PROBABILIDAD Y ESTADISTICA 93.24 **RECUPERATORIO SEGUNDO PARCIAL 2019 cuat2**

INDICACIONES: Indique claramente **apellido, nombre y número de legajo** en cada hoja que entregue. No solicite indicaciones ni aclaraciones.
Indique claramente los planteos de los problemas que resuelva, no serán tenidos en cuenta cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. Defina sucesos, variables aleatorias y comente la solución. Exprese con 4 decimales las probabilidades que se pida calcular.
SUERTE... **DURACION : 2.5 HORAS.**

APELLIDO Y NOMBRE : .... **Nro de Legajo :**......................

PARA EL CORRECTOR

	1	2	3	4	5	TOTAL
NOTA						

1. (2 puntos) Se genera una señal de la siguiente manera: la señal comienza en el estado **0** y cada *t* segundos cambia a un nuevo nivel o estado. Si el nivel de la señal es **0** entonces cambia a **+1** con probabilidad *p*, o a **-1** con probabilidad *1 - p*. Si el nivel es **+1** entonces cambia a **0** con probabilidad *r* ó a **-1** con probabilidad 1 – *r*. Si el nivel de la señal es **-1** entonces retorna con probabilidad *q* al nivel **0** ó al estado **+1** con probabilidad 1 - *q* .
a) Modele el proceso como una *cadena de Markov*, indicando los posibles estados, el diagrama de transición y la matriz de probabilidades de transición de un paso. Verifique que la cadena es regular si $p = 0.6$, $r = 0.3$ y $q = 0.4$.
b) Determine la distribución de probabilidades de estados para los primeros tres períodos de tiempo si el estado inicial es 0, si $p = 0.4$, $q = 1$ y $r = 1$. Indique lo que observe. ¿Existe una distribución estacionaria de probabilidades que se alcance a *largo plazo* independientemente del estado inicial?

2. (2 puntos) **Midiendo rating de TV**
a) Se desea determinar la proporción de televidentes que miran un programa de televisión con una incerteza de 1% y un nivel de confianza del 95%. ¿Qué tan grande debe ser la muestra de televidentes encuestados para lograr esta precisión? Explique el cálculo que realice.
b) Un programa de televisión ha tenido históricamente una audiencia del 5% de los televidentes. Un gerente del canal ha recomendado un cambio de horario para mejorar la audiencia. Para probar esta hipótesis, se cambió de horario en una oportunidad y se midió su audiencia encuestando 10 mil televidentes. El resultado fue que el 5.5% de los encuestados miró el programa. Plantee una prueba de hipótesis adecuada para el problema. ¿Cuál es el valor P de la prueba de hipótesis? ¿Qué puede concluir?

3. (2 puntos) La fábrica de adhesivos *PABPAC* ha desarrollado el nuevo producto **ULTRAPEG**. Se enviaron muestras gratis a 20 posibles clientes para averiguar que volumen anual de **ULTRAPEG** estarán dispuestos a comprar. Suponga que el volumen anual de adhesivo vendido es una variable aleatoria normal con varianza 64 kg^2.
a) Se analiza la muestra del volumen a consumir por esos 20 clientes y se obtiene una media muestral de 94 kilos. Determine un intervalo de confianza del 90% para el volumen medio de adhesivo que se venderá.
b) Si la venta media fuese significativamente inferior a 100 kilos por cliente y por año se ha establecido que el producto no se lance al mercado. Para un nivel de significación del 1% *detalle un test de hipótesis* indicando claramente la región de rechazo de la hipótesis nula y tome la decisión respecto del lanzamiento del producto en base a los datos indicados en a).

4. (2 puntos) Los instantes en que se producen los accesos a un servidor en cierto horario diurno se pueden considerar que corresponden a un proceso de *Poisson* con flujo de sucesos $L = 2\ s^{-1}$.
a) Se consideran 4 intervalos consecutivos de 1 *s* de duración. Sea $\boldsymbol{X}_k$ la variable aleatoria que mide el número de accesos en el intervalo *k*, $k = 1, 2, 3$ y 4. Calcule $P(\boldsymbol{X}_1 + \boldsymbol{X}_2 + \boldsymbol{X}_3 + \boldsymbol{X}_4 < 10)$.
b) Calcule aproximadamente la probabilidad de que el tiempo entre el acceso *i* y el acceso *i* + 100 sea mayor que 55 segundos. ***Detalle el planteo del cálculo de esta aproximación.***

5. (2 puntos) Un circuito se enciende en un instante aleatorio $\boldsymbol{T}$ con distribución uniforme en (0, 24) (en horas). El instante $\boldsymbol{S}$ (en horas) en que se apaga tiene, también, distribución uniforme pero en (t, 24) si $\boldsymbol{T}$ tomó el valor *t*.
a) Calcule la probabilidad de que el circuito esté encendido más de una hora.
b) Obtenga la función densidad de probabilidad del instante de apagado $\boldsymbol{S}$.
Ayuda:

$$\int \frac{1}{c-x}\,dx = -\log(c-x) + \text{constante}$$