Nombre: ______________________ Legajo: ______________________

Pregunta	1	2	3	4	5	Total
Puntos	2	2	2	2	2	10
Calificación						

No se contestan preguntas.
Justifique sus cálculos. Defina variables y eventos.
Redondee los resultados finales a 4 decimales.

1. Un organizador de eventos realiza fiestas todos los fines de semana, pero no siempre en el mismo lugar. Llamemos A, B y C a los tres sitios donde se hacen las fiestas. Se sabe lo siguiente:
   - Nunca se repite el lugar en fines de semana consecutivos.
   - Siempre que se realiza una fiesta en A, la próxima será en B.
   - Siempre que se realiza una fiesta en C, la próxima será en A.
   - El 80% de las veces que se realiza una fiesta en B, la siguiente se realiza en A.

   (a) (1/2 pto.) Modele los lugares donde se hacen las fiestas como una cadena de Markov. Presente el diagrama de estados y la matriz de probabilidades de transición.

   (b) (1/2 pto.) Si este fin de semana se realiza una fiesta en A, ¿cuál es la probabilidad de que vuelva a realizarse allí en 3 semanas?

   (c) (1 pto.) ¿Existe una distribución de probabilidades a largo plazo? Si la respuesta es afirmativa, determine cuál es dicha distribución.

2. Se desea determinar cuál es la tensión media de rotura de capacitores de cierto tipo. Para ello, se prueban tres capacitores y se les aplica tensión creciente hasta hacerlos explotar. Los resultados fueron 101, 106 y 96 V. Suponga que la tensión de rotura de un capacitor escogido al azar es una variable aleatoria normal.

   (a) (1 pto.) A partir de la muestra y con un nivel de confianza del 90%, determine un valor mínimo para la media de la tensión de rotura.

   (b) (1 pto.) Con un nivel de significación del 20 %, ¿existe evidencia suficiente de que la tensión media de rotura es superior a 95 V?

3. Una bala 9 mm Parabellum tiene una masa de 8 g y sale disparada con una velocidad V que puede considerarse una variable aleatoria normal de media 360 m/s y desvío 10 m/s.

   (a) (1 pto.) Considere la variable aleatoria E_c correspondiente a la energía cinética de la bala en Joules. Determine su valor medio.
   Ayuda 1: la energía cinética es $E_c = 0.5mV^2$, donde m es la masa de la bala.
   Ayuda 2: $[\mathrm{J}] = [\mathrm{kg{\cdot}m^2/s^2}]$.

   (b) (1 pto.) Calcule la densidad de probabilidad de la energía cinética en Joules.

4. Errores de un empleado administrativo.

   (a) (1/2 pto.) El jefe ha decidido despedir al empleado si encuentra más de una factura con errores. Para ello, toma 4 facturas al azar de un conjunto de 10. El empleado sabe, porque ya se lo dijo un compañero, que hay 6 con errores. ¿Cuál es la probabilidad de que sea despedido?

   (b) (1/2 pto.) Suponga ahora que el jefe toma 4 facturas al azar de un conjunto de 3000. El empleado sabe, porque ya se lo dijo un compañero, que hay 1800 con errores. ¿Cuál es la probabilidad de que sea despedido en este caso?

   (c) (1 pto.) Por sus observaciones, el compañero del famoso empleado cree que éste comete errores en las facturas con una probabilidad $p = 0.6$. Bajo esa suposición, ¿cuál es el mínimo número de facturas que deberá hacer para alcanzar las 1000 facturas con errores con una probabilidad de al menos el 95 %? Explique qué otras suposiciones debe hacer para realizar el cálculo.

5. Sean X_i con $i = 1, 2, \cdots, n$ variables aleatorias i.i.d. con distribución uniforme en $(0, 1)$. Se crea una nueva variable aleatoria

$$Y_n = \max_{1 \leq i \leq n} X_i. \tag{1}$$

   (a) (1 pto.) Determine la densidad de probabilidad de Y_n.

   (b) (1 pto.) Calcule:

$$\lim_{n \to \infty} \mathrm{E}[Y_n], \tag{2}$$

$$\lim_{n \to \infty} \mathrm{Var}[Y_n], \tag{3}$$

$$\lim_{n \to \infty} P(Y_n \geq 1 - \varepsilon) \qquad \forall \varepsilon \in (0, 1). \tag{4}$$