Taller 1 Ejercicios del libro - Análisis Numérico

Juan Sebastian Santamaria Palomino
juansantamaria@javeriana.edu.co

Natalia Andrea Navas Calderón
natalianavas@javeriana.edu.co

Jorge Rodrigo Salgado Tello
salgadojorge@javeriana.edu.co

7 de agosto de 2019

1. Ejercicio 8

1.1. Enunciado

Determine la raíz real de la ecuación $\sin(x) = \ln(x)$.

1.2. Resultados

Cero de f en [1 , 4] las raíces son: 2.219107153 con error <= $5.587935448 \times 10^{-9}$. El número de iteraciones es: 29.

2. Ejercicio 13

2.1. Enunciado

Encuentre una fórmula iterativa de convergencia cuadrática y defina un intervalo de convergencia apropiado para calcular la raíz real n-ésima de un número real. El algoritmo solamente debe incluir operaciones aritméticas elementales.

2.2. Resultados

Si se tiene una función de la forma $\sqrt[n]{M} = x$, donde M es un número real, es posible hacer un replanteamiento de la fórmula alcanzando el siguiente resultado, $x^n - M = 0$. De esta manera, se puede emplear el método de Newton-Raphson para hallar la raíz de la función. Para poder aplicar lo descrito anteriormente, es necesario tomar un intervalo $[x_0, x_1]$, que cumpla con la siguiente condición, $f(x_0)f(x_1) < 0$. Para el caso de prueba se logró encontrar el resultado con un total de 9 iteraciones, lo cual hace que el método sea bastante efectivo y preciso para este tipo de problemas.

3. Ejercicio 15

3.1. Enunciado

Se propone resolver la ecuación $\int_0^x (5 - e^u) du = 2$.

3.2. Resultados

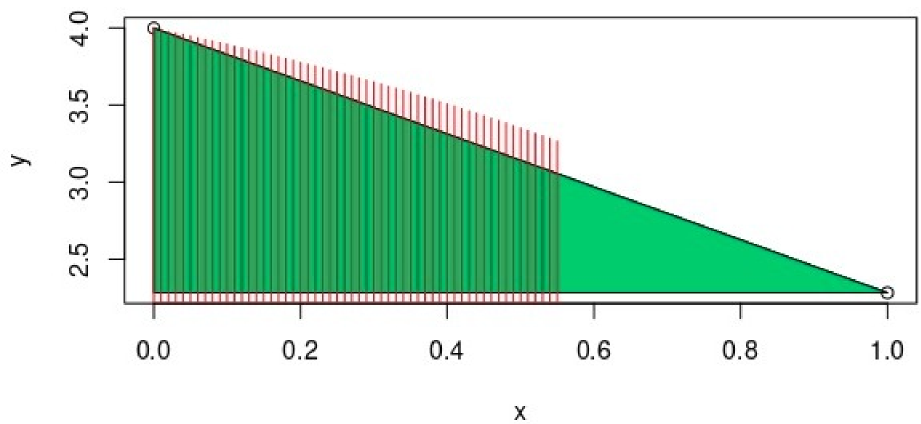

Figura 1: Gráfica ejercicio de la integral.

Para este problema en particular se usó la metodología de sumas de Riemann, esto con el fin de dar solución a la ecuación de manera gráfica y sin necesidad de resolver la integral propuesta. Así pues, cuando $x = -0.44$ el resultado de la integral es aproximadamente 2 con un error menor a 0.01. El resultado gráfico se ilustra en la figura 1.

4. Ejercicio 27

4.1. Enunciado

El movimiento de una partícula en el plano se encuentra representado por la ecuaciones paramétricas: con $t \geq 0$

- $x(t) = 3\sin^3(3t) - 1$.
- $y(t) = 4\sin(t)\cos(t)$.

Donde x,y son las coordenadas de la posición expresadas en cm, t se expresa en seg.

4.2. Resultados

1. Demuestre que existe un instante $t[0, \frac{\pi}{2}]$ tal que sus coordenadas x, y coinciden.

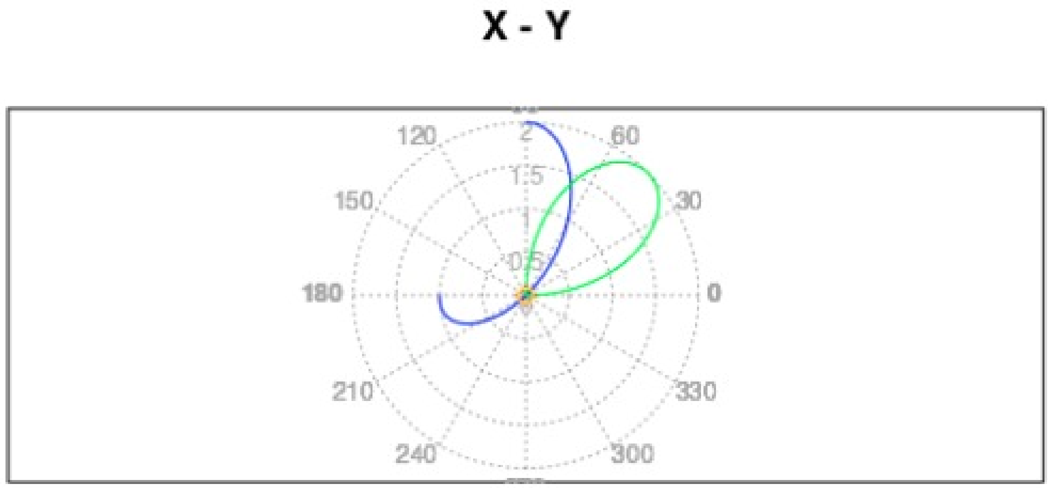

Figura 2: Gráfica ejercicio de polares.

En la figura 2 se muestran las funciones X y Y de 0 a $\pi/2$. Podemos ver que las dos funciones coinciden en un punto marcado en la gráfica. En la gráfica se pueden apreciar los marcadores, uno amarillo y otro rojo. El amarillo es la raíz de la función encontrada por el método de Newton y el rojo es la raíz encontrada por el método de Bisección.

2. Encuentre con un error de 10^{-5} en qué instante las dos coordenadas serán iguales (en el intervalo dado en a).

   La respuesta del algoritmo de Newton fue: 1.186495022 con valor en la ecuación f(respuestaNewton) de: $1.757727297 \times 10^{-11}$. A este resultado se llegó en 3 iteraciones. Error estimado de : $8.581163271 \times 10^{-6}$.

   La respuesta del algoritmo de Bisección fue: 1.186500549 con valor en la ecuación f(respuestaBiseccion) de: $3.192522583 \times 10-5$. A este resultado se llegó en 17 iteraciones. Error estimado de : $7.629394531 \times 10^{-6}$.

   Comparación:

   Podemos observar que el algoritmo de Newton-Raphson es mas eficiente en el número de iteraciones y en la precision al momento de encontrar la raíz de la función. Sin embargo, el algoritmo de bisección requiere únicamente que la función sea continua durante el intervalo, mientras que el algoritmo de Newton requiere la derivada de la función y conocimiento adicional para poder ser aplicable.