PROYECTO FUNDAMENTOS DE ROBÓTICA:

JUAN DE DIOS HERRERA HURTADO

Análisis dinámico

Apartado 1-3

Comenzaremos calculando el radio de las barras de nuestros eslabones:

$$R = \frac{L_1}{20} = \frac{0.4}{20} = 0.02 \text{ m}$$

Para el cálculo de los tensores de inercia, usaremos la siguiente fórmula para la componente que coincide con el eje longitudinal de la barra:

$$I = \frac{1}{2} * m * R^2$$

Para las otras dos componentes usaremos:

$$I = \frac{1}{12} * m * (3 * R^2 + h^2)$$

Siendo 'h' la longitud de la barra. Estas ecuaciones se han obtenido de: https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tensores_de_momento_de_inercia_3D, el penúltimo caso.

Todo el cálculo de los tensores de inercia I1, I2, I3, se calculan en el script con nombre "Modelo_dinamico.m".

Haciendo uso del script “NE_R3GDL.m” y adaptándolo con los datos de nuestro brazo, obtenemos las siguientes ecuaciones:

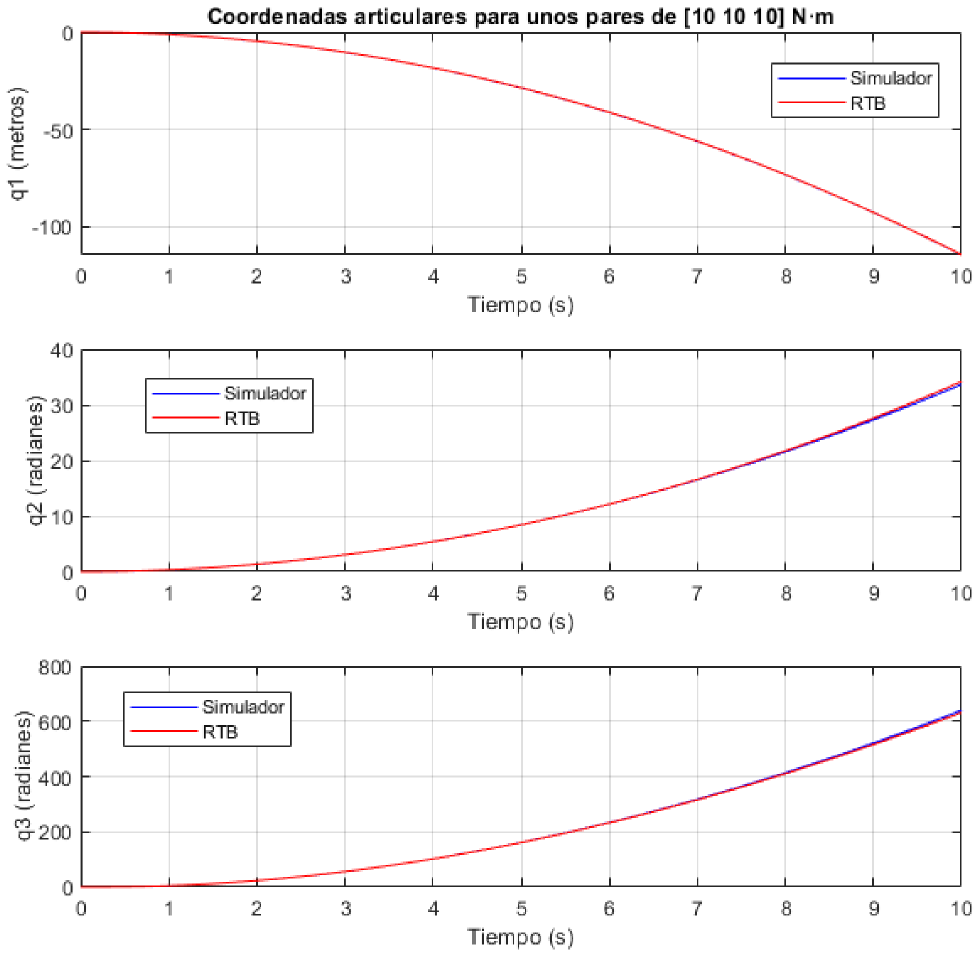
$$M_a = \begin{bmatrix} 46.875 & 0 & 0.76 * \cos(q3) \\ 0 & 0.76 * \cos(q3) + 0.2022 * \cos(q3)^2 + 14.725 & -0.152 * \sin(q3) \\ 0.76 * \cos(q3) & -0.152 * \sin(q3) & 0.678 \end{bmatrix}$$

$$V_a = \begin{bmatrix} -0.76 * \sin(q3) * q3'^2 + 0.0225 * q1' \\ 0.0144 * q2' - 0.0004 * q3' * (380 * q3' * \cos(q3) + 1900 * q2' * \sin(q3) + 1011 * q2' * \cos(q3) * \sin(q3)) \\ 0.0225 * q3' + 0.0001 * q2'^2 * (1011 * \sin(2 * q3) + 3800 * \sin(q3)) \end{bmatrix}$$

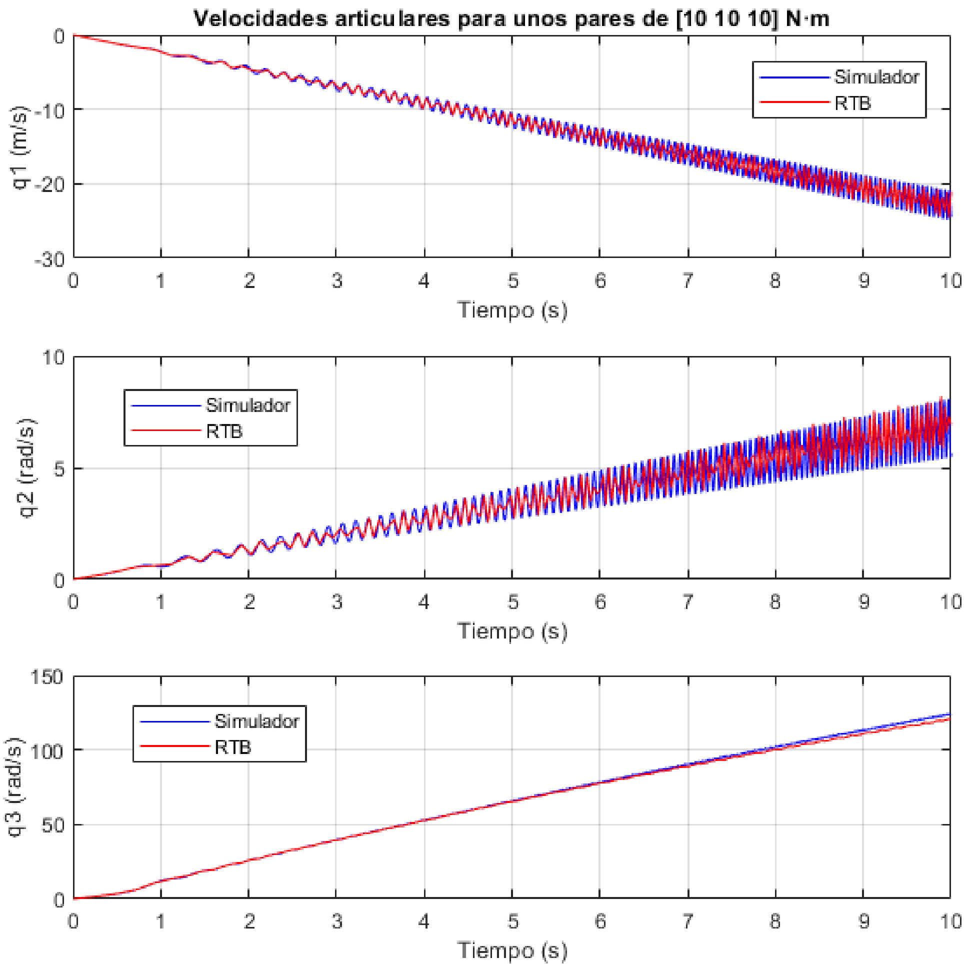
$$G_a = \begin{bmatrix} 12 * g \\ 0 \\ 0.76 * g * \cos(q3) \end{bmatrix}$$

Ahora pasamos al archivo “ModeloDinamico_R3GDL” estas ecuaciones adecuadamente. Por otro lado, pasamos al script “RTB_Robot_3GDL.m”, la cinemática y la dinámica de nuestro robot para comparar resultados.

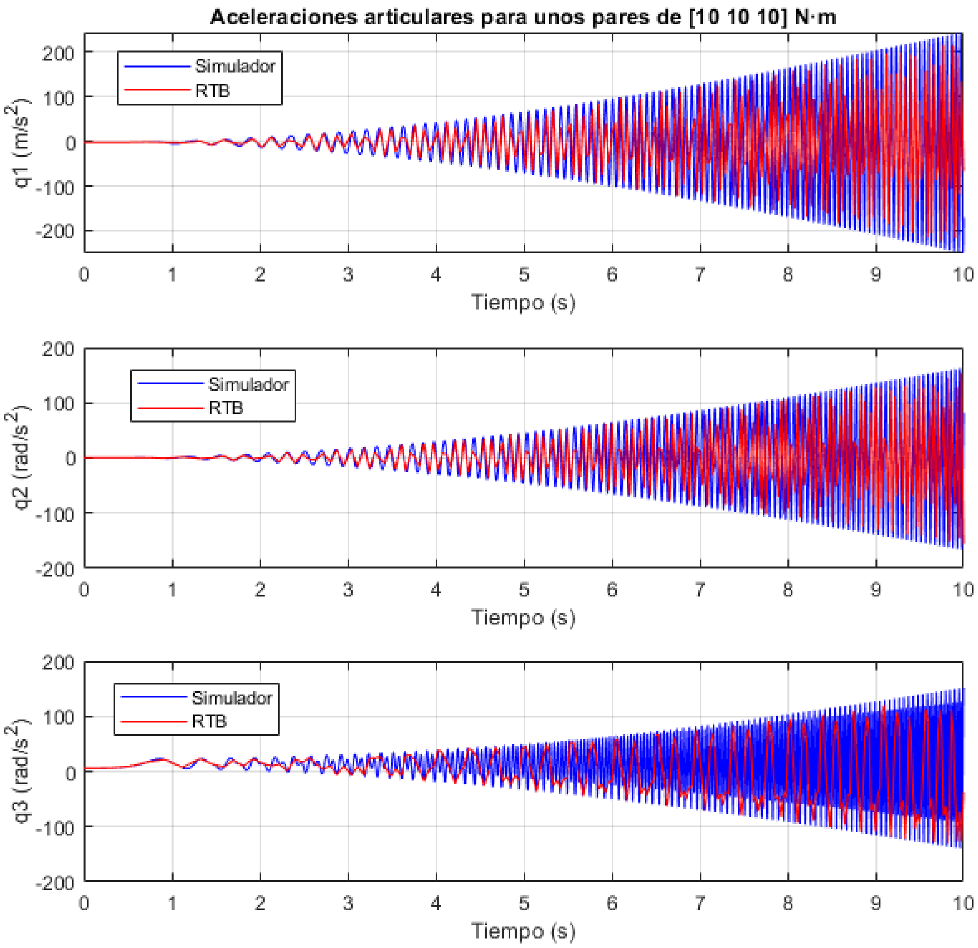
Ejecutando el archivo de Simulink correspondiente al simulador y al RTB respectivamente, se obtienen las siguientes gráficas:



[q1 q2 q3]


Velocidades articulares para unos pares de [10 10 10] N·m
q1 (m/s)
Simulador
RTB
Tiempo (s)
q2 (rad/s)
Simulador
RTB
Tiempo (s)
q3 (rad/s)
Simulador
RTB
Tiempo (s)

[q1’ q2’ q3’]



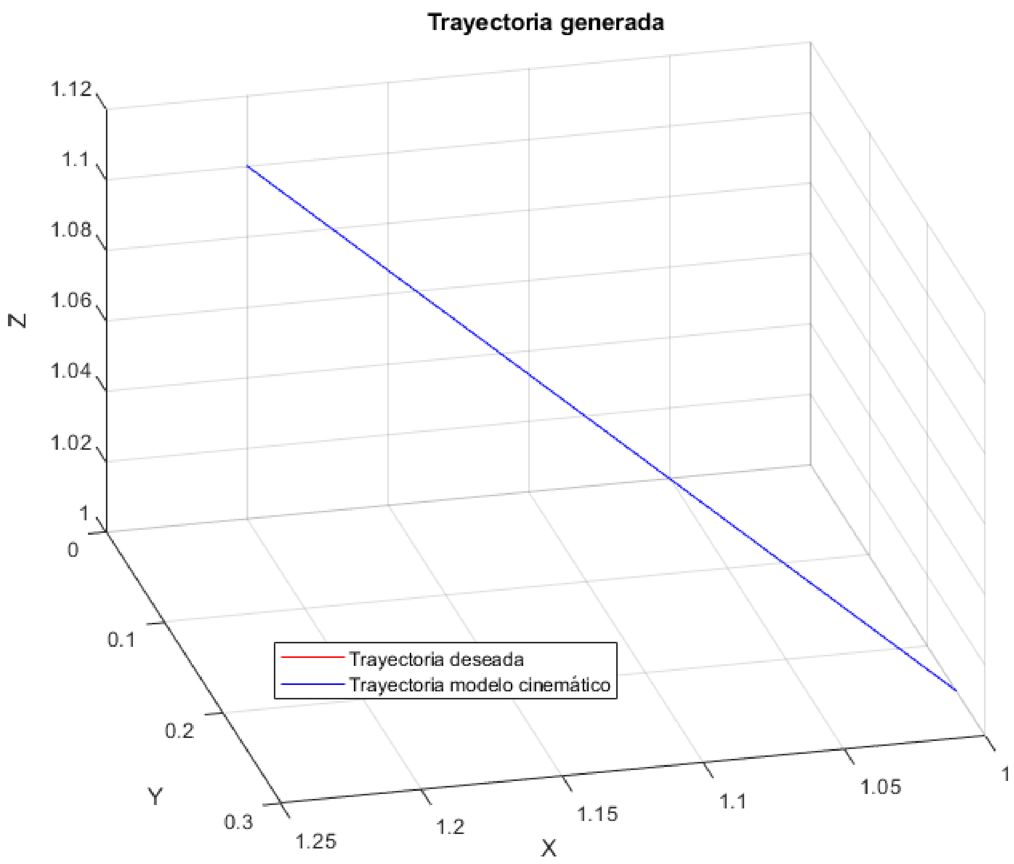
[q1'' q2'' q3'']

Como se puede observar, se obtienen resultados similares para posiciones, velocidades y aceleraciones.

Control cinemático

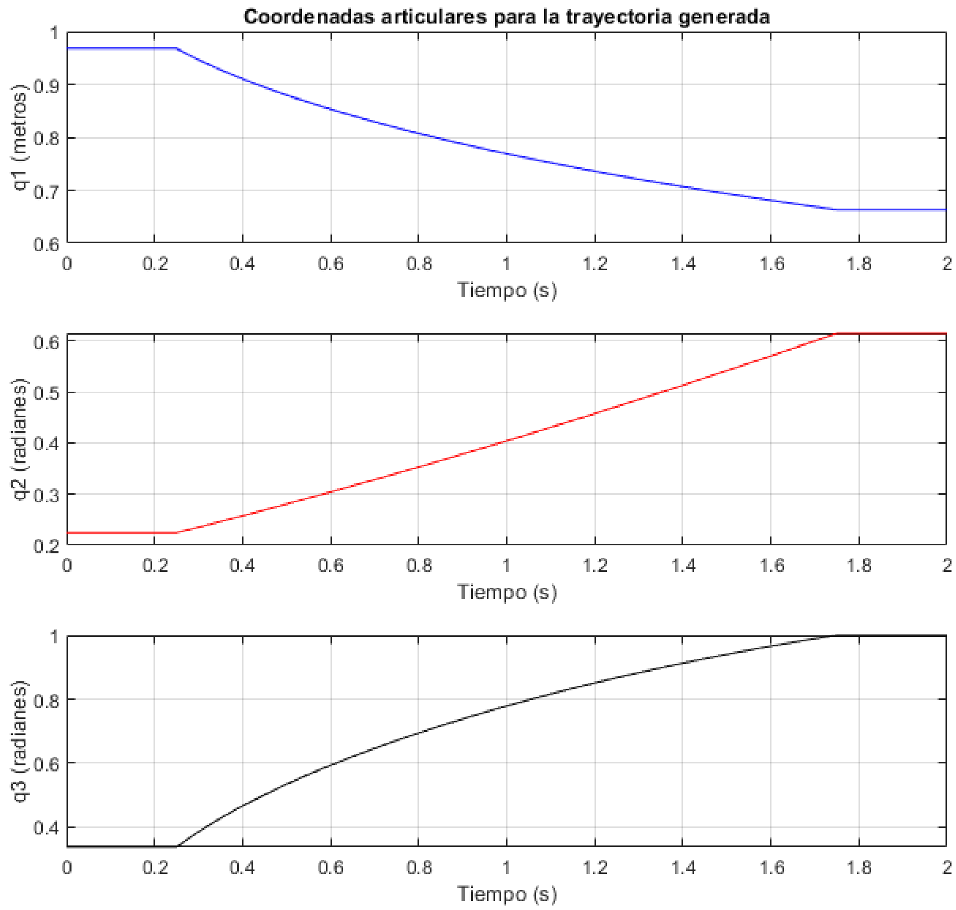
Apartado 1-2

La trayectoria generada será una línea recta desde el punto [1.2 0 1.1] hasta el punto [1 0.25 1]. La simulación será de 2 segundos, el movimiento comenzará en el instante 0.25 y concluirá en el instante 1.75. La trayectoria obtenida es la siguiente:



Vemos que la trayectoria deseada, y la obtenida al pasar por la cinemática inversa y luego por la cinemática directa, coinciden.

Y las coordenadas articulares que se han obtenido para seguir esta trayectoria son:



Control dinámico

Apartado 1

Se implementará un controlador PD con cancelación de dinámica, para ello obtenemos primero las funciones de transferencia a partir de las matrices Ma, Va y Ga obtenidas en el apartado de análisis dinámico:

$$G_{11}(s) = \frac{1}{46.875 * s + 0.0225}$$

$$G_{22}(s) = \frac{1}{15.6872 * s + 0.0144}$$

$$G_{33}(s) = \frac{1}{0.678 * s + 0.0225}$$

Los parámetros del controlador se encuentran en el archivo "Controlador_PD_cancelacion.m", pero se han calculado usando lo siguiente:

$$K_{ci} = 3 * \frac{b_i}{t_s} \quad ; \quad T_{di} = \frac{a_i}{b_i}$$

$$K_{pi} = K_{ci} \quad ; \quad K_{di} = K_{ci} * T_{di}$$

$$K_{ii} = 0$$

A partir de estas expresiones e imponiendo un tiempo de subida de 0.1 segundos llegamos a los parámetros del controlador:

$$K_{p1} = 0.675;\ K_{d1} = 1.4063 * 10^3;\ K_{i1} = 0$$

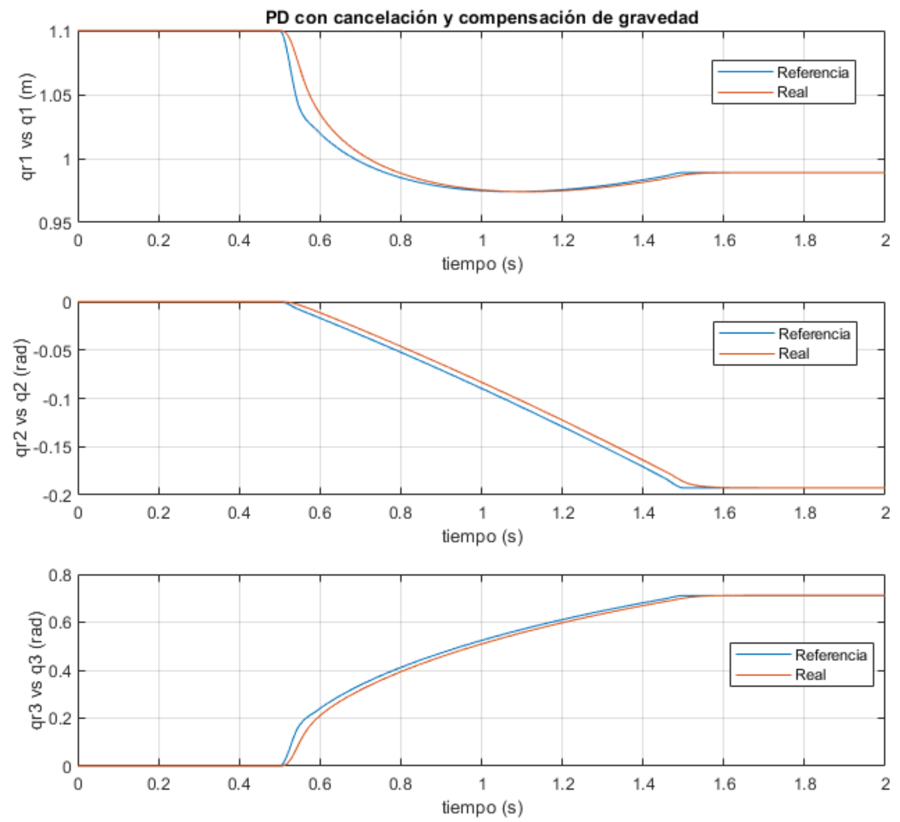
$$K_{p2} = 0.432;\ K_{d2} = 470.616;\ K_{i2} = 0$$

$$K_{p3} = 0.675;\ K_{d3} = 20.34;\ K_{i3} = 0$$

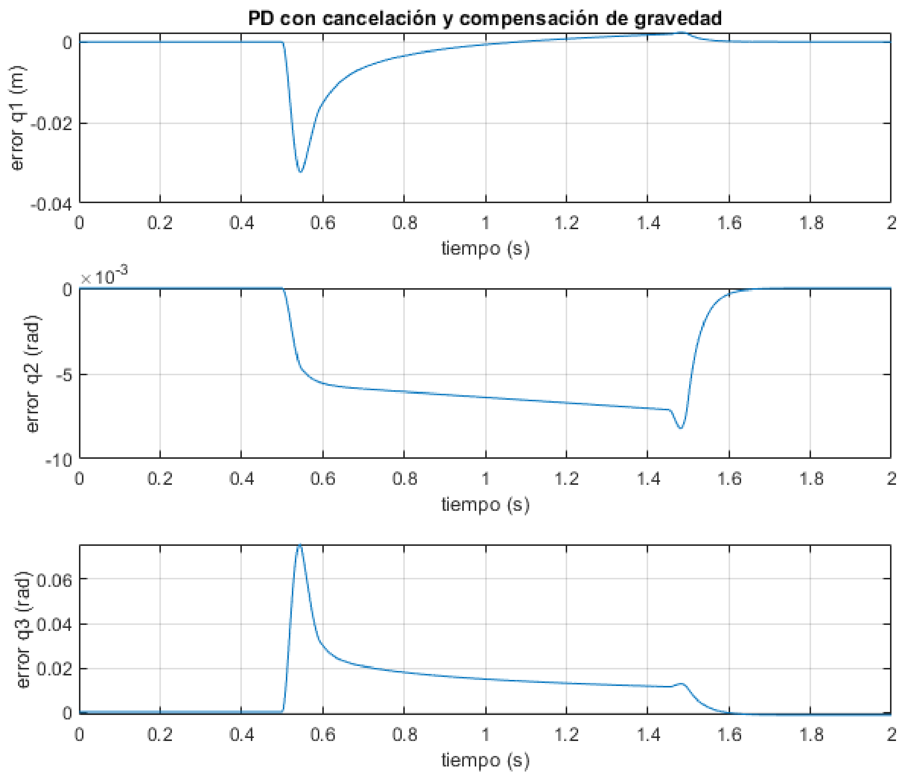
Se ha aplicado la trayectoria del apartado 4 al resto de apartados, del 1-3.

Se ha usado compensación de gravedad ya que algunos parámetros distaban demasiado de la referencia.

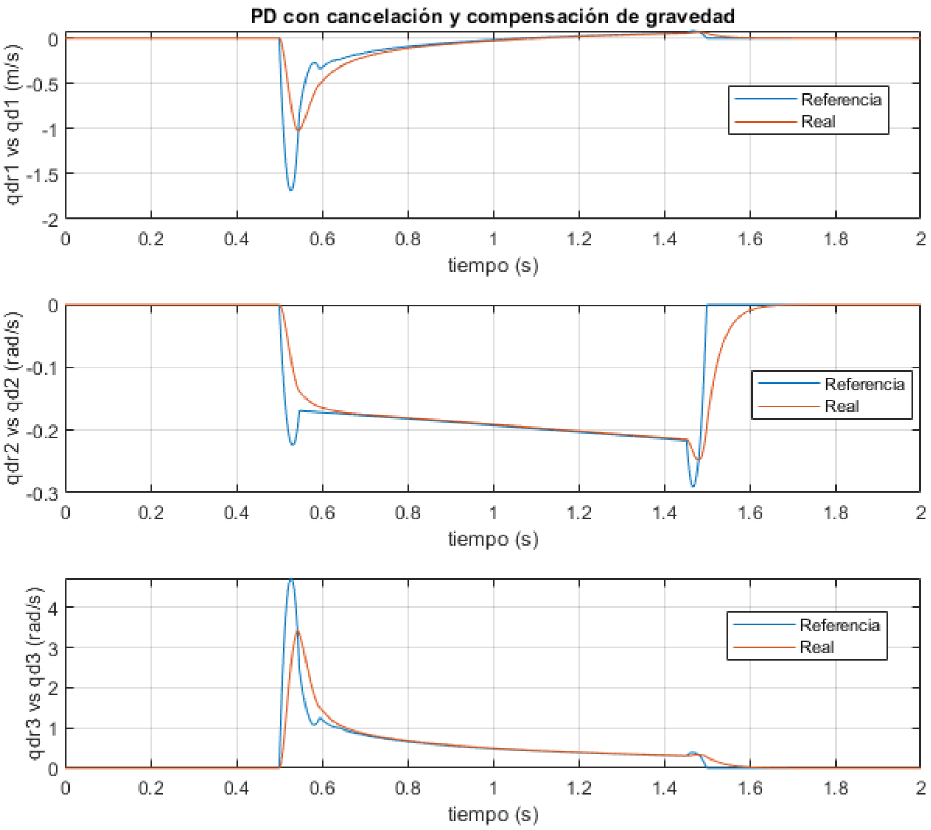
Se obtiene:

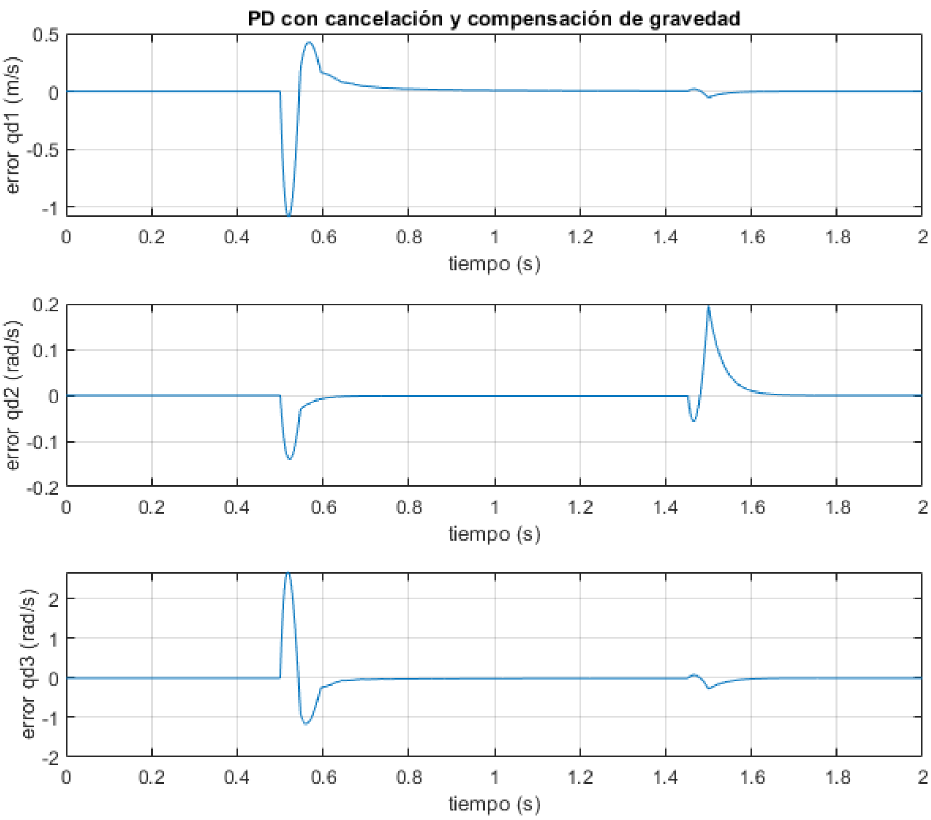


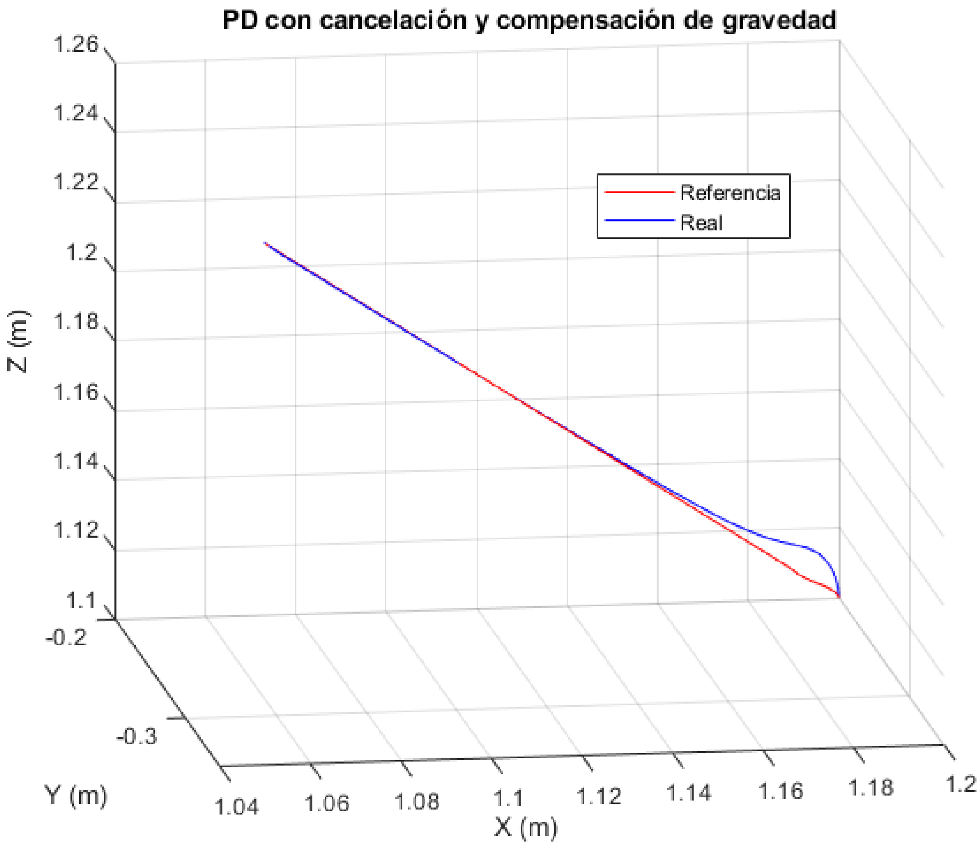
PD con cancelación y compensación de gravedad
qr1 vs q1 (m)
1.1
1.05
1
0.95
Referencia
Real
qr2 vs q2 (rad)
0
-0.05
-0.1
-0.15
-0.2
Referencia
Real
qr3 vs q3 (rad)
0.8
0.6
0.4
0.2
0
Referencia
Real
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4 1.6 1.8 2
tiempo (s)



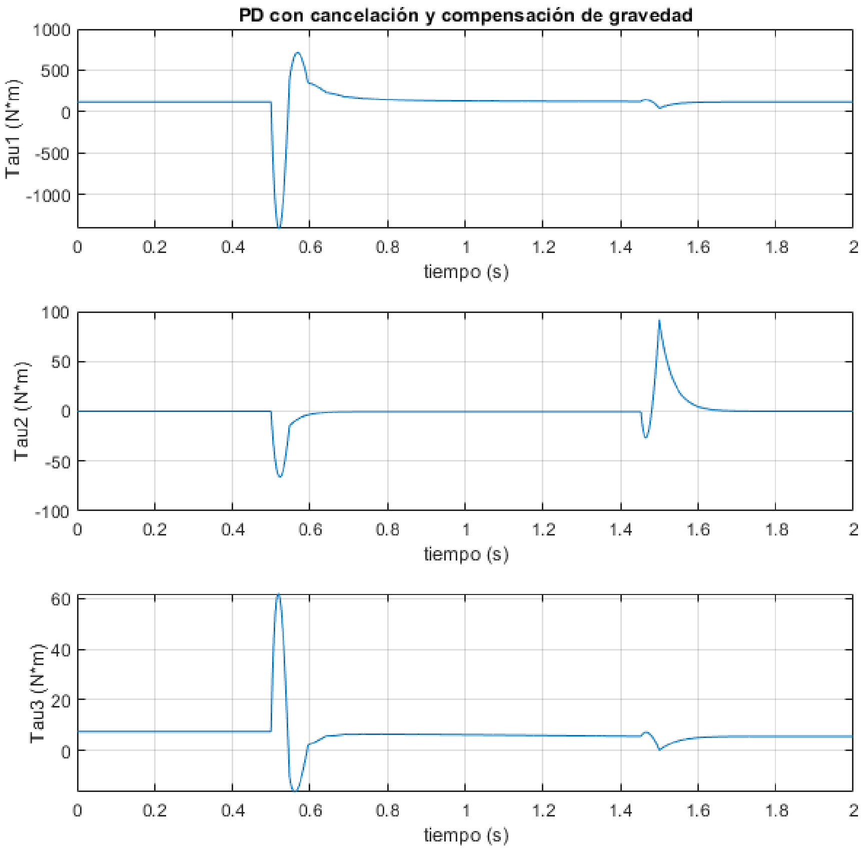
PD con cancelación y compensación de gravedad
error q1 (m)
0
-0.02
-0.04
error q2 (rad)
×10^-3
0
-5
-10
error q3 (rad)
0.06
0.04
0.02
0
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4 1.6 1.8 2
tiempo (s)


PD con cancelación y compensación de gravedad
qdr1 vs qd1 (m/s)
0
-0.5
-1
-1.5
-2
Referencia
Real
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4 1.6 1.8 2
tiempo (s)
qdr2 vs qd2 (rad/s)
0
-0.1
-0.2
-0.3
Referencia
Real
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4 1.6 1.8 2
tiempo (s)
qdr3 vs qd3 (rad/s)
4
3
2
1
0
Referencia
Real
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4 1.6 1.8 2
tiempo (s)


PD con cancelación y compensación de gravedad
error qd1 (m/s)
0.5
0
-0.5
-1
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4 1.6 1.8 2
tiempo (s)
error qd2 (rad/s)
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4 1.6 1.8 2
tiempo (s)
error qd3 (rad/s)
2
1
0
-1
-2
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4 1.6 1.8 2
tiempo (s)



PD con cancelación y compensación de gravedad
Referencia
Real
Z (m)
Y (m)
X (m)
1.26
1.24
1.22
1.2
1.18
1.16
1.14
1.12
1.1
-0.2
-0.3
1.04
1.06
1.08
1.1
1.12
1.14
1.16
1.18
1.2



PD con cancelación y compensación de gravedad
Tau1 (N*m)
Tau2 (N*m)
Tau3 (N*m)
tiempo (s)
tiempo (s)
tiempo (s)

Apartado 2

Se implementará un controlador PID con cancelación de dinámica haciendo uso de las mismas funciones de transferencia anteriormente mencionadas. En este caso las expresiones usadas son:

$$\tau_1 = \frac{a_i}{b_i} \quad ; \quad \tau_2 = \frac{t_s}{3}$$

$$K_{ci} = b_i * \frac{36}{t_s^2} \quad ; \quad K_{ii} = K_{ci}$$

$$K_{di} = K_{ii} * \tau_1 * \tau_2 \quad ; \quad K_{pi} = K_{ii} * (\tau_1 + \tau_2)$$

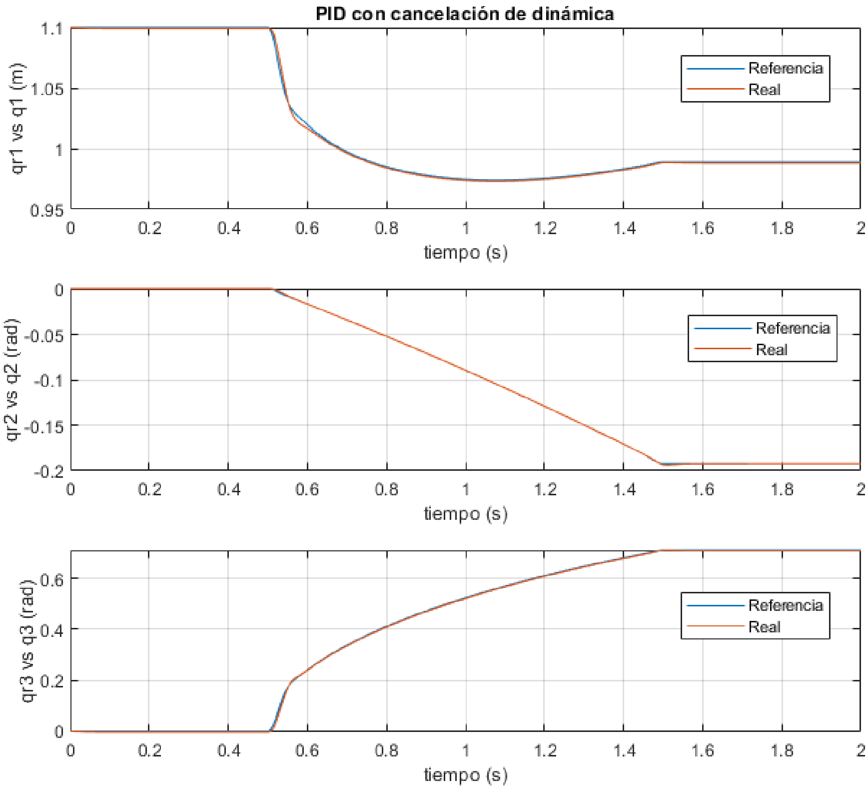
Imponiéndose nuevamente 0.1 segundos de tiempo de subida. Los parámetros del controlador se encuentran en el archivo “Controlador_PID_cancelacion.m” y son:

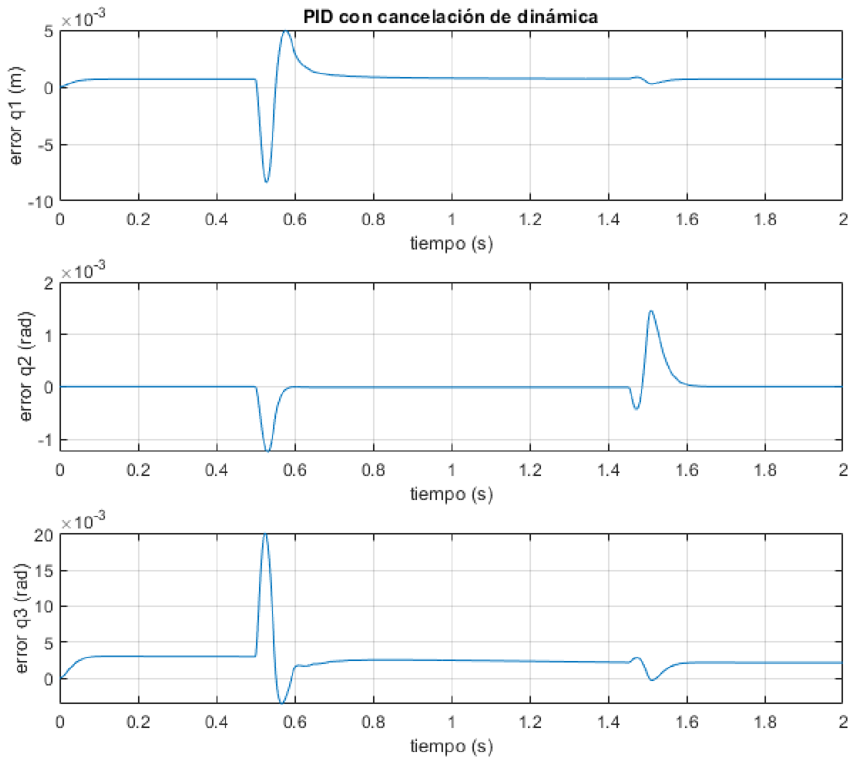
$$K_{p1} = 1.6875 * 10^5;\ K_{d1} = 5.625 * 10^3;\ K_{i1} = 81$$

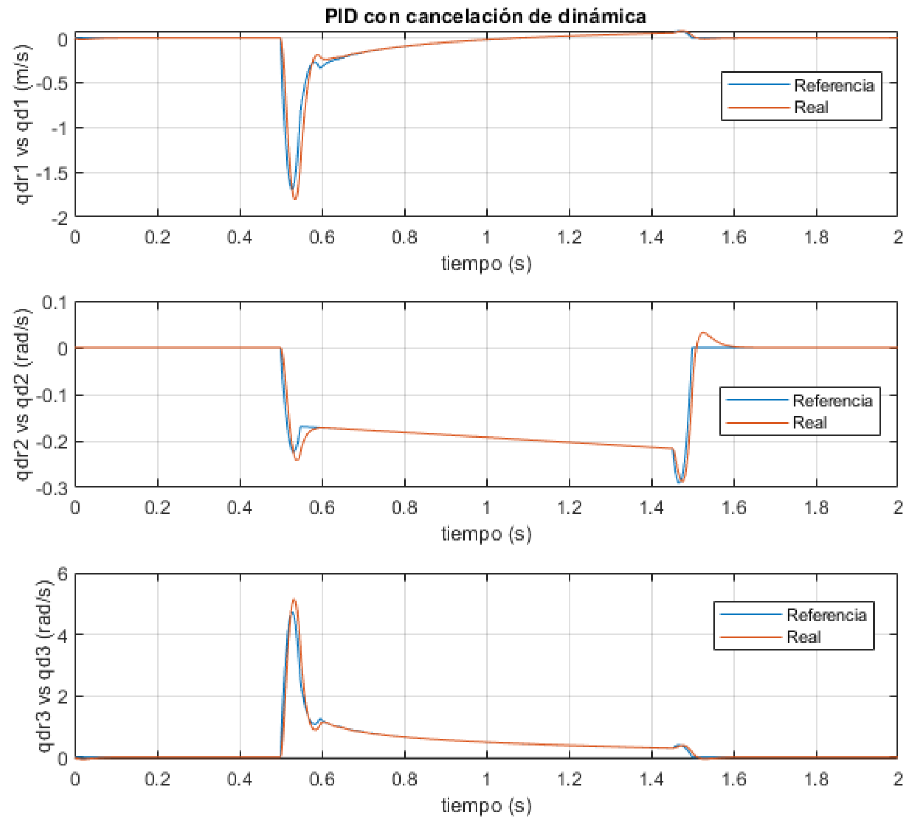
$$K_{p2} = 5.6476 * 10^4;\ K_{d2} = 1.8825 * 10^3;\ K_{i2} = 51.84$$

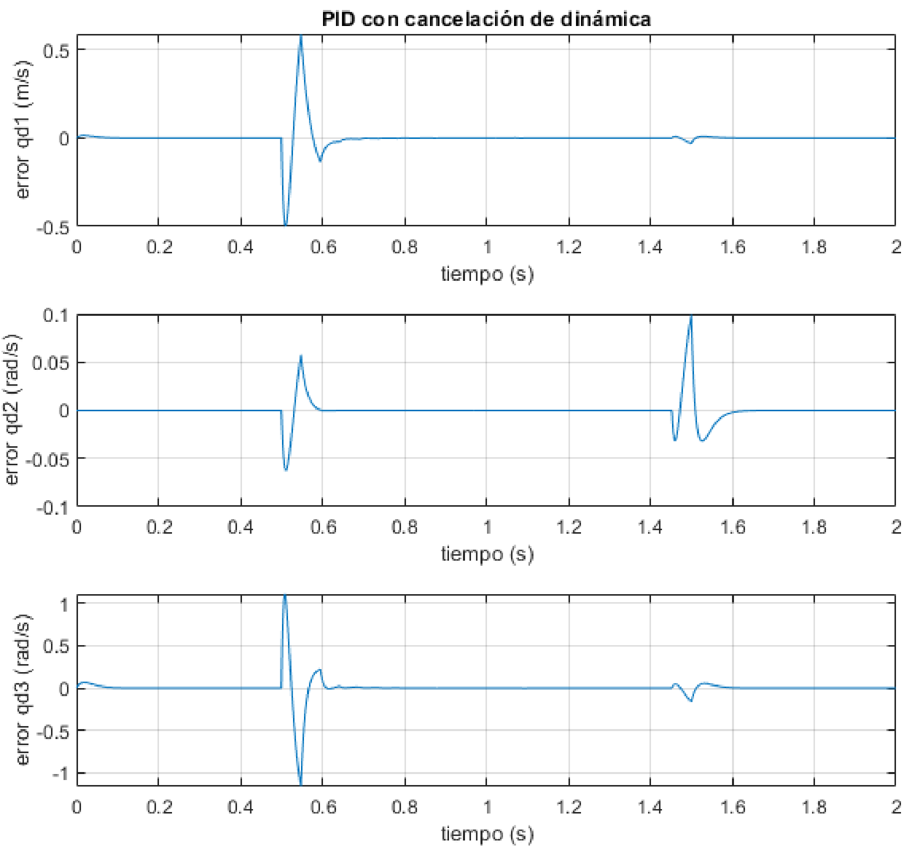
$$K_{p3} = 2.4435 * 10^3;\ K_{d3} = 81.36;\ K_{i3} = 81$$

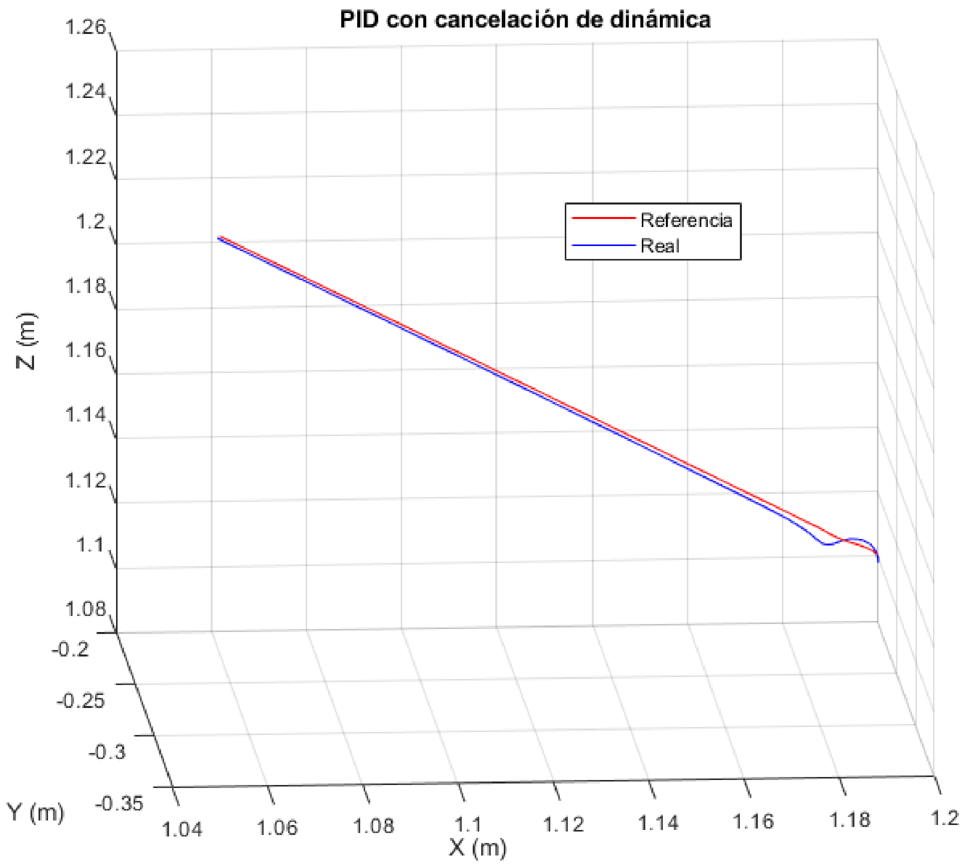
Se obtiene:

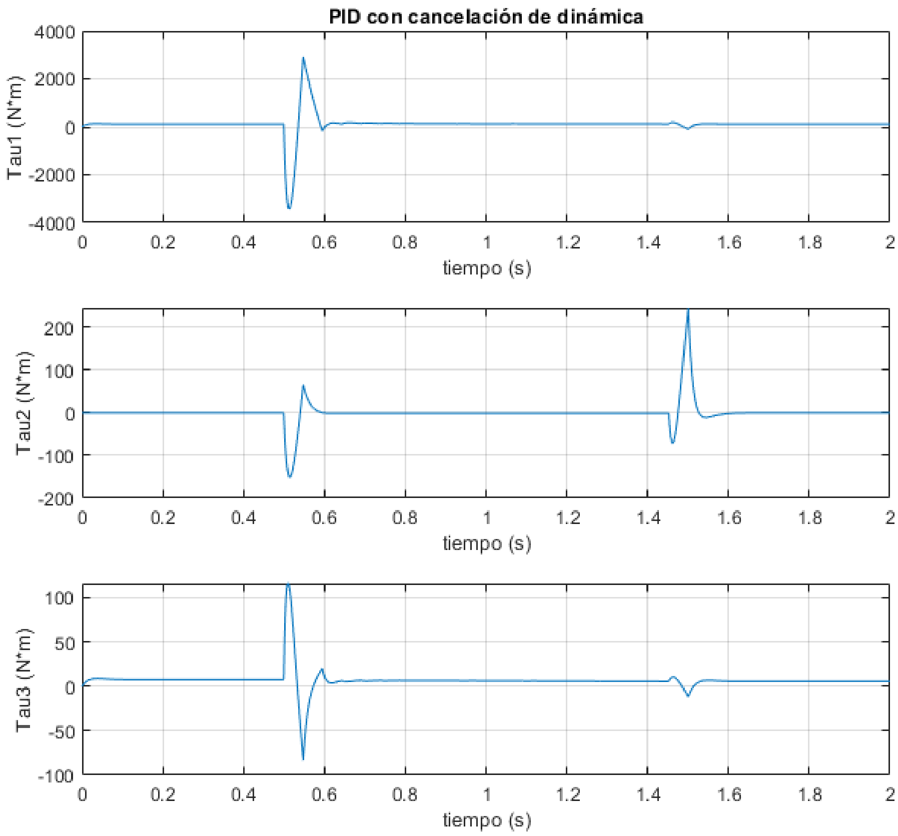

PID con cancelación de dinámica
qr1 vs q1 (m)
qr2 vs q2 (rad)
qr3 vs q3 (rad)
Referencia
Real
tiempo (s)


PID con cancelación de dinámica
error q1 (m)
error q2 (rad)
error q3 (rad)
tiempo (s)


PID con cancelación de dinámica
qdr1 vs qd1 (m/s)
Referencia
Real
tiempo (s)
qdr2 vs qd2 (rad/s)
Referencia
Real
tiempo (s)
qdr3 vs qd3 (rad/s)
Referencia
Real
tiempo (s)


PID con cancelación de dinámica
error qd1 (m/s)
tiempo (s)
error qd2 (rad/s)
tiempo (s)
error qd3 (rad/s)
tiempo (s)


PID con cancelación de dinámica
Referencia
Real
Z (m)
Y (m)
X (m)


PID con cancelación de dinámica
Tau1 (N*m)
Tau2 (N*m)
Tau3 (N*m)
tiempo (s)
tiempo (s)
tiempo (s)

Apartado 3

Por último, se implementará un controlador PD por par calculado, en este caso ya no se hará uso de las funciones de transferencia. Las expresiones usadas son:

$$K_p = \frac{36}{t_s^2} \quad ; \quad K_d = \frac{12}{t_s}$$

$$K_i = 0$$

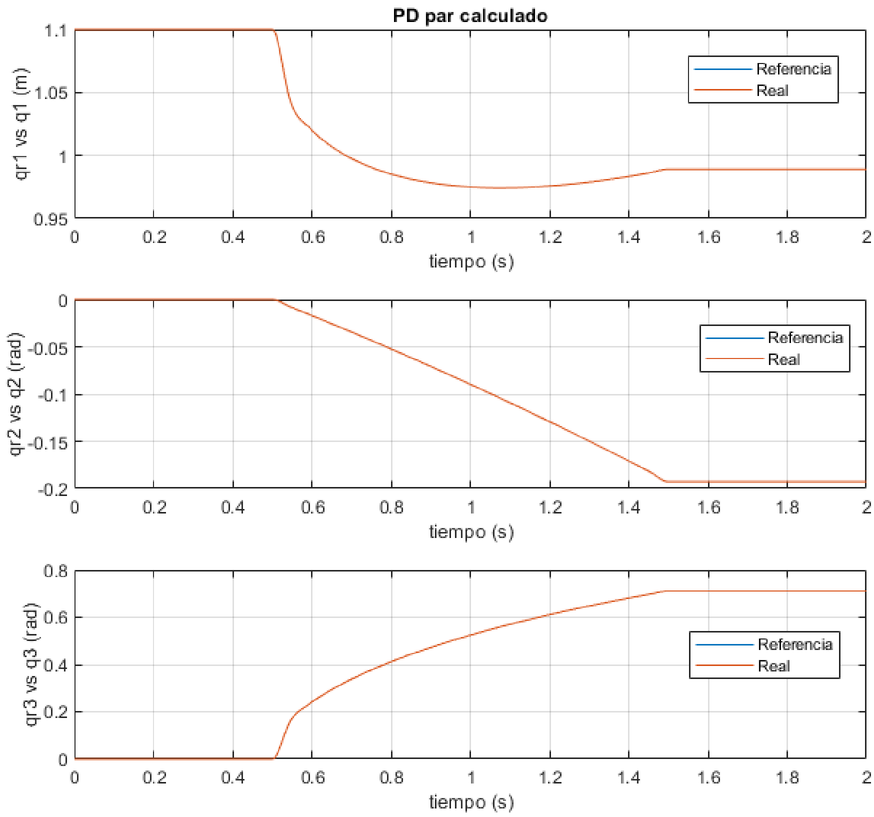
Imponiéndose nuevamente 0.1 segundos de tiempo de subida. Los parámetros del controlador se encuentran en el archivo “PD_ParCalculado.m” y son:

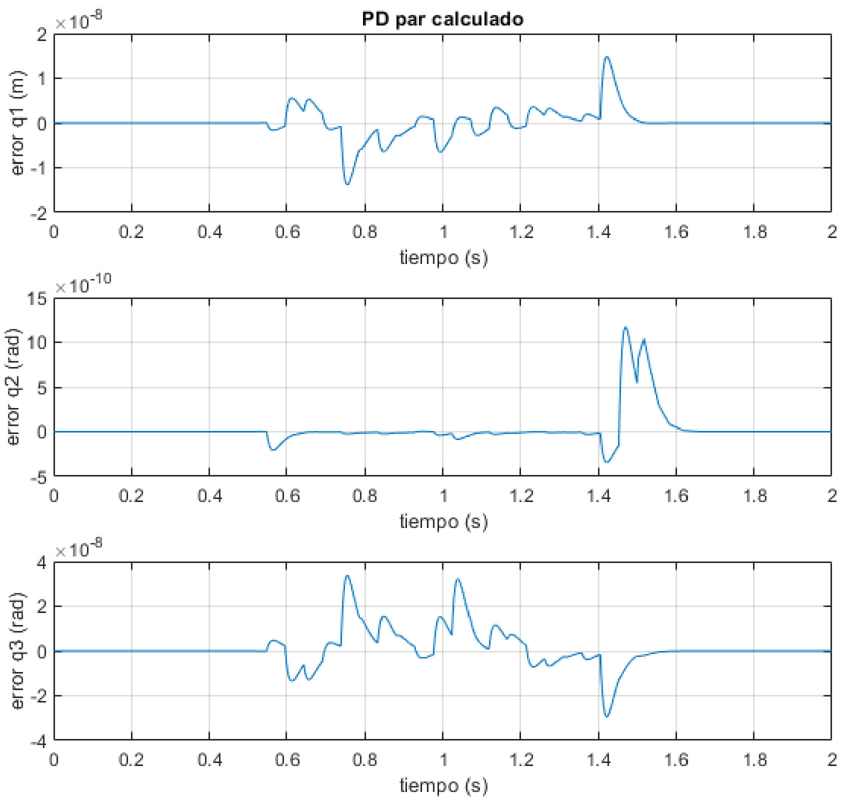
$$K_{p1} = 3.6 * 10^3;\ K_{d1} = 120;\ K_{i1} = 0$$

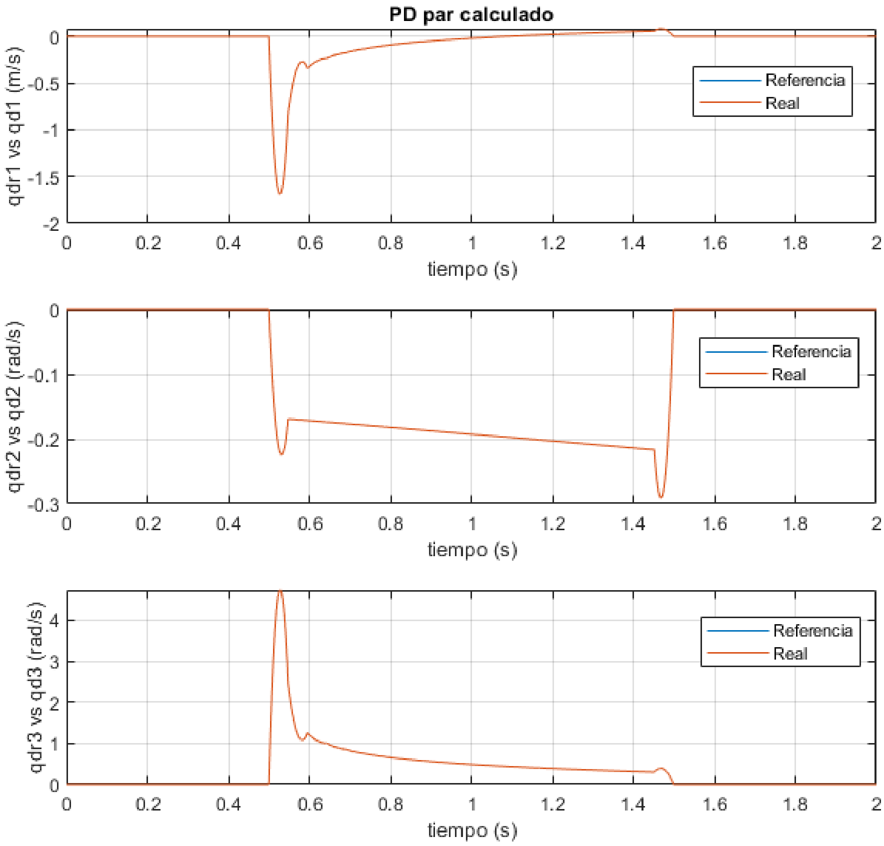
$$K_{p2} = 3.6 * 10^3;\ K_{d2} = 120;\ K_{i2} = 0$$

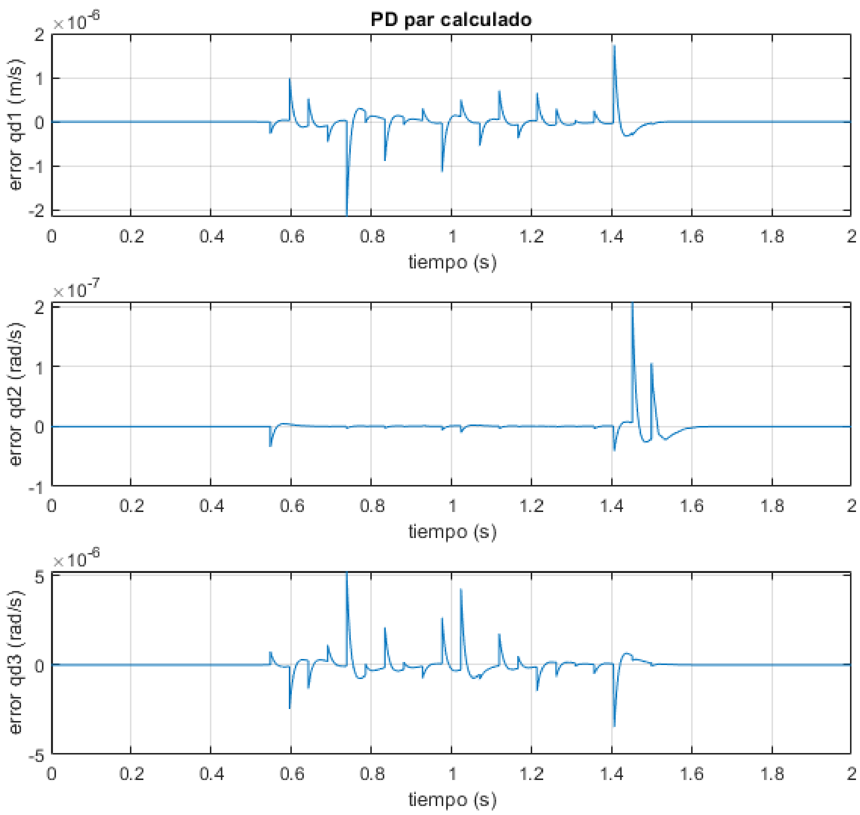
$$K_{p3} = 3.6 * 10^3;\ K_{d3} = 120;\ K_{i3} = 0$$

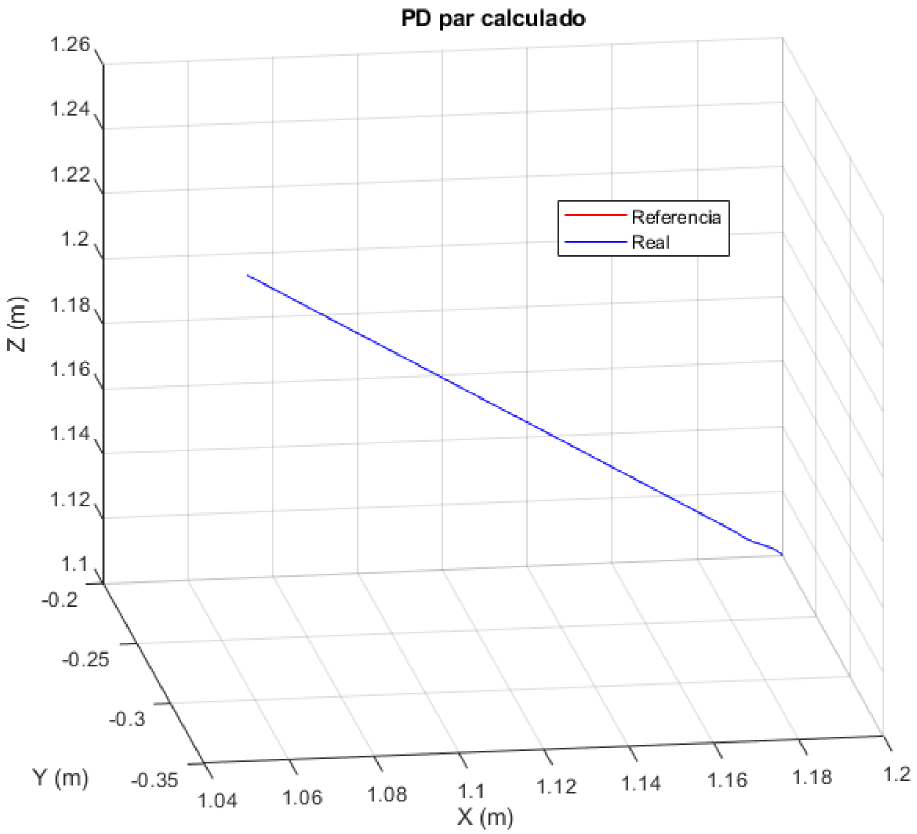
Finalmente se obtiene:

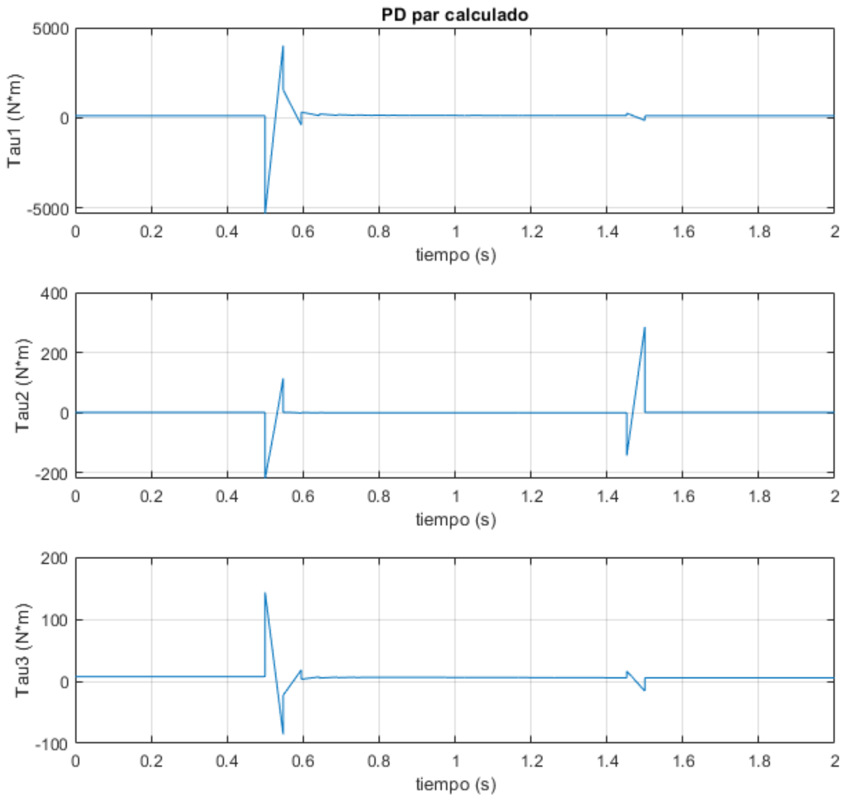





PD par calculado
qdr1 vs qd1 (m/s)
qdr2 vs qd2 (rad/s)
qdr3 vs qd3 (rad/s)
Referencia
Real
tiempo (s)


PD par calculado
error qd1 (m/s)
error qd2 (rad/s)
error qd3 (rad/s)
tiempo (s)


PD par calculado
Referencia
Real
Z (m)
Y (m)
X (m)
1.26
1.24
1.22
1.2
1.18
1.16
1.14
1.12
1.1
-0.2
-0.25
-0.3
-0.35
1.04
1.06
1.08
1.1
1.12
1.14
1.16
1.18
1.2


PD par calculado
Tau1 (N*m)
5000
0
-5000
tiempo (s)
Tau2 (N*m)
400
200
0
-200
tiempo (s)
Tau3 (N*m)
200
100
0
-100
tiempo (s)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2

Como se puede observar, el controlador por par calculado es el que proporciona un error más pequeño y que por tanto mejor se adapta a la referencia, sin embargo es el que exige unos pares mayores y unos cambios más bruscos.