GUÍA N° 1
CINEMÁTICA DEL CUERPO PUNTUAL

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN (1D)

1) Un móvil que se encuentra en un punto A en un cierto instante t_0, viaja con velocidad constante. Cuando transcurre un tiempo de 10 s el móvil pasa por un punto B que está a una distancia de A de 10 km.

a) Halle la velocidad, en unidades SI y en km/h.
b) Obtenga las expresiones para la posición en función del tiempo (con origen de tiempo en $t_0 = 0\ s$) con los siguientes sistemas de coordenadas:

   i) eje x contiene a A y a B y tiene origen en A;
   ii) ídem i) pero con origen en B;
   iii) AB forma 30° con el eje x (¿significa esto que el movimiento representado no es unidimensional?). Grafíquelas.

2) Un móvil (1) viaja en línea recta desde A hacia B (distancia $AB = 300\ km$) a 80 km/h y otro móvil (2) lo hace desde B hacia A a 50 km/h. El móvil 2 parte 1 h antes que el móvil 1.

a) Elige un origen de tiempo y un sistema de referencia.
b) Escribe los vectores velocidad v_1 y v_2 de los móviles 1 y 2, respectivamente.
c) En un mismo gráfico represente posición vs tiempo para ambos móviles. Interprete el significado del punto de intersección de ambas curvas.
d) En un mismo gráfico represente velocidad vs tiempo para ambos móviles. ¿Cómo encontraría en este gráfico el tiempo de encuentro?

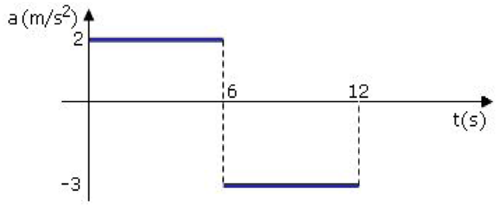
3) Un auto viaja por una ruta a 20 $m/$s. En un dado momento, un perro se cruza a 50 m de su ubicación.

a) ¿Cómo deben ser los sentidos de los vectores aceleración y velocidad para que el auto frene?
b) ¿Cuál es la aceleración mínima que debe imprimirse al automóvil para no chocar al perro?

4) Sin usar valores numéricos representar los gráficos de $x(t)$ y $v_x(t)$ en los siguientes casos con aceleración constante:

a) $a_x < 0,\ v_{0x} > 0,\ x_0 > 0$
b) $a_x > 0,\ v_{0x} < 0,\ x_0 > 0$
c) $a_x > 0,\ v_{0x} > 0,\ x_0 > 0$

5) Un cuerpo se mueve a lo largo de una trayectoria recta sometido a una aceleración en dicha dirección que varía en el tiempo como se muestra en la figura. Suponiendo que en el instante inicial el cuerpo se encontraba en reposo en un punto con coordenada nula:



a) Obtenga expresiones para la posición y velocidad del cuerpo en función del tiempo, válidas para cada uno de los intervalos indicados en la figura.

b) Obtenga la posición del cuerpo y su velocidad a los $10\ s$ de iniciar el movimiento.

c) Realice gráficas cualitativas de la velocidad y posición en función del tiempo, válidas para los intervalos considerados en la figura.

6) Un cuerpo se mueve a lo largo de una línea recta de acuerdo a la ecuación $x = -kt^3 + bt^2$, con k, b constantes ≥ 0.

a) Calcule la velocidad y la aceleración del cuerpo en función del tiempo, y grafíquelas.

b) Halle el instante de tiempo, y la correspondiente posición, en el cual el cuerpo tendrá velocidad nula.

c) Describe cualitativamente el movimiento indicando en qué intervalos de tiempo el movimiento es acelerado y en cuáles desacelerado.

7) Una piedra cae desde un globo que asciende verticalmente a una velocidad uniforme de 12 m/s, en el instante en que el globo se encuentra a una altura de 30 m sobre el piso.

a) Calcule la altura máxima alcanzada por la piedra.

b) ¿A qué distancia se encuentra del globo en ese instante?

c) ¿A qué altura se encuentra el globo en el instante en que la piedra llega a tierra?

d) Resuelva el inciso c) para el caso en que el globo descienda a una velocidad uniforme de 12 m/s.

8) Un cuerpo se mueve en línea recta partiendo a $t_0 = 0$ de $x_0 = 0$ con velocidad v_0. Encuentre $x(t)$ en los casos en que la aceleración del cuerpo está dada por la ecuación:

a) $a = kt^2$, $k > 0$ (k constante).

b) $a = kv^2$, $k > 0$ (k constante).

c) $a = kv$, $k > 0$ (k constante).

MOVIMIENTO CURVILÍNEO EN DOS DIMENSIONES (2D)

9) Un auto está viajando en una curva plana tal que sus coordenadas rectangulares en función del tiempo están dadas por $\boldsymbol{x}\,(\boldsymbol{t}) = 6t^2 - t^3$ e $\boldsymbol{y}\,(\boldsymbol{t}) = t^2 - 8t + 16$ con t en segundos y las coordenadas en metros. Calcule:

a) Las componentes rectangulares de la velocidad en función del tiempo.

b) La velocidad del auto en el instante inicial y a los 2 s de iniciado el movimiento.

c) El instante en el que la velocidad se anula.

d) El vector desplazamiento neto del móvil entre el instante inicial, y el instante en que se encuentra detenido y la expresión para determinar la longitud de camino recorrido.

e) Las componentes rectangulares de la aceleración en función del tiempo.

f) El instante en que la aceleración es paralela al eje y.

10) Una partícula se mueve en el plano $x - y$ de acuerdo a la ley: $a_x = -4\frac{cm}{s^2}sen(t)$, $a_y = 3\ \frac{cm}{s^2}\ cos(t)$. Si cuando $t = 0\ s,\ x(0) = 0,\ y(0) = -3\ cm\ ,\ v_x(0) = 4\frac{cm}{s}$ y $v_y(0) = 0\ \frac{cm}{s}$:

a) Encuentre la ecuación de la trayectoria descripta por la partícula ¿qué tipo de curva describe? Grafíquela.

b) Calcule el módulo de la velocidad en $t = \frac{\pi}{4}\ s$. Grafique el vector velocidad sobre la curva ¿en qué otros instantes la partícula vuelve a tener el mismo vector velocidad? Explique.

11) Un cañón está situado en lo alto de un arrecife a una altura de 120 m sobre el nivel del mar. Dispara un proyectil con una velocidad de 240 m/s formando un ángulo de 30° sobre la horizontal.

a) Calcule el alcance (distancia horizontal desde la base del arrecife) del cañón.

b) Si un barco se dirige directamente al arrecife a una velocidad constante de 36 km/h, ¿a qué distancia debe estar el barco del arrecife, en el instante en que el cañón se dispara, para sufrir el impacto?

c) Repetir el problema para un disparo con el mismo ángulo (30°) por debajo de la horizontal.

12) Un proyectil es lanzado desde el origen de un sistema de coordenadas cartesianas, con una velocidad inicial de $29{,}4\ m/s$, formando un ángulo de 30° con la dirección horizontal, determine:

a) El tiempo de vuelo del proyectil.

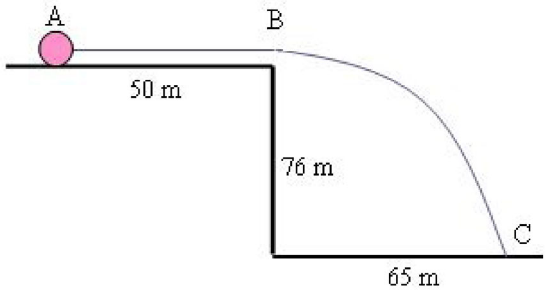
b) Las componentes cartesianas de su vector velocidad al cabo del tiempo indicado anteriormente.

c) La altura máxima alcanzada por el proyectil.

d) Las componentes cartesianas del vector posición del proyectil 1,5 segundos después del lanzamiento.

e) Realice las gráficas cualitativas que muestran cómo varían en el tiempo las componentes cartesianas de los vectores velocidad y posición del proyectil.

13) La figura muestra un cuerpo que se mueve a lo largo del tramo recto AB sometido a una aceleración constante para luego caer en el punto C a lo largo de una trayectoria parabólica sometido al campo gravitatorio.



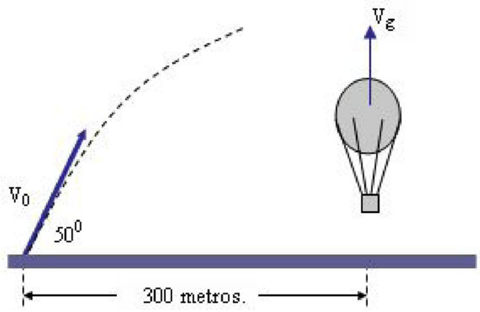
Determine:

a) La velocidad del cuerpo en el punto B

b) La aceleración a la que estuvo sometido el cuerpo en el tramo recto.

c) El tiempo requerido para recorrer el tramo AC.

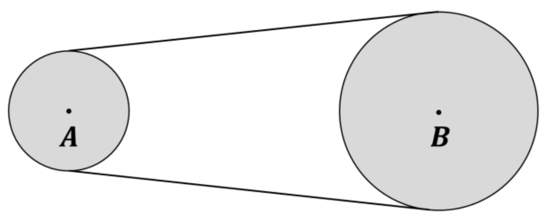
14) Un globo asciende verticalmente con una velocidad constante de $3\,m/s$, habiendo partido desde un punto a $300\,m$ de donde se encuentra una plataforma para lanzamiento de proyectiles. Si 12 segundos después se lanza un proyectil con un ángulo de 50° respecto de la horizontal. ¿Con qué velocidad se lo deberá lanzar para impactar sobre el globo? y ¿a qué altura del punto de lanzamiento se producirá el impacto de ambos cuerpos (despreciar las dimensiones del globo)?



MOVIMIENTO CIRCULAR

15) Un volante cuyo diámetro es de 2,5 m tiene una velocidad angular que disminuye uniformemente de 100 rpm en $t = 0\,s$ hasta detenerse cuando $t = 4\,s$. Calcule las aceleraciones tangencial y normal de un punto situado sobre el borde del volante, cuando $t = 2\,s$. Grafique $\alpha, \omega\ y\ \theta$ en función del tiempo.

16) La rueda B, indicada en la figura, cuyo radio es de 30 cm, parte del reposo y aumenta su velocidad angular uniformemente alcanzando 0,4 rad/s en 3 s. Esta rueda transmite su movimiento a la rueda A mediante una correa. El radio de la rueda A es de 12 cm.



a) Determine la aceleración angular de la rueda A.

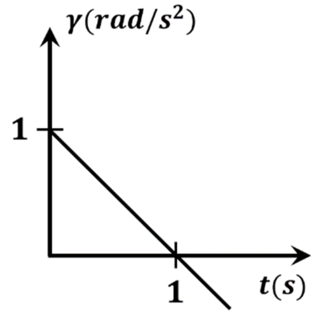
b) Determine la aceleración angular de la rueda B.

c) Obtenga una expresión para el módulo del vector aceleración de un punto ubicado en la periferia de la rueda A, a los 10 s de iniciado el movimiento.

d) Ídem al inciso (c) para un punto ubicado en la periferia de la rueda B.

e) Encuentre el tiempo necesario para que la rueda B alcance una velocidad angular de 300 rpm.

17) En un movimiento circular, la aceleración angular (γ) sigue la ley de la figura. Si al iniciar el movimiento, el cuerpo P estaba moviéndose a 3 m/s y el radio de la trayectoria es de 2 m.



a) Halle las expresiones para $\omega(t)$ y $\theta(t)$ y graficar.

b) Indique el instante en el que el cuerpo invierte el sentido del movimiento.

c) Calcule la aceleración total en $t = 2\ s$.

COORDENADAS INTRÍNSECAS

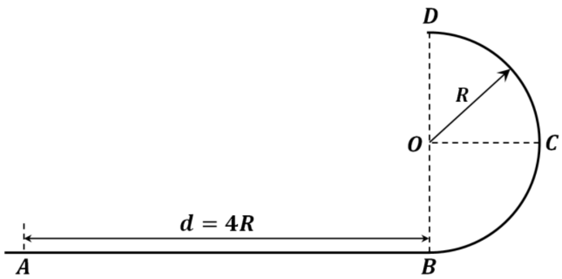
18) Un cuerpo que parte del reposo en el punto A recorre un tramo recto AB, para luego seguir la trayectoria curva BD, con $R = 1{,}2\ m$. Si la componente tangencial de su vector aceleración es de $1{,}6\ m/s^2$ durante todo el movimiento, determine:

a) La velocidad con la que llega al punto B y el tiempo empleado para llegar a dicho punto.

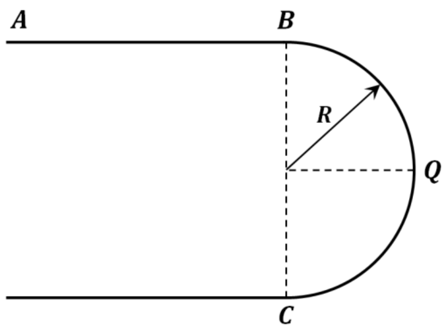
b) La velocidad del cuerpo en el punto C, y el tiempo necesario para recorrer el tramo BC.

c) La aceleración del cuerpo en el punto C.

d) El tiempo que emplea en recorrer el tramo BD.



19) La figura muestra la trayectoria a lo largo de la cual se mueve una partícula. Al pasar por el punto A ubicado a 150 m (medidos sobre la trayectoria) del punto Q tiene una velocidad de 20 m/s. Suponiendo que la componente tangencial del vector aceleración permanece constante y que la velocidad al pasar por el punto Q es 10 m/s:



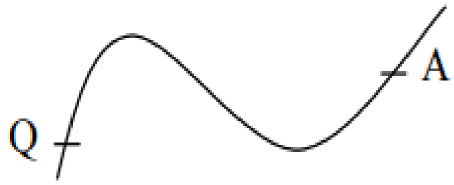
a) Obtenga una expresión para la velocidad de la partícula en función de su posición, válida para cualquier instante.

b) Para el instante en que la partícula pasa por el punto Q, determine el módulo del vector aceleración y el ángulo entre dicho vector y el vector velocidad (el radio del tramo circular es de 2 m).

c) Determine el instante en que se invierte el sentido del movimiento y a que distancia del punto Q.

d) Determine la velocidad con que la partícula pasará nuevamente por los puntos Q y A de la trayectoria.

20) Una partícula se mueve a lo largo de la trayectoria mostrada en la figura de manera tal que la componente tangencial de su vector aceleración varía linealmente con su posición según: $a_t = -ks$, donde k es una constante y s representa a la posición medida, respecto del punto Q, a lo largo de la trayectoria:



a) Obtenga una expresión para la velocidad de la partícula en función de su posición.

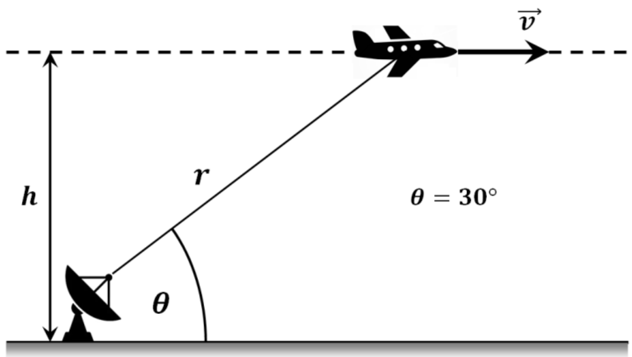
b) Suponiendo que al pasar por el punto Q su velocidad es de 3,6 m/s y al pasar por el punto A lo hace con una velocidad de 1,8 m/s siendo de 5,4 m la distancia entre ambos puntos, determine el valor de la constante involucrada y el radio de curvatura de la trayectoria en el punto A si sabemos que en dicho punto el módulo de su vector aceleración es de 3 m/s^2.

c) Suponiendo dadas las condiciones anteriores, determine a qué distancia del punto Q se invierte el sentido del movimiento.

COORDENADAS POLARES

21) Una partícula se mueve a lo largo de una trayectoria plana de manera que sus coordenadas polares varían en el tiempo según: $r(t) = 0{,}833\, t^3 + 5t$ y $\theta(t) = 0{,}3\, t^2$ donde r está dado en centímetros, θ en radianes y t en segundos. Determine el módulo de los vectores velocidad y aceleración de la partícula.

22) Un avión que vuela con una velocidad constante **v**, a una altura $h = 8\, km$, es seguido por un radar localizado exactamente debajo de la línea de vuelo, en el punto O. Determine:



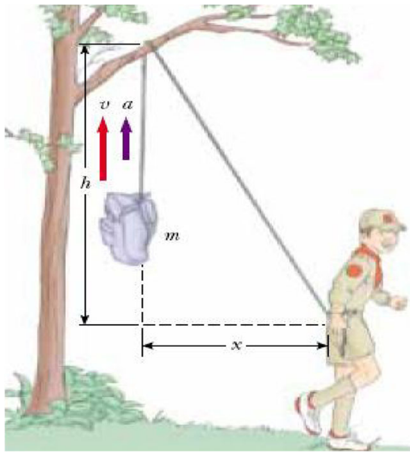
a) la velocidad con que el avión se aleja del radar en función del tiempo ¿cómo sería la expresión en función del ángulo?

b) la componente transversal del vector velocidad (para un polo coincidente con el radar) en función del tiempo ¿cómo sería la expresión en función del ángulo?

c) la variación temporal de la componente radial del vector velocidad en función del tiempo. Indique también su expresión en función del ángulo

d) la aceleración angular del avión visto desde O, en función del tiempo y en función del ángulo.

23) Un muchacho decide colgar su bolso de un árbol y, a fin de elevarlo, arma el sistema que se muestra en la figura. El muchacho camina con velocidad constante, en la dirección horizontal, y el bolso sube en dirección vertical. Considerando como polo el punto del que cuelga el bolso sobre el árbol y teniendo en cuenta que la longitud de la cuerda es constante y que se conoce la distancia h dada en la figura.



a) Calcule la aceleración del bolso.

b) Determine la velocidad y aceleración angular del muchacho respecto del punto que se tomó como polo.

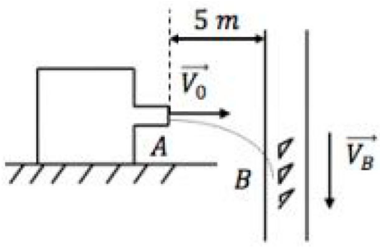
MOVIMIENTO RELATIVO

24) Un nadador puede nadar a 0,7 m/s en aguas quietas. Quiere cruzar un río de 50 m de ancho. La corriente del agua es de 0,5 m/s.

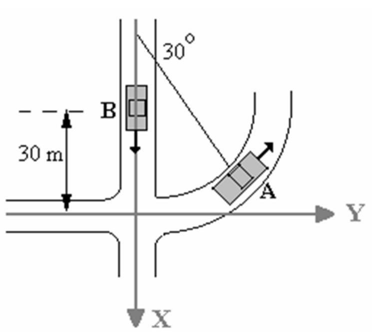
a) Para llegar al punto opuesto en la otra orilla, ¿en qué dirección debe nadar? ¿Cuánto tarda en cruzar?

b) Para cruzar en el menor tiempo posible, ¿en qué dirección debe nadar? ¿A qué punto llegará?

25) Se descarga agua del orificio A como se indica en la figura, con una rapidez inicial de 10 m/s y hace impacto sobre una serie de aletas en B. Sabiendo que las aletas se mueven hacia abajo con una rapidez constante de 3 m/s, determine la velocidad y la aceleración del agua relativas a las aletas en B , justo antes del impacto.

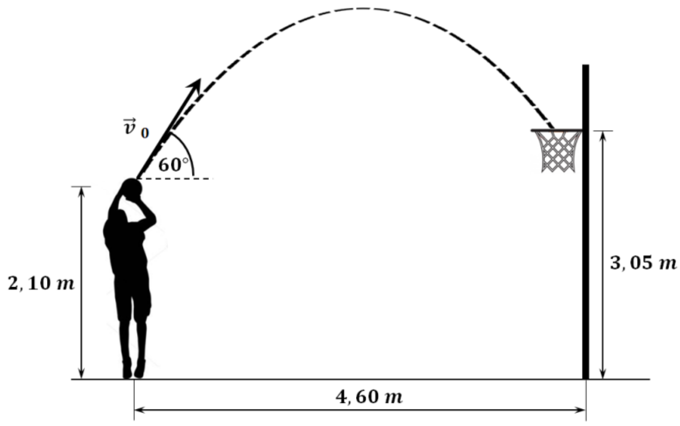


26) El coche A está tomando una curva de 60 m de radio con velocidad constante de 48 km/h. Cuando A pasa por la posición indicada en la figura, el automóvil B está a 30 m del cruce y acelerando hacia el sur a razón de 1,2 m/s^2. Calcule el módulo y la dirección de la aceleración que parece tener A cuando se lo observa desde B en ese instante.



PROBLEMAS INTEGRADORES

27) Un jugador de básquet lanza un tiro libre. La pelota se despega de las manos del jugador a una altura de 2,10 m sobre el piso de la cancha, formando un ángulo de 60° con la horizontal. La pelota pasa por el centro del aro, tal como se muestra en la figura y logra anotar el punto.



a) Seleccione un sistema de coordenadas adecuado y plantee las ecuaciones de movimiento de la pelota.

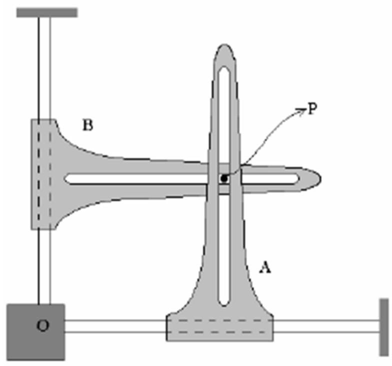
b) Calcule el vector velocidad inicial de la pelota (el vector velocidad cuando abandona las manos del jugador).

c) Calcule las componentes transversal y radial del vector velocidad y del vector aceleración de la pelota con respecto a un polo ubicado en los pies del jugador, cuando la pelota llega a su altura máxima.

d) Calcule el radio de curvatura "ρ" de la trayectoria de la pelota cuando justo pasa por el aro.

28) El pasador P está obligado a moverse en las vías ranuradas, las cuales se desplazan perpendicularmente entre sí. En el instante representado A tiene una velocidad hacia la derecha de $20\ cm/s$, la que decrece a razón de $75\ cm/s^2$. Al mismo tiempo B se mueve hacia abajo con una velocidad de $15\ cm/s$ decreciente a razón de $50\ cm/s^2$.

Para el instante representado, $x = 10\ cm$ e $y = 5\ cm$, determine:



a) El vector velocidad de P.

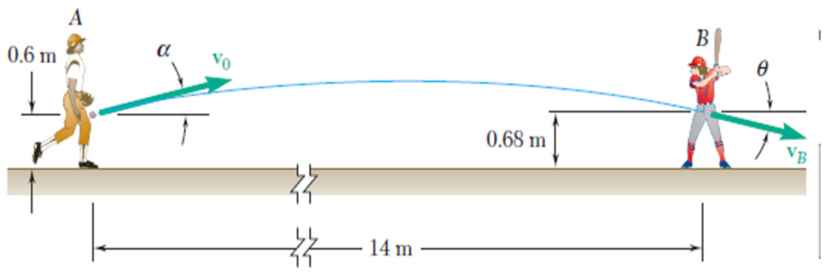
b) El vector aceleración de P.

c) Las componentes normal y tangencial del vector aceleración.

d) El radio de la curvatura de la trayectoria.

e) Para un polo ubicado en O, determinar la velocidad angular y la aceleración angular.

29) El lanzador en un juego de softball lanza una pelota con una velocidad inicial de $v_0 = 72\ km/h$ a un ángulo α con la horizontal. Si la altura de la pelota en el punto B es de $0.68\ m$, determine:



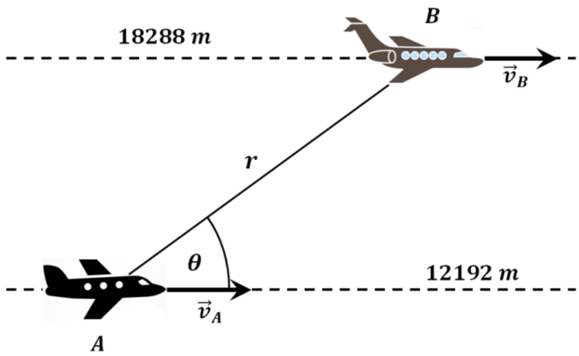
a) el ángulo α

b) el ángulo θ que forma la velocidad de la pelota en el punto B con la horizontal.

c) el radio de curvatura en el punto B.

d) las componentes radial y transversal de los vectores velocidad y aceleración en el punto B, tomando como polo el pie del jugador.

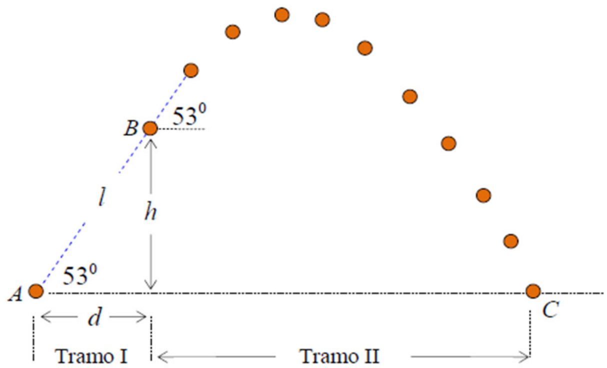
30) El avión A vuela horizontalmente a 12192 m y aumenta su velocidad con a = 1.22 m/s^2. Está equipado con un radar que detecta a otro avión B, el que vuela en la misma dirección y en el mismo plano vertical a una altura de 18288 m. Si en el instante mostrado es β = 30°, la velocidad de A es 965 km/h y la de B es 1448 km/h constante,



a) Determine la variación temporal de la componente radial del vector velocidad en función del tiempo.

b) Determine la aceleración angular.

31) Un cohete inicia su movimiento con una velocidad inicial de $\boldsymbol{v_0}$ =100 m/s, haciendo un ángulo de θ_0 = 53°. El cohete viaja a lo largo de su línea de movimiento inicial con una aceleración total resultante (incluida la aceleración de gravedad) de $a = 30\,m/s^2$ durante 3 segundos. En ese momento se apagan los motores y el cohete empieza a moverse como un cuerpo libre en el campo gravitatorio. (Ver figura)



Encontrar:

a) la altura máxima alcanzada por el cohete, medida desde el punto inicial de su movimiento.

b) el tiempo total que el cohete estuvo en el aire hasta que llega al suelo.

c) la distancia horizontal total medida desde que el cohete inicia su movimiento, hasta que vuelve al suelo nuevamente.

32) La expresión siguiente es la forma explícita de la ecuación de la trayectoria a lo largo de la que se desplaza una partícula en el plano (xy) de un sistema de ejes ortogonales:

$$y(x) = A + \frac{x^2}{B} \quad \text{donde} \quad x(t) = Ct$$

Donde A, B y C son constantes, cuyos valores son: $A = 2m$, $B = 2m$ y $C = 4\, m/s$, estando el tiempo expresado en segundos.

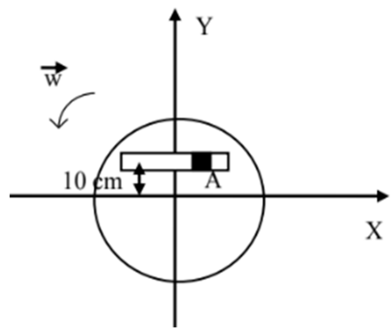
a) Obtenga expresiones en función del tiempo para las componentes cartesianas de los vectores posición, velocidad, y aceleración de la partícula.

b) Grafique cualitativamente la trayectoria $y = f(x)$.

c) Determine el módulo de los vectores velocidad y aceleración en el instante en el que su coordenada horizontal es de 2 m.

d) Para el instante anterior, calcule las componentes intrínsecas del vector aceleración, el ángulo que forman y el radio de curvatura de la trayectoria en el punto $x = 2\, m$.

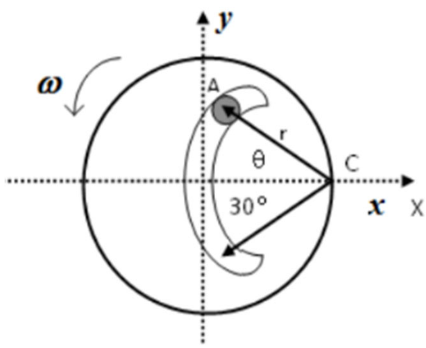
33) La corredera A se mueve en la ranura al mismo tiempo que el disco gira alrededor del punto O. En el instante considerado el disco gira a $5\, rad/s$ con una aceleración angular de $10\, rad/s^2$ en sentido contrario. Si la corredera está a $x = 7{,}5\, cm$ alejándose del eje Y, con una velocidad de $10\, cm/s$ que aumenta a razón de $15\, cm/s^2$ relativas a la ranura, determine:



a) La velocidad absoluta de A en componentes cartesianas. Dibuje sobre la figura los términos de velocidad relativa y el vector resultante pedido.

b) Idem para la aceleración de la corredera.

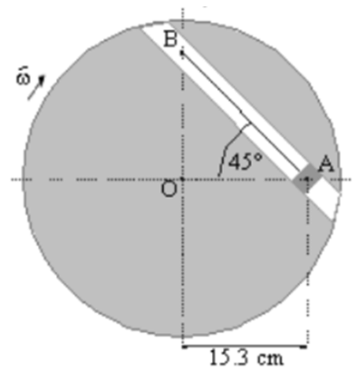
34) Un disco, con una ranura circular de $20\, cm$ de radio gira alrededor de O con una velocidad angular constante de $\omega = 15\, rad/s$.



a) Determine la aceleración del cursor A, respecto de un sistema de referencia fijo a tierra, en el instante que pasa por el centro del disco, si en ese caso $\frac{d\theta}{dt}$ vale $12\, rad/s$ y $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ es 0.

b) Determine la aceleración del cursor A en el instante que pasa por la posición determinada por $\theta = 30°$ si en ese instante $\frac{d\theta}{dt}$ vale $12\, rad/s$ y $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ es 0.

35) La corredera A encaja holgadamente en la ranura lisa, que está, en el instante considerado a 45° según se indica. En dicho instante el disco gira, en torno de su centro O, en dirección horaria a una velocidad de $6\ rad/s$ y tiene una aceleración angular en dirección antihoraria de $4\ rad/s^2$. Si A tiene una velocidad de $15\ cm/s$ hacia B que disminuye en forma constante a razón de $3\ cm/s^2$ (medido respecto del disco).



- **a)** Calcule la velocidad angular del disco en función del tiempo.
- **b)** Determine la velocidad de la corredera A respecto de un sistema fijo a tierra, para el instante considerado en la figura. Represente gráficamente este vector sobre la figura.
- **c)** Calcule la aceleración de A respecto de un sistema fijo a tierra, para el
- **d)** instante considerado en la figura.