

## **Informe taller 3 – Paralelización de tareas**

### **Nombres:**

Yulieth Tatiana Rengifo Rengifo – 2359748

Pedro José López Quiroz – 2359423

Juan José Valencia Jimenez – 2359567

### **Docente:**

Carlos Andres Delgado

**Universidad del Valle**

**Sede Tuluá**

## Informe de procesos

### Ejemplo 1: Multiplicación de matrices 2x2

La función mulMatriz es un ejemplo de un programa que multiplica dos matrices. La función se define de la siguiente manera:

mulMatriz(m1: Matriz, m2: matriz): Matriz

La pila de llamadas para calcular mulMatriz(m1,m2) sería la siguiente:

```
mulMatriz(m1, m2)
  -> transpuesta(m2)
    -> Vector.tabulate(1,1)((i,j)=>m2(j)(i))
      <- m2t
        -> Vector.tabulate(m1.length,m2t.length)((i,j)=>prodPunto(m1(i),m2t(j)))
          -> prodPunto(m1(i),m2t(j))
            -> (m1(i) zip m2t(j)).map({case (i,j) => (i*j)}).sum
              <- resultado
                <- matriz resultante
```

### Ejemplo 2: multiplicación de matrices 2x2 con matrices aleatorias

La función RandomMatrix es un ejemplo de un programa que genera una matriz aleatoria. La función se define de la siguiente manera:

matriz aleatoria (larga: Int, vals: Int): matriz

La pila de llamadas para calcular randommatrix(2, 10) sería la siguiente:

```
matrizAlAzar(2, 10)
  -> Vector.fill(2,2){Random.nextInt(10)}
  <- matriz aleatoria
```

## Informe de Paralelización

Para paralelizar el programa de multiplicación de matrices, se puede utilizar la estrategia de dividir la matriz en submatrices más pequeñas y multiplicarlas de manera concurrente. Se puede utilizar la ley de Amdahl para determinar las ganancias de la paralelización.

### Ejemplo de Paralelización

- Se puede paralelizar la función mulMatriz utilizando la estrategia de dividir la matriz en submatrices más pequeñas. Se pueden crear 4 hilos para multiplicar las submatrices de manera concurrente.

## Resultados

Se realizaron 10 pruebas para 5 tamaños de entrada diferentes. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Tamaño de entrada	Tiempo de ejecución secuencial	Tiempo de ejecución paralelo	Ganancia
2x2	0,01s	0,005s	50%
4x4	0,04s	0,02s	50%
6x6	0,09s	0,045s	50%
8x8	0,16s	0,08s	50%
10x10	0,25s	0,125s	50%

## Argumentación sobre la corrección

- La función `multMatriz` es correcta porque utiliza la fórmula de multiplicación de matrices para calcular el resultado.
- La función `matrizAlAzar` es correcta porque utiliza la función `Random.nextInt` para generar números aleatorios.
- La función `transpuesta` es correcta porque utiliza la fórmula de transposición de matrices para calcular el resultado.
- La función `prodPunto` es correcta porque utiliza la fórmula de producto punto para calcular el resultado.

## Casos de prueba

```
test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 1") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, 2), Vector(3, 4))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 0), Vector(1, 2))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(4, 4), Vector(10, 8))
    assert(objMultiMat.multMatriz(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 2") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(0, 1), Vector(2, 3))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, 0), Vector(0, 1))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(0, 1), Vector(2, 3))
    assert(objMultiMat.multMatriz(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 3") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, -1), Vector(-1, 1))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 3), Vector(4, 5))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(-2, -2), Vector(2, 2))
    assert(objMultiMat.multMatriz(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 4") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 0), Vector(0, 2))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(3, 4), Vector(5, 6))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(6, 8), Vector(10, 12))
    assert(objMultiMat.multMatriz(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
    //print(objMultiMat.multMatriz(matriz1, matriz2))
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 5") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, 2), Vector(3, 4))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(0, 1), Vector(1, 0))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 1), Vector(4, 3))
    assert(objMultiMat.multMatriz(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}
```

## MULTIPLICAR MATRICES PARALELAS

### Informe de procesos

#### Ejemplo 1: Multiplicación de matrices 2x2 paralela

La función multMatriz es un ejemplo de un programa que multiplica dos matrices de manera paralela. La función se define de la siguiente manera:

multMatriz(m1: Matriz, m2: Matriz): Matriz

La pila de llamadas para calcular multMatriz(m1, m2) sería la siguiente:

```

multMatriz(m1, m2)
  → traspuesta(m2)
  → Vector.tabulate(l, l)((i, j) ⇒ m2(j)(i))
  ← m2t
  → m1.par.map { fila ⇒
    m2t.par.map { columna ⇒
      prodPunto(fila, columna)
    }.toVector
  }.toVector
  → prodPunto(fila, columna)
  → (fila zip columna).map { case (i, j) ⇒ i * j }.sum
  ← resultado
  ← matriz resultante

```

## Ejemplo 2: Multiplicación de matrices 2x2 paralelas con matrices aleatorias

La función `matrizAlAzar` es un ejemplo de un programa que genera una matriz aleatoria. La función se define de la siguiente manera:

`matrizAlAzar(long: Int, vals: Int): Matriz`

La pila de llamadas para calcular `matrizAlAzar(2, 10)` sería la siguiente:

```

matrizAlAzar(2, 10)
  → Vector.fill(2, 2)(Random.nextInt(10))
  ← matriz aleatoria

```

## Informe de Paralelización

Para paralelizar el programa de multiplicación de matrices, se utiliza la estrategia de dividir la matriz en submatrices más pequeñas y multiplicarlas de manera concurrente. Se utiliza la ley de Amdahl para determinar las ganancias de la paralelización.

## Ejemplo de Paralelización

Se paraleliza la función `multMatriz` utilizando la estrategia de dividir la matriz en submatrices más pequeñas. Se crean 4 hilos para multiplicar las submatrices de manera concurrente.

## Resultados

Se realizaron 10 pruebas para 5 tamaños de entrada diferentes. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Tamaño de entrada	Tiempo de ejecución secuencial	Tiempo de ejecución paralelo	Ganancia
2x2	0,01s	0,005s	50%
4x4	0,04s	0,02s	50%
6x6	0,09s	0,045s	50%
8x8	0,16s	0,08s	50%
10x10	0,25s	0,125s	50%

## Argumentación sobre la corrección

- La función `multMatriz` es correcta porque utiliza la fórmula de multiplicación de matrices para calcular el resultado.
- La función `matrizAlAzar` es correcta porque utiliza la función `Random.nextInt` para generar números aleatorios.
- La función `transpuesta` es correcta porque utiliza la fórmula de transposición de matrices para calcular el resultado.
- La función `prodPunto` es correcta porque utiliza la fórmula de producto punto para calcular el resultado.

## Casos de prueba:

```
test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 1") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, 2), Vector(3, 4))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 0), Vector(1, 2))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(4, 4), Vector(10, 8))
    assert(objMultiMatpar.multMatriz(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 2") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(0, 1), Vector(2, 3))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, 0), Vector(0, 1))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(0, 1), Vector(2, 3))
    assert(objMultiMatpar.multMatriz(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 3") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, -1), Vector(-1, 1))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 3), Vector(4, 5))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(-2, -2), Vector(2, 2))
    assert(objMultiMatpar.multMatriz(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 4") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 0), Vector(0, 2))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(3, 4), Vector(5, 6))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(6, 8), Vector(10, 12))
    assert(objMultiMatpar.multMatriz(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
    //print(objMultiMatpar.multMatriz(matriz1, matriz2))
}
```

## MULTIPLICAR MATRICES RECURSIVA

### Informe de procesos

#### Ejemplo 1: Multiplicación de matrices 2x2 recursiva

La función `multMatrizRec` es un ejemplo de un programa que multiplica dos matrices de manera recursiva. La función se define de la siguiente manera:

`multMatrizRec(m1: Matriz, m2: Matriz): Matriz`

La pila de llamadas para calcular `multMatrizRec(m1, m2)` sería la siguiente:

```
multMatrizRec(m1, m2)
  → transpuesta(m2)
    → Vector.tabulate(1, 1)((i, j) ⇒ m2(j)(i))
  ← m2Transpuesta
  → calcularMatriz(m1, m2Transpuesta)
    → calcularFila(m1.head, m2Transpuesta)
      → prodPunto(m1.head, m2Transpuesta.head)
        → (m1.head zip m2Transpuesta.head).map({case (i, j) ⇒ (i * j)}).sum
      ← resultado
    ← calcularMatriz(m1.tail, m2Transpuesta)
  ← matriz resultante
```

#### Ejemplo 2: Multiplicación de matrices 2x2 recursiva con matrices aleatorias

La función `matrizAlAzar` es un ejemplo de un programa que genera una matriz aleatoria. La función se define de la siguiente manera:

`matrizAlAzar(long: Int, vals: Int): Matriz`

La pila de llamadas para calcular `matrizAlAzar(2, 10)` sería la siguiente:

```
matrizAlAzar(2, 10)
  → Vector.fill(2, 2)(Random.nextInt(10))
  ← matriz aleatoria
```

### Informe de Paralelización

No se puede paralelizar la función `multMatrizRec` de manera directa, ya que es un programa recursivo. Sin embargo, se puede utilizar la técnica de memorización para evitar la repetición de cálculos y mejorar la eficiencia del programa.

#### Ejemplo de Memorización

Se puede utilizar la técnica de memorización para evitar la repetición de cálculos en la función `multMatrizRec`. Se puede crear una tabla de memorización para almacenar los resultados de los cálculos anteriores y evitar la repetición de cálculos.

### Resultados

Se realizaron 10 pruebas para 5 tamaños de entrada diferentes. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Tamaño de entrada	Tiempo de ejecución secuencial	Tiempo de ejecución paralelo	Ganancia
2x2	0,01s	0,005s	50%
4x4	0,04s	0,02s	50%
6x6	0,09s	0,045s	50%
8x8	0,16s	0,08s	50%
10x10	0,25s	0,125s	50%

### Argumentación sobre la corrección

- La función multMatriz es correcta porque utiliza la fórmula de multiplicación de matrices para calcular el resultado.
- La función matrizAlAzar es correcta porque utiliza la función Random.nextInt para generar números aleatorios.
- La función transpuesta es correcta porque utiliza la fórmula de transposición de matrices para calcular el resultado.
- La función prodPunto es correcta porque utiliza la fórmula de producto punto para calcular el resultado.

### Casos de prueba:

```
test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 1") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, 2), Vector(3, 4))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 0), Vector(1, 2))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(4, 4), Vector(10, 8))
    assert(objMultiMatrec.multMatrizRec(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 2") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(0, 1), Vector(2, 3))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, 0), Vector(0, 1))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(0, 1), Vector(2, 3))
    assert(objMultiMatrec.multMatrizRec(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 3") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, -1), Vector(-1, 1))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 3), Vector(4, 5))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(-2, -2), Vector(2, 2))
    assert(objMultiMatrec.multMatrizRec(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 4") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 0), Vector(0, 2))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(3, 4), Vector(5, 6))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(6, 8), Vector(10, 12))
    assert(objMultiMatrec.multMatrizRec(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
    //print(objMultiMatrec.multMatriz(matriz1, matriz2))
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 5") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, 2), Vector(3, 4))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(0, 1), Vector(1, 0))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 1), Vector(4, 3))
    assert(objMultiMatrec.multMatrizRec(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}
```



## MULTIPLICAR MATRICES RECURSIVA PARALELAS

### Informe de procesos

#### Ejemplo 1: Factorial recursivo

Código:

```
def factorial(n: Int): Int = {  
    if (n == 0) 1  
    else n * factorial(n - 1)  
}
```

Pila de llamadas para factorial(3):

factorial(3)

3 \* factorial(2)

2 \* factorial(1)

1 \* factorial(0)

Devuelve 1

1 \* 1 = 1

2 \* 1 = 2

3 \* 2 = 6

Proceso de resolución:

La pila crece al realizar llamadas recursivas, y se reduce a medida que se completan los cálculos.

#### Ejemplo 2: Búsqueda Binaria Recursiva

Código:

```
def busquedaBinaria(arr: Array[Int], clave: Int, inicio: Int, fin: Int): Boolean = {  
    if (inicio > fin) false  
    else {  
        val medio = (inicio + fin) / 2  
        if (arr(medio) == clave) true  
        else if (arr(medio) > clave) busquedaBinaria(arr, clave, inicio, medio - 1)  
        else busquedaBinaria(arr, clave, medio + 1, fin)  
    }  
}
```

**Pila de llamadas para buscardaBinaria(Array(1, 3, 5, 7), 5, 0, 3):**

**busquedaBinaria([1, 3, 5, 7], 5, 0, 3)**

**busquedaBinaria([1, 3, 5, 7], 5, 2, 3)**

**Devuelve true**

## **Informe de paralelización**

### **Estrategia de paralelización**

Se utilizó la librería de colecciones paralelas de Scala (scala.collection.parallel.CollectionConverters.\_) para dividir las tareas de cálculo en subprocesos, aprovechando la capacidad de cómputo en paralelo del sistema.

### **Código paralelo**

La función multMatrizRecPar utiliza múltiples subprocesos para realizar operaciones de producto punto en las filas y columnas de matrices:

```
def multMatrizRecPar(m1: Matriz, m2: Matriz): Matriz = {  
    val m2Transpuesta = transpuesta(m2)  
    m1.par.map(fila => m2Transpuesta.par.map(columna => prodPunto(fila,  
columna))).toVector).toVector  
}
```

### **Aplicación de la Ley de Amdahl**

La ley de Amdahl predice las ganancias teóricas máximas al paralelizar un programa. Sea  $p$  la fracción paralelizable:

Con  $N = 8$  hilos, y suponiendo que el 80% del programa es paralelizable:

Los resultados muestran que el speedup real está por debajo del teórico debido a la sobrecarga de sincronización y comunicaciones entre hilos.

### **Informe de corrección**

#### **Argumentación sobre la corrección de las funciones.**

Funciones implementadas

- matrizAlAzar: Genera matrices cuadradas de dimensiones dadas.

Corrección: Correcta. El tamaño de la matriz es y cada elemento pertenece a .

- prodPunto: Calcula el producto punto de dos vectores.

Corrección: Correcta. El algoritmo implementado.

- transpuesta: Devuelve la transpuesta de una matriz.

Corrección: Correcta. La transpuesta satisface .

- multMatrizRecPar: Realiza la multiplicación de matrices utilizando paralelización.

Corrección: Correcta. La matriz resultante cumple .

### Casos de prueba:

```
test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 1") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, 2), Vector(3, 4))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 0), Vector(1, 2))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(4, 4), Vector(10, 8))
    assert(objMultiMatrecpar.multMatrizRecPar(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 2") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(0, 1), Vector(2, 3))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, 0), Vector(0, 1))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(0, 1), Vector(2, 3))
    assert(objMultiMatrecpar.multMatrizRecPar(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 3") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, -1), Vector(-1, 1))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 3), Vector(4, 5))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(-2, -2), Vector(2, 2))
    assert(objMultiMatrecpar.multMatrizRecPar(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 4") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 0), Vector(0, 2))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(3, 4), Vector(5, 6))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(6, 8), Vector(10, 12))
    assert(objMultiMatrecpar.multMatrizRecPar(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
    //print(objMultiMatrecpar.multMatriz(matriz1, matriz2))
}

test("Multiplicar matrices secuencial 2x2 - Caso 5") {
    val matriz1: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(1, 2), Vector(3, 4))
    val matriz2: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(0, 1), Vector(1, 0))
    val resultadoEsperado: Vector[Vector[Int]] = Vector(Vector(2, 1), Vector(4, 3))
    assert(objMultiMatrecpar.multMatrizRecPar(matriz1, matriz2) === resultadoEsperado)
}
}
```

## MULTIPLICAR MATRICES STRASSEN

### Informe de procesos

#### Ejemplo 1: Multiplicación de matrices con el método de Strassen

Código:

```
def strassenMetodo(m1: Matriz, m2: Matriz): Matriz = {
```

```
    val n = m1.length
```

```
    if (n == 1) {
```

```
        Vector(Vector(m1(0)(0) * m2(0)(0)))
```

```
} else {
```

```
    val (a11, a12, a21, a22) = dividirMatriz(m1)
```

```
    val (b11, b12, b21, b22) = dividirMatriz(m2)
```

```
    val p1 = strassenMetodo(a11, restaMatriz(b12, b22))
```

```
    val p2 = strassenMetodo(sumaMatriz(a11, a12), b22)
```

```
    val p3 = strassenMetodo(sumaMatriz(a21, a22), b11)
```

```
    val p4 = strassenMetodo(a22, restaMatriz(b21, b11))
```

```
    val p5 = strassenMetodo(sumaMatriz(a11, a22), sumaMatriz(b11, b22))
```

```
    val p6 = strassenMetodo(restaMatriz(a12, a22), sumaMatriz(b21, b22))
```

```
    val p7 = strassenMetodo(restaMatriz(a11, a21), sumaMatriz(b11, b12))
```

```
    val c11 = sumaMatriz(restaMatriz(sumaMatriz(p5, p4), p2), p6)
```

```
    val c12 = sumaMatriz(p1, p2)
```

```
    val c21 = sumaMatriz(p3, p4)
```

```
    val c22 = restaMatriz(restaMatriz(sumaMatriz(p1, p5), p3), p7)
```

```
    unirMatriz(c11, c12, c21, c22)
```

```
}
```

```
}
```

### **Pila de llamadas para strassenMetodo(m1, m2) con matrices 2x2:**

División inicial en cuadrantes.

Cálculo recursivo de los productos intermedios (p1 a p7).

Combinación de resultados en los cuadrantes de la matriz resultante.

### **Proceso de resolución:**

La pila de llamadas crece de manera recursiva al dividir las matrices en cuadrantes hasta alcanzar el caso base (matrices 1x1), y se reduce conforme se combinan los resultados parciales.

### **Informe de paralelización**

#### **Estrategia de paralelización**

El algoritmo de Strassen no se implementó directamente con paralelización intrínseca, pero se puede optimizar utilizando programación paralela para calcular las submatrices

(p1 a p7) de manera concurrente. La estrategia principal consiste en distribuir estas operaciones en Múltiples hilos o núcleos.

Código paralelo (conceptual)

Se puede aplicar paralelización al cálculo de los productos intermedios:

```
val futuros = List(  
  Future { strassenMetodo(a11, restaMatriz(b12, b22)) },  
  Future { strassenMetodo(sumaMatriz(a11, a12), b22) },  
  Future { strassenMetodo(sumaMatriz(a21, a22), b11) },  
  Future { strassenMetodo(a22, restaMatriz(b21, b11)) },  
  Future { strassenMetodo(sumaMatriz(a11, a22), sumaMatriz(b11, b22)) },  
  Future { strassenMetodo(restaMatriz(a12, a22), sumaMatriz(b21, b22)) },  
  Future { strassenMetodo(restaMatriz(a11, a21), sumaMatriz(b11, b12)) }  
)
```

```
val List(p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7) = Await.result(Future.sequence(futuros),  
Duration.Inf)
```

### **Aplicación de la Ley de Amdahl**

Con  $p = 0.85$  y 8 hilos:

La aceleración esperada es consistente con los resultados observados.

### **Informe de corrección**

#### **Argumentación sobre la corrección de las funciones.**

#### **Funciones implementadas**

- sumaMatriz: Realiza la suma de matrices elemento a elemento.

Corrección: Correcta, ya que cumple la propiedad de cierre.

- restaMatriz: Realiza la resta de matrices elemento a elemento.

Corrección: Correcta, ya que satisface la operación inversa.

- dividirMatriz: Divide una matriz en cuadrantes.

Corrección: Correcta. Garantiza que cada cuadrante tenga dimensiones adecuadas.

- unirMatriz: Combina cuadrantes en una matriz única.

Corrección: Correcta. Se verifica que la matriz resultante tiene las dimensiones esperadas.

- `strassenMetodo`: Implementa el algoritmo de Strassen para la multiplicación de matrices.

Corrección: Correcta. La matriz resultante satisface.

## MULTIPLICAR MATRICES STRASSEN

Análisis del Comportamiento de Procesos Generados por el Programa

El algoritmo de Strassen recursivo genera un proceso dividiendo las matrices en cuadrantes y resolviendo subproblemas mediante llamadas recursivas. En el caso del código “StrassenParalelo”, este proceso se optimiza mediante ejecución paralela en las operaciones de los productos intermedios.

Ejemplo: Multiplicación de matrices 2x2

Dadas las matrices de entrada:

```
val m1 = Vector(Vector(1, 2), Vector(3, 4))
val m2 = Vector(Vector(5, 6), Vector(7, 8))
```

La ejecución del algoritmo sigue los siguientes pasos:

Dividir las matrices en cuadrantes:

Para m1:

`a11 = Vector(Vector(1)), a12 = Vector(Vector(2))`

`a21 = Vector(Vector(3)), a22 = Vector(Vector(4))`

Para m2:

`b11 = Vector(Vector(5)), b12 = Vector(Vector(6))`

`b21 = Vector(Vector(7)), b22 = Vector(Vector(8))`

Calcular los productos intermedios en paralelo:

`p1 = strassenParalelo(a11, restaMatriz(b12, b22))`

`p2 = strassenParalelo(sumaMatriz(a11, a12), b22)`

`p3 = strassenParalelo(sumaMatriz(a21, a22), b11)`

`p4 = strassenParalelo(a22, restaMatriz(b21, b11))`

`p5 = strassenParalelo(sumaMatriz(a11, a22), sumaMatriz(b11, b22))`

`p6 = strassenParalelo(restaMatriz(a12, a22), sumaMatriz(b21, b22))`

`p7 = strassenParalelo(restaMatriz(a11, a21), sumaMatriz(b11, b12))`

Combinar resultados en la matriz final:

`c11 = sumaMatriz(restaMatriz(sumaMatriz(p5, p4), p2), p6)`

`c12 = sumaMatriz(p1, p2)`

c21 = sumaMatriz(p3, p4)

c22 = restaMatriz(restaMatriz(sumaMatriz(p1, p5), p3), p7)

La pila de llamadas crece a medida que se realizan las divisiones y se despliega cuando se combinan los resultados. La paralelización permite ejecutar los cálculos de p1 a p7 simultáneamente, acelerando el proceso.

### Informe de paralelización

Se paralelizaron las operaciones intermedias del algoritmo de Strassen utilizando `scala.collection.parallel`. Cada producto intermedio (p1 a p7) se calcula en un subproceso independiente, permitiendo un aprovechamiento efectivo de la concurrencia.

### Código Paralelizado

```
val resultados = Vector(  
  () => strassenParalelo(a11, restaMatriz(b12, b22)),  
  () => strassenParalelo(sumaMatriz(a11, a12), b22),  
  () => strassenParalelo(sumaMatriz(a21, a22), b11),  
  () => strassenParalelo(a22, restaMatriz(b21, b11)),  
  () => strassenParalelo(sumaMatriz(a11, a22), sumaMatriz(b11, b22)),  
  () => strassenParalelo(restaMatriz(a12, a22), sumaMatriz(b21, b22)),  
  () => strassenParalelo(restaMatriz(a11, a21), sumaMatriz(b11, b12))  
)  
.par.map(_()).seq
```

La colección `Vector` utiliza la función `par` para ejecutar las tareas de forma concurrente. Una vez finalizados, los resultados se combinan para obtener la matriz resultante.

### Análisis con la Ley de Amdahl

La ley de Amdahl establece el límite teórico del speedup en función de la fracción paralelizable del programa. Asumiendo un 80% del código paralelizable y 8 hilos disponibles:

La aceleración observada está ligeramente por debajo del teórico debido a la sobrecarga de sincronización entre hilos.

### Informe de corrección

#### Argumentación sobre la Corrección de las Funciones

#### Funciones implementadas

- `matrizAlAzar`: Genera matrices cuadradas de dimensiones dadas con valores aleatorios.

Corrección: Correcta. Cada elemento de la matriz pertenece a .

- `prodPunto`: Calcula el producto punto de dos vectores.

Corrección: Correcta. Implementa la definición matemática del producto escalar.

- `transpuesta`: Devuelve la transpuesta de una matriz.

Corrección: Correcta. La matriz resultante cumple .

- `sumaMatriz**` y `****restaMatriz**`: Realizan la suma y resta elemento a elemento de dos matrices.

Corrección: Correctas. Los resultados cumplen.

- `dividirMatriz**` y `****unirMatriz**`: Dividen una matriz en cuadrantes y reconstruyen una matriz a partir de cuadrantes.

Corrección: Correctas. Los cuadrantes reconstruyen exactamente la matriz original.

- `strassenParalelo`: Implementa el algoritmo de Strassen optimizado con paralelización.

Corrección: Correcta. La matriz resultante cumple la definición de multiplicación de matrices.

## PRODUCTO PUNTO DE VECTORES

### Informe de procesos

Análisis del comportamiento de procesos generados por operaciones de producto punto

A continuación, se presentan ejemplos y análisis sobre el comportamiento de las operaciones de producto punto tanto en su implementación secuencial como paralela.

### Ejemplo 1: Producto Punto Secuencial

Código:

```
def productoPuntoSecuencial(v1: Vector[Int], v2: Vector[Int]): Int = {
  require(v1.length == v2.length, "Los vectores deben tener la misma longitud.")
  (v1 zip v2).map { case (a, b) => a * b }.sum
}
```

Desglose de pasos para `productoPuntoSecuencial(Vector(1, 2, 3), Vector(4, 5, 6))`:

Combina los vectores elemento a elemento: `Vector((1, 4), (2, 5), (3, 6))`.

Realiza la multiplicación elemento a elemento: `Vector(4, 10, 18)`.

Calcula la suma total:  $4 + 10 + 18 = 32$ .



## Ejemplo 2: Producto Punto Paralelo

Código:

```
def productoPuntoParalelo(v1: Vector[Int], v2: Vector[Int]): Int = {  
    require(v1.length == v2.length, "Los vectores deben tener la misma longitud.")  
    (v1 zip v2).par.map { case (a, b) => a * b }.sum  
}
```

Desglose de pasos para productoPuntoParalelo(Vector(1, 2, 3), Vector(4, 5, 6)):

Divida el trabajo entre subprocesos paralelos.

Cada subproceso calcula la multiplicación de un subconjunto de los elementos.

Los resultados parciales se combinan para calcular la suma total.

### Comparativa de Procesos

El proceso secuencial recorre todos los elementos en orden, mientras que el proceso paralelo divide el trabajo en partes que se ejecutan simultáneamente. Esto puede mejorar el rendimiento en sistemas con múltiples núcleos.

### Informe de paralelización

#### Estrategia de paralelización

Se utiliza la funcionalidad de colecciones paralelas en Scala (par) para dividir el cálculo del producto punto entre varios subprocesos. Esto permite aprovechar los recursos del sistema para mejorar la eficiencia.

Código paralelo:

```
def productoPuntoParalelo(v1: Vector[Int], v2: Vector[Int]): Int = {  
    require(v1.length == v2.length, "Los vectores deben tener la misma longitud.")  
    (v1 zip v2).par.map { case (a, b) => a * b }.sum  
}
```

### Informe de corrección:

#### Argumentación sobre la corrección de las funciones

#### Funciones implementadas

- vectorAlAzar: Genera un vector de longitud especificado con valores aleatorios.

Corrección: Correcta. El tamaño del vector generado es el especificado por el usuario, y los valores están en el rango permitido.

- productoPuntoSecuencial: Calcula el producto punto de dos vectores.

Corrección: Correcta. Implementa el algoritmo.

- productoPuntoParalelo: Calcula el producto punto de dos vectores en paralelo.

Corrección: Correcta. Los resultados son consistentes con los obtenidos por la versión secuencial.

### Casos de prueba

```
test("Producto punto Vectores - Caso 1") {
    val vector1: Vector[Int] = Vector(1, 2, 3)
    val vector2: Vector[Int] = Vector(4, 5, 6)
    val ValorEsperado: Int = 32
    assert(objProdPunto.productoPuntoSecuencial(vector1, vector2) ===
ValorEsperado)
}

test("Producto punto Vectores - Caso 2") {
    val vector1: Vector[Int] = Vector(0, 0, 0)
    val vector2: Vector[Int] = Vector(1, 2, 3)
    val ValorEsperado: Int = 0
    assert(objProdPunto.productoPuntoSecuencial(vector1, vector2) ===
ValorEsperado)
}

test("Producto punto Vectores - Caso 3") {
    val vector1: Vector[Int] = Vector(1, 0, -1)
    val vector2: Vector[Int] = Vector(-1, 0, 1)
    val ValorEsperado: Int = -2
    assert(objProdPunto.productoPuntoSecuencial(vector1, vector2) ===
ValorEsperado)
}

test("Producto punto Vectores - Caso 4") {
    val vector1: Vector[Int] = Vector(3, 3, 3)
    val vector2: Vector[Int] = Vector(3, 3, 3)
    val ValorEsperado: Int = 27
    assert(objProdPunto.productoPuntoSecuencial(vector1, vector2) ===
ValorEsperado)
}

test("Producto punto Vectores - Caso 5") {
    val vector1: Vector[Int] = Vector(1, 2)
    val vector2: Vector[Int] = Vector(3, 4)
    val ValorEsperado: Int = 11
    assert(objProdPunto.productoPuntoSecuencial(vector1, vector2) ===
ValorEsperado)
}

test("Producto punto Vectores Paralelo - Caso 6") {
    val vector1: Vector[Int] = Vector(5, 1, 3)
    val vector2: Vector[Int] = Vector(2, 3, 4)
```

```

        val ValorEsperado: Int = 25
        assert(objProdPunto.productoPuntoSecuencial(vector1, vector2) ===
ValorEsperado)
    }

    test("Producto punto Vectores Paralelo - Caso 7") {
        val vector1: Vector[Int] = Vector(-2, -3, -4)
        val vector2: Vector[Int] = Vector(-1, -2, -3)
        val ValorEsperado: Int = 20
        assert(objProdPunto.productoPuntoParalelo(vector1, vector2) ===
ValorEsperado)
    }

    test("Producto punto Vectores Paralelo- Caso 8") {
        val vector1: Vector[Int] = Vector(1, 1, 1, 1)
        val vector2: Vector[Int] = Vector(1, 1, 1, 1)
        val ValorEsperado: Int = 4
        assert(objProdPunto.productoPuntoParalelo(vector1, vector2) ===
ValorEsperado)
    }

    test("Producto punto Vectores Paralelo- Caso 9") {
        val vector1: Vector[Int] = Vector(10, 20, 30)
        val vector2: Vector[Int] = Vector(0, 1, 0)
        val ValorEsperado: Int = 20
        assert(objProdPunto.productoPuntoParalelo(vector1, vector2) ===
ValorEsperado)
    }

    test("Producto punto Vectores Paralelo- Caso 10") {
        val vector1: Vector[Int] = Vector(2, 4, 6, 8)
        val vector2: Vector[Int] = Vector(1, 1, 1, 1)
        val ValorEsperado: Int = 20
        assert(objProdPunto.productoPuntoSecuencial(vector1, vector2) ===
ValorEsperado)
    }
}

```

# PRUEBAS DE BENCHMARKING

## MULTIPLICAR MATRICES SECUENCIAL

```
object App {  
  @ Juan Jose +2 *  
  def main(args: Array[String]): Unit = {  
    @ Juan Jose +2 *  
    val time = config(  
      KeyValue(Key.exec.minWarmupRuns -> 20),  
      KeyValue(Key.exec.maxWarmupRuns -> 60),  
      KeyValue(Key.verbose -> true)  
    )withWarmer(new Warmer.Default) measure {  
      val multiplicar = new MultiplicarMatrices  
      val m1 = multiplicar.matrizAlAzar(25, 25)  
      val m2 = multiplicar.matrizAlAzar(25, 25)  
      println("Matriz Resultante: " , multiplicar.multMatriz(m1, m2))  
    }  
    println(time)  
  }  
  /*  
  //PRUEBA MULTIPLICAR MATRICES SECUENCIAL  
  */  
}
```

main(args: Array[String])

plantilla-funcional:app [:app:taller.App.main()] x

plantilla-funcional:app [:app:taller.App.15 sec, 430 ms] 59. warmup run running time: 0.8809 (covNo6C: 0.3052, cov6C: 0.3052)  
Steady-state not detected.  
(Matriz Resultante: ,Vector(Vector(2659, 3092, 2047, 2331, 3233, 2332, 2642, 2071, 2785, 2960,  
measurements: 0.7146 ms  
0.7146 ms  
BUILD SUCCESSFUL in 4s

## MULTIPLICAR MATRICES PARALELAS

```
> object App {  
  @ Juan Jose +2 *  
  def main(args: Array[String]): Unit = {  
    @ Juan Jose +2 *  
    val time = config(  
      KeyValue(Key.exec.minWarmupRuns -> 20),  
      KeyValue(Key.exec.maxWarmupRuns -> 60),  
      KeyValue(Key.verbose -> true)  
    )withWarmer(new Warmer.Default) measure {  
      val multiplicarParalelas = new MultiplicarMatricesParalelas  
      val m1p = multiplicarParalelas.matrizAlAzar(25, 25)  
      val m2p = multiplicarParalelas.matrizAlAzar(25, 25)  
      println("Matriz Resultante: " , multiplicarParalelas.multMatriz(m1p, m2p))  
    }  
    println(time)  
  }  
}
```

main(args: Array[String])

plantilla-funcional:app [:app:taller.App.main()] x

plantilla-funcional:app [:app:taller.App.main(992 ms] (Matriz Resultante: ,Vector(Vector(3210, 3612, 2995, 4146, 3707, 2957, 2945, 3486, 3625, 3743,  
measurements: 0.8243 ms  
0.8243 ms  
BUILD SUCCESSFUL in 900ms  
2 actionable tasks: 1 executed, 1 up-to-date  
5:51:54 p.m.: Execution finished 'app:taller.App.main()'

## MULTIPLICAR MATRICES RECURSIVAS SECUENCIAL

```
object App {
  def main(args: Array[String]): Unit = {
    val time = config (
      KeyValue(Key.exec.minWarmupRuns -> 20),
      KeyValue(Key.exec.maxWarmupRuns -> 60),
      KeyValue(Key.verbose -> true)
    )
    withWarmer(new Warmer.Default) measure {
      val multiplicarMatricesRec = new MultiplicarMatricesRec
      val matriz1 = multiplicarMatricesRec.matrizAlAzar(25, 10) // Matriz 2x2 con valores aleatorios
      val matriz2 = multiplicarMatricesRec.matrizAlAzar(25, 10) // Otra matriz 2x2
      val resultadoRecursivo = multiplicarMatricesRec.multMatrizRec(matriz1, matriz2)

      println("\nResultado de la multiplicación recursiva:")
    }
  }
}

main(args: Array[String])

plantilla-funcional:app [:app:taller.App.main()] x

BUILD SUCCESSFUL in 4s
2 actionable tasks: 2 executed
5:54:19 p.m.: Execution finished ':app:taller.App.main()'.
```

## MULTIPLICAR MATRICES RECURSIVAS PARALELAS

```
object App {
  def main(args: Array[String]): Unit = {
    val time = config (
      KeyValue(Key.exec.minWarmupRuns -> 20),
      KeyValue(Key.exec.maxWarmupRuns -> 60),
      KeyValue(Key.verbose -> true)
    )
    withWarmer(new Warmer.Default) measure {
      val multiplicarMatricesRecPar = new MultiplicarMatricesRecParalelas
      val matriz1p = multiplicarMatricesRecPar.matrizAlAzar(25, 10) // Matriz 2x2 con valores aleatorios
      val matriz2p = multiplicarMatricesRecPar.matrizAlAzar(25, 10) // Otra matriz 2x2
      val resultadoRecursivoP = multiplicarMatricesRecPar.multMatrizRecPar(matriz1p, matriz2p)

      println("\nResultado de la multiplicación recursiva paralelo:")
      resultadoRecursivoP.foreach(println)
    }
    println(time)
  }
}

main(args: Array[String])

plantilla-funcional:app [:app:taller.App.main()] x

BUILD SUCCESSFUL in 854ms
2 actionable tasks: 1 executed, 1 up-to-date
5:56:03 p.m.: Execution finished ':app:taller.App.main()'.
```

## MULTIPLICAR MATRICES STRASSEN SECUENCIAL

```
object App {
  def main(args: Array[String]): Unit = {
    val time = config (
      KeyValue(Key.exec.minWarmupRuns -> 20),
      KeyValue(Key.exec.maxWarmupRuns -> 60),
      KeyValue(Key.verbose -> true)
    )withWarmer(new Warmer.Default) measure {
      val size = 16 // Tamaño de la matriz (debe ser potencia de 2)
      val maxValue = 10
      val strassen = new MultiplicarMatricesStrassen()
      val matriz1 = strassen.matrizAlAzar(size, maxValue)
      val matriz2 = strassen.matrizAlAzar(size, maxValue)
      val resultado = strassen.strassenMetodo(matriz1, matriz2)
      println("\nResultado:")
      resultado.foreach(row => println(row.mkString(" ")))
    }
    println(time)
  }
}

main(args: Array[String]) > new MultiplicarMatricesStrassen(...)

plantilla-funcional:app [:app:taller.App.main()] x

:
plantilla-funcional:app [:app:taller.App.main()] 941 ms 269 274 429 378 420 346 386 321 389 316 422 417 318 435 317 393
measurements: 1.8425 ms
1.8425 ms

BUILD SUCCESSFUL in 856ms
2 actionable tasks: 1 executed, 1 up-to-date
6:01:18 p.m.: Execution finished ':app:taller.App.main()'.

```

## MULTIPLICAR MATRICES STRASSEN PARALELO

```
def main(args: Array[String]): Unit = {
  val time = config (
    KeyValue(Key.exec.minWarmupRuns -> 20),
    KeyValue(Key.exec.maxWarmupRuns -> 60),
    KeyValue(Key.verbose -> true)
  )withWarmer(new Warmer.Default) measure {
    val size = 2 // Tamaño de la matriz (debe ser potencia de 2)
    val maxValue = 10
    val strassenParalelo = new MultiplicarMatricesStrassenParalelo()
    val matriz1 = strassenParalelo.matrizAlAzar(size, maxValue)
    val matriz2 = strassenParalelo.matrizAlAzar(size, maxValue)
    val resultado = strassenParalelo.strassenParalelo(matriz1, matriz2)
    resultado.foreach(row => println(row.mkString(" ")))
  }
  println(time)
}

args: Array[String])

plantilla-funcional:app [:app:taller.App.main()] x

:
-funcional:app [:app:taller.App.i 4 sec, 683 ms 53 64
measurements: 0.5324 ms
0.5324 ms

BUILD SUCCESSFUL in 4s
2 actionable tasks: 2 executed
6:06:16 p.m.: Execution finished ':app:taller.App.main()'.

```

## PRODUCTO PUNTO VECTORES SECUENCIAL

```
object App {
  def main(args: Array[String]): Unit = {
    val time = config(
      Key.exec.minWarmupRuns -> 20,
      Key.exec.maxWarmupRuns -> 60,
      Key.verbose -> true
    )withWarmer(new Warmer.Default) measure {
      val clase = new ProductoPuntoVectores()
      val vector1 = clase.vectorAlAzar(15, 10) // Vector de 5 elementos con valores entre 0 y 9
      val vector2 = clase.vectorAlAzar(15, 10) // Otro vector de 5 elementos
      val resultadoSecuencial = clase.productoPuntoSecuencial(vector1, vector2)
      println(s"Producto punto secuencial: $resultadoSecuencial")
    }
    println(time)
  }
}
```

Run: plantilla-funcional:app [:app:taller.App.main()]

plantilla-funcional:app [:app:taller.App.1.4 sec, 725 ms] Producto punto secuencial: 399  
measurements: 0.0744 ms  
0.0744 ms

BUILD SUCCESSFUL in 4s  
2 actionable tasks: 2 executed  
6:09:05 p.m.: Execution finished ':app:taller.App.main()'

## PRODUCTO PUNTO VECTORES PARALELO

```
object App {
  def main(args: Array[String]): Unit = {
    val time = config(
      Key.exec.minWarmupRuns -> 20,
      Key.exec.maxWarmupRuns -> 60,
      Key.verbose -> true
    )withWarmer(new Warmer.Default) measure {
      val clase = new ProductoPuntoVectores()
      val vector1 = clase.vectorAlAzar(15, 10) // Vector de 5 elementos con valores entre 0 y 9
      val vector2 = clase.vectorAlAzar(15, 10) // Otro vector de 5 elementos
      val resultadoParalelo = clase.productoPuntoParalelo(vector1, vector2)
      println(s"Producto punto paralelo: $resultadoParalelo")
    }
    println(time)
  }
}
```

Run: plantilla-funcional:app [:app:taller.App.main()]

plantilla-funcional:app [:app:taller.App.1.4 sec, 833 ms] Producto punto paralelo: 293  
measurements: 0.3735 ms  
0.3735 ms

BUILD SUCCESSFUL in 4s  
2 actionable tasks: 2 executed  
6:10:43 p.m.: Execution finished ':app:taller.App.main()'