Comenzado el	sábado, 11 de enero de 2025, 11:05
Estado	Finalizado
Finalizado en	sábado, 11 de enero de 2025, 13:59
Tiempo empleado	2 horas 54 minutos
Calificación	**12,13** de 25,00 (**49**%)

Información

NOTA

Recomendaciones para la evaluación automática

En los casos de ser necesario escribir expresiones matemáticas escriba su respuesta siguiendo los siguientes lineamientos, de tal forma de ahorrar tiempo en la evaluación automática:

- sin espacios
- anteponer los coeficientes de mayor orden
- evitar el uso innecesario de símbolos (i.e.g paréntesis multiplicaciones, etc).
- De ser estrictamente necesario usar *asterisco* ***** como símbolo de multiplicación.

Ejemplos correctos

-(x+1)^2

y^3=-2x^2+5x-7

Ejemplos incorrectos

(-)(x + 1) ^(2)

y^{3} = -2*x^(2) + 5*x - 7

Dudas y aclaraciones

[MUY IMPORTANTE] Cero en caso de copia detectada.

En caso de existir errores en:

- las indicaciones de las preguntas
- el formato de sus respuestas
- las respuestas automáticas del examen
- el código provisto u otro recurso externo

notificar al profesor vía correo electrónico u otro medio que guarde constancia de su reclamo. Luego de revisión, en caso de ameritar, recibirá el porcentaje completo de la nota en el literal de la pregunta correspondiente.

Pregunta **1**

Correcta

Puntúa 1,00 sobre 1,00

El método de los mínimos cuadrados sirve para ajustar ***cualquier*** función diferenciable $f(x)$ a un conjunto de puntos dados $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2) \ldots (x_n, y_n)\}$.

Para ello, se debe minimizar el cuadrado de la diferencia entre la predicción $\hat{y}_i$ y el valor medido y_i:

$E = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2, \hat{y}_i = f(x_i)$

Los parámetros de la función $f(x)$ se obtienen al plantear el sistema de ecuaciones obtenido de las derivadas parciales igualadas a cero.

$\nabla E = 0$

Elija cuál es el sistema de ecuaciones correspondiente al utilizar el método de los mínimos cuadrados a la función:

$f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

Seleccione una:

a. $(\sum (y_i - (a_2 x_i^2 - a_1 x_i - a_0))(-x_i^2), \sum (y_i - (a_2 x_i^2 - a_1 x_i - a_0))(2x_i), \sum (y_i - (a_2 x_i^2 - a_1 x_i - a_0)) * 2) = 0$

b. $(\sum (y_i - a_2 x_i^2 - a_1 x_i - a_0)(x_i^2), \sum (y_i - a_2 x_i^2 - a_1 x_i - a_0)(x_i), \sum (y_i - a_2 x_i^2 - a_1 x_i - a_0)) = 0$ ✔

c. $(\sum(y_i - (a_2 x_i^2 - a_1 x_i - a_0))(-x_i^2), \sum(y_i - (a_2 x_i^2 - a_1 x_i - a_0))(x_i), \sum(y_i - (a_2 x_i^2 - a_1 x_i - a_0))(-1)) = 0$

d. $(\sum(y_i - a_2 x_i^2 + a_1 x_i + a_0)(x_i^2), \sum(y_i - a_2 x_i^2 + a_1 x_i + a_0)(x_i), \sum(y_i - a_2 x_i^2 + a_1 x_i + a_0)) = 0$

Respuesta correcta

Pregunta **2**

Parcialmente correcta

Puntúa 1,00 sobre 9,00

Interpolación por mínimos cuadrados

Programación

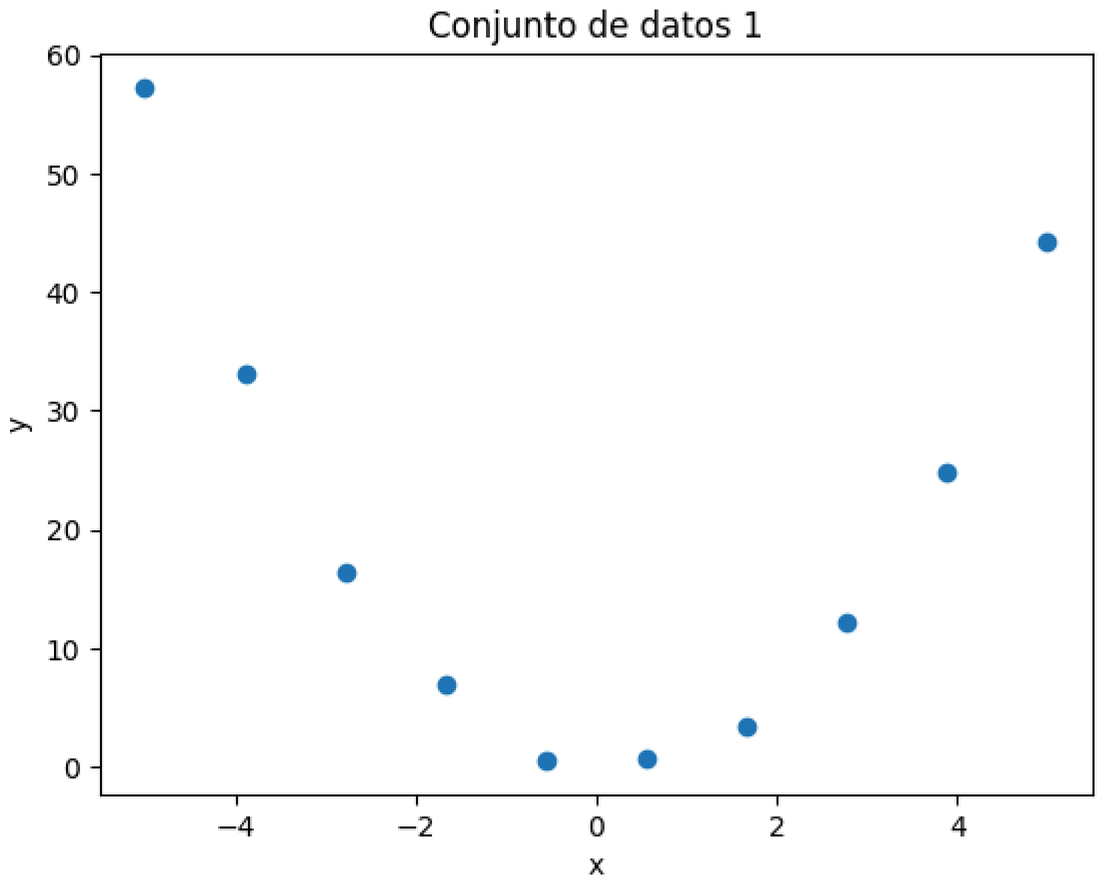
En base al siguiente código:

https://github.com/ztjona/MN-24B-prueba02.git

realice la interpolación **adecuada,** por el método de mínimos cuadrados, para los conjuntos de datos dados.

Su trabajo es crear las funciones del cálculo del gradiente para la interpolación de la función seleccionada.

Conjunto de datos 1



¿Cuál es la función idónea para interpolar estos puntos?

- función lineal, $y = a_1 x + a_0$
- función cuadrática $y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ✔
- función cúbica
- función exponencial, $y = a \times exp(bx)$

\(a_2 = \) ✖

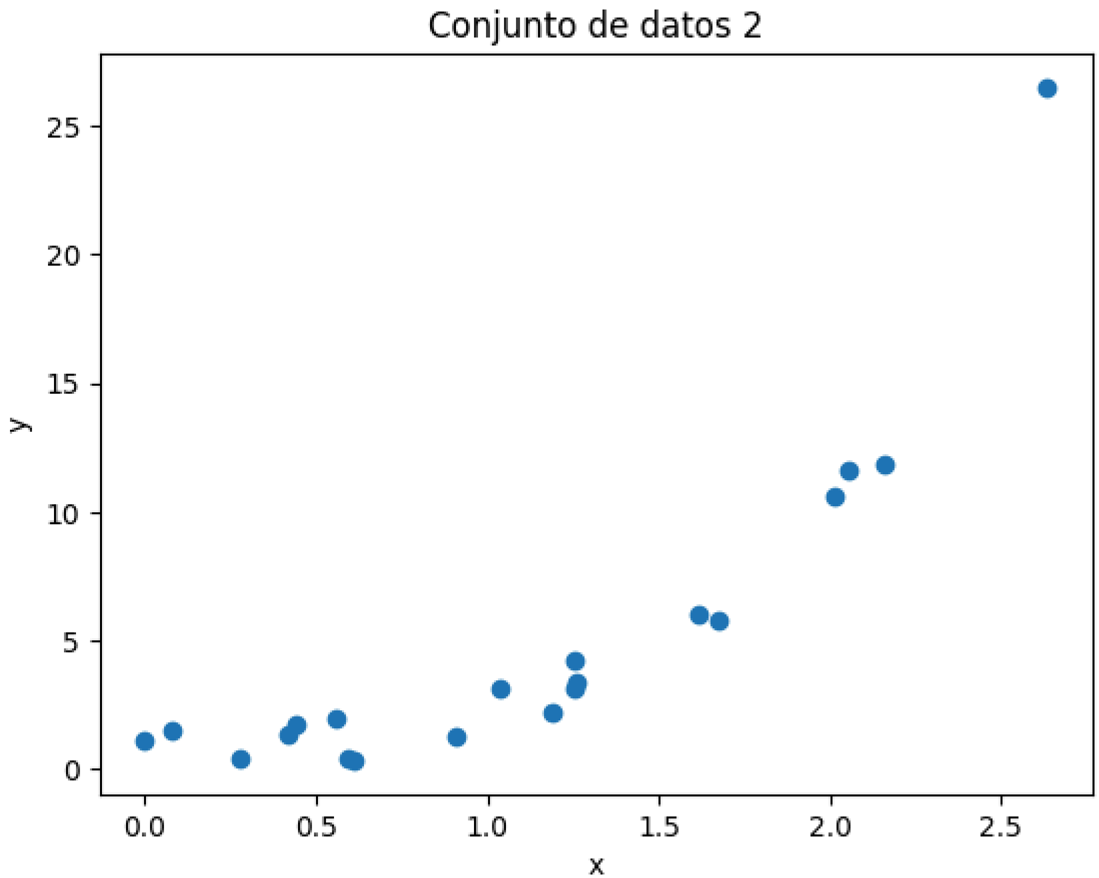
\(a_1 = \) ✖

\(a_0 = \) ✖

\(y(2.25) = \) ✖

\(y(-2.25) = \) ✖

Conjunto de datos 2



¿Cuál es la función idónea para interpolar estos puntos?

- función lineal, $y = a_1 x + a_0$
- función cuadrática $y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$
- función cúbica
- función exponencial, $y = a \times exp(bx)$ ✔

\(a = \) ✖

\(b = \) ✔

\(y(5) = \) ✖

\(y(1) = \) ✖

Link del **Notebook** en repositorio público de Github.

✔

Indicaciones

- Usar el método de mínimos cuadrados para interpolación.
- Graficar los puntos dados y el resultado de la curva interpolada.
- Modificar y utilizar SOLO el código provisto. No se aceptarán la utilización de otras librerías o funciones.

Pregunta 3

Parcialmente correcta

Puntúa 0,50 sobre 1,00

Dada una matriz $A = [a_{ij}]$

¿Cuál es la definición matemática de los diferentes tipos de matrices?

$a_{ij} = 0$, para $i \neq j$	Diagonal	✔
$\lvert a_{ii}\rvert \geq \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}} \lvert a_{ik}\rvert$ para $i = 1, 2, \ldots, n$	Diagonal	✖
$a_{ij} = 0$, para $j = 1, 2, \ldots, n$, $i = 1, 2, \ldots, j-1$	Matriz triangular superior	✖
$a_{ij} = 0$, para $j = 1, 2, \ldots, n$, $i = j+1, j+2, \ldots, n$	Matriz triangular superior	✔

Respuesta parcialmente correcta.

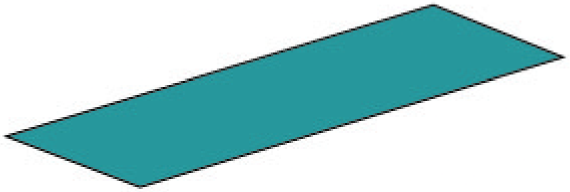
Ha seleccionado correctamente 2.

Pregunta **4**

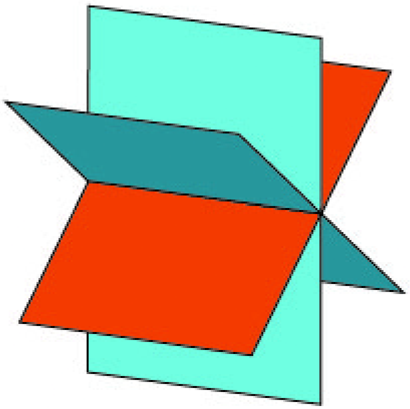
Parcialmente correcta

Puntúa 0,63 sobre 1,00

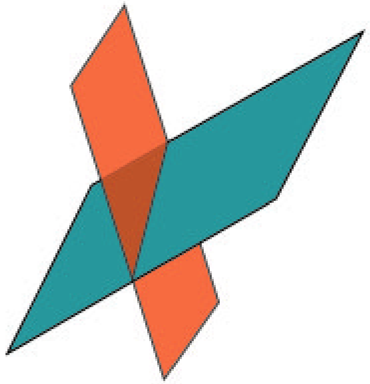
¿Qué tipo de solución tienen los siguientes sistemas de ecuaciones lineales de 3 variables?



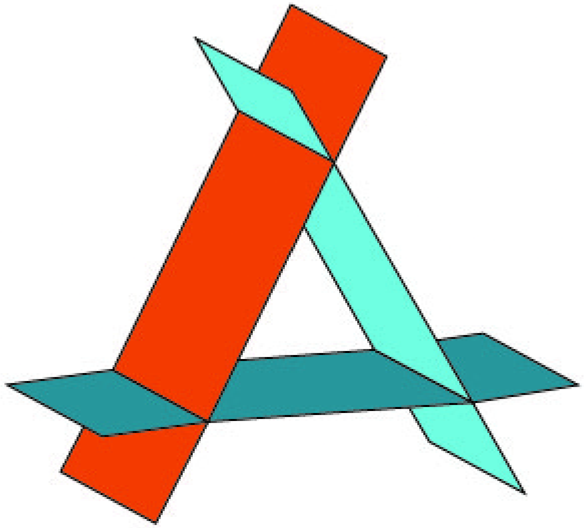
Ninguna de las anteriores ✖



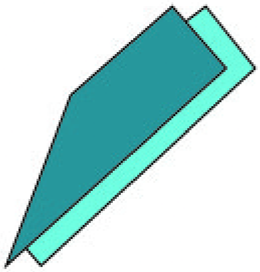
Soluciones infinitas [eqns dependientes] ✔



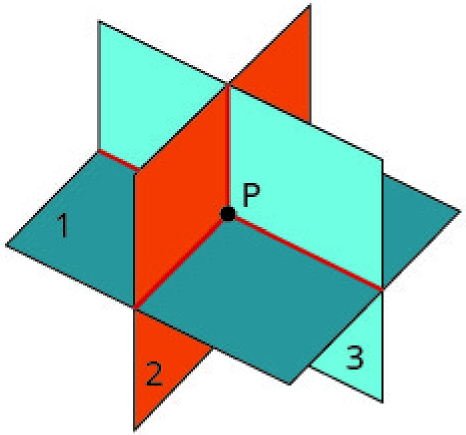
Sin solución [eqns inconsistentes] ✖



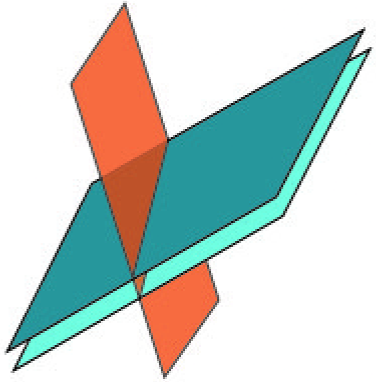
Sin solución [eqns inconsistentes] ✔



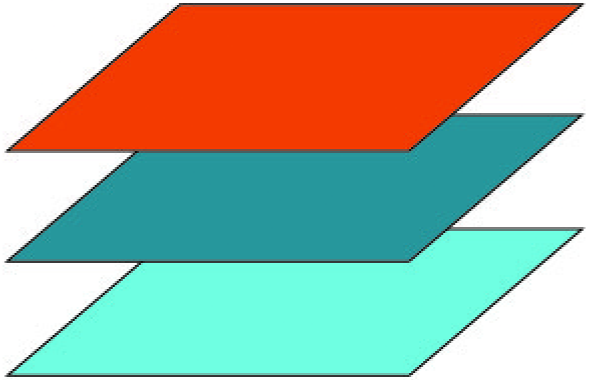
Soluciones infinitas [eqns dependientes] ✖



Solución única ✔



Sin solución [eqns inconsistentes]



Sin solución [eqns inconsistentes]

Respuesta parcialmente correcta.

Ha seleccionado correctamente 5.

Pregunta **5**

Incorrecta

Puntúa 0,00 sobre 1,00

La fórmula química:

$$x_1[Ca(OH)_2] + x_2[HNO_3] \rightarrow x_3[CA(NO_3)_2] + x_4[H_2O]$$

indica que x_1 moléculas de hidróxido de calcio se combinan con x_2 moléculas de ácido nítrico para producir x_3 moléculas de nitrato de calcio y x_4 moléculas de agua.

Determine x_1, x_2, x_3, x_4 de tal forma que el número de átomos de H, O, Ca y N se conserve antes y después de la reacción.

$x_1 =$ sin solución ✖

$x_2 =$ 2 ✖

$x_3 =$ sin solución ✖

$x_4 =$ sin solución ✖

Pregunta 6

Incorrecta

Puntúa 0,00 sobre 3,00

Dado el sistema:

$x_1 - \alpha \times x_2 = -1$

$\alpha \times x_1 - 4x_2 = 2$

Determine el valor de α para obtener:

- sistema sin solución $\alpha =$ ✖
- sistema de soluciones infinitas $\alpha =$ ✖

Pregunta **7**

Correcta

Puntúa 3,00 sobre 3,00

Asuma que conoce la matriz inversa A^{-1} y desea resolver un sistema de ecuaciones lineales de la forma:
$Ax = b$

¿Cuál es el número de multiplicaciones - divisiones y sumas - restas que este método requiere (i.e. dada la matriz inversa A^{-1}) en función de n?

Número de sumas - restas $=$

Número de multiplicaciones - divisiones $=$

Pregunta **8**

Correcta

Puntúa 2,00 sobre 2,00

Considere el siguiente método híbrido que mezcla eliminación gaussiana y Gauss-Jordan.

"Primero, aplique la técnica de eliminación gaussiana para reducir el sistema a una forma triangular. A continuación, utilice la enésima ecuación para eliminar los coeficientes de x_n en cada una de las primeras $n-1$ filas. Después de completar esto utilice la ($n-1$)-ésima ecuación para eliminar los coeficientes x_{n-1} en las primeras $n-2$ columnas y así sucesivamente. "

Este método híbrido tiene la siguiente complejidad:

multiplicaciones-divisiones $= n^3/3 + 3/2n^2 - 5/6n$

sumas- restas $= n^3/3 + n^2/2 - 5/6n$

Además, recuerde que la complejidad de los métodos de eliminación gaussiana y Gauss-Jordan está dada por la siguiente Tabla.

	Eliminación gaussiana	**Gauss-Jordan**
Sumas-restas	$\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}-\frac{5n}{6}$	$\frac{n^3}{2}-\frac{n}{2}$
Multiplicaciones-divisiones	$\frac{n^3}{3}+n^2-\frac{n}{3}$	$\frac{n^3}{2}+n^2-\frac{n}{2}$

Ordene el desempeño de los tres métodos para cuando n tiende al infinito:

Gauss-Jordan:	3er lugar, menos eficiente
Eliminación gaussiana:	1er lugar, más eficiente
Método híbrido:	2do lugar, intermedio

Respuesta correcta

Pregunta **9**

Correcta

Puntúa 4,00 sobre 4,00

En base a la siguiente propiedad del determinante $det A$:

Property: Determinants of Triangular Matrices

The determinant of a triangular matrix is the product of the entries on the main diagonal:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{vmatrix} = adf, \quad \begin{vmatrix} u & 0 & 0 \\ v & w & 0 \\ x & y & z \end{vmatrix} = uwz.$$

modifique el siguiente código base y resuelva:

https://github.com/ztjona/MN-24B-prueba02.git

Ejercicio 1

Calcule el determinante de:

A =

-4	2	-4	-4	1	2	5	3	5	1
1	0	4	3	0	-2	3	0	1	5
5	5	-4	5	-4	2	2	2	4	4

-1	3	4	-1	-4	0	5	0	0	5
4	1	4	2	0	0	3	-1	0	2
2	-2	1	-1	-2	-3	2	-2	4	-1
3	-2	-3	-2	-1	-3	5	-1	5	0
3	4	-3	3	-2	2	-4	-4	1	5
-4	0	3	3	-3	-2	-2	0	5	-4
-2	4	4	-2	-1	1	5	-1	3	-3

¿Qué tipo de solución tendría el sistema de ecuaciones con matriz A?

Solución única ✔

$det A =$ ✔ (escriba la respuesta con máximo 9 cifras significativas sin mover el punto decimal, e.g. 10345.12)

Ejercicio 2

$A_2 =$

2	2	4	5	-2	-3	2	-2
-1	-1	3	2	1	1	-4	4
2	5	-3	-3	-2	2	5	3
-2	-4	0	1	-1	5	-4	-1
1	-2	-1	5	5	2	1	-2
5	4	0	3	4	-1	-3	-2
4	-4	1	2	3	3	-1	3

-2 1 -3 0 5 4 4 -4

¿Qué tipo de solución tendría el sistema de ecuaciones con matriz A_2?

Solución única

$det A_2 =$ (escriba la respuesta con máximo 9 cifras significativas sin mover el punto decimal, e.g. 10345.12)

Enlace de su código en Github

Indicaciones

Su trabajo es ajustar el código de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales para encontrar el valor del determinante.
Tenga en cuenta las siguientes consideraciones:

- Usar algún método de resolución de sistemas de ecuaciones lineales para calcular el determinante.
- Usar la función creada para calcular el determinante de la matriz de ejemplo A.
- Listar los cambios realizados.
- Modificar y utilizar SOLO el código provisto. No se aceptarán la utilización de otras librerías o funciones.