

JUAN FRANCISCO PINTO ANDRANGO

TAREA N 1

GR10C

FECHA DE ENTREGA 29 DE OCTUBRE DEL 2025

Conjunto de Ejercicios 1

Resuélva los siguientes ejercicios, tome en cuenta que debe mostrar el desarrollo completo del ejercicio

Formulas para error-absoluto y error-absoluto

$$\text{error}_{\text{abs}} = |p - p'|$$

$$\text{error}_{\text{rela}} = \left| \frac{p - p'}{p} \right|, \neq 0$$

• a. $p = \pi, p' = 22/7$ • b. $p = e, p' = 2.718$ • c. $p = \pi, p' = 3.1416$ • d. $p = \sqrt{2}, p = 1.414$ En la resolución de estos ejercicios se hará uso de la librería `math` en python esto para la resolución de operaciones matemáticas avanzada como las Raíces cuadradas potencia y logaritmos también se las usara para las constantes matemáticas y Redondeo y valores absolutos.

```
In [1]: import math
euler = math.e
pi = 3.14159265

# ***** a *****
p = pi
p1 = 22/7

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

# ***** b *****
p = 2.718

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

# ***** c *****
p = euler
p1 = 3.1416

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

# ***** d *****
p = math.sqrt(2)
p1 = 1.414

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

error absoluto = 0.0012648289114285 error relativo = 0.0004620005778911945
error absoluto = 0.0002811459459046 error relativo = 0.0001036788601972718
error absoluto = 7.349999999739509e-06 error relativo = 2.339577660141302e-06
error absoluto = 0.0002135623739522186 error relativo = 0.0001510114022192286
```

2. Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por p' *• a. $p = e^{10}, p' = 22000$ • b. $p = 10^7, p' = 1400$ • c. $p = 8!, p' = 39900$ • d. $p!, p' = \sqrt{18!}(9/e)^9$

```
In [9]: import math
euler = math.e
pi = 3.14159265

# ***** a *****
p = euler ** 10
p1 = 22000

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

# ***** b *****
p = 10 ** 7
p1 = 1400

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

# ***** c *****
p = math.factorial(8)
p1 = 39900

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

# ***** d *****
p = math.factorial(9)
p1 = math.sqrt(18 * pi) * (9/euler) ** 9

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

error absoluto = 26.465794806703343 error relativo = 0.0012015452533264888
error absoluto = 0.0002811459459046 error relativo = 0.0001036788601972718
error absoluto = 420 error relativo = 0.010416466646666666
error absoluto = 3343.127363467007 error relativo = 0.009212762796150261
```

3. Encuentre el intervalo más largo en el que se debe encontrar p * para aproximar a p con error relativo máximo de 10^{-4} para cada valor de p *

• Sabemos que el error relativo es

$$\text{error}_{\text{rela}} = \left| \frac{p - p'}{p} \right| \leq 10^{-4}$$

• entonces por lo tanto tenemos que

$$|p - p'| \leq 10^{-4}|p|$$

• ahora como $p > 0$, tenemos que $p(1 - 10^{-4}) \leq p'p(1 + 10^{-4})$ • a. π • b. e • c. $\sqrt{2}$ • d. $\sqrt[3]{7}$

```
In [4]: import math
euler = math.e
pi = 3.14159265

# ***** a *****
p = pi
p1 = pi

liminf_p = (1-10**-4)
limsup_p = (1+10**-4)

print("Intervalo = [", liminf_p, ", ", limsup_p, "]")

# ***** b *****
p = euler

liminf_p = (1-10**-4)
limsup_p = (1+10**-4)

print("Intervalo = [", liminf_p, ", ", limsup_p, "]")

# ***** c *****
p = math.sqrt(2)

liminf_p = (1-10**-4)
limsup_p = (1+10**-4)

print("Intervalo = [", liminf_p, ", ", limsup_p, "]")

# ***** d *****
p = 7 ** (1/3)

liminf_p = (1-10**-4)
limsup_p = (1+10**-4)

print("Intervalo = [", liminf_p, ", ", limsup_p, "]")

Intervalo = [ 3.141592653589793 , 3.141592653589793 ]
Intervalo = [ 2.7180100000276199 , 2.71853636641891 ]
Intervalo = [ 1.41407214010167 , 1.414549837293525 ]
Intervalo = [ 1.912739889541117 , 2.011227758988482 ]
```

4. Encuentre la aritmética de redondeo de tres dígitos para realizar lo siguiente. Calcule los errores absoluto y relativo con el valor exacto determinado para lo menos cinco dígitos

$$\text{a. } \frac{11}{2x-5}$$

$$\text{b. } -10x + 6e = \frac{3}{61}$$

$$\text{c. } \left(\frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{9}{11}\right)$$

$$\text{d. } \frac{\sin(x) + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$$

```
In [5]: import math
euler = math.e
pi = 3.14159265

# ***** a *****
a = (13/14 - 5/7)/(2*euler-5.4)
p = round(a,3)
p1 = round(a,5)
print(p, p1)

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", round(erroabs,5), ", error relativo =", round(errorela,8))

# ***** b *****
a = -10*pi + 6*euler - 3/61

p = round(a,3)
p1 = round(a,5)
print(p, p1)

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", round(erroabs,5), ", error relativo =", round(errorela,8))

# ***** c *****
a = (9/11) * (9/11)

p = round(a,3)
p1 = round(a,5)
print(p, p1)

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", round(erroabs,5), ", error relativo =", round(errorela,8))

# ***** d *****
a = (math.sin(pi) + math.sqrt(1-pi)) / (math.sqrt(1-pi) - math.sqrt(1-pi))

p = round(a,3)
p1 = round(a,5)
print(p, p1)

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", round(erroabs,5), ", error relativo =", round(errorela,8))

5.861 5.86982
error absoluto = 0.00038 error relativo = 6.484e-05
-15.159 -15.15542
error absoluto = 0.00042 error relativo = 2.771e-05
0.182 0.18382
error absoluto = 0.00018 error relativo = 0.0001
23.333 23.33333
error absoluto = 0.00026 error relativo = 1.085e-05
```

5. Los primeros tres términos diferentes a cero de la serie de MacLaurin para la función arctangente son: $x - (1/3)x^3 + (1/5)x^5$. Calcule los errores absoluto y relativo en las siguientes aproximaciones de π mediante el polinomio en lugar del arctangente.

$$\text{a. } 4\arctan\left(\frac{1}{3}\right) + \arctan\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$\text{b. } 16\arctan\left(\frac{1}{5}\right) - 4\arctan\left(\frac{1}{23}\right)$$

```
In [6]: import math
pi = math.pi
p1 = math.pi

print("valor real:", pi, "valor aproximado:", p1)

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

# ***** b *****
p1 = pi

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

5.861 5.86982
error absoluto = 0.00038 error relativo = 6.484e-05
15.159 -15.15542
error absoluto = 0.00042 error relativo = 2.771e-05
0.182 0.18382
error absoluto = 0.00018 error relativo = 0.0001
23.333 23.33333
error absoluto = 0.00026 error relativo = 1.085e-05
```

6. El número n se puede definir para medir de $e = \sum_{n=0}^{\infty} (1/n!)$, donde $n! = n(n-1)\dots 2 \cdot 1$ para $n \neq 0$ y $0! = 1$. Calcule los errores absoluto y relativo en la siguiente aproximación de e :

$$\text{a. } \sum_{n=0}^3 \frac{1}{n!}$$

$$\text{b. } \sum_{n=0}^4 \frac{1}{n!}$$

```
In [7]: import math
pi = math.pi
p1 = math.pi

print("valor real:", pi, "valor aproximado:", p1)

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

# ***** b *****
p1 = pi

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

5.861 5.86982
error absoluto = 0.00038 error relativo = 6.484e-05
15.159 -15.15542
error absoluto = 0.00042 error relativo = 2.771e-05
0.182 0.18382
error absoluto = 0.00018 error relativo = 0.0001
23.333 23.33333
error absoluto = 0.00026 error relativo = 1.085e-05
```

7. Suponga que dos puntos $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$ se encuentran en una recta con $y_1 \neq y_0$. Existen dos fórmulas para encontrar la intersección x de la línea:

$$\text{a. } \frac{x_0 - x_1}{y_0 - y_1} = \frac{x - x_0}{y - y_0}$$

$$\text{b. } 16\arctan\left(\frac{1}{5}\right) - 4\arctan\left(\frac{1}{23}\right)$$

```
In [8]: import math
pi = math.pi
p1 = math.pi

print("valor real:", pi, "valor aproximado:", p1)

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

# ***** b *****
p1 = pi

erroabs = abs(p - p1)
errorela = abs((p - p1)/p)
print("error absoluto =", erroabs, ", error relativo =", errorela)

5.861 5.86982
error absoluto = 0.00038 error relativo = 6.484e-05
15.159 -15.15542
error absoluto = 0.00042 error relativo = 2.771e-05
0.182 0.18382
error absoluto = 0.00018 error relativo = 0.0001
23.333 23.33333
error absoluto = 0.00026 error relativo = 1.085e-05
```

La segunda fórmula trabaja de una manera más optimizada y numéricamente más estable. Notamos también que disminuye la propagación de errores como el redondeo cuando se realizan cálculos. Evita operaciones como la multiplicación, que pueden llegar a ampliar ciertos errores.

Destaca también en el estructuramiento de operaciones para realizar precisión en las operaciones. Cabe aclarar que con ambas fórmulas se obtiene el mismo resultado, aunque podríamos llegar a obtener resultados diferentes cuando se trabaje con dígitos mayores

Insertar ecuaciones

Nombre Comando

Salida

Número simple \$123\\$ 123

Decimal \$3.14\\$ 3.14

Fracción \$\frac{a}{b}\\$ \frac{a}{b}\$

Potencia \$x^{n\\$} x^n\$

Raíz cuadrada \$\sqrt{x\\$} \sqrt{x}\$

Raíz n-ésima \$\sqrt[n]{x\\$} \sqrt[n]{x}\$

Notación científica \$5 \times 10^{10\\$} 5 \times 10^{10}\$

Multiplicación \$a \times b\\$ a * b

División (símbolo) \$\frac{a}{b}\\$ a/b\$

a ÷ b

Igual \$a = b\\$ a == b

No igual \$a \neq b\\$ a != b

Menor que \$a < b\\$ a < b

Mayor que \$a > b\\$ a > b

Menor o igual \$a \leq b\\$ a <= b

Mayor o igual que \$a \geq b\\$ a >= b

Más-menos (\$\pm\\$) \$\pm a\\$ a ± b

Porcentaje \$50\%\\$ 50%

Proporcionalidad \$\frac{a}{b} \text{proporcional a } c\\$ a/b * c

Percentancia \$(c\%)\\$ a % b

No pertenencia \$(a \notin B)\\$ a notin B

Suma de \$(-1)^n\\$ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n

Producto (II) \$\prod_{i=1}^n\\$ \prod_{i=1}^n

Límite \$\lim_{x \rightarrow a} f(x)\\$ lim(x,a,f)

Derivada simple \$\frac{d}{dx} f(x)\\$ D(f,x)

Derivada parcial \$\frac{\partial}{\partial x} f(x,y)\\$ D(f,x,y)

Integral \$\int_a^b f(x)\, dx\\$ Integral(a,b,f)

Paréntesis \$\frac{(a+b)}{(c+d)}\\$ (a+b)/(c+d)

Corchetes \$\frac{[a+b]}{[c+d]}\\$ [a+b]/[c+d]

Llaves \$\frac{\{a+b\}}{\{c+d\}}\\$ {a+b}/{c+d}

Vector \$\vec{v}\\$ v

Matriz simple \$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\\$ matrix([[a,b],[c,d]])

Insertar ecuaciones

Nombre Comando

Salida

Número simple \$123\\$ 123

Decimal \$3.14\\$ 3.14

Fracción \$\frac{a}{b}\\$ \frac{a}{b}\$

Potencia \$x^{n\\$} x^n\$

Raíz cuadrada \$\sqrt{x\\$} \sqrt{x}\$

Raíz n-ésima \$\sqrt[n]{x\\$} \sqrt[n]{x}\$</

