

## Procedimientos para ejercicios de Bidimensionales

### Teorema transformacion general

*Nota: Este metodo solo se aplica si la funcion  $g(X)$  es monotona por partes*

- Sea  $Y, X$  var, donde conocemos la densidad de  $X$
- Sea  $Y = g(X)$ , no estrictamente monotona (no inyectiva)

*Para hallar la densidad de  $Y$ ...*

$$f_{Y(y)} = \sum_{x_i \in g^{-1}(y)} \frac{f_{X(x_i)}}{|g'(x_i)|}$$

- **ATENCIÓN** los  $x_i$  son las preimagenes de las ramas, **no las raíces**
- $g'(x_i) \neq 0 \Rightarrow$  Los puntos donde la funcion es localmente invertible
- La sumatoria recorre todas las partes en donde la funcion es monotona (localmente invertible)

### En otras palabras...

1. Escribís la ecuación  $y = g(x)$  y resolvés para  $x$ : hallás todas las soluciones  $x_i$  que cumplen  $g(x_i) = y$
2. En cada solución  $x_i$ :
  - Verificás que esté en el dominio de  $X$
  - Calculás  $f_{X(x_i)}$
  - Derivás  $g(x)$  y evaluás  $|g'(x_i)|$
3. Sumás los términos  $\frac{f_{X(x_i)}}{|g'(x_i)|}$  correspondientes a cada solución válida

### Teorema: transformacion caso monotono

*Nota: Este metodo solo se aplica si la funcion  $g(X)$  es monotona (inyectiva)*

$$f_{Y(y)} = f_{X(g^{-1}(y))} \cdot \left| \frac{d}{dy} g^{-1}(y) \right|$$

Notemos que en este caso hay varias cosas que cambian:

- Se usa  $g^{-1}(y)$  en la evaluacion de  $f_X$
- Se multiplica en vez de dividir
- Restriccion mayor: *Monotonia estricta*

## Variables aleatorias bidimensionales

*Nota: Antes de leer todo discretas y todo continuas tener en cuenta que la diferencia entre ambas es minima*

- En discretas vamos a tener la suma de probabilidades puntuales
- En continuas vamos a tener integrales de densidades de probabilidad

Es razonable pensar las siguientes equivalencias entre caso discreto vs continuo

- $P(X = x) \rightarrow f_{X(x)}$
- $\sum \rightarrow \int$

La correlacion es comun para ambos casos. Nos dice como se relacionan linealmente dos variables

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$-1 \leq \rho_{X,Y} \leq 1$$

$\rho_{X,Y} = -1 \rightarrow$  negativa perfecta  $\rightarrow$  aumentan y disminuyen al mismo ritmo pero en sentido opuesto

$\rho_{X,Y} = 0 \rightarrow$  no existe correlacion lineal

$\rho_{X,Y} = 1 \rightarrow$  positiva perfecta  $\rightarrow$  aumentan y disminuyen al mismo ritmo y en mismo sentido

### Discretas

Las **probabilidades marginales** de cierta  $X$  son: Fijar una  $x$  y hacer la suma de todas las probabilidades **conjuntas** (interseccion) con todas las probabilidades  $x, y_i$

$$P(X = x) = \sum_y P(X = x, Y = y)$$

- Teorema fundamental:

$$P(Y = y|X = x) = \frac{P(X = x, Y = y)}{P(X = x)}$$

*Conclusion:* La **probabilidad marginal** representa **la probabilidad total de que ocurra un determinado valor de X, sin importar Y**, sabiendo que X e Y estan relacionados obviamente

- La **esperanza**:

$$E[X] = \sum xP(X)$$

- La **varianza**:

$$V(X) = \sum (x - E[X])^2 P(X)$$

- La **covarianza**:

$$\text{Cov}[X, Y] = \sum (x - E[X])(y - E[Y])P(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$$

### Independencia

Dos variables son independientes sii

$$p_{X,Y}(x_i, y_i) = p_{X(x_i)} \cdot p_{Y(y_i)}$$