

**INDICACIONES:** Indique claramente **apellido, nombre y número de legajo** en cada hoja que entregue. No solicite indicaciones ni aclaraciones.

**Indique claramente los planteos de los problemas que resuelva, no serán tenidos en cuenta cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. Defina sucesos, variables aleatorias y comente la solución. Expresar con 4 decimales las probabilidades que se pida calcular.**

SUERTE...

DURACION : 2.5 HORAS.

APELLIDO Y NOMBRE : ..... Nro de Legajo : .....

PARA EL CORRECTOR

	1	2	3	4	5	TOTAL
NOTA						

**1. (2 puntos)** Durante su entrenamiento un tirador saca puntaje 3 en el 30% de sus tiros, obtiene 4 puntos en el 50% de ellos y en el resto de los tiros saca 5 puntos (5 es el puntaje máximo que se adjudica en un tiro). En las competencias se toma el máximo de los puntajes obtenidos en tres intentos como puntaje final **Q**.

a) Calcule la probabilidad de obtener 5 puntos.

b) Obtenga la distribución de probabilidades del puntaje **Q** asignado en una competencia.

**2. (2 puntos)** Se requiere que un proceso de fabricación no produzca más del 5% de artículos defectuosos. A tal efecto se lo controla periódicamente examinando  $n$  artículos y si alguno de ellos es defectuoso, se detiene el proceso para revisarlo.

a) Si el proceso de fabricación realmente está trabajando al 5% de artículos defectuosos y se examinan  $n = 20$  artículos, ¿cuál es la probabilidad de detener el proceso innecesariamente?

b) Hallar la cantidad mínima de artículos que deberán examinarse si se desea que la probabilidad de detener el proceso cuando realmente está trabajando al 6 % de defectuosos sea por lo menos 0.99. Con ese tamaño de muestra, ¿cuál es la probabilidad de detener el proceso innecesariamente?

**3. (2 puntos)** El control de calidad de bolillas de rodamientos se realiza de la siguiente manera: si la bolilla cae por una apertura de un tamiz de diámetro  $d_2$ , pero no a través de una apertura con diámetro  $d_1$  ( $d_1 < d_2$ ) entonces la bolilla cumple con la exigencia en cuanto a calidad. Si no se cumple una de las exigencias se considera que la bolilla es defectuosa. Por estudios previos se puede suponer que el diámetro de una bolilla es una variable aleatoria con distribución normal de media  $(3d_1 + 2d_2)/5$  y dispersión  $(d_2 - d_1)/5$ .

a) Calcule la probabilidad de que una bolilla cumpla con la exigencia de calidad.

b) Suponga que una bolilla es declarada defectuosa. Calcule la probabilidad de que no haya pasado por el tamiz de diámetro  $d_2$

**4. (2 puntos)** La función densidad de probabilidad de la variable aleatoria continua  $X$  viene dada por:

$$f(x) = c x^{-(c+1)} \text{ si } x > 1 \text{ y nula si } x < 1, \text{ donde el parámetro } c \text{ es positivo.}$$

a) Obtenga la función densidad de probabilidad de  $Y = \ln(X)$ .

b) Se define  $g(z) = P(\{Y > a + z\} / \{Y > a\})$  con  $a$  un constante positiva y  $z > 0$ . Demuestre que  $g(z)$  es una densidad de probabilidad sólo si  $c = 1$ .

*Nota: Una primitiva de  $x^2 \exp(-x)$  es  $-\exp(-x)(x^2 + 2x + 2)$ .*

**5. (2 puntos)** El tiempo transcurrido hasta la primera falla de un dispositivo se puede considerar una variable aleatoria con distribución exponencial de parámetro  $a$ .

A partir de cierto instante se ponen en funcionamiento tres dispositivos que trabajan independientemente entre sí. El valor de la constante  $a$  (en 1/hora) es  $B$ ,  $B/2$  y  $B/3$  para cada uno de los tres dispositivos respectivamente. Considerando un intervalo de tiempo de  $T$  horas determine la probabilidad  $p_T$  de que fallen

a) por lo menos un dispositivo, b) exactamente un dispositivo.