

JUAN FRANCISCO PINTO ANDRANGO

GR10C

FECHA DE ENTREGA 05 DE NOVIEMBRE DEL 2025

**Conjunto de ejercicios**1. Sea  $f(x) = -x^3 - \cos(x)$  y  $P_0 = -1$  use el método de newton y de la secante para encontrar  $P_2$ 2. Se podría usar  $P_0 = ?$ **MÉTODO DE NEWTON**

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}, n \geq 1$$

- Dado  $p_0 = -1$  $f(x) = -x^3 - \cos(x)$  $f'(x) = -3x^2 + \sin(x)$ 

Iteración 1:

$$x_1 = -1 - \frac{0.45969}{-3.84147} = -0.88033$$

 $f(-1) = -(-1)^3 - \cos(-1) = 0.45969$  $f(-1) = -3(-1)^2 + \sin(-1) = -3.84147$ 

Iteración 2:

$$x_2 = -0.88033 - \frac{0.04534}{-3.09589} = -0.86568$$

 $f(-0.88033) = -(-0.88033)^3 - \cos(-0.88033) = 0.04534$  $f(-0.88033) = -3(-0.88033)^2 + \sin(-0.88033) = -3.09589$ Por lo tanto sabemos que  $p_2 = -0.86568$ • Dado  $p_0 = 0$  $f(0) = -(0)^3 - \cos(0) = -1$  $f(0) = -3(0)^2 + \sin(0) = 0$ 

El método de Newton falla, porque dividiríamos por cero.

**MÉTODO DE LA SECANTE**- Dado  $p_0 = -1$  y elegido  $p_1 = -1.5$  $x_0 = x_{n-1} - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$ 

Cálculos:

 $f(-1.5) = -(-1.5)^3 - \cos(-1.5) = 3.30426$  $f(-1) = -(-1)^3 - \cos(-1) = 0.45969$  $x_2 = -1.5 - \frac{3.30426 - 0.45969}{3.30426 - (-1)} = -0.91919$ Por lo tanto sabemos que  $p_2 = -0.91919$ • Dado  $p_0 = 0$  y elegido  $p_1 = 1$  $f(0) = -(0)^3 - \cos(0) = -1$  $f(1) = -(1)^3 - \cos(1) = -1.54030$  $x_2 = 1 - \frac{(-1.54030) * \frac{1-0}{-1.54030 - (-1)}}{1} = -1.85082$ 2. Encuentre soluciones precisas dentro de  $10^{-4}$  para los siguientes problemasa.  $x^3 - 2x^2 - 5 = 0$  en  $[1,4]$ b.  $x^3 - 3x^2 - 1 = 0$  en  $[3,2]$ c.  $x - \cos x = 0$ ,  $[0,\pi/2]$ d.  $x - 0.8 - 0.2\sin x = 0$ ,  $[0,\pi/2]$ 

```
In [1]: # Definir la función f(x)
# Método de la secante (dos puntos)
def f(x):
    return x**3-2*x**2-5

a = secante(f, x0=1, x1=2)
print("a | Raiz aproximada:", a)

#b
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x**3-3*x**2-1

b = secante(f, x0=3, x1=2)
print("b | Raiz aproximada:", b)
```

```
#c
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x-np.cos(x)

c = secante(f, x0=0, x1=np.pi/2)
print("c | Raiz aproximada:", c)
```

```
#d
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x-0.8-0.2*np.sin(x)

d = secante(f, x0=0, x1=np.pi/2)
print("d | Raiz aproximada:", d)
```

3. Use los 2 métodos en esta sección para encontrar las soluciones dentro de  $10^{-5}$  para los siguientes problemasa.  $3x - e^x = 0$  para  $1 \leq x \leq 2$ b.  $2x + 3\cos x - e^x = 0$  para  $1 \leq x \leq 2$ 

```
In [4]: # Importar numpy
## A
def f(x):
    return 3*x - np.exp(x)

def fprime(x):
    return 3 - np.exp(x)

x1=1
x2=2

print("\n a")
a = secante(f, x0=1, x1=2, tol=1e-5)
print("Newton-Raphson | Raiz aproximada:", a)
```

```
#b
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return 2*x + 3*np.cos(x) - np.exp(x)

def fprime(x):
    return 2 - 3*np.sin(x) - np.exp(x)

x1=1
x2=2

print("\n b")
b = secante(f, x0=1, x1=2, tol=1e-5)
print("Newton-Raphson | Raiz aproximada:", b)
```

```
#c
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return 2*x**3+9*x**2+9*x**2-22*x-9

c = secante(f, x0=1, x1=2, tol=1e-5)
print("Newton-Raphson | Raiz aproximada:", c)
```

4. El polinomio de cuarto grado

 $f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$ Encuentre dos ceros reales, uno en  $[-1,0]$  y el otro en  $[0,1]$ . Intente aproximar estos ceros dentro de  $10^{-6}$  con

a. El método de la secante (use los extremos como las estimaciones iniciales)

b. El método de Newton (use el punto medio como estimación inicial)

```
In [5]: ## A
def f(x):
    return 230*x**4+18*x**3+9*x**2-221*x-9

def fprime(x):
    return 920*x**3+54*x**2+18*x-221

print("\n a")
a = secante(f, x0=-1, x1=0, tol=1e-6)
print("Secante | Raiz aproximada:", a)

## B
def f(x):
    return 2*x**3+3*x**2+3*x+1

def fprime(x):
    return 6*x**2+6*x+3

x1=-1
x2=1

print("\n b")
b = secante(f, x0=-1, x1=1, tol=1e-6)
print("Secante | Raiz aproximada:", b)
```

5. La función

 $f(x) = \tan(\pi x) - 6$  tiene cero en  $1/\pi$   $\text{arctan} 6 \approx 0.447431543$ .

Seap\_0 = 0 y p\_1 = 0.448 y use 10 iteraciones en cada uno de los siguientes métodos para aproximar esta raíz. ¿Cuál método es más eficaz y por qué?

a. Método de bisección

b. Método de Newton

c. Método de la secante

```
In [6]: # Algoritmo de bisección
def bisection_method(f, a, b, tol=1e-5, max_iter=100):
    """Bisección: divide el intervalo en mitades de f(a) y f(b) sean opuestos
    si f(a) * f(b) <= 0:
        print("No se puede aplicar el método de bisección. Los signos de f(a) y f(b) deben ser opuestos.")
        return None

    iter_count = 0
    while (b - a) / 2.0 > tol:
        c = (a + b) / 2.0
        if f(c) == 0:
            print("Se ha encontrado una raíz")
            return c
        elif f(c) * f(a) < 0:
            # Actualizar el intervalo
            b = c
        else:
            a = c
        iter_count += 1
        if iter_count > max_iter:
            print("Se alcanzó el número máximo de iteraciones.")
            return None

    return (a + b) / 2.0
```

```
In [7]: def f(x):
    return 230*x**4+18*x**3+9*x**2-221*x-9

def fprime(x):
    return 920*x**3+54*x**2+18*x-221
```

```
print("\n a")
a = secante(f, x0=-1, x1=0, tol=1e-6)
print("Secante | Raiz aproximada:", a)

#b
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return 2*x**3+3*x**2+3*x+1

def fprime(x):
    return 6*x**2+6*x+3
```

```
x1=-1
x2=1

print("\n b")
b = secante(f, x0=-1, x1=1, tol=1e-6)
print("Secante | Raiz aproximada:", b)
```

6. La función descrita por  $f(x) = \ln(x^2 + 1) - e^{0.4x} \cos(\pi x)$  tiene un número infinito de cerosa. Determine, dentro de  $10^{-6}$ , el único cero negativob. Determine, dentro de  $10^{-6}$ , los cuatro ceros positivos más pequeñosc. Determine una aproximación inicial razonable para encontrar el enésimo cero positivo más pequeño de  $f$ .Sugerencia: Dibuje una gráfica aproximada de  $f$ .d. Use la parte c) para determinar, dentro de  $10^{-6}$ , el vigesimotercer cero positivo más pequeño de  $f$ 

```
In [8]: # Importar numpy
import numpy as np

# Definir la función f(x)
def f(x):
    return np.log(x**2 + 1) - np.exp(0.4 * x) * np.cos(np.pi * x)

# Definir el rango de valores para x
x = np.linspace(-2, 7, 800)
y = f(x)

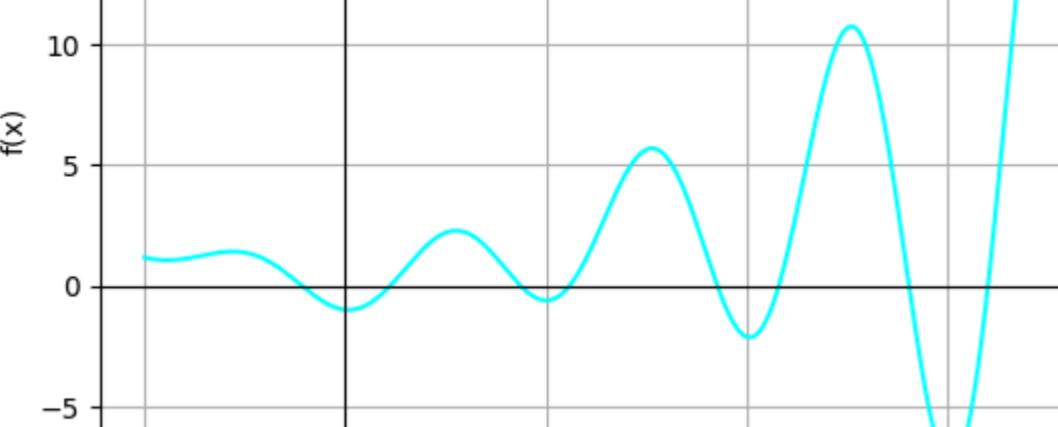
# Graficar la función con las líneas de puntos
plt.plot(x, y, label="f(x) = ln(x^2 + 1) - e^(0.4x) cos(pi*x)", color="cyan")

# Agregar título y etiquetas
plt.title("Grafico de f(x)")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("f(x)")

# Mostrar la cuadrícula y los ejes
plt.grid(True)
plt.axhline(0, color="black", linewidth=0.8) # Eje X
plt.axvline(0, color="black", linewidth=0.8) # Eje Y

# Agregar leyenda
plt.legend()

# Mostrar la gráfica
plt.show()
```

Gráfico de  $f(x)$ 

def f(x):
 return np.log(x\*\*2 + 1) - np.exp(0.4 \* x) \* np.cos(np.pi \* x)

a = bisection\_method(f, -1, 0, tol=1e-6)

print("a | Bisección | Raiz aproximada:", a)

b = bisection\_method(f, 0, 1, tol=1e-6)

print("b | Bisección | Raiz aproximada:", b)

c = bisection\_method(f, 1, 2, tol=1e-6)

print("c | Bisección | Raiz aproximada:", c)

d = bisection\_method(f, 2, 3, tol=1e-6)

print("d | Bisección | Raiz aproximada:", d)

e = bisection\_method(f, 3.5, 3.9, tol=1e-6)

print("e | Bisección | Raiz aproximada:", e)

a | Bisección | Raiz aproximada: -0.43412117319336

b | Bisección | Raiz aproximada: 0.44742919921874996

c | Bisección | Raiz aproximada: 1.239714698599015

d | Bisección | Raiz aproximada: 2.2382035056469727

e | Bisección | Raiz aproximada: 3.7090415954589844

5. La función

 $f(x) = x^{1/3}$  tiene raíz en  $x = 1$ Usando el punto de inicio de  $x = 1$  y  $p_0 = 5$ ,  $p_1 = 0.448$  y use 10 iteraciones en cada uno de los siguientes métodos para aproximar esta raíz. ¿Cuál método es más eficaz y por qué?

a. Método de bisección

b. Método de Newton

c. Método de la secante

```
In [10]: import matplotlib.pyplot as plt

# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x**1/3

# Definir el rango de valores para x
x = np.linspace(-2, 7, 800)
y = f(x)

# Graficar la función con las líneas de puntos
plt.plot(x, y, label="f(x) = x^(1/3)", color="cyan")

# Agregar título y etiquetas
plt.title("Grafico de f(x)")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("f(x)")

# Mostrar la cuadrícula y los ejes
plt.grid(True)
plt.axhline(0, color="black", linewidth=0.8) # Eje X
plt.axvline(0, color="black", linewidth=0.8) # Eje Y

# Agregar leyenda
plt.legend()

# Mostrar la gráfica
plt.show()
```

Gráfico de  $f(x)$ 

link del repositorio de Git-hub

