Modelos y Simulación
2017

Trabajo Especial

Estudiantes:
Scavuzzo, Juan Manuel
Trucco, Francisco Carlos

Índice

1. Introducción

Se tiene un lavadero con una cierta cantidad de máquinas que deben estar funcionando en todo momento para que éste sea operativo. Dado que las máquinas se descomponen cada una cierta cantidad de tiempo, resulta relevante poder predecir el tiempo que tarda el sistema en fallar y determinar si es mejor aumentar la cantidad de máquinas de repuesto o aumentar la cantidad de operarios que las reparan.

Claramente, determinar analíticamente el tiempo medio que tarda el sistema en fallar es muy dificil. Por esto es que se realizaron simulaciones para determinar el tiempo medio que transcurre hasta que el lavadero deja de ser operativo y la desviación estándar.

Por otra parte, estas simulaciones permiten determinar si es más conveniente aumentar la cantidad de máquinas de repuesto o la cantidad de operarios.

1.1. Modelo

El lavadero cuenta con N máquinas lavadoras en servicio y S máquinas de respuesto, todas ellas de idéntica marca, modelo y antigüedad. Además el lavadero cuenta con los servicios de técnicos que reparan las máquinas cuando éstas se rompen. Los técnicos trabajan en paralelo y cada uno se encarga de arreglar máquinas de a una por vez. Todos los tiempos de funcionamiento de las máquinas hasta descomponerse son variables aleatorias independientes exponenciales con un tiempo medio de fallar de T_f. El tiempo de reparación de una máquina que ingresa al taller es una variable exponencial con tiempo medio igual a T_r, independiente de todos los anteriores.

Se dice que el sistema falla cuando se tiene menos de N máquinas funcionando en un momento dado o, equivalentemente, cuando posee más de S máquinas defectuosas en el taller de reparación.

Para resolver el problema en cuestión, se desarrolló un algoritmo que simula la relación que se establece entre los lavarropas que se rompen, aquellos que se están arreglando y los lavarropas de repuesto hasta que el sistema falla. En esta simulación se considera un **evento** cuando se rompe una máquina o cuando se termina de arreglar una. Entonces, si se rompe una máquina, y no puede ser atendida por el técnico porque éste está arreglando otra, ésta se considera en la cola de espera para ser atendida. Una vez que un operario termina de arreglar un máquina, o bien comienza a reparar otra o bien se considera libre.

2. Algoritmo y descripción de las variables

En este trabajo se desarrolló un algoritmo que generaliza la idea de el problema propuesto. El algoritmo retorna el tiempo que pasa hasta que el sistema deja de ser operativo, dada una cantidad arbitraria de técnicos reparadores, máquinas de repuesto y máquinas que deben estar funcionando en todo momento.

2.1. Parámetros del Algoritmo

Los parámetros del algoritmo son:

- N: Cantidad de máquinas que deben estar funcionando en todo momento.
- S: Cantidad de máquinas de repuesto.
- T_f: Tiempo medio de falla de una máquina.
- T_r: Tiempo medio de reparación de una máquina por un operador.
- O: Cantidad de operadores que reparan las máquinas.

Tanto el tiempo de falla de una máquina como el tiempo que tarda un operario en arreglar una máquina, tienen distribución exponencial con media T_f y T_r respectivamente.

2.2. Variables internas del Algoritmo

Por otro lado, se utilizaron las siguientes variables:

- t: Tiempo actual.
- $failure\_times$: Lista de los tiempos de fallos de máquinas.
- fix_times: Lista de los tiempos en los que se finalizan los arreglos de las máquinas.
- $fixing$: Cantidad de operarios que están arreglando máquinas o equivalentemente, la cantidad de máquinas que están siendo arregladas.
- $broken$: Cantidad de máquinas que están rotas (incluye aquellas que están siendo arregladas).

Algorithm 1 Simulation(N, S, O, T_f, T_r)

```
t := 0
broken := 0
fixing := 0
failure_times := [E(1/T_f)_0, ..., E(1/T_f)_{N-1}]
fix_times := [∞_0, ..., ∞_{O-1}]
while broken ≤ S do
    if failure_times_0 < fix_times_0 then
        t := failure_times_0
        broken := broken + 1
        if broken ≤ S then
            failure_times := [X_1, ..., X_{N-1}, t + E(1/T_f)]
            Sort failure_times
        end if
        if broken > fixing and fix_times_{N-1} = ∞ then
            fix_times := [Y_0, ..., Y_{O-2}, t + E(1/T_r)]
            Sort fix_times
        end if
    else
        t := fix_times_0
        broken := broken − 1
        fixing := fixing − 1
        if broken = fixing then
            fix_times := [Y_1, ..., Y_{O-1}, ∞]
        end if
        if broken > fixing then
            fix_times := [Y_1, ..., Y_{O-1}, t + E(1/T_r)]
            fixing := fixing + 1
        end if
        Sort fix_times
    end if
end while
return t
```

El algoritmo mantiene dos listas ($failure\_times$ y fix_times) con los tiempos de los eventos ordenados de menor a mayor. Dado que están ordenadas, $min(failure\_times_0, fix\_times_0)$ representa el próximo evento que ocurrirá. Los tiempos de falla se inicializan con valores generados a partir de una variable aleatoria exponencial con media T_f. Los tiempos de reparación se inicializan todos en infinito dado que no existen lavarropas en reparación.

La simulación del lavadero se realiza hasta que éste deje de funcionar, es decir hasta que la cantidad de máquinas descompuestas sea mayor a la cantidad de máquinas de repuesto i.e., $broken > S$.

Si se descompone un lavarropas, se lo reemplaza por uno de repuesto y se calcula para este último el momento en el que fallará. Además, si un operario está libre comenzará a arreglar el lavarropa; por lo que también se calcula el tiempo que tardará.

Si un operario termina de arreglar un lavarropas y hay un lavarropas descompuesto, se pone a trabajar inmediatamente y se calcula el tiempo que tardará en completar su tarea. Si no hay un lavarropas descompuesto, se marca al operario como libre. Para indicar que está libre se actualiza su tiempo a infinito. Esto significa que el próximo evento relacionado con la finalización de una reparación realizada por este operario nunca ocurrirá.

3. Resultados

En todos los casos, se realizaron 10000 simulaciones para calcular la media y la desviación estándar. Con los resultados de estas simulaciones se contruyeron los distintos histogramas que se presentan a continuación.

Dado el contexto del problema, resulta de gran interés saber cómo maximizar el tiempo que tarda el sistema en fallar. Para ésto, los parámetros más significativos son S y O ya que éstos son los que el dueño del local modficaría para maximizar sus ganancias. Es por ésto que los parámetros que se pusieron en comparación son los anteriormente nombrados.

Los tres experimentos realizados utilizaron los siguientes parámetros:

- 2 máquinas de repuesto y 1 operario.
- 2 máquinas de repuesto y 2 operarios.
- 3 máquinas de repuesto y 1 operario.

En los histogramas, el eje X representa el tiempo, en meses, en el que falla el sistema y el eje Y representa la frecuencia del tiempo que tarda el sistema en fallar. En la esquina superior derecha se puede observar la media y la desviación estándar resultante los experimentos. Adicionalmente, se muestran a continuación:

- Para $S = 2$ y $O = 1$: $\overline{X}(n) = 1{,}779$ meses y $\sqrt{S^2(n)} = 1{,}583$ meses
- Para $S = 2$ y $O = 2$: $\overline{X}(n) = 2{,}606$ meses y $\sqrt{S^2(n)} = 2{,}512$ meses
- Para $S = 3$ y $O = 1$: $\overline{X}(n) = 3{,}614$ meses y $\sqrt{S^2(n)} = 3{,}320$ meses

3.1. Comparación: Agregar un operario

En este caso, realizamos una comparación de la situación en que el lavadero tiene 2 máquinas de repuesto y 1 sólo operario con la situación en que tiene 2 máquinas de repuesto y 2 operarios. Se ejecutó el algoritmo antes descripto con los dos conjuntos de parámetros correspondientes a las situaciones a comparar. Esto es:

$$N = 5;\ T_F = 1;\ T_R = 0{,}125;\ S = 2;\ O = 1$$

$$y$$

$$N = 5;\ T_F = 1;\ T_R = 0{,}125;\ S = 2;\ O = 2$$

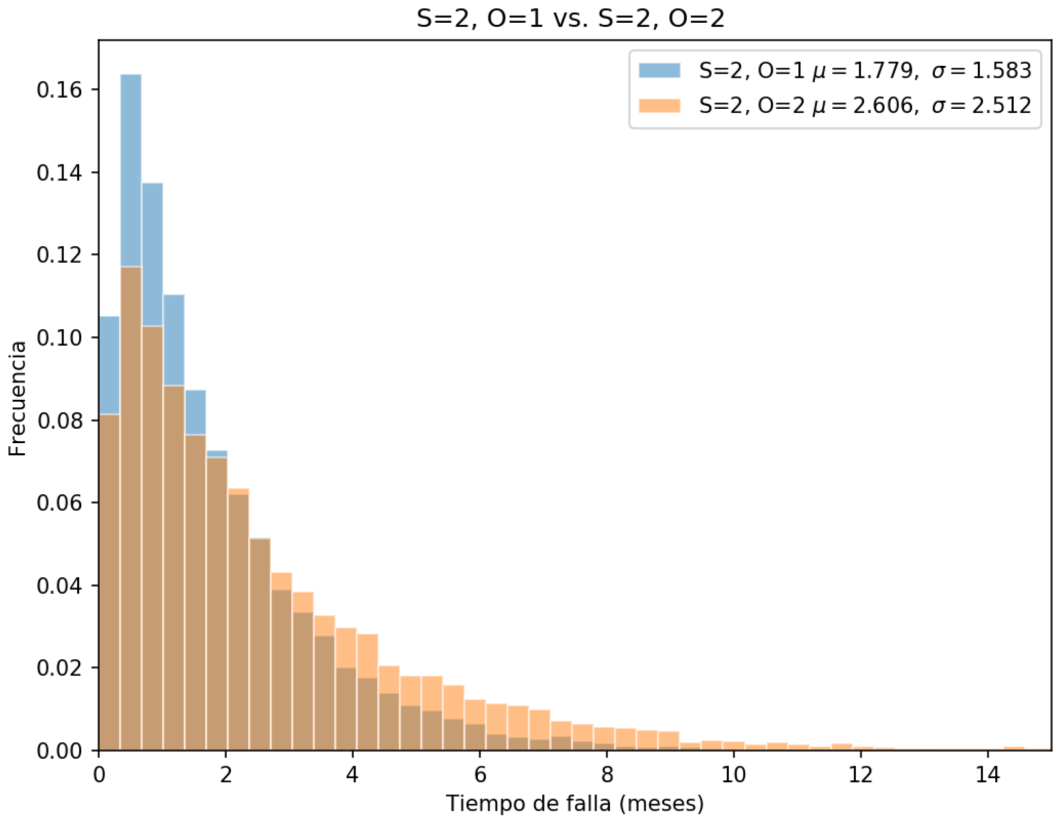

Figura 1: Histograma de comparación entre S = 2, O = 1 y S = 2, O = 2

En la Figura 1 se puede observar que cuando se agrega un operario el tiempo esperado de falla del sistema aumenta considerablemente. Este resultado es el que esperábamos, pues aumenta la velocidad de reparación de máquinas al aumentar la cantidad de individuos capaces de reparar al mismo tiempo.

3.2. Comparación: Agregar una máquina

En este caso, realizamos una comparación de las tres situaciones antes mencionadas.

Se ejecutó el algoritmo antes descripto con los conjuntos de parámetros correspondientes a las situaciones a comparar. Esto es:

$$N = 5;\ T_F = 1;\ T_R = 0{,}125;\ S = 2;\ O = 1$$

$$y$$

$$N = 5;\ T_F = 1;\ T_R = 0{,}125;\ S = 3;\ O = 1$$

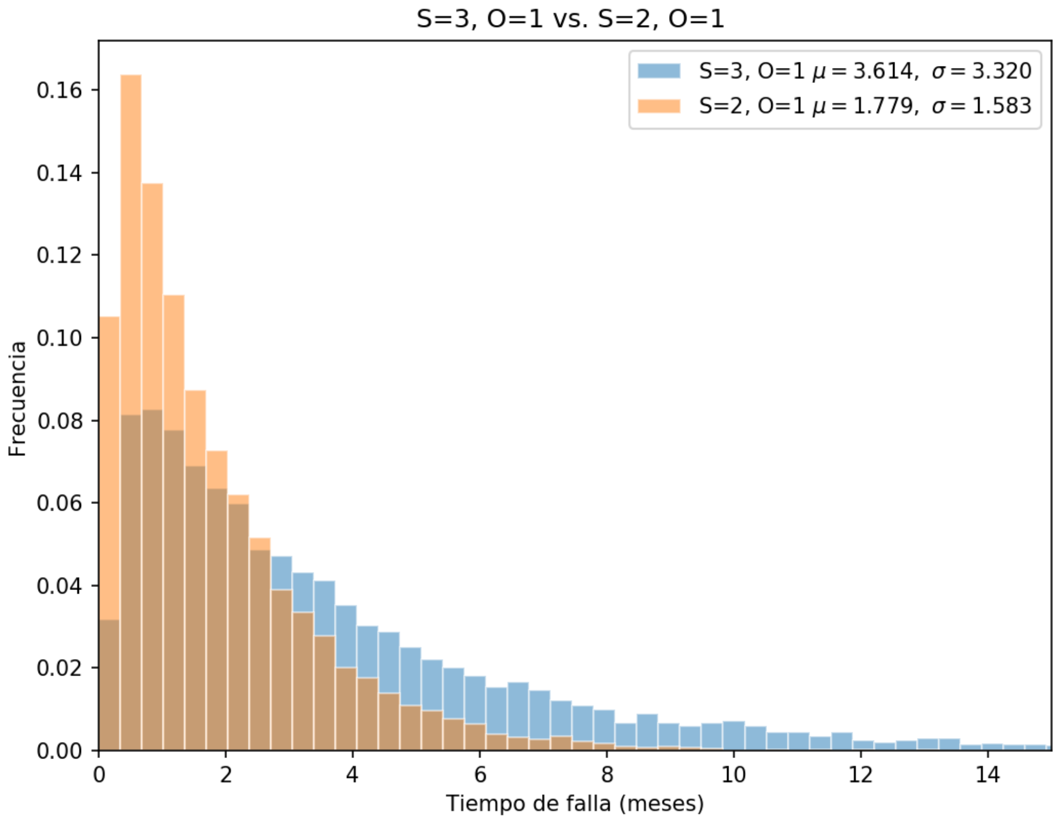

Figura 2: Histograma de comparación entre S = 2, O = 1 y S = 3, O = 1.

En la Figura 2 se puede observar que cuando se agrega una máquina el tiempo esperado de falla del sistema aumenta considerablemente. Este resultado es el que esperábamos, pues al aumentar la cantidad de máquinas de repuesto los operarios tienen más tiempo para reparar las máquinas antes de que el sistema falle.

3.3. Comparación: Agregar una máquina vs. agregar un operario

En este caso, realizamos una comparación de la situación en que el lavadero tiene 3 máquinas de repuesto y 1 sólo operario con la situación en que tiene 2 máquinas de repuesto y 2 operarios. Se ejecutó el algoritmo antes descripto con los dos conjuntos de parámetros correspondientes a las situaciones a comparar. Esto es:

$$N = 5;\ T_F = 1;\ T_R = 0{,}125;\ S = 3;\ O = 1$$

$$y$$

$$N = 5;\ T_F = 1;\ T_R = 0{,}125;\ S = 2;\ O = 2$$

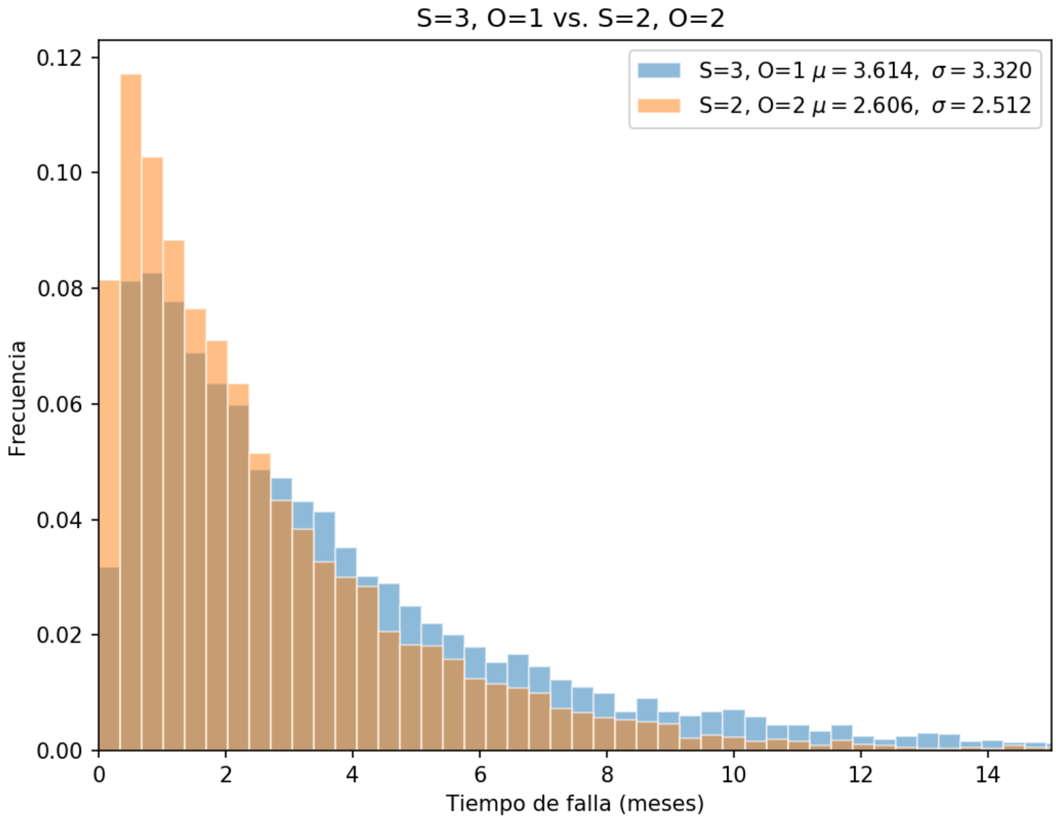

Figura 3: Histograma de comparación entre S = 3, O = 1 y S = 2, O = 2

En la Figura 3 se puede observar que adquirir una máquina más de repuesto es más conveniente que contratar un operario extra pues el tiempo medio de falla del sistema aumenta. En particular, se puede notar en el histograma que la probabilidad de que el sistema falle dentro de los primeros 2 meses es considerablemente superior en el caso de que se contrata a un nuevo operario.

4. Conclusión

Se presentó el problema de determinar el tiempo de falla esperado de un lavadero en función de la cantidad de operarios y lavarropas de repuesto. Se construyó un modelo y a partir del mismo se obtuvieron datos simulados correspondientes al tiempo de falla del sistema. Dado que resulta de gran interés saber cómo maximizar el tiempo que tarda el sistema en fallar en función de estos parámetros, los distintos experimentos realizados varían estos parámetros.

Agregar una máquina de repuesto incrementa el tiempo medio de fallo del sistema en un 50 %. Agregar un operario incrementa el tiempo medio de fallo del sistema en un 107 %. Claramente, agregar una máquina aumenta más el tiempo medio de fallo del sistema que agregar un operario. Estos resultados no deben extrapolarse a otras situaciones en las cuáles los parámetros sean distintos (ver Resultados).

Es importante destacar que el algoritmo propuesto puede ser útil para realizar otros experimentos modificando los parámetros del mismo.