

JUAN FRANCISCO PINTO ANDRANGO

TAREA N 1
GR1CC

FECHA DE ENTREGA 29 DE OCUTBRE DEL 2025
Conjunto de Ejercicios 1

Resuelva los siguientes ejercicios, tome en cuenta que debe mostrar el desarrollo completo del ejercicio
Formulas para error-relativo y error-absoluto

$$e_{\text{rror}}_{abs} = |p - p^*|$$

$$e_{\text{rror}}_{rela} = \left| \frac{p - p^*}{p} \right|, \neq 0$$

$$a. p = \pi, p^* = 22/7$$

$$b. p = e, p^* = 2.718$$

$$c. p = \pi, p^* = 3.1416$$

$$d. p = \sqrt{2}, p^* = 1.414$$

En la resolucion de estos ejercicios se hara uso de la libreria `~{math}` en python esto para la resolucion de operaciones matematicas avanzadas como las Raíces cuadradas potencia y logaritmos tambien se las usara para las constantes matematicas y Redondeo y valores absolutos.

```
In [1]: import math
euler = math.e
pi = 3.14159265

# ***** a *****
p = pi
pi = 22/7

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", errorabs , "error relativo =", errorela)

# ***** b *****
pi = 2.718

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", errorabs , "error relativo =", errorela)

# ***** c *****
p = pi
pi = 3.1416

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", errorabs , "error relativo =", errorela)

# ***** d *****
p = math.sqrt(2)
pi = 1.414

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", errorabs , "error relativo =", errorela)

error absoluto = 0.00124482857142585 error relativo = 0.0004025005778971985
error absoluto = 0.000281824839451159 error relativo = 0.00010387889601972118
error absoluto = 7.34999999739508e-06 error relativo = 2.339577666041302e-06
error absoluto = 0.00021356237309522186 error relativo = 0.00015101140222192286
```

2. Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por \hat{p}
- a. $p = e^{10}, \hat{p}^* = 22000$
 - b. $p = 10^9, \hat{p}^* = 1400$
 - c. $p = 8!, \hat{p}^* = 39900$
 - d. $p!, \hat{p}^* = \sqrt{18\pi}(9/e)^9$

```
In [9]: import math
euler = math.e
pi = 3.14159265

# ***** a *****
p = euler ** 10
pi = 22000

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", errorabs , "error relativo =", errorela)

# ***** b *****
p = 10 ** pi
pi = 1400

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", errorabs , "error relativo =", errorela)

# ***** c *****
p = math.factorial(8)
pi = 39900

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", errorabs , "error relativo =", errorela)

# ***** d *****
p = math.factorial(9)
pi = math.sqrt(18 * pi) * (9/euler) ** 9

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", errorabs , "error relativo =", errorela)

error absoluto = 26.46579806703343 error relativo = 0.001201545225326688
error absoluto = 14.5442802084894293 error relativo = 0.010457831057195794
error absoluto = 420 error relativo = 0.010416666666666666
error absoluto = 3343.127363467007 error relativo = 0.009212762796150261
```

3. Encuentre el intervalo más largo en el que se debe encontrar \hat{p} para aproximarse a p con error relativo máximo de 10^{-4} para cada valor de p

- Sabemos que el error relativo es
- $error_{rela} = \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \leq 10^{-4}$
- entonces por lo tanto tenemos que
- $|p - p^*| \leq 10^{-4}|p|$
- ahora como $p > 0$, tenemos que $p(1 - 10^{-4}) \leq p^*p(1 + 10^{-4})$

a. π

b. e

c. $\sqrt{2}$

d. $\sqrt[3]{7}$

```
In [4]: import math
euler = math.e
pi = 3.14159265

# ***** a *****
p = pi

limitinf = p * (1-10**(-4))
limitsup = p * (1+10**(-4))

print("Intervalo = [", limitinf , ",", limitsup, "]")

# ***** b *****
p = euler

limitinf = p * (1-10**(-4))
limitsup = p * (1+10**(-4))

print("Intervalo = [", limitinf , ",", limitsup, "]")

# ***** c *****
p = math.sqrt(2)

limitinf = p * (1-10**(-4))
limitsup = p * (1+10**(-4))

print("Intervalo = [", limitinf , ",", limitsup, "]")

# ***** d *****
p = 7 ** (1/3)

limitinf = p * (1-10**(-4))
limitsup = p * (1+10**(-4))

print("Intervalo = [", limitinf , ",", limitsup, "]")

Intervalo = [ 3.1412784907350004 , 3.141906809265 ]
Intervalo = [ 2.71801000276199 , 2.71853656648193 ]
Intervalo = [ 1.4140721410168577 , 1.4143549837293225 ]
Intervalo = [ 1.9127398896541127 , 1.9131224758966662 ]
```

4. Use la antmética de redondeo de tres dígitos para realizar lo siguiente. Calcule los errores absoluto y relativo con el valor exacto determinado para por lo menos cinco dígitos

$$a. \frac{\pi}{2e-5.4}$$

$$b. -10\pi + 6e - \frac{3}{\pi}$$

$$c. \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$d. \frac{\ln(13) \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}}$$

```
In [5]: import math
euler = math.e
pi = 3.14159265

# ***** a *****
a = (13/14 - 5/7)/(2*euler-5.4)

p = round(a,3)
pi = round(a,5)
print(p , pi )

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", round(errorabs,5) , "error relativo =", round(errorela,8))

# ***** b *****
a = -10*pi + 6*euler - 3/61

p = round(a,3)
pi = round(a,5)
print(p , pi )

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", round(errorabs,5) , "error relativo =", round(errorela,8))

# ***** c *****
a = (2/9) * (9/11)

p = round(a,3)
pi = round(a,5)
print(p , pi )

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", round(errorabs,5) , "error relativo =", round(errorela,4))

# ***** d *****
a = (math.sqrt(13)*math.sqrt(11))/(math.sqrt(13)-math.sqrt(11))

p = round(a,3)
pi = round(a,5)
print(p , pi )

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", round(errorabs,5) , "error relativo =", round(errorela,8))

5.861 5.86062
error absoluto = 0.00038 error relativo = 6.484e-05
-15.155 -15.15542
error absoluto = 0.00042 error relativo = 2.771e-05
0.182 0.18182
error absoluto = 0.00018 error relativo = 0.001
23.595 23.59526
error absoluto = 0.00026 error relativo = 1.085e-05
```

5. Los primeros tres términos diferentes a cero de la serie de Maclaurin para la función arcotangente son: $x - (1/3)x^3 + (1/5)x^5$ Calcule los errores absoluto y relativo en las siguientes aproximaciones de x mediante el polinomio en lugar del arcotangente:

- a. $4(\arctan(\frac{1}{5}) + \arctan(\frac{1}{3}))$
- b. $16\arctan(\frac{1}{5}) - 4\arctan(\frac{1}{25})$

```
In [6]: import math
pi = math.pi

# ***** a *****
print("a")
x1=1/5
a= x1-(1/3)*x1**3 + (1/5)*x1**5
x2= 1/5
b= x2-(1/3)*x2**3 + (1/5)*x2**5

p=pi
pi= 4*(a+b)

print("valor real:",p , "valor aproximado:", pi )

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", errorabs , "error relativo =", errorela)

# ***** b *****
print("b")
x1=1/5
a= x1-(1/3)*x1**3 + (1/5)*x1**5
x2= 1/25
b= x2-(1/3)*x2**3 + (1/5)*x2**5

p=pi
pi= (16*a-4*b)

print("valor real:",p , "valor aproximado:", pi )

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", errorabs , "error relativo =", errorela)

a)
valor real: 3.141592653589793 valor aproximado: 3.1455761316972426
error absoluto = 0.003983478097449478 error relativo = 0.0012679804598147663
b)
valor real: 3.141592653589793 valor aproximado: 3.1416210293250346
error absoluto = 2.837573524150372e-05 error relativo = 9.03227705510427e-06
```

6. El número e se puede definir por medio de $e = \sum_{n=0}^{\infty} (1/n!)$, donde $n! = n(n-1) \dots 2 \cdot 1$ para $n \neq 0$ y $0! = 1$. Calcule los errores absoluto y relativo en la siguiente aproximación de e :

- a. $\sum_{n=0}^5 (1/n!)$
- b. $\sum_{n=0}^{\infty} (1/n!)$

```
In [7]: import math
euler = math.e

# ***** a *****
print("a")
p=euler
pi= sum(1 / math.factorial(n) for n in range(6))

print("valor real:",p , "valor aproximado:", pi )

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", errorabs , "error relativo =", errorela)

# ***** b *****
print("b")
p=euler
pi= sum(1 / math.factorial(n) for n in range(11))

print("valor real:",p , "valor aproximado:", pi )

errorabs = abs(p - pi)
errorela = abs((p - pi)/p)
print("error absoluto =", errorabs , "error relativo =", errorela)

a)
valor real: 2.718281828459045 valor aproximado: 2.716666666666667
error absoluto = 0.0016151617923783057 error relativo = 0.0005941848175815963
b)
valor real: 2.718281828459045 valor aproximado: 2.7182818011463845
error absoluto = 2.7121260577664696e-08 error relativo = 1.0047766310211053e-08
```

7. Suponga que dos puntos (x_0, y_0) (x_1, y_1) se encuentran en línea recta con $y_1 \neq y_0$. Existen dos fórmulas para encontrar la intersección x de la línea:

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{(x_1 y_0 - x_0 y_1)}{(y_1 - y_0)}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

$$x = \frac{y_0 - y_1}{\frac{y_0 - y_1}{x_0} - \frac{y_1 - y_0}{x_1}}$$

Insertar ecuaciones

Nombre	Comando	Salida
Número simple	<code>%i23%</code>	123
Decimal	<code>%3.14%</code>	3.14
Fracción	<code>%\frac{a}{b}%</code>	$\frac{a}{b}$
Potencia (exponente)	<code>%x**2%</code>	x^2
Raíz cuadrada	<code>%\sqrt{x}%</code>	\sqrt{x}
Raíz n-ésima	<code>%\sqrt[n]{x}%</code>	$\sqrt[n]{x}$
Notación científica	<code>%\times 10^{66}%</code>	5×10^6
Multiplicación	<code>%a \times b%</code>	$a \times b$
División (símbolo)	<code>%a \div b%</code>	$a \div b$
Igual	<code>%a = b%</code>	$a = b$
No igual	<code>%a \neq b%</code>	$a \neq b$
Menor que	<code>%a < b%</code>	$a < b$
Mayor que	<code>%a > b%</code>	$a > b$
Menor o igual que	<code>%a \leq b%</code>	$a \leq b$
Mayor o igual que	<code>%a \geq b%</code>	$a \geq b$
Aproximadamente igual	<code>%a \approx b%</code>	$a \approx b$
Más/menos (±)	<code>%a \pm b%</code>	$a \pm b$
Porcentaje	<code>%50\%</code>	50%
Proporcionalidad	<code>%a \propto b%</code>	$a \propto b$
Pertenencia (∈)	<code>%a \in B%</code>	$a \in B$
No pertenencia (∉)	<code>%a \notin B%</code>	$a \notin B$
Suma	<code>%\sum_{i=1}^n i%</code>	$\sum_{i=1}^n i$
Producto (∏)	<code>%\prod_{i=1}^n i%</code>	$\prod_{i=1}^n i$
Límite	<code>%\lim_{x \to 0} f(x)%</code>	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
Derivada simple	<code>%\frac{df}{dx}(x)%</code>	$\frac{df}{dx}(x)$
Derivada parcial	<code>%\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)%</code>	$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$
Integral	<code>%\int_a^b f(x)dx%</code>	$\int_a^b f(x)dx$
Pareéntesis automáticos	<code>%\left(\frac{a}{x} \right)%</code>	$\left(\frac{a}{x} \right)$
Corchetes automáticos	<code>%\left[\frac{a}{x} \right]%</code>	$\left[\frac{a}{x} \right]$
Línea de fracciones	<code>%\left(\frac{a}{b} \right)%</code>	$\left(\frac{a}{b} \right)$
Vector	<code>%\vec{v}%</code>	\vec{v}
Matriz simple	<code>%\begin{matrix} a & b \\ b & a \end{matrix}%</code>	$\begin{matrix} a & b \\ b & a \end{matrix}$

