores:

$$FCD \, (Pre - Tax)_t = Nueva \, Deuda_t - Cuota_t - (Comisiones \, y \, Seguros)_t$$

$$FCD \text{ (After - Tax)}_t = FCD \text{ (Pre - Tax)}_t + Ahorro Tributario_t$$

Finalmente, el costo de la deuda antes y después de impuestos se calcula usando la *TIR*. Ambos tendrán la misma temporalidad que la tasa de interés:

AMORTIZACIÓN CONSTANTE TRIMESTRAL								
Plazo	2 años							
Monto Solicitado	\$ 10.000							
Tasa Interés	16% NA/TV 4.00% TV							
Tasa Impositiva	33%							
Comisión	5% Sobre el monto desembolsado							
Período	0	1	2	3	4	5	6	7
Nueva Deuda	\$ 10.000							
Saldo	\$ 10.000	\$ 8.750	\$ 7.500	\$ 6.250	\$ 5.000	\$ 3.750	\$ 2.500	\$ 1.250
Abono a Capital		\$ 1.250	\$ 1.250	\$ 1.250	\$ 1.250	\$ 1.250	\$ 1.250	\$ 1.250
Abono a Interés		\$ 400	\$ 350	\$ 300	\$ 250	\$ 200	\$ 150	\$ 100
Cuota		\$ 1.650	\$ 1.600	\$ 1.550	\$ 1.500	\$ 1.450	\$ 1.400	\$ 1.350
Comisiones	\$ 500							
Seguros								
Reciprocidades								
FCD (Pre-Tax)	\$ 9.500	-\$ 1.650	-\$ 1.600	-\$ 1.550	-\$ 1.500	-\$ 1.450	-\$ 1.400	-\$ 1.350
Ahorro Tributario					\$ 594			
FCD (After-Tax)	\$ 9.500	-\$ 1.650	-\$ 1.600	-\$ 1.550	-\$ 906	-\$ 1.450	-\$ 1.400	-\$ 1.350
kd (Pre-Tax)	5,31%							
kd(After-Tax)		3,65%						

- **Importante:** el costo de la deuda antes de impuestos siempre será mayor que la tasa de interés que ofrece la entidad financiera debido a que se están considerando distorsiones.

FCD con Distorsiones Bajo Cuota Constante

Se considera el mismo enunciado del ejemplo anterior. Aquí se deberán usar las ecuaciones referentes a este método de amortización; es decir, los únicos valores que se calcularán de una forma distinta serán el abono a capital, el abono a interés y la cuota, todo lo demás se calcula de la misma forma.

FCD con Distorsiones Bajo Tipo Bullet

Se considera el mismo enunciado del ejemplo anterior. Aquí se deberán usar las ecuaciones referentes a este método de amortización; es decir, los únicos valores que se calcularán de una forma disinta serán el abono a capital, el abono a interés y la cuota, todo lo demás se calcula de la misma forma.

FCD con Distorsiones vs Método Corto

Dados estos resultados, se puede concluir que:

- 1- El costo de la deuda antes y después de impuestos serán distintos según el método de amortización que se use.
- 2- En este caso, el método rápido para calcular el K_d no sirve debido a que se tienen distorsiones, además de una tasa de interés cuya temporalidad no es anual.

Costo de la deuda

En resumen:

Tipo Amortización	Kd (Pre-Tax)	Kd (After Tax)	Kd AT (Método corto)	
Constante	5,31%	3,65%	2,68%	Costo efectivo de la deuda de nuestra forma "rápida"
Cuota Constante	5,26%	3,61%		
Tipo Bullet	4,77%	3,25%		

$$K_d = i * (1 - T_x)$$

$$K_d = 4\% * (1 - 33\%)$$

$$K_d = 2,68\%$$

- En consecuencia, vemos como cuando existen costos de transacción, nuestra forma "rápida" no sirve para calcular el costo efectivo de la deuda.
- En estos casos, necesariamente debemos construir los FCD y obtener de éstos, mediante la TIR, el costo efectivo de la deuda antes y después de impuestos.

FCD con Tasa de Interés Anticipada

Se considera el siguiente enunciado:



- Monto Solicitado: 10.000
- Tasa: 16% NA/TA
- Impuestos: 33%
- Plazo: 2 Años
- Amortización constante trimestral

La única conversión que se le puede hacer a esta tasa es quitar el nominal; no se le puede cambiar la temporalidad. Los cambios que este tipo de interés implicarían serían los siguientes:

- 1- *Abono por Interés*: ahora, este rubro se empieza a calcular desde el período de desembolso ($t = 0$), y en la ecuación se debe usar el saldo del período actual (t) y no el del período anterior ($t = 1$).
- 2- *Ahorro tributario*: como no se tiene un interés anual, será necesario calcular este rubro solo para aquellos períodos en los que finaliza un año; aun así, debido a la tasa anticipada, esta vez se deberá considerar el abono a interés de los mismos períodos del caso de tasa no anticipada, pero estos se deberán desfasar un año. Por otro lado, las comisiones y los seguros que se consideran serán los mismos del caso de tasa no anticipada; lo único que se debe desfasar son los abonos a interés:

Abono a Interés	\$ 400	\$ 350	\$ 300	\$ 250	\$ 200	\$ 150	\$ 100	\$ 50	\$ 0
Cuota	\$ 400	\$ 1.600	\$ 1.550	\$ 1.500	\$ 1.450	\$ 1.400	\$ 1.350	\$ 1.300	\$ 1.250
Comisiones									
Seguros									
Reciprocidades									
FCD (Pre-Tax)	\$ 9.600	-\$ 1.600	-\$ 1.550	-\$ 1.500	-\$ 1.450	-\$ 1.400	-\$ 1.350	-\$ 1.300	-\$ 1.250
Ahorro Tributario						\$ 429			\$ 165

Todos los demás valores se calculan de la misma forma.

AMORTIZACIÓN CONSTANTE TRIMESTRAL										
Plazo	2 años									
Monto Solicitado	\$ 10.000									
Tasa Interés	16% NA/TA	4,00% TA								
Tasa Impositiva	33%									
Periodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
Nueva Deuda	\$ 10.000									
Saldo	\$ 10.000	\$ 8.750	\$ 7.500	\$ 6.250	\$ 5.000	\$ 3.750	\$ 2.500	\$ 1.250	\$ 0	
Abono a Capital		\$ 1.250	\$ 1.250	\$ 1.250	\$ 1.250	\$ 1.250	\$ 1.250	\$ 1.250	\$ 1.250	
Abono a Interés	\$ 400	\$ 350	\$ 300	\$ 250	\$ 200	\$ 150	\$ 100	\$ 50	\$ 0	
Cuota	\$ 400	\$ 1.600	\$ 1.550	\$ 1.500	\$ 1.450	\$ 1.400	\$ 1.350	\$ 1.300	\$ 1.250	
Comisiones										
Seguros										
Reciprocidades										
FCD (Pre-Tax)	\$ 9.600	-\$ 1.600	-\$ 1.550	-\$ 1.500	-\$ 1.450	-\$ 1.400	-\$ 1.350	-\$ 1.300	-\$ 1.250	
Ahorro Tributario					\$ 429				\$ 165	
FCD (After-Tax)	\$ 9.600	-\$ 1.600	-\$ 1.550	-\$ 1.500	-\$ 1.021	-\$ 1.400	-\$ 1.350	-\$ 1.300	-\$ 1.085	
kd (Pre-Tax)	4,17%									
kd(After-Tax)	2,86%									

- **Importante:** el hecho de que la tasa sea anticipada y que su temporalidad no sea anual implica que el costo de la deuda antes de impuestos será superior a la tasa de interés que ofrece la entidad financiera.

FCD con Múltiples Distorsiones

Se considera el siguiente enunciado:

Plazo	2 años
Monto Solicitado	\$ 10.000
Tasa Interés	16% NA/TV
Tasa Impositiva	33%
Comisión	5% Sobre el monto desembolsado
Período de gracia	1 semestre sobre capital
Seguros	Cada trimestre se debe pagar 1% sobre el valor desembolsado
Reciprocidad	Dejar 400 en una cuenta de ahorros desde el momento del desembolso hasta el pago total del crédito

Como se tiene un período de gracia de dos trimestres, en los períodos 1 y 2 no habrá que realizar abono a capital. Es importante notar que esto implicará un cambio en el cálculo del abono a capital de los demás períodos; la nueva ecuación es la siguiente:

$$\text{Abono a Capital}_t = \frac{\text{Nueva Deuda}}{6}, \forall t \in \{3,4,5,6,7,8\}$$

Esto se debe a que antes se disponía de 8 trimestres para pagar la deuda, mientras que ahora se dispone de solo 6.

Por otro lado, las comisiones se calculan de la misma forma que en ejemplos anteriores, y el seguro de cada trimestre equivaldrá al 1% de monto desembolsado (y se pagará desde $t = 1$). Finalmente, las reciprocidades indican que, en el período 0, será necesario depositar \$400, y estos serán pagados devuelta en el período en el que se haya amortizado la totalidad del crédito (es decir, $t = 8$). Aun así,

debido al valor del dinero en el tiempo, esos \$400 perderán capacidad adquisitiva, y esto se deberá considerar al momento de calcular el FCD.

AMORTIZACIÓN CONSTANTE TRIMESTRAL									
Plazo	2 años								
Monto Solicitado	\$ 10.000								
Tasa Interés	16% NA/TV	4.00% TV							
Tasa Impositiva	33%								
Comisión	5% Sobre el monto desembolsado								
Periodo de gracia	1 semestre sobre capital								
Seguros	Cada trimestre se debe pagar 1% sobre el valor desembolsado								
Reciprocidad	Dejar 400 en una cuenta de ahorros desde el momento del desembolso hasta el pago total del crédito								
Periodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nueva Deuda	\$ 10.000								
Saldo	\$ 10.000	\$ 10.000	\$ 10.000	\$ 8.333	\$ 6.667	\$ 5.000	\$ 3.333	\$ 1.667	\$ 0
Abono a Capital		\$ 0	\$ 0	\$ 1.667	\$ 1.667	\$ 1.667	\$ 1.667	\$ 1.667	\$ 1.667
Abono a Interés		\$ 400	\$ 400	\$ 400	\$ 333	\$ 267	\$ 200	\$ 133	\$ 67
Cuota		\$ 400	\$ 400	\$ 2.067	\$ 2.000	\$ 1.933	\$ 1.867	\$ 1.800	\$ 1.733
Comisiones	\$ 500								
Seguros		\$ 100	\$ 100	\$ 100	\$ 100	\$ 100	\$ 100	\$ 100	\$ 100
Reciprocidades	\$ 400								-\$ 400
FCD (Pre-Tax)	\$ 9.100	-\$ 500	-\$ 500	-\$ 2.167	-\$ 2.100	-\$ 2.033	-\$ 1.967	-\$ 1.900	-\$ 1.433
Ahorro Tributario					\$ 803				\$ 352
FCD (After-Tax)	\$ 9.100	-\$ 500	-\$ 500	-\$ 2.167	-\$ 1.297	-\$ 2.033	-\$ 1.967	-\$ 1.900	-\$ 1.081
kd (Pre-Tax) 6.88%		kd(After-Tax) 4.79%							

- **Importante:** entre más distorsiones se le incluyan al FCD, mayor será el valor del costo de la deuda antes y después de impuestos.

Pendiente

- 1- Hacer los ejercicios por mi cuenta.