Taller 2 punto 8 - Análisis Numérico

Juan Sebastian Santamaria Palomino juansantamaria@javeriana.edu.co

16 de agosto de 2019

1. Demostración punto 8

En el proceso de demostrar que la matriz de transición para el método de Gauss-Seidel esta dada por $T = (-D^{-1}U)(I + LD^{-1})^{-1}$, se optó por usar la definición de convergencia que proporciona el método de error de truncamiento, el cual propone lo siguiente:

$$E^{k+1} = TE^k \tag{1}$$

Al realizar el respectivo procedimiento se obtiene lo siguiente:

$$X - X^{k+1} = -D^{-1}L(X - X^{k+1}) - UD^{-1}(X - X^k)$$
(2)

$$E^{k+1} = -D^{-1}LE^{k+1} - UD^{-1}E^k$$
(3)

$$E^{k+1} + D^{-1}LE^{k+1} = -UD^{-1}E^k (4)$$

$$E^{k+1}(I+D^{-1}L) = -D^{-1}UE^k$$
(5)

$$E^{k+1} = (-D^{-1}U)(I+D^{-1}L)^{-1}E^k$$
(6)

Tal como se observa en el procedimiento anterior, se demuestra que la transición de T es:

$$T = (-D^{-1}U)(I + LD^{-1})^{-1}$$
(7)

Ya que satisface la ecuación original $E^{k+1} = TE^k$.