Comenzado el	jueves, 7 de agosto de 2025, 11:05
Estado	Finalizado
Finalizado en	jueves, 7 de agosto de 2025, 13:30
Tiempo empleado	2 horas 24 minutos
Calificación	**54,75** de 70,00 (**78**%)

Información

NOTA

Recomendaciones para la evaluación automática

En los casos de ser necesario escribir expresiones matemáticas escriba su respuesta siguiendo los siguientes lineamientos, de tal forma de ahorrar tiempo en la evaluación automática:

- sin espacios
- anteponer los coeficientes de mayor orden
- evitar el uso innecesario de símbolos (i.e.g paréntesis multiplicaciones, etc).
- De ser estrictamente necesario usar *asterisco* ***** como símbolo de multiplicación.

Ejemplos correctos

-(x+1)^2

y^3=-2x^2+5x-7

Ejemplos incorrectos

(-)(x + 1) ^(2)

y^{3} = -2*x^(2) + 5*x - 7

Dudas y aclaraciones

[MUY IMPORTANTE] Cero en caso de copia detectada.

En caso de existir errores en:

- las indicaciones de las preguntas
- el formato de sus respuestas
- las respuestas automáticas del examen

- el código provisto u otro recurso externo

notificar al profesor vía correo electrónico u otro medio que guarde constancia de su reclamo. Luego de revisión, en caso de ameritar, recibirá el porcentaje completo de la nota en el literal de la pregunta correspondiente.

Pregunta **1**

Parcialmente correcta

Puntúa 3,75 sobre 5,00

Asigne según corresponda:

¿Cómo se conoce al conjunto de suposiciones que un modelo hace para generalizar más allá de los datos observados?	Sesgo inductivo ✔
¿El método de Euler para resolver ODEs en qué otro método se basa?	Series de Taylor ✔
¿Cómo se llama el error que se produce al usar un número finito de dígitos para representar números reales?	Error de representación ✔
¿Cuál es el método más eficiente para resolver sistemas de ecuaciones lineales?	Ninguna de las anteriores ✔
¿Cómo se llama al vector de derivadas parciales?	Gradiente ✔
¿Qué tipo de ecuación es $\partial^2 x/\partial t^2 = \partial x/\partial t + f(x,t)$?	Ecuación diferencial parcial ✖
¿Cómo se llama la función que se debe minimizar en el método de los mínimos cuadrados?	Error de truncamiento ✖
¿Cuál es el método para encontrar raíces que es estable?	Método de la bisección ✔

Pregunta **2**

Correcta

Puntúa 10,00 sobre 10,00

La ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ cuando $a \neq 0$ se puede resolver por dos métodos diferentes:

Método A

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Método B

$x_1 = \frac{-2c}{b+\sqrt{b^2-4ac}}$

$x_2 = \frac{-2c}{b-\sqrt{b^2-4ac}}$

Ejercicios

Calcule el error relativo de los siguientes ejercicios usando aritmética de computador con redondeo a cuatro cifras significativas.

Caso 1

$x^2 + 62.1x + 1 = 0$

Asuma que la solución es $x_1 = -0.016107237, x_2 = -62.083893$. Determine el error relativo para ambas raíces, en caso que alguna raíz no se pueda calcular, responda ***NaN*** y $n = 0$:

- Usando el Método A:

$e_{x_1} =$ 2.41678 $\times 10^n, n =$

$e_{x_2} =$ 2.59439 $\times 10^n, n =$

- Usando el Método B:

$e_{x_1} =$ 4.49301 $\times 10^n, n =$

$e_{x_2} =$ 1.94638 $\times 10^n, n =$

Caso 2

$1/3x^2 - 123/4x + 1/6 = 0$

Asuma que la solución es $x_1 = 92.24458, x_2 = 0.0054203727$. Determine el error relativo para ambas raíces, en caso que alguna raíz no se pueda calcular, responda ***NaN*** y $n = 0$:

- Usando el Método A:

$e_{x_1} =$ 1.6716 $\times 10^n, n =$

$e_{x_2} =$ 1.0 $\times 10^n, n =$

- Usando el Método B:

$e_{x_1} =$ NaN $\times 10^n, n =$

$e_{x_2} =$ 1.1573 $\times 10^n, n =$

¿Cuál es el método más aconsejable para un caso general? Método A

Pregunta 3
Correcta
Puntúa 10,00 sobre 10,00

Usando los métodos estudiados, determine **todas** las raíces de la ecuación:

$x^5 + 5.5 * x^4 + 4.5 * x^3 = 9.5 * x^2 + 15.5 * x + 6.$

IMPORTANTE

Puede utilizar la librería Scipy. Suba su código a un repositorio **público** de Github.

Solo puede revisar la documentación propia de Scipy en los siguientes sitios web.

https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.bisect.html

https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.newton.html

Ningún otro sitio web podrá ser accedido.

Enlace de su **Notebook** en Github

Escriba las raíces en orden ascendente, sin repetir y en caso de no existir x_i elija ***NaN***.

$x_1 =$

$x_2 =$

$x_3 =$

$x_4 =$

$x_5 =$

$x_6 =$

Pregunta **4**

Parcialmente correcta

Puntúa 3,00 sobre 10,00

Interpole el conjunto de datos dado usando las funciones en:

https://github.com/ztjona/MN-examen-02

Indicaciones

- Describa el procedimiento realizado.
- Determine la función de interpolación.
- Calcule el error relativo para todos los puntos.
- Para el conjunto de errores relativos, determine el mínimo, máximo y promedio.

Cree un repositorio público en Github y grafique su solución. Pegue aquí el enlace de su **notebook**.

✔

Conjunto de datos 1

Use los siguientes puntos en el formato: (x, y).

(-7.0, 18.295), (-6.96, 18.924), (-6.92, 17.099), (-6.879, 19.592), (-6.839, 18.568), (-6.799, 16.477), (-6.759, 18.783), (-6.719, 18.082), (-6.678, 18.099), (-6.638, 16.696), (-6.598, 16.457), (-6.558, 15.253), (-6.518, 18.337), (-6.477, 17.789), (-6.437, 17.014), (-6.397, 16.393), (-6.357, 16.286), (-6.317, 14.595), (-6.276, 15.176), (-6.236, 14.259), (-6.196, 16.252), (-6.156, 14.637), (-6.116, 15.447), (-6.075, 15.911), (-6.035, 13.627), (-5.995, 14.585), (-5.955, 12.948), (-5.915, 14.402), (-5.874, 14.563), (-5.834, 16.175), (-5.794, 14.377), (-5.754, 14.59), (-5.714, 14.161), (-5.673, 13.703), (-5.633, 13.377), (-5.593, 14.239), (-5.553, 13.006), (-5.513, 12.95), (-5.472, 13.591), (-5.432, 13.893), (-5.392, 11.532), (-5.352, 14.877), (-5.312, 13.337), (-5.271, 13.795), (-5.231, 12.723), (-5.191, 13.756), (-5.151, 11.947), (-5.111, 13.191), (-5.07, 12.461), (-5.03, 13.801), (-4.99, 13.337), (-4.95, 13.225), (-4.91, 13.312), (-4.869, 13.716), (-4.829, 13.061), (-4.789, 12.932), (-4.749, 13.159), (-4.709, 12.647), (-4.668, 12.159), (-4.628, 12.693), (-4.588, 11.234), (-4.548, 13.657), (-4.508, 12.131), (-4.467, 13.116), (-4.427, 11.28), (-4.387, 13.204), (-4.347, 12.681), (-4.307, 12.355), (-4.266, 12.447), (-4.226, 14.183), (-4.186, 14.629), (-4.146, 13.632), (-4.106, 12.527), (-4.065, 12.806), (-4.025, 12.193), (-3.985, 13.291), (-3.945, 13.825), (-3.905, 13.299), (-3.864, 14.618), (-3.824, 14.539), (-3.784, 12.474), (-3.744, 12.456), (-3.704, 14.371), (-3.663, 13.912), (-3.623, 12.522), (-3.583, 14.085), (-3.543, 12.861), (-3.503, 14.924), (-3.462, 14.87), (-3.422, 13.489), (-3.382, 15.417), (-3.342, 15.143), (-3.302, 14.011), (-3.261, 14.199), (-3.221, 14.469), (-3.181, 13.842), (-3.141, 13.583), (-3.101, 14.657), (-3.06, 14.469), (-3.02, 14.213), (-2.98, 16.496), (-2.94, 14.685), (-2.899, 16.626), (-2.859, 13.83), (-2.819, 15.049), (-2.779, 14.276), (-2.739, 16.734), (-2.698, 18.072), (-2.658, 16.275), (-2.618, 16.2), (-2.578, 16.4), (-2.538, 17.622), (-2.497, 17.129), (-2.457, 17.629), (-2.417, 15.697), (-2.377, 16.156), (-2.337, 17.454), (-2.296, 17.942), (-2.256, 15.999), (-2.216, 17.687), (-2.176, 17.084), (-2.136, 18.711), (-2.095, 14.939), (-2.055, 20.116), (-2.015, 18.477), (-1.975, 16.642), (-1.935, 19.969), (-1.894, 19.283), (-1.854, 20.629), (-1.814, 17.274), (-1.774, 18.177), (-1.734, 20.677), (-1.693, 22.297), (-1.653, 24.108), (-1.613, 21.001), (-1.573, 22.261), (-1.533, 19.508), (-1.492, 19.727), (-1.452, 23.987), (-1.412, 22.089), (-1.372, 24.427), (-1.332, 19.869), (-1.291, 24.149), (-1.251, 23.872), (-1.211, 26.017), (-1.171, 21.804), (-1.131, 23.37), (-1.09, 25.047), (-1.05, 23.894), (-1.01, 24.512), (-0.97, 27.049), (-0.93, 27.149), (-0.889, 26.742), (-0.849, 23.91), (-0.809, 24.265), (-0.769, 27.464), (-0.729, 23.775), (-0.688, 27.62), (-0.648, 28.504), (-0.608, 28.295), (-0.568, 28.096), (-0.528, 31.528), (-0.487, 31.188), (-0.447, 29.722), (-0.407, 29.521), (-0.367, 31.992), (-0.327, 28.991), (-0.286, 31.823), (-0.246, 33.04), (-0.206, 31.061), (-0.166, 32.814), (-0.126, 29.264), (-0.085, 33.214), (-0.045, 33.981), (-0.005, 36.273), (0.035, 33.327), (0.075, 34.618), (0.116, 35.065), (0.156, 31.0), (0.196, 36.441), (0.236, 38.878), (0.276, 36.338), (0.317, 37.844), (0.357, 32.963), (0.397, 35.057), (0.437, 35.193), (0.477, 39.027), (0.518, 35.477), (0.558, 36.345), (0.598, 36.056), (0.638, 39.056), (0.678, 40.193), (0.719, 36.724), (0.759, 39.845), (0.799, 43.666), (0.839, 41.484), (0.879, 39.019), (0.92, 37.805), (0.96, 45.267), (1.0, 47.807)

Ingrese el polinomio que aproxima los puntos dados:

$y =$ ✔ x^4+ ✖ x^3+ ✖ x^2+ ✖ $x+$ ✖

¿Cuál es el error relativo promedio?

$e_{rel} =$ ✔

¿Cuál es el máximo error relativo obtenido?

$e_{max} =$ ✔

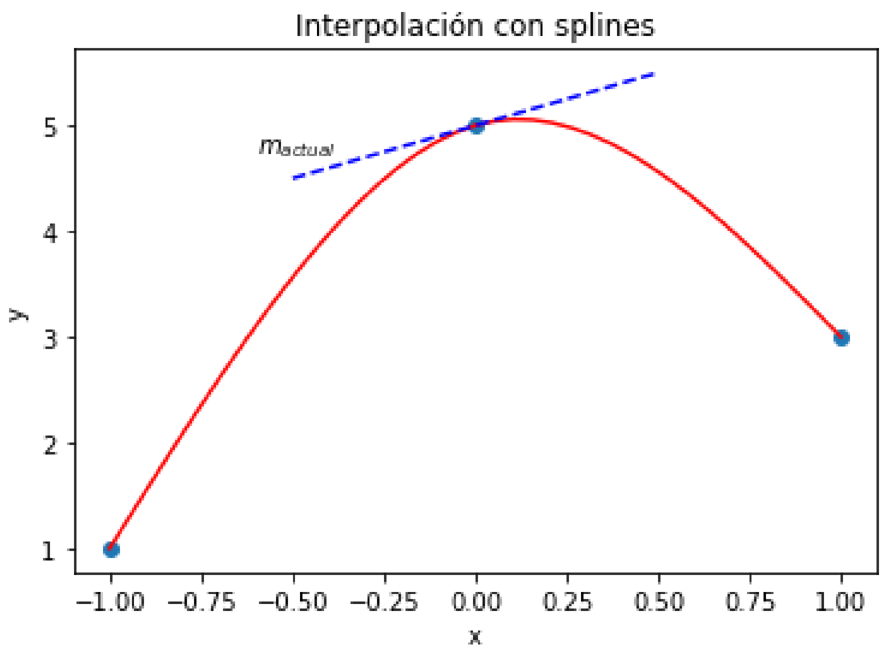
En su notebook, resalte el/los punto/s para el que se obtuvo el máximo error relativo.

Pregunta **5**

Parcialmente correcta

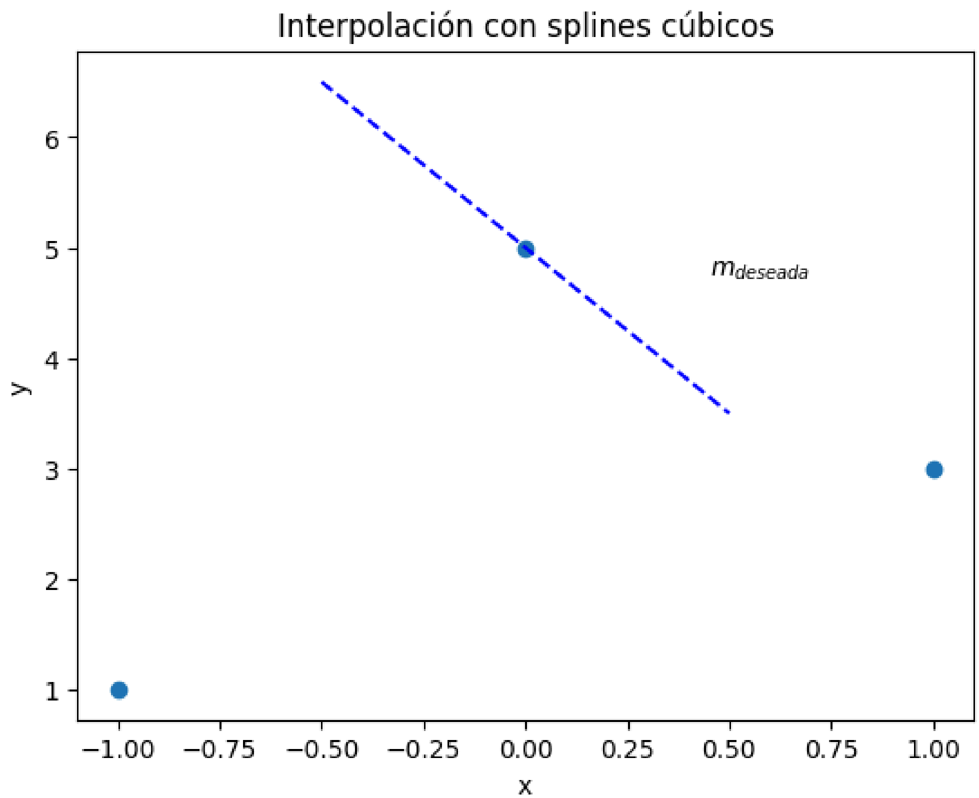
Puntúa 8,00 sobre 15,00

Dados los puntos $(-1, 1), (0, 5), (1, 3)$, se ha obtenido los splines cúbicos correspondientes.
Sin embargo, al observar la figura, usted no se siente satisfecho con la pendiente resultante en el punto (x_1, y_1). Y decide intentar una modificación a las ecuaciones, tal que los splines sean tangentes a una pendiente deseada m en el punto (x_1, y_1).



Recuerde que la expresión de un spline cúbico es la siguiente:
$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3$

¿En caso de ser posible, y bajo qué condiciones se puede encontrar los splines cúbicos que cumplan con la condición de $m = -3$?



Determine la ecuación que se debe modificar para poder cumplir con el requisito de m.

- $S_1(x_1) = y_1$
- Ninguna de las anteriores
- $S_1''(x_2) = 0$
- $S_0(x_0) = y_0$
- $S_1(x_2) = y_2$
- $S_0'(x_1) = S_1'(x_1)$ ✖
- Sin solución única. Depende de los valores de m

- $S_0(x_1) = y_1$
- $S_0''(x_0) = 0$
- $S_0''(x_1) = S_1''(x_1)$

Escriba la expresión del spline S_0. En caso de no existir solución, llene los casilleros con Nan.

$S_0(x) =$ ✖ $\times(x$ - ✔ $)^3$+✖ $\times(x$ - ✔ $)^2$+✖ $\times(x$ - ✔ $)$ + ✔

Escriba la expresión del spline S_1. En caso de no existir solución, llene los casilleros con Nan.

$S_1(x) =$ ✖ $\times(x$ - ✔ $)^3$+✖ $\times(x$ - ✔ $)^2$+✖ $\times(x$ - ✔ $)$ + ✔

Cree un repositorio público en Github y grafique su solución. Pegue aquí el enlace de su **notebook**.

✔

Para graficar su respuesta debe utilizar el código base del siguiente repositorio: https://github.com/ztjona/MN-examen-02/tree/main

Pregunta 6

Correcta

Puntúa 10,00 sobre 10,00

La matriz inversa A^{-1} puede calcularse modificando el algoritmo de Gauss-Jordan (ver ***Material de referencia*** más abajo) usado para resolver sistemas de ecuaciones.

Procedimiento

La matriz original A de tamaño $n \times n$, se escribe junto a la matriz identidad I del mismo tamaño, formando una matriz aumentada $[A|I]$.

$$[AI] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 1 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Se realiza operaciones elementales (intercambio de filas, multiplicación de una fila por un escalar, suma o resta de filas) para transformar la matriz A en la matriz identidad I. Aplica las mismas operaciones a la matriz identidad I que está al lado.
Se continúa aplicando operaciones elementales hasta que la parte izquierda de la matriz aumentada se convierta en la matriz identidad I. La parte derecha de la matriz aumentada se convertirá en la matriz inversa A^{-1}.

$$[IA^{-1}] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} \\ 0 & 1 & 0 & a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} \\ 0 & 0 & 1 & a'_{31} & a'_{32} & a'_{33} \end{array}\right]$$

Tarea

Modifique el código del siguiente repositorio de Github para encontrar la matriz inversa en base al método de Gauss-Jordan. Resuelva los ejercicios planteados.

https://github.com/ztjona/MN-examen-02

El link de su **Notebook**, recuerde su repositorio debe ser público en Github.

✔

- Ejercicio 1

$A^{-1} =$

| ✔, ✔ |
| ✔, ✔|

- Ejercicio 2

$A^{-1} =$

| ✔, ✔, ✔, ✔ |
| ✔, ✔, ✔, ✔ |
| ✔, ✔, ✔, ✔ |
| ✔, ✔, ✔, ✔ |

Importante

Los demás ejercicios se evaluarán en su repositorio.
En caso de que su código sea privado, no ejecute, o se utilice una librería como numpy, Scipy, se invalidará su respuesta.

Material de referencia

Método Gauss-Jordan: Este método se describe de acuerdo con lo siguiente. Utilice la i-ésima ecuación para eliminar x_i no sólo a partir de las ecuaciones $E_{i+1}, E_{i+2}, \ldots, E_n$, como con el método de eliminación gaussiana, sino también a partir de $E_1, E_2, \ldots, E_{i-1}$. Al reducir $[A, b]$ a

$$\left[\begin{array}{cccc:c} a_{11}^{(1)} & 0 & \cdots & 0 & a_{1,n+1}^{(1)} \\ 0 & a_{22}^{(2)} & \ddots & \vdots & a_{2,n+1}^{(2)} \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & a_{nn}^{(n)}) & a_{n,n+1}^{(n)} \end{array}\right],$$

la solución se obtiene al establecer

$$x_i = \frac{a_{i,n+1}^{(i)}}{a_{ii}^{(i)}},$$

para cada $i = 1, 2, \ldots, n$. Este procedimiento elude la sustitución hacia atrás en la eliminación gaussiana. Construya un algoritmo para el procedimiento Gauss-Jordan a partir del algoritmo 6.1.

ALGORITMO

6.1

Eliminación gaussiana con sustitución hacia atrás

Para resolver el sistema lineal $n \times n$

$$
\begin{array}{lcccccc}
E_1: & a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 + \cdots + & a_{1n}x_n & = & a_{1,n+1} \\
E_2: & a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 + \cdots + & a_{2n}x_n & = & a_{2,n+1} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
E_n: & a_{n1}x_1 & + & a_{n2}x_2 + \cdots + & a_{nn}x_n & = & a_{n,n+1}
\end{array}
$$

ENTRADA número de incógnitas y ecuaciones n; matriz aumentada $A = [a_{ij}]$, donde $1 \leq i \leq n$ y $1 \leq j \leq n+1$.

SALIDA Para $x_1, x_2, \ldots, x_n$ o mensaje de que el sistema lineal no tiene solución única.

Paso 1 Para $i = 1, \ldots, n-1$ haga los pasos 2–4. (*Proceso de eliminación.*)

Paso 2 Si p es el entero más pequeño con $i \leq p \leq n$ y $a_{pi} \neq 0$.
si no es posible encontrar un entero p
entonces SALIDA (‘no existe una solución única’);
PARE.

Paso 3 Si $p \neq i$ entonces realice $(E_p) \leftrightarrow (E_i)$.

Paso 4 Para $j = i+1, \ldots, n$ haga los pasos 5 y 6.

Paso 5 Determine $m_{ji} = a_{ji}/a_{ii}$.

Paso 6 Ejecute $(E_j - m_{ji}E_i) \rightarrow (E_j)$;

Paso 7 Si $a_{nn} = 0$ entonces SALIDA (‘no existe una solución única’);
PARE.

Paso 8 Determine $x_n = a_{n,n+1}/a_{nn}$. (*Inicia sustitución hacia atrás.*)

Paso 9 Para $i = n - 1, \ldots, 1$ determine $x_i = \left[a_{i,n+1} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j\right] \Big/ a_{ii}$.

Paso 10 SALIDA $(x_1, \ldots, x_n)$; (*Procedimiento completado con éxito.*)
PARE.

Pregunta **7**

Correcta

Puntúa 10,00 sobre 10,00

Resuelva la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$y' = -5y + 5t^2 + 2t,$

$0 \leq t \leq 1$

$y(t_0) = 1/3$

$N = 10$

usando el método de Euler del código base.

https://github.com/ztjona/MN-examen-02

¿Cuál es el valor de h ?

$h =$

Sabiendo que la solución de la ODE es:

$y(t) = t^2 + 1/3e^{-5t}$

grafique la solución real y la aproximación obtenida con el método de Euler.

El link de su **Notebook**, recuerde su repositorio debe ser público en Github.

Calcule el promedio del error relativo para diferentes valores de N:

$e_{N=10} =$ 1.2909 $\times 10^n, n =$

$e_{N=5} =$ 2.7979 $\times 10^n, n =$

$e_{N=20} =$ 6.3146 $\times 10^n, n =$

¿Cómo se obtiene una solución más exacta?

- ( ) Aumentando el parámetro h
- (•) Disminuyendo el parámetro h
- ( ) Reduciendo el rango de tiempo $[a, b]$
- ( ) Probando diferentes valores de N