

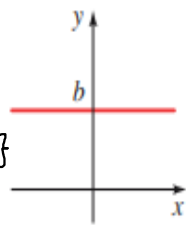
Algunas funciones y sus gráficas

Funciones lineales

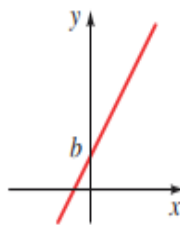
$$f(x) = mx + b$$

Dom: $(-\infty, \infty)$

Rang: $\{4\}$



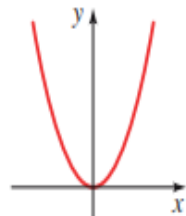
$$f(x) = b$$



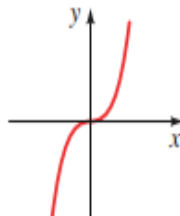
$$f(x) = mx + b$$

Funciones exponenciales

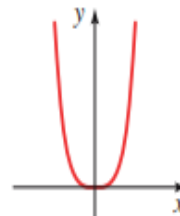
$$f(x) = x^n$$



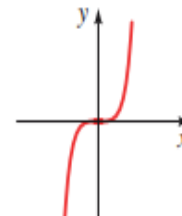
$$f(x) = x^2$$



$$f(x) = x^3$$



$$f(x) = x^4$$

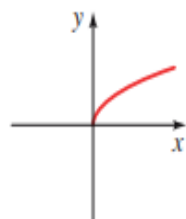


$$f(x) = x^5$$

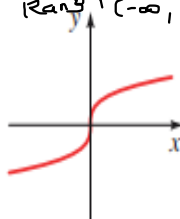
Funciones de raíz

$$f(x) = \sqrt[n]{x}$$

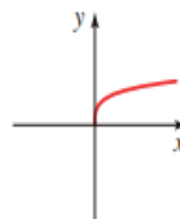
Dom: $(-\infty, \infty)$
Rang: $(-\infty, \infty)$



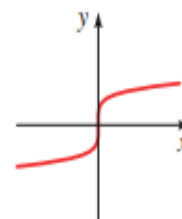
$$f(x) = \sqrt{x}$$



$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$



$$f(x) = \sqrt[4]{x}$$



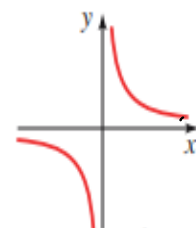
$$f(x) = \sqrt[5]{x}$$

Funciones recíprocas

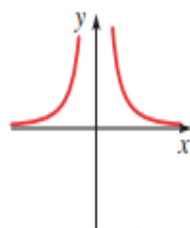
$$f(x) = 1/x^n$$

Dom: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

Rango: $(0, \infty)$



$$f(x) = \frac{1}{x}$$



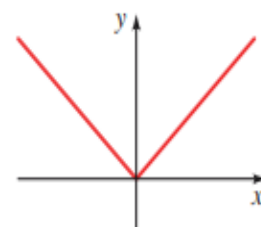
$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

Función valor absoluto

$$f(x) = |x|$$

Dom: $(-\infty, \infty)$

Rang: $[0, \infty)$

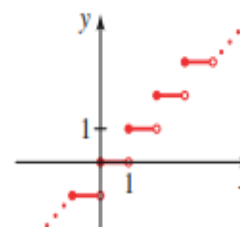


$$f(x) = |x|$$

Función entero máximo

$$f(x) = \lceil x \rceil = \lceil x \rceil$$

"Parte entera"



$$f(x) = \lceil x \rceil$$

Catálogo de funciones:

Función Cúbica.:

$$f(x) = x^3$$

x	y
2	8
1	1
0	0
-1	-1
-2	-8

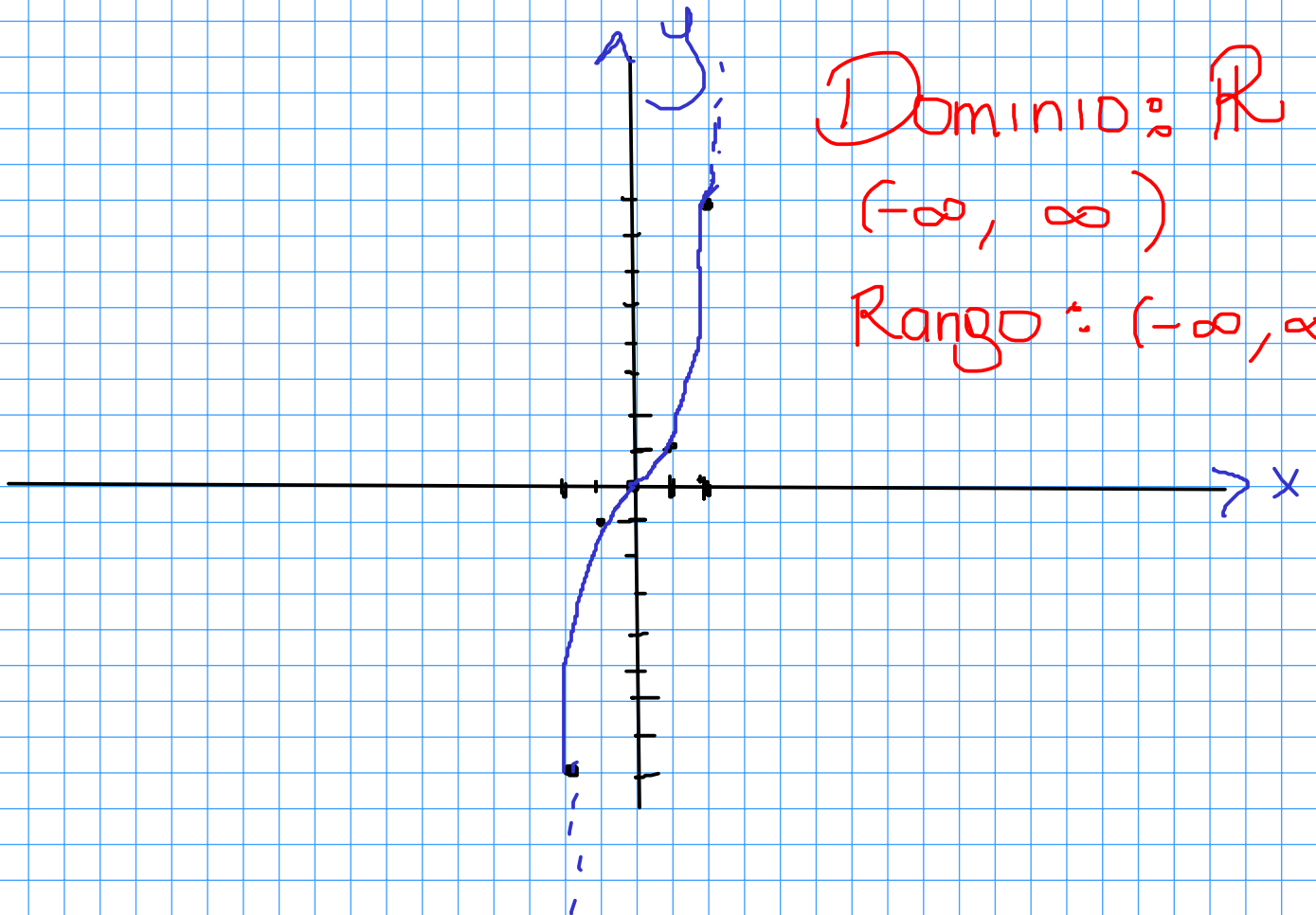
$$f(2) = 2^3 = 8$$

$$f(1) = 1^3 = 1$$

$$f(0) = 0^3 = 0$$

$$f(-1) = (-1)^3 = -1$$

$$f(-2) = (-2)^3 = -8$$



Dominio: \mathbb{R}
 $(-\infty, \infty)$

Rango: $(-\infty, \infty)$

Función Raíz Cuadrada

$$f(x) = \sqrt{x}$$

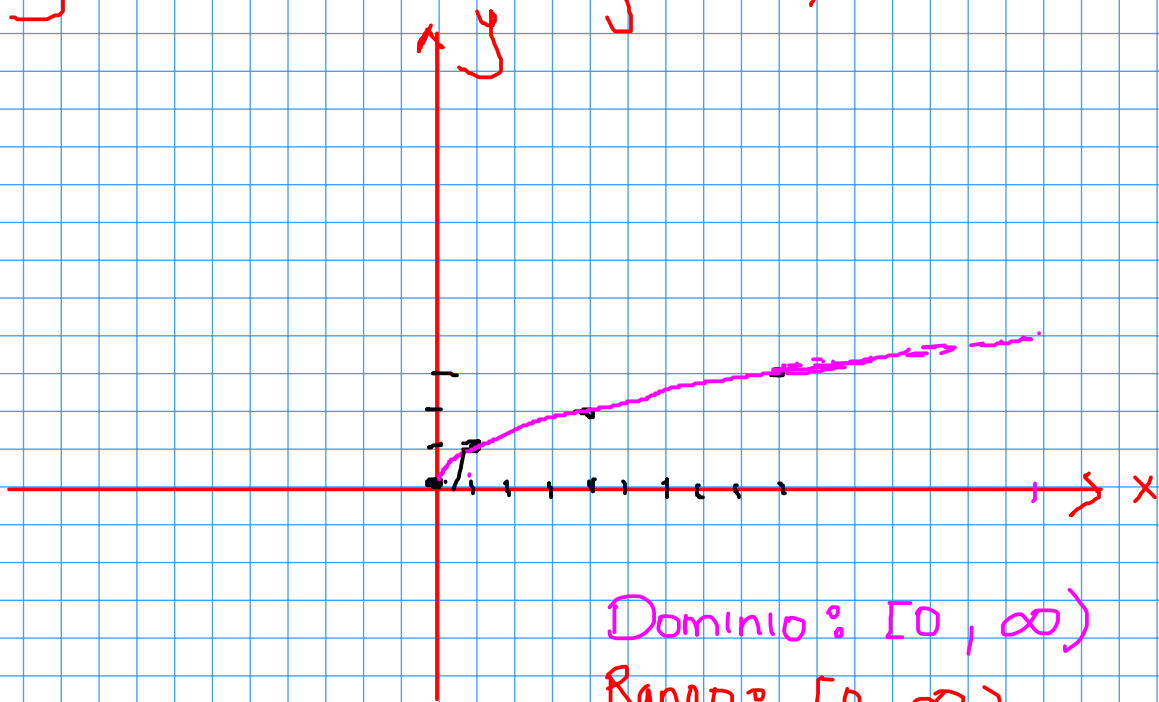
x	y
0	0
1	1
4	2
9	3

$$f(0) = \sqrt{0} = 0$$

$$f(1) = \sqrt{1} = 1$$

$$f(4) = \sqrt{4} = 2$$

$$f(9) = \sqrt{9} = 3$$



Dominio: $[0, \infty)$

Rango: $[0, \infty)$

Funciones reciprocas.

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

x	y
2	0,5
1	1
0	— (NE)
-1	-1
-2	-0,5
3	0,3
-3	-0,3
0,5	2
-0,5	-2

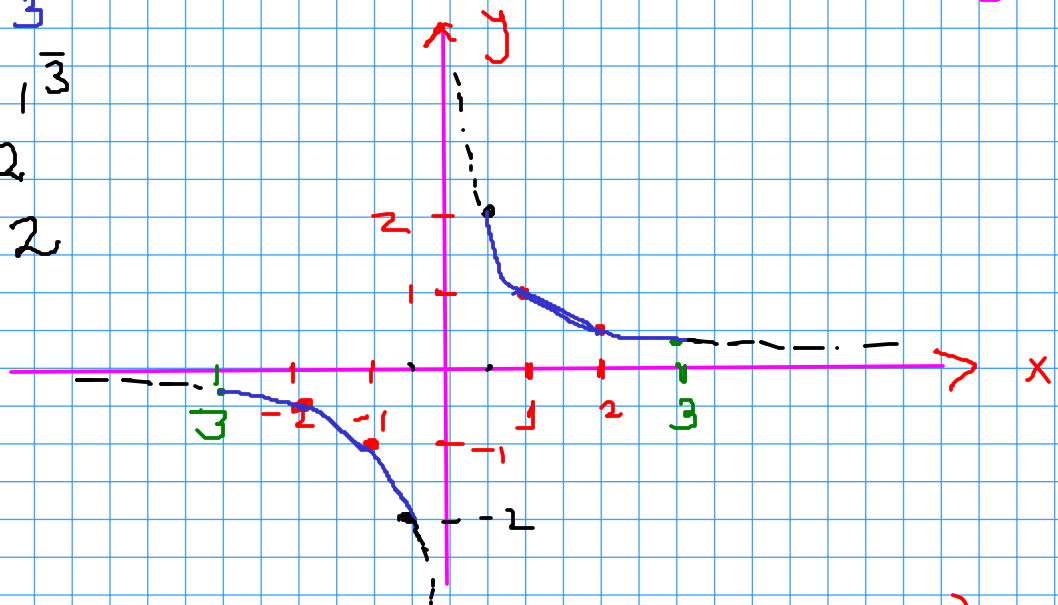
$$f(2) = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$f(1) = \frac{1}{1} = 1$$

$$f(0) = \frac{1}{0} = \text{N.C}$$

$$f(-1) = \frac{1}{-1} = -1$$

$$f(-2) = \frac{1}{-2} = -0,5$$



Domínio : $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

Rango : $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

Parte entera:

La función parte entera, es la función que asocia a cada número real su parte entera, es decir el primer número entero menor o igual al valor dado.

Ejemplo:

$$[2,5] = 2$$

$$[10,1] = 10$$

$$[5] = 5$$

$$[-1,5] = -2$$

$$[-0,3] = -1$$

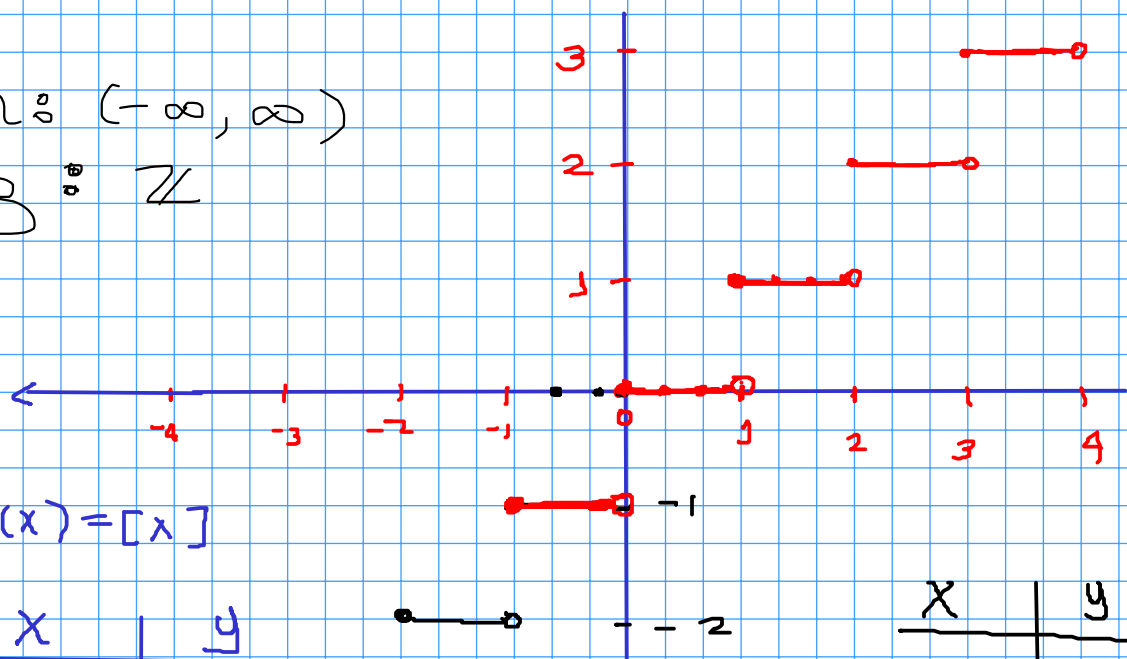
Dom: $(-\infty, \infty)$

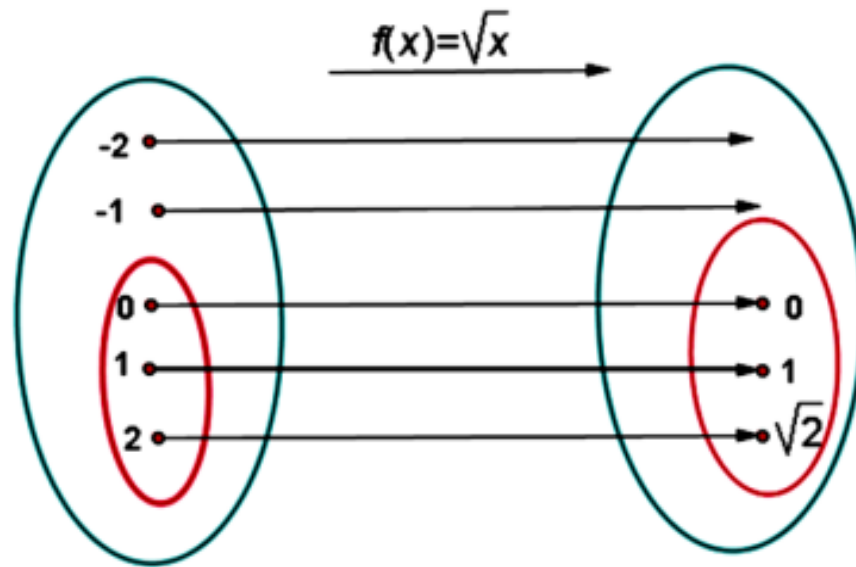
Rang: \mathbb{Z}

$$f(x) = [x]$$

x	y
0	0
0,1	0
0,3	0
0,5	0
0,9	0

x	y
-0,1	-1
-0,5	-1
-0,9	-1
-1	-1





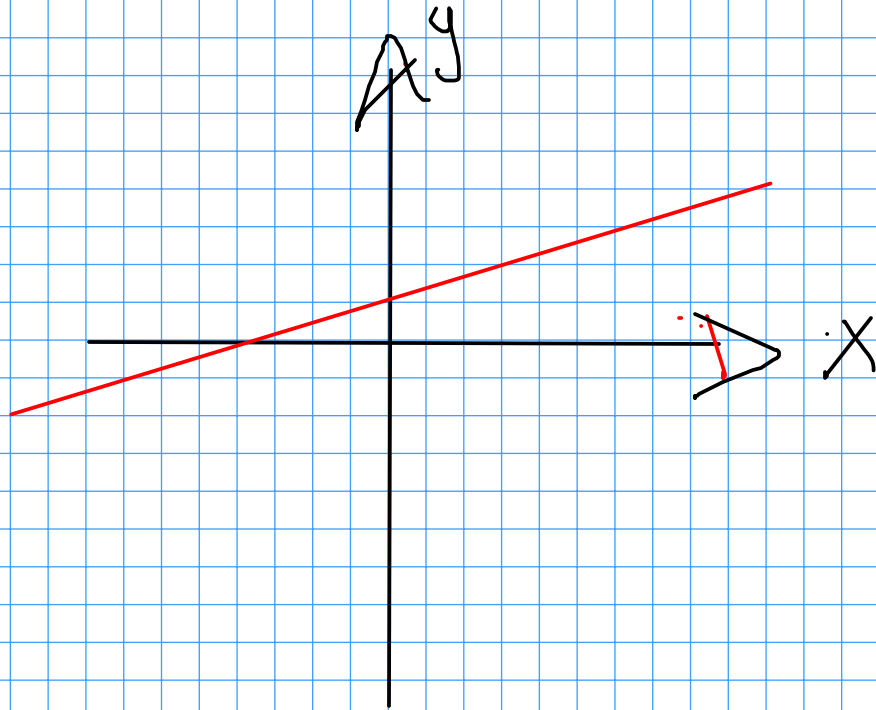
Dominio de una función : Es el conjunto formado por los elementos que tienen imagen. Los valores que le damos a "X" (variable independiente) forman el conjunto de partida. Gráficamente lo miramos en el eje horizontal (abscisas), leyendo como escribimos de izquierda a derecha.

El dominio de una función está formado por aquellos valores de "X" (números reales) para los que se puede calcular la imagen $f(x)$.

Rango de una función: Es el conjunto formado por las imágenes. Son los valores que toma la función "Y" (variable dependiente), por eso se denomina " $f(x)$ ", su valor depende del valor que le demos a "X". Gráficamente lo miramos en el eje vertical (ordenadas), leyendo de abajo a arriba.

El Rango de una función es el conjunto formado por las imagenes $f(x)$ de los valores de "X" que pertenecen al Dominio de dicha función.

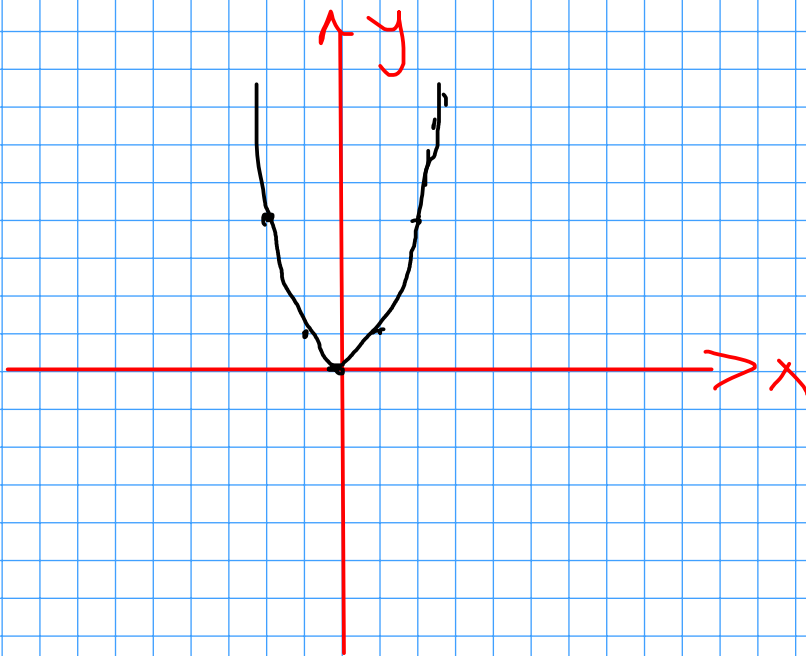
La manera más efectiva para determinar el Rango consiste en graficar la función y ver los valores que toma "Y" de abajo hacia arriba.



$$y = mx + b$$

$$\text{Dominio: } \mathbb{R} \\ (-\infty, \infty)$$

$$\text{Rango: } \mathbb{R} \\ (-\infty, \infty)$$



$$y = x^2$$

$$\text{Dominio: } \mathbb{R}$$

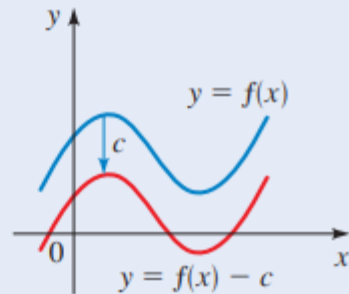
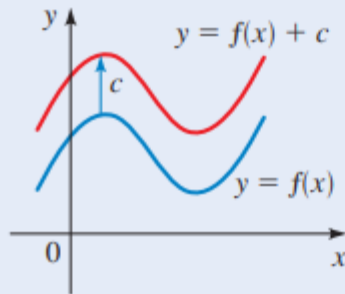
$$\text{Rango: } [0, \infty)$$

Desplazamientos verticales de gráficas

Suponga que $c > 0$.

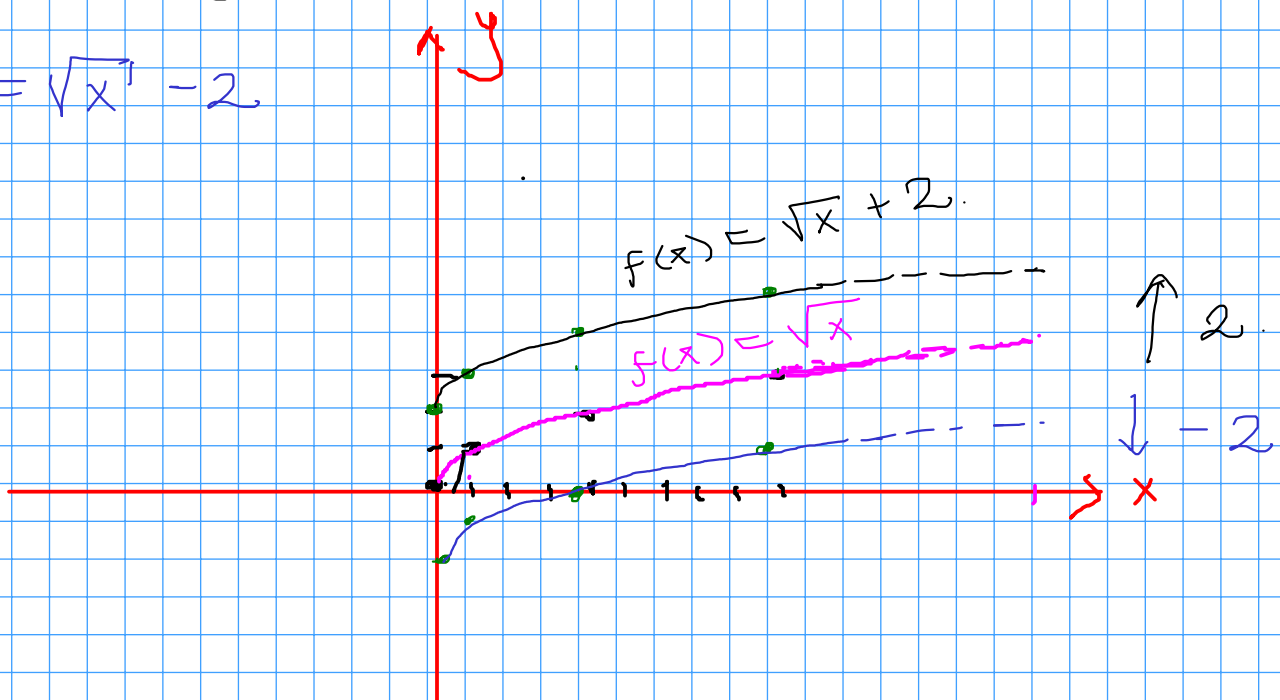
Para graficar $y = f(x) + c$, desplace c unidades hacia arriba la gráfica de $y = f(x)$.

Para graficar $y = f(x) - c$, desplace c unidades hacia abajo la gráfica de $y = f(x)$.



$$f(x) = \sqrt{x} + 2$$

$$f(x) = \sqrt{x} - 2$$

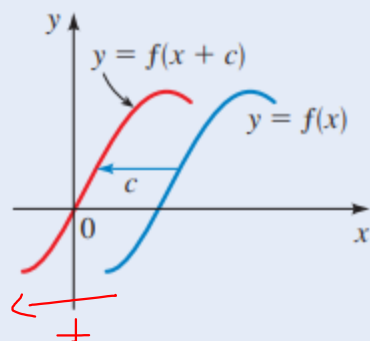
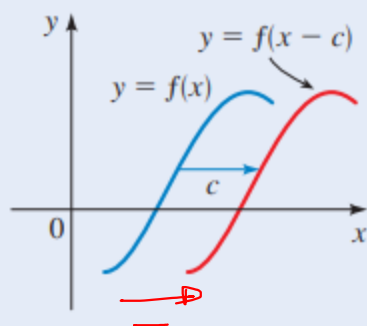


Desplazamientos horizontales de gráficas

Supóngase que $c > 0$.

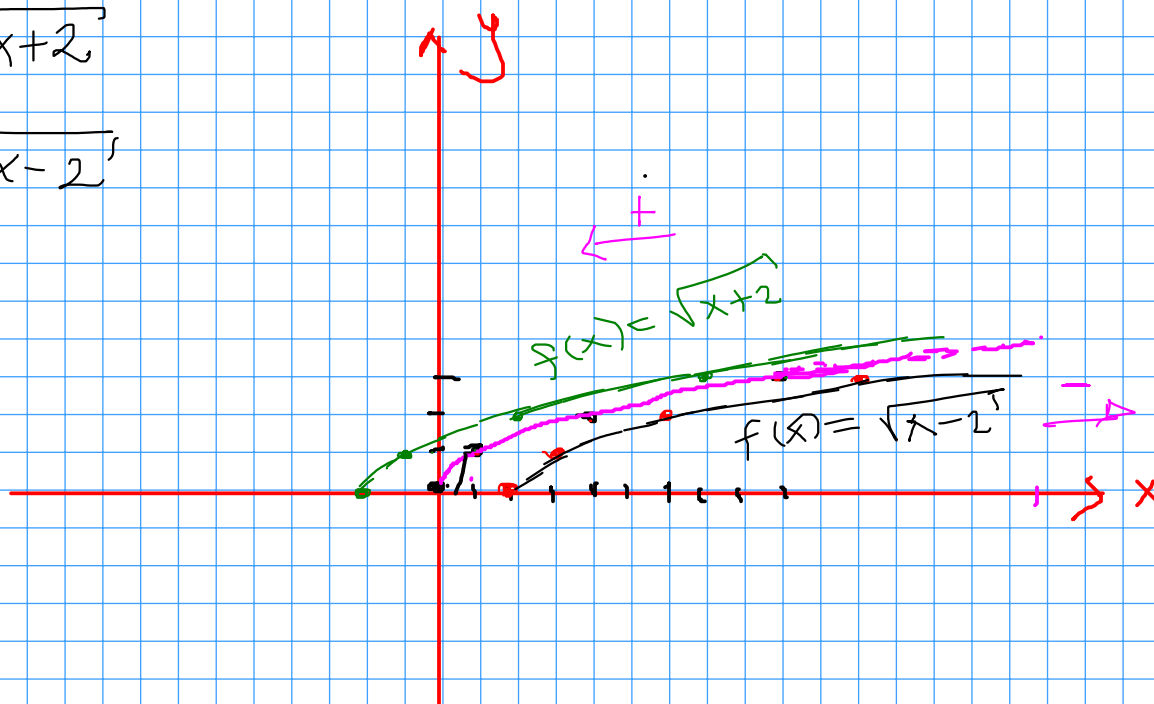
Para graficar $y = f(x - c)$, desplace la gráfica de $y = f(x)$ a la derecha c unidades.

Para graficar $y = f(x + c)$, desplace la gráfica de $y = f(x)$ a la izquierda c unidades.



$$f(x) = \sqrt{x+2}$$

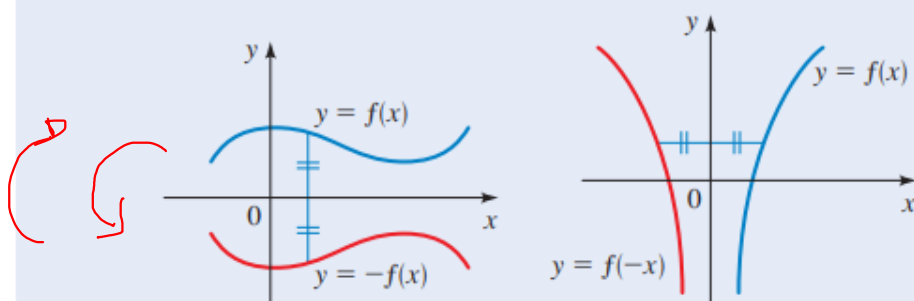
$$f(x) = \sqrt{x-2}$$



Reflexión de gráficas

Para graficar $y = -f(x)$, refleje la gráfica de $y = f(x)$ en el eje x .

Para graficar $y = f(-x)$, refleje la gráfica de $y = f(x)$ en el eje y .

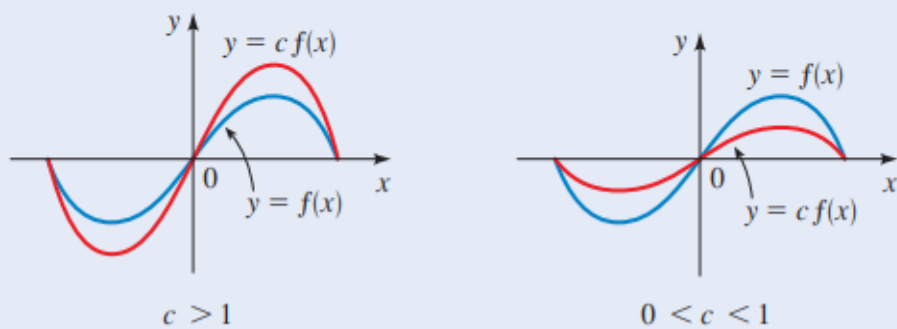


Estiramiento y acortamiento vertical de gráficas

Para graficar $y = cf(x)$:

Si $c > 1$, alargue verticalmente la gráfica de $y = f(x)$ por un factor de c .

Si $0 < c < 1$, acorte verticalmente la gráfica de $y = f(x)$ por un factor de c .



$$f(x) = \sqrt{-x}$$

$$\text{Dom: } (-\infty, 0]$$

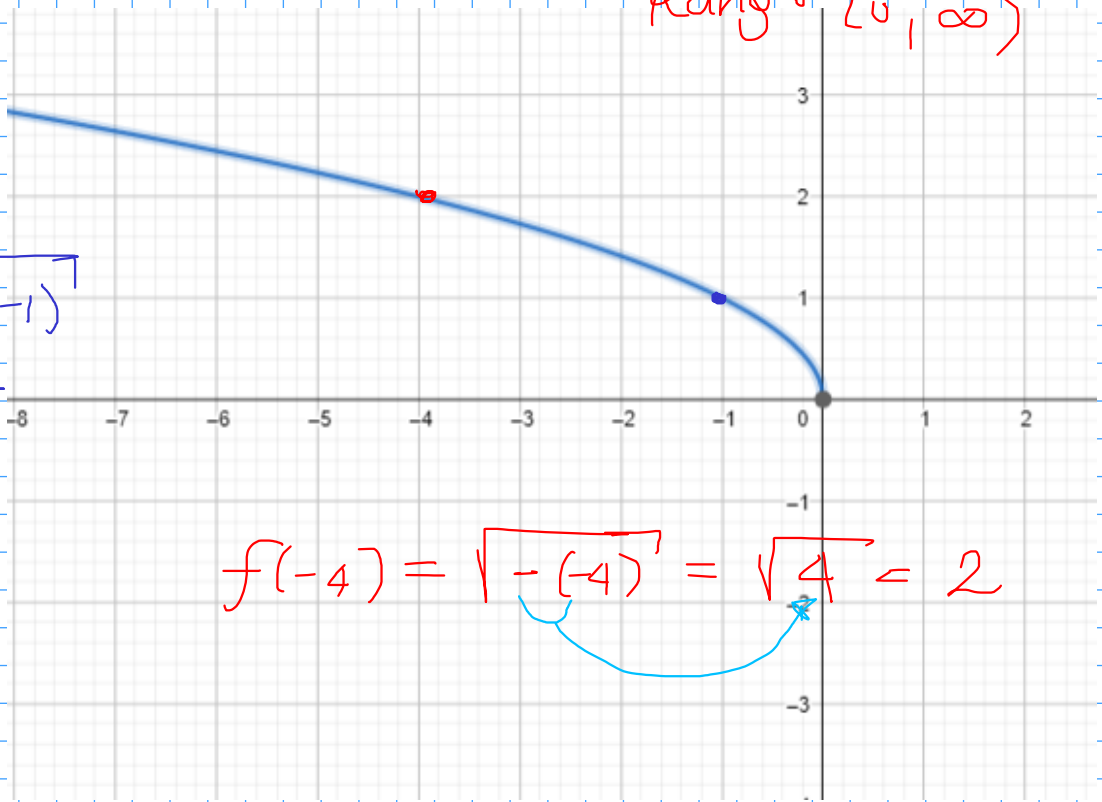
$$\text{Rang: } [0, \infty)$$

$$f(-1) = \sqrt{-(-1)}$$

$$= \sqrt{1}$$

$$= 1$$

$$f(-4) = \sqrt{-(-4)} = \sqrt{4} = 2$$



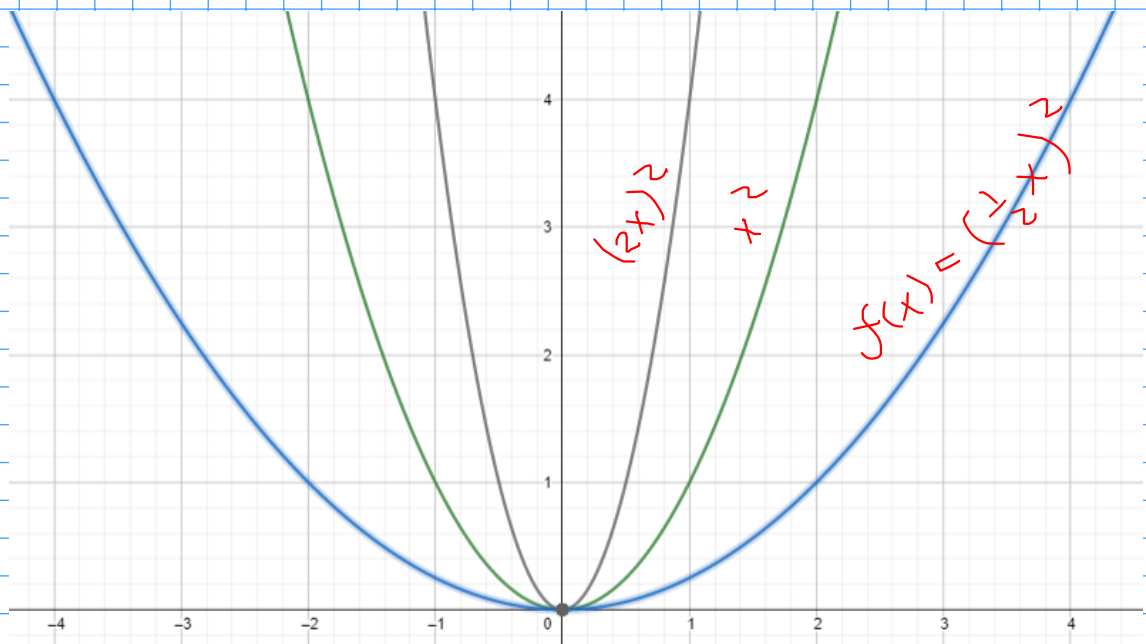
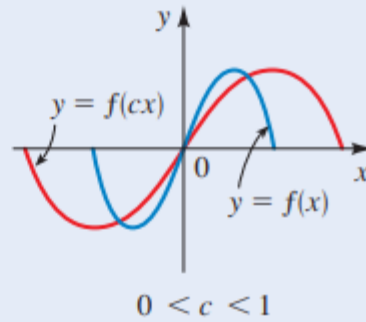
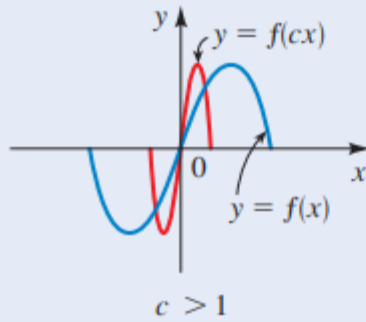
horizontalmente por un factor de $1/c$, como se resume en el cuadro siguiente:

Acortamiento y alargamiento horizontal de gráficas

La gráfica de $y = f(cx)$:

Si $c > 1$, acorte la gráfica de $y = f(x)$ horizontalmente por un factor de $1/c$.

Si $0 < c < 1$, alargue la gráfica de $y = f(x)$ horizontalmente por un factor de $1/c$.

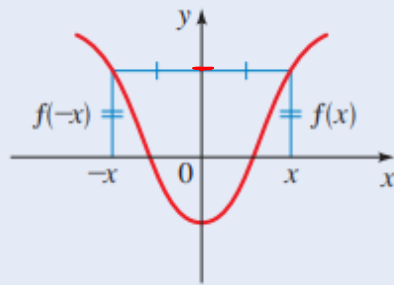


Funciones par e impar

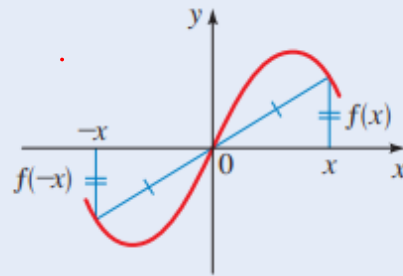
Sea f una función.

f es **par** si $f(-x) = f(x)$ para toda x en el dominio de f .

f es **impar** si $f(-x) = -f(x)$ para toda x en el dominio de f .



La gráfica de una función par es simétrica con respecto al eje y .



La gráfica de una función impar es simétrica con respecto al origen.

Ejemplo:

$$f(x) = x^2$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(-2) = (-2)^2 = 4$$

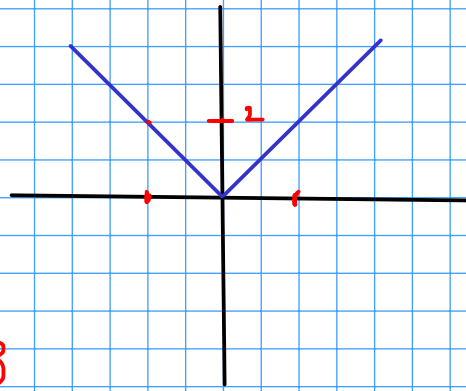
$$f(x) = x^3$$

$$f(2) = 2^3 = 8$$

$$f(-2) = (-2)^3 = -8$$

Ejemplo:

a) $f(x) = |x|$



$f(3) = 3$

$f(-3) = 3$

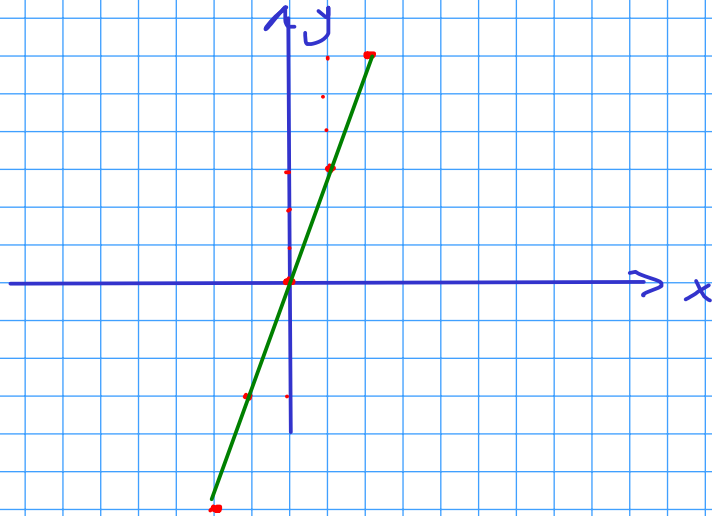
$y = mx + b \rightarrow$ Punto de corte con y
↳ pendiente

b) $f(x) = 3x$

$m = \frac{3}{1} \rightarrow y$
 $1 \rightarrow x$

$f(3) = 3(3) = 9$

$f(-3) = 3(-3) = -9$



Ejercicios: Hallar el dominio y el rango de las siguientes funciones

a) $f(x) = \sqrt{x} - 5$

$\text{Dom } f: [0, \infty)$

$\text{Ran } f: [-5, \infty)$

b) $f(x) = (x-1)^3 + 2$

$\text{Dom } f: \mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

$\text{Ran } f: \mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

c) $f(x) = \frac{1}{x-5} + 3$

$\text{Dom } f: (-\infty, 5) \cup (5, \infty)$

$\text{Ran } f: (-\infty, 3) \cup (3, \infty)$

