1 Plantillas de resolucion para Segundo Parcial

1.1 Caminata Aleatoria Discreta

Definicion: $X_n = \sum_{i=1}^{n} Z_i$, donde $Z_i \in \{-1, 1\}$ (simetrica) o Z_i discreto general.

Recorrido: $R_{X_n} = \{-n, -n+2, \ldots, n\}$.

Distribucion:

$$P(X_n = x) = \binom{n}{\frac{x+n}{2}} p^{\frac{x+n}{2}} (1-p)^{\frac{n-x}{2}} \quad \text{si } \frac{x+n}{2} \in \mathbb{Z}.$$

Esperanza y varianza:

$$E[X_n] = n(2p-1), \quad \text{Var}(X_n) = 4np(1-p).$$

1.2 Caminata Aleatoria Gaussiana

Definicion: $Z_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ i.i.d.

Resultado:

$$X_n \sim \mathcal{N}(n\mu, n\sigma^2).$$

Recorrido: $\mathbb{R}$ (continuo).

1.3 Markov Puro

Definicion: Proceso con memoria de un paso:

$$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i).$$

Matriz de transicion:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mm} \end{bmatrix}.$$

Evolucion:

$$\vec{p}(n) = \vec{p}(0) \cdot P^n.$$

Estado estacionario:

$$\pi = \pi P, \quad \sum \pi_i = 1.$$

1.4 Procesos de Poisson

Definicion:

- λ: tasa de ocurrencia.
- $N(t)$: numero de eventos en $[0, t]$.

Distribucion:

$$P(N(t) = k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}.$$

Esperanza y varianza:

$$E[N(t)] = \lambda t, \quad \text{Var}[N(t)] = \lambda t.$$

Tiempos entre eventos:

$$T_i \sim \text{Exponencial}(\lambda).$$

1.5 Estimacion de parametros

Intervalo de confianza para la media (σ conocida):

$$\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right).$$

Intervalo de confianza para la media (σ desconocida):

$$\left(\bar{X} - t_{\alpha/2,n-1}\frac{S}{\sqrt{n}},\ \bar{X} + t_{\alpha/2,n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}\right).$$

Intervalo para proporciones:

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right).$$

Tamano de muestra:

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2.$$