

JUAN FRANCISCO PINTO ANDRANGO
GR1CC
FECHA DE ENTREGA 05 DE NOVIEMBRE DEL 2025

Conjunto de ejercicios

1. Sea $f(x) = -x^3 - \cos(x)$ y $P_0 = -1$ use el metodo de newton y de la secante para encontrar P^2
¿ Se podria usar $P_0 = 0$?

MÉTODO DE NEWTON

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}, n \geq 1$$

- Dado $p_0 = -1$
 $f(x) = -x^3 - \cos(x)$
 $f(x) = -3x^2 + \sin(x)$

Iteración 1:

$$f(-1) = -(-1)^3 - \cos(-1) = 0.45969$$
$$f'(-1) = -3(-1)^2 + \sin(-1) = -3.84147$$

Iteración 2:

$$f(-0.88033) = -(-0.88033)^3 - \cos(-0.88033) = 0.04534$$
$$f'(-0.88033) = -3(-0.88033)^2 + \sin(-0.88033) = -3.09589$$

Por lo tanto sabemos que $p_2 = -0.86568$

• Dado $p_0 = 0$

$$f(0) = -(0)^3 - \cos(0) = -1$$
$$f'(0) = -3(0)^2 + \sin(0) = 0$$

El método de Newton falla, porque dividiríamos por cero.

MÉTODO DE LA SECANTE

- Dado $p_0 = -1$ y elegido $p_1 = -1.5$
 $x_n = x_{n-1} - f(x_{n-1}) * \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$

Cálculos:

$$f(-1.5) = -(-1.5)^3 - \cos(-1.5) = 3.30426$$
$$f(-1) = -(-1)^3 - \cos(-1) = 0.45969$$
$$x_2 = -1.5 - 3.30426 * \frac{-1.5 - (-1)}{3.30426 - 0.45969} = -0.91919$$

Por lo tanto sabemos que $p_2 = -0.91919$

• Dado $p_0 = 0$ y elegido $p_1 = 1$

$$f(0) = -(0)^3 - \cos(0) = -1$$
$$f(1) = -(1)^3 - \cos(1) = -1.54030$$
$$x_2 = 1 - (-1.5403) * \frac{1 - 0}{-1.5403 - (-1)} = -1.85082$$

2. Encuentre soluciones precisas dentro de 10^{-4} para los siguientes problemas

- a. $x^3 - 2x^2 - 5 = 0, [1,4]$
b. $x^3 - 3x^2 - 1 = 0, [-3,2]$
c. $x - \cos x = 0, [0, \pi/2]$
d. $x - 0.8 - 0.2 \operatorname{sen} x = 0, [0, \pi/2]$

```
In [3]: import numpy as np
# metodo de secante (Dos puntos)
def secante(f, x0, x1, tol=1e-4, max_iter=100):
    for i in range(max_iter):
        fx0 = f(x0)
        fx1 = f(x1)

        if fx1 - fx0 == 0:
            print("División por cero en iteración.")
            x2 = x1 - fx1 * (x1 - x0) / (fx1 - fx0)

            if abs(x2 - x1) < tol:
                return x2 # raíz aproximada
            x0, x1 = x1, x2

    print("No converge dentro del número máximo de iteraciones.")
```

```
In [4]: #a)
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x**3-2*x**2-5

a = secante(f, x0=1, x1=4)
print("a | Raíz aproximada:", a)

#b)
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x**3-3*x**2-1

b = secante(f, x0=-3, x1=2)
print("b | Raíz aproximada:", b)

#c)
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x-np.cos(x)

c = secante(f, x0=0, x1=np.pi/2)
print("c | Raíz aproximada:", c)

#d)
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x-0.8-0.2*np.sin(x)

d = secante(f, x0=0, x1=np.pi/2)
print("d | Raíz aproximada:", d)

a | Raíz aproximada: 2.49547447893773
b | Raíz aproximada: 3.10380339266244
c | Raíz aproximada: 0.73908513034638
d | Raíz aproximada: 0.36433884548886
```

3. Use los 2 métodos en esta sección para encontrar las soluciones dentro de 10^{-5} para los siguientes problemas

- a. $3x - e^x = 0$ para $1 \leq x \leq 2$
b. $2x + 3 \cos x - e^x = 0$ para $1 \leq x \leq 2$

```
In [ ]: from scipy.optimize import newton
# a)
def f(x):
    return 3*x - np.exp(x)

def fprime(x):
    return 3 - np.exp(x)

x1=1
x0=2

print("\n a)")
a = newton(f, x0, fprime, tol=1e-5)
print("a | Newton-Raphson | Raíz aproximada:", a)

a = secante(f, x0, x1)
print("a | Secante | Raíz aproximada:", a)

# b)
def f(x):
    return 2*x + 3*np.cos(x) - np.exp(x)

def fprime(x):
    return 2 - 3*np.sin(x) - np.exp(x)

x1=1
x0=2

print("\n b)")
b = newton(f, x0, fprime, tol=1e-5)
print("b | Newton-Raphson | Raíz aproximada:", b)

b = secante(f, x0, x1)
print("b | Secante | Raíz aproximada:", b)

a)
| Newton-Raphson | Raíz aproximada: 1.5121345516685927
| Secante | Raíz aproximada: 0.6190612866166071

b)
| Newton-Raphson | Raíz aproximada: 1.2397146979752176
| Secante | Raíz aproximada: 1.23971469899015
```

4. El polinomio de cuarto grado

$$f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$$

tene dos ceros reales, uno en $[-1,0]$ y el otro en $[0,1]$. Intente aproximar estos ceros dentro de 10^{-6} con

a. El método de la secante (use los extremos como las estimaciones iniciales)

b. El método de Newton (use el punto medio como estimación inicial)

```
In [6]: # a)
def f(x):
    return 230*x**4+18*x**3+9*x**2-221*x-9

def fprime(x):
    return 920*x**3+54*x**2+18*x-221

print("\n a)")
a = secante(f, x0=-1, x1=0,tol=1e-6)
print("a | Secante | Raíz aproximada:", a)

a = secante(f, x0=0, x1=1,tol=1e-6)
print("a | Secante | Raíz aproximada:", a)

# -----
# b)

print("\n b)")
x0 = -0.5
b = newton(f, x0, fprime, tol=1e-6)
print("b | Newton-Raphson | Raíz aproximada:", b)

x0 = 0.5
b = newton(f, x0, fprime, tol=1e-6)
print("b | Newton-Raphson | Raíz aproximada:", b)

a)
| Secante | Raíz aproximada: -0.040659288315725135
| Secante | Raíz aproximada: -0.04065928831557162

b)
| Newton-Raphson | Raíz aproximada: -0.04065928831575899
| Newton-Raphson | Raíz aproximada: -0.040659288315758865
```

5. La funcion

$$f(x) = \tan(\pi x) - 6 \text{ tiene cero en } 1/\arccotangent{6} \approx 0.447431543 \cdot$$

$\operatorname{Scap}_0 = 0$ y $p_1 = 0.488$ y use 10 iteraciones en cada uno de los siguientes métodos para aproximar esta raíz. ¿Cuál método es más eficaz y por qué?

- a. Método de bisección
b. Método de Newton
c. Método de la secante

```
In [8]: # Algoritmo de bisección
def biseccion_method(f, a, b, tol=1e-5, max_iter=100):
    # Verificar que los signos de f(a) y f(b) sean opuestos
    if f(a) * f(b) >= 0:
        print("No se puede aplicar el método de bisección. Los signos de f(a) y f(b) deben ser opuestos.")
        return None

    iter_count = 0
    while (b - a) / 2.0 > tol:
        # Punto medio
        c = (a + b) / 2.0
        # Verificar si el punto medio es una raíz
        if f(c) == 0:
            return c
        # Actualizar el intervalo
        elif f(c) * f(a) < 0:
            b = c
        else:
            a = c

    iter_count += 1
    if iter_count == max_iter:
        print("Se alcanzó el número máximo de iteraciones.")
        return None

    return (a + b) / 2.0

In [9]: def f(x):
    return np.tan(np.pi*x) - 6

def fprime(x):
    return np.pi/(np.cos(np.pi * x) ** 2)

a = biseccion_method(f, 0, 0.48, max_iter=100)
print("A) | Bisección | Raíz aproximada:", a)

x0 = 0.48
b = newton(f, x0, fprime, maxiter=10)
print("B) | Newton-Raphson | Raíz aproximada:", b)

c = secante(f, x0=0, x1=0.48, max_iter=100)
print("C) | Secante | Raíz aproximada:", c)

A) | Bisección | Raíz aproximada: 0.4474219921874996
B) | Newton-Raphson | Raíz aproximada: 0.4474315432887457
No converge dentro del número máximo de iteraciones.
C) | Secante | Raíz aproximada: None
```

6. La función descrita por $f(x) = \ln(x^2 + 1) - e^{0.4x} \cos x$ tiene un número infinito de ceros

- a. Determine, dentro de 10^{-6} , el único cero negativo
b. Determine, dentro de 10^{-6} , los cuatro ceros positivos más pequeños
c. Determine una aproximación inicial razonable para encontrar el endesimo cero positivo más pequeño de f .
Sugerencia: Dibuje una gráfica aproximada de f .
d. Use la parte c) para determinar, dentro de 10^{-6} , el vigesimoquinto cero positivo más pequeño de f

```
In [10]: import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Definir la función f(x)
def f(x):
    return np.log(x**2 + 1) - np.exp(0.4 * x) * np.cos(np.pi * x)

# Definir el rango de valores para x
x = np.linspace(-2, 7, 800)
y = f(x)

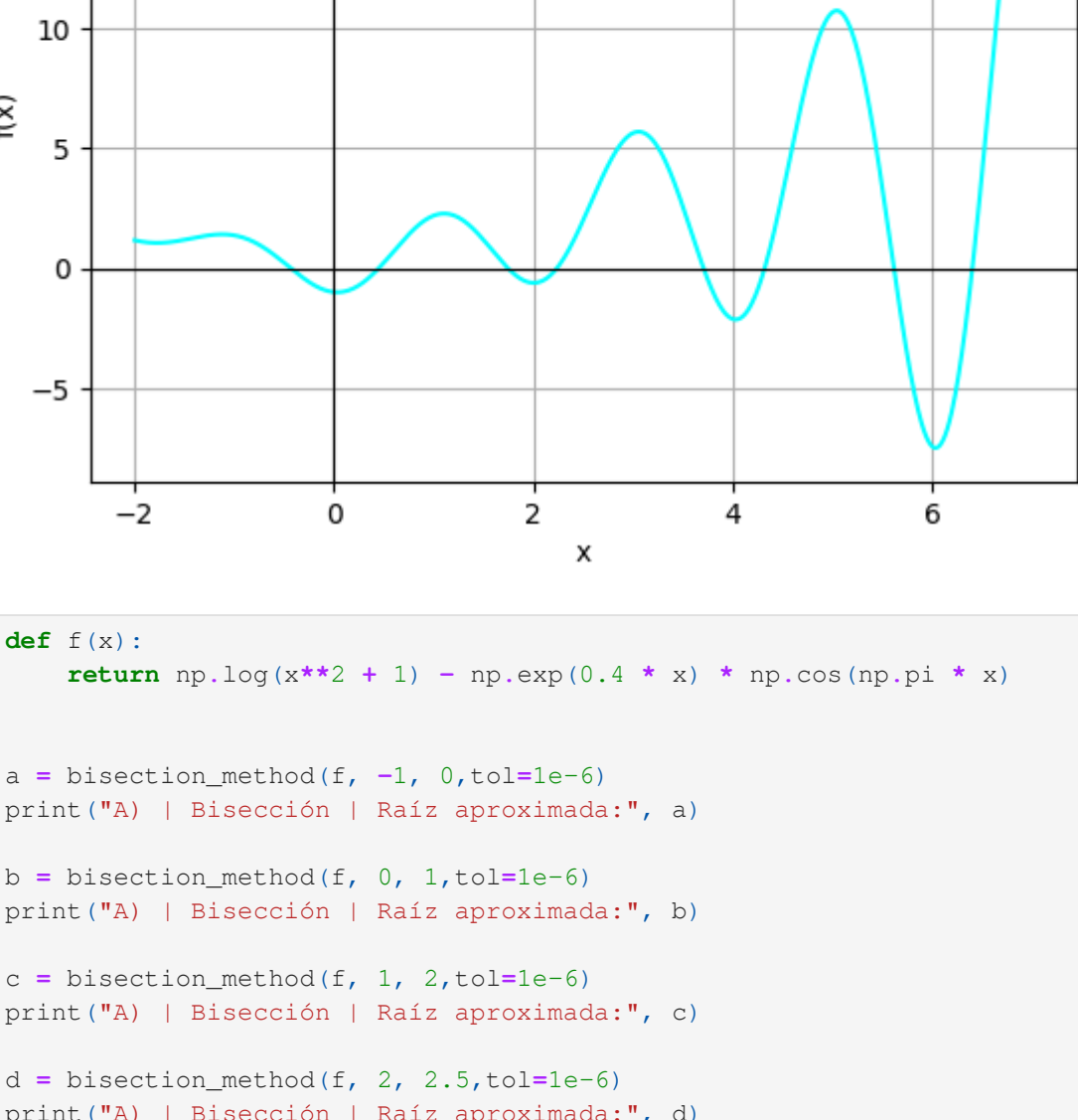
# Graficar la función con la línea de puntos
plt.plot(x, y, label='f(x) = ln(x^2+1) - e^(0.4x) cos(πx)', color='cyan')

# Agregar título y etiquetas
plt.title('Gráfico de f(x)')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('f(x)')

# Mostrar la cuadrícula y los ejes
plt.grid(True)
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8) # Eje X
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8) # Eje Y

# Agregar leyenda
plt.legend()

# Mostrar la gráfica
plt.show()
```



```
In [11]: def f(x):
    return np.log(x**2 + 1) - np.exp(0.4 * x) * np.cos(np.pi * x)

a = biseccion_method(f, -1, 0,tol=1e-6)
print("A) | Bisección | Raíz aproximada:", a)

b = biseccion_method(f, 0, 1,tol=1e-6)
print("A) | Bisección | Raíz aproximada:", b)

c = biseccion_method(f, 1, 2,tol=1e-6)
print("A) | Bisección | Raíz aproximada:", c)

d = biseccion_method(f, 2, 2.5,tol=1e-6)
print("A) | Bisección | Raíz aproximada:", d)

e = biseccion_method(f, 3.5, 3.9,tol=1e-6)
print("A) | Bisección | Raíz aproximada:", e)

A) | Bisección | Raíz aproximada: -0.431421127319336
A) | Bisección | Raíz aproximada: 0.4506559371948242
A) | Bisección | Raíz aproximada: 1.74473857877963867
A) | Bisección | Raíz aproximada: 2.23832035064669727
A) | Bisección | Raíz aproximada: 3.7090415954589844
```

7. La función

$$f(x) = x^{1/3} \text{ tiene raíz en } x = 0$$

Usando el punto de inicio de $x = 1$ y $p_0 = 5, p_1 = 0.5$

para el método de secante, compare los resultados de los métodos de la secante y de Newton

```
In [15]: import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x**(1/3)

# Definir el rango de valores para x
x = np.linspace(-5, 4, 800)
y = f(x)

# Graficar la función con la línea de puntos
plt.plot(x, y, label='f(x) = x^(1/3)', color='cyan')

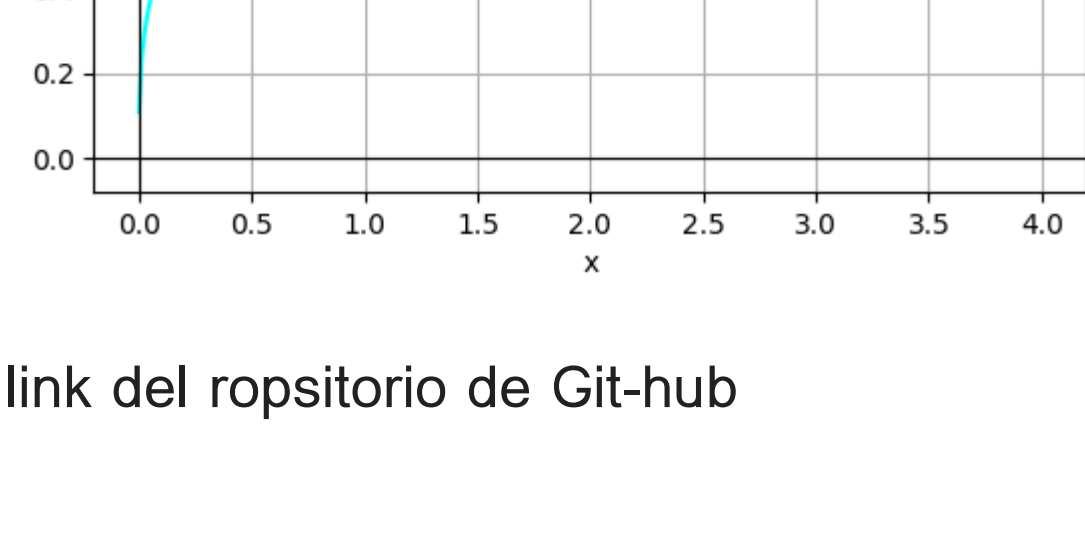
# Agregar título y etiquetas
plt.title('Gráfico de f(x)')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('f(x)')

# Mostrar la cuadrícula y los ejes
plt.grid(True)
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8) # Eje X
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8) # Eje Y

# Agregar leyenda
plt.legend()

# Mostrar la gráfica
plt.show()
```

C:\Users\pinto\AppData\Local\Temp\ipykernel_6896\104413373.py:6: RuntimeWarning: invalid value encountered in power
return x**(1/3)



link del repositorio de Git-hub

