1. Conceptos Básicos

Lógica
Es la ciencia que se encarga de estudiar las formas de las formas de las estructuras o esquemas del razonamiento formal. Está establece los principios fundamentales y proporciona los métodos necesarios que permite determinar que cierto razonamiento sea válido o no lo sea.

Lógica Proposicional
Es un sistema formal cuyos elementos más simples representan proposiciones y cuyas constantes lógicas llamadas conectivas lógicas, representan operaciones sobre proposiciones, capaces de formar otras proposiciones, capaces de formar otras proposiciones de mayor complejidad.

También se puede decir, que es la parte de la lógica que se encarga específicamente de las proposiciones.

Proposiciones
Son oraciones o enunciados susceptible de ser clasificada, inequívocamente, de verdadera o falsa, es decir, las proposiciones son aquellas expresiones que afirman algo, para la cual se dispone de algún criterio que nos permita establecer, sin lugar a duda, si tal afirmación es verdadera o falsa, por lo que su valor de verdad o valor veritativo ("V" o "F").

Para la lógica proposicional, una proposición puede ser el resultado o composición de otras proposiciones, la primera se llamaría proposición resultante (también proposición compuesta) y la otra proposición componente (o proposición simple).

Proposición Simple
Se denomina enunciado o proposición simple o atómica a aquel enunciado o proposición que no tiene conectores lógicos.

Proposición Compuesta
Es un enunciado o proposición que está formada por dos o más enunciado o proposiciones simples; por consiguiente, están separadas por diferentes conectores lógicos.

Variables de proposiciones
Una proposición podrá ser representada por medio de una letra minúscula (p, q, r, s y t), o también una letra minúscula con subíndice de ser necesario. Las letras o símbolos utilizados para este fin se conocen como variables proposicionales. Ejemplo:

$$\neg(p \text{ A } q) \rightarrow \neg r$$

2. Constantes lógicas, operadores, conectores, conectivos.

En la lógica proposicional, las conectivas lógicas son tratados como funciones de verdad, es decir, como funciones que toman conjuntos de valores de verdad y devuelven valores de verdad.

El significado de las conectivas lógicas no es nada más que su comportamiento como funciones de verdad. Cada conectiva lógica se distingue de las otras por los valores de verdad que devuelve frente a las distintas combinaciones de valores de verdad que puede recibir. Esto quiere decir que el significado de cada conectiva lógica puede ilustrarse mediante una tabla que despliegue los valores de verdad que la función devuelve frente a todas las combinaciones posibles de valores de verdad que puede recibir.

Conectivas

Una *conectiva lógica* o simplemente *conectiva*, (también llamado *operador lógico* o *conectores lógicos*) es un símbolo o palabra que se utilia para conectar dos fórmulas bien formadas o sentencias, de modo que el valor de verdad de la formula compuesta depende del valor de verdad de las fórmulas componentes.

Conectiva	Expresión en el lenguaje natural	Símbolo		Ejemplo
Negación	No	¬	~	**No** está lloviendo
Conjunción	Y	∧	&	Está lloviendo **y** está nublado
Disyunción	O	∨		Está lloviendo **o** está nublado
Condicional material	Si … Entonces	→	⊃	**Si** está soleado, **entonces** es de día
Bicondicional	Si y solo si	↔	≡	Está nublado **si y solo si** hay nubles visible
Disyunción opuesta	Ni … ni	↓		**Ni** está soleado **ni** está nublado
Disyunción exclusiva	O bien … o bien	Δ	Θ, ≢, ↮, W	**O bien** está soleado **o bien** está nublado

***Negación* (¬)**

Es una operación sobre la proposición donde su valor de verdad es un valor semántico. La negación de una proposición es ***verdadera*** cuando dicha proposición es falsa, y viceversa. Su formalización es de la forma **¬*p***.

***Conjunción* (∧)**

Es un conector lógico binario entre dos proposiciones, cuyo valor de la verdad resulta ***cierto*** sólo si ambas proposiciones son verdaderas, y es ***falso*** de cualquier otra forma. Su formalización es de la forma ***p* ∧ *q***.

***Disyunción* (∨)**

Es un conector lógico binario entre dos proposiciones, cuyo valor de la verdad resulta ***falso*** sólo si ambas proposiciones son falsas, y ***cierto*** de cualquier otra forma. Su formalización es de la forma **p ∨ *q***.

***Condición material* (→)**

También conocido como condicional funcional de verdad o como implicación material, y es una conectiva lógica que conecta dos proposiciones. El condicional es una función de verdad binaria, que se vuelve ***falso*** cuando **B** es falso siendo **A** verdadera, y se vuelve se ***verdadero*** en cualquier otro caso. Su formalización es de la forma ***p* → *q***.

***Bicondicional* (↔)**

También llamado equivalencia o doble implicación. Este es un operador lógico binario que conecta dos proposiciones y el valor de verdad es ***verdadero*** cuando ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad, es decir, ambas son verdaderas o falsas simultáneamente, de lo contrario es ***falso***. Su formalización es de la forma ***p* ↔*q***.

***Disyunción opuesta* (↓)**

También conocidas como la negación conjunta o flecha de peirse, es una conectiva lógica cuyo valor de verdad resulta ***verdadero*** sólo si ambas proposiciones son falsas, y ***falso*** de cualquier otra forma. Su formalización es de la forma ***p ↓q***.

***Disyunción exclusiva* (Δ)**

También llamada exclusivo o desigualdad material, es un operador lógico entre dos proposiciones; yel valor de verdad es ***verdadera***

3. Formalización de proposiciones

La operación consistente en sustituir las expresiones del lenguaje natural por símbolos lógicos se llama *formalización*. A la proposición debidamente formalizada se conocerá como *fórmula*.

Formalización

Por formalización se entienden dos aspectos relacionados:

- *Como proceso*: se refiere al proceso de traducción o simbolización de las proposiciones del lenguaje natural del lenguaje cotidiano al lenguaje lógico.
- *Como estructura*: la formalización nos permite explicitar la estructura ordenada o forma lógica de las proposiciones del lenguaje natural que se simbolizan o se traducen al lenguaje lógico.

Sintaxis

Todos los lenguajes se componen de unos símbolos y de unas reglas sintácticas que nos permite indicar que combinaciones de símbolos son correctos y cuales no los son.

Reglas para la formalización de fórmulas bien formuladas (FBF)

Una forma enunciativa es una expresan, en la que interviene variables de enunciados y conectivas que puede formarse utilizando las siguientes reglas:

- Toda proposición es FBF.
- Si *A* es un FBF, entonces ¬*A* también es FBF.
- Si *A* y *B* son FBF, entonces (A∧B), (A∨B) y (A→B) también es FBF.

Normas para la escritura de formas enunciativas

a) Una conectiva afecta a las letras proposicionales inmediatas o a los conjuntos inmediatos a ella que están entre paréntesis.
b) Reglas de precedencia:

Nivel 1:	( ), [ ], { }
Nivel 2:	¬
Nivel 3:	∧, ∨
Nivel 3:	→, ↔

Pasos para la formalización

- Definir las proposiciones simples (p, q, r, …)
- Formalizar según su jerarquía

  - Menor jerarquía$\begin{cases} Coma \\ Punto\ y\ coma \end{cases}$

  - Mayor jerarquía$\begin{cases} Punto \\ Dos\ signos\ de\ puntuación \end{cases}$

Formalización de la conjunción

Proposición en lenguaje natural: Los perros son listos y los gatos egoístas
p: Los perros son listos
q: Los gatos son egoístas
Formalización: **p ∧ q**

Proposición en lenguaje natural: Estudiaré, pero también veré la tele
p: Estudiaré
q: Veré la tele
Formalización: **p ∧ q**

Proposición en lenguaje natural: Además de comer tarta, beberé sidra
p: Comeré tarta
q: Beberé sidra
Formalización: **p ∧ q**

Formalización de la disyunción

Proposición en lenguaje natural: Voy al cine o al teatro
p: Voy al cine
q: Voy al teatro
Formalización: **p ∨ q**

Proposición en lenguaje natural: Puedo ir al cine o no
p: Iré al cine
q: No iré al cine
Formalización: **p ∨ q**

Formalización del condicional

Proposición en lenguaje natural: Si Misha es un gato, entonces escupirá bola de pelos
p: Misha es un gato
q: Misha escupirá bola de pelos
Formalización: **p → q**

Proposición en lenguaje natural: Si vas a la playa, te broncearás
p: Vas a la playa
q: Te broncearás
Formalización: **p → q**

Proposición en lenguaje natural: Pégame y tendrás tu merecido
p: Pégame
q: Tendrás tu merecido
Formalización: **p → q**

Proposición en lenguaje natural: Asistir a clase es condición necesaria para aprobar
p: Se asiste a clase
q: Se aprueba
Formalización: **q → p**

Formalización de la negación

Proposición en lenguaje natural: No voy a solucionarte el
problemap: Voy a solucionarte el problema
Formalización: **¬p**

Proposición en lenguaje natural: No es cierto que haya estado en ese cine
p: He estado en ese cine
Formalización: **¬p**

También se puede realizar *formalizaciones combinadas*, como se muestra a continuación:
Proposición en lenguaje natural: No voy a ir a París, pero si voy, me acordaré de ti y de tu madre.
p: Voy a París
q: Me acordaré de ti
r: Me acordaré de tu madre
Formalización: **¬p** A **[p → (q** A **r)]**

Proposición en lenguaje natural: Si vas al cine, entonces, o compras palominas o me envidiarás si tienes hambre.
p: Vas al cine
q: Compras palomitas
r: Me envidias
s: Tienes hambre
Formalización: **p → [q** ∨ **(s→r)]**

Proposición en lenguaje natural: Me quieras o no, tendrás que soportarme
p: Me quieres
q: Tienes que soportarme
Formalización: **(p** ∨ **¬p) → q**

Proposición en lenguaje natural: Si en Marte no hay agua, entonces no hay vida; en consecuencia, no hay marcianos ni platillos voladores,
p: Marte hay agua
q: Marte hay vida
r: Hay marcianos
s: Hay platillos voladores
Formalización: **(¬p → ¬q) → (¬r ∧ ¬s)** ó **(¬p → ¬q) →(r ↓ s)**

4. Tabla de la Verdad

Una tabla de verdad o tabla de valores de verdad, es una tabla que muestra el valor de verdad de una proposición compuesta, para cada combinación de verdad que se pueda asignar a sus componentes. También se puede decir, que es una estrategia de la lógica simple que permite establecer la validez de una o varias proposiciones compuestas en cuanto a cualquier situación, osea, determinan las condiciones necesarias para que sea verdadero la proposición propuesta. Cada proposición posee 2 valores de verdad, los cuales son ***verdadero*** o ***falso***, en el cual se podrá definir en la tabla de verdad como "*V*" y "*F*". Estudiaremos la tabla de verdad de cada uno de los conectivos ante mencionado.

Tabla de verdad de Negación

Como ya se había mencionado anteriormente, la negación es un operador unitario debido a que solo afecta el valor de verdad de una proposición. Está es la tabla de verdad más sencilla de realizar debido a que solo se puede obtener 2 valores de verdad, los cuales serán su valor negado u opuesto de su valor de verdad. A continuación, se muestra la tabla de verdad de la negación.

p	¬p
V	F
F	V

Para la elaboración de una tabla de verdad se deberá tener en cuenta la cantidad de proposiciones existente.

Ejemplo:

Proposición en lenguaje natural: No es cierto que Rodrigo es maestro

p: Rodrigo es maestro

Formalización: **¬p**

Tabla de verdad de Conjunción

A partir de este conector se puede complicar un poco la elaboración de la tabla de verdad, debido a que este es un conector binario, el cual se refiere que une dos proposiciones. En la conjunción existe claramente un valor de verdad *verdadero*, y este se debe cuando ambas proposiciones son ciertas, de lo contario es *falso*, es decir, que para el valor de verdad sea cierto no puede existir ninguna falsa. A continuación, se muestra la tabla de verdad.

p	q	p^q
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	F
F	**F**	F

Para elaborar esta tabla de verdad se consideró que existe 2 proposiciones, en el cual para determinar el número de filas a utilizar se recurrió a una pequeña formula que es:

N° de Fila = 2^n, donde **n**= N° de proposiciones

Como *n* es igual a 2, entonces

N° de Fila = 2^2 = 4

La distribución de los valores de verdad de cada proposición es la siguiente:

$$N°\ de\ fila = 4 \qquad p\left\langle \begin{array}{l} 2\,V \qquad q\left\langle \begin{array}{l} V \\ F \end{array}\right. \\ 2\,F \qquad q\left\langle \begin{array}{l} V \\ F \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Debe tener en cuenta al momento de elaborar una tabla de verdad que siempre el primer valor a utilizar es *verdadero* y luego es *falso*. La cantidad de fila siempre será la mitad del valor, esto se debe a que como posee 2 valores de verdad, se considerará que para cada valor de verdad será el *n° de fila* entre 2.

Ejemplo:
Proposición en lenguaje natural: Juan es futbolista y Ana es voleibolista
p: Juan es futbolista
q: Ana es voleibolista
Formalización: **p ˄ q**

Tabla de verdad de Disyunción
Este conector también es binario, por lo que se deberá realizar similar al anterior, pero en este caso se debe tener en cuenta que el único valor de verdad *falso* es cuando ambas proposiciones son falsas,de lo contario es *verdadera*, es decir, que para el valor de verdad *verdadero* al menos uno de las proposiciones debe ser verdadero. A continuación, se muestra la tabla de verdad.

p	q	p˅q
V	**V**	V
V	**F**	V
F	**V**	V
F	**F**	F

Ejemplo:
Proposición en lenguaje natural: Raúl es ingeniero o es profesor
p: Raúl es ingeniero
q: Raúl es profesor
Formalización: **p ˅ q**

Tabla de verdad de Condicional
Esta conectiva lógica como ya fue definida anteriormente también posee un valor de verdad *falso* cuando la proposición **B** es falsa siendo la proposición **A** verdadera, de lo contrario el valor de verdad es *verdadero*. A continuación, se muestra la tabla de verdad.

p	q	p→q
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	V
F	**F**	V

Ejemplo:
Proposición en lenguaje natural: Si Carla estudia, entonces ingresará a la universidad
p: Carla estudia
q: Carla ingresará a la universidad
Formalización: **p → q**

Tabla de verdad de Disyunción opuesta
Esta conectiva lógica como define un valor de verdad *verdadero* cuando ambas proposiciones son falsas, de lo contrario el valor de verdad es *falso*. A continuación, se muestra la tabla de verdad.

p	q	p↓q
V	**V**	F
V	**F**	F
F	**V**	F
F	**F**	V

Ejemplo:
Proposición en lenguaje natural: Ni está soleado ni está lloviendo
p: Está soleado
q: Está lloviendo
Formalización: **(p ↓ q)** ó **(¬p ∧ ¬q)**

Tabla de verdad de Bicondicional
Este operador lógico como define un valor de verdad *verdadero* cuando ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad, de lo contrario el valor de verdad es *falso*. A continuación, se muestra la tabla de verdad.

p	q	p↔q
V	**V**	V
V	**F**	F
F	**V**	F
F	**F**	V

Ejemplo:
Proposición en lenguaje natural: Ana irá a la fiesta si y solo si tiene amigas
p: Ana irá a la fiesta
q: Ana tiene amigas
Formalización: **p ↔ q**

Tabla de verdad de Disyunción exclusiva
Este operador lógico como define un valor de verdad *verdadero* cuando ambas proposiciones poseen distinto valor de verdad, de lo contrario el valor de verdad es *falso*. A continuación, se muestra la tabla de verdad.

p	q	pΔq
V	**V**	F
V	**F**	V
F	**V**	V
F	**F**	F

Ejemplo:
Proposición en lenguaje natural: O bien Manuel juega o bien estudia
p: Manuel juega
q: Manuel estudia
Formalización: **p Δ q**

Podemos resumir las tablas de verdad de la siguiente forma

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \downarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$p \Delta q$
V	**V**	F	V	V	V	F	V	F
V	**F**	F	F	V	F	F	F	V
F	**V**	V	F	V	V	F	F	V
F	**V**	V	F	F	V	V	V	F

Clasificación de la tabla de verdad

Las tablas de verdad se pueden clasificar según su resultado de las siguientes formas:

- **Tautología**: Es aquella proposición compuesta que es cierta para todos los valores de verdad que se asignen a cada una de las proposiciones, independientemente de los valores de verdad de las proposiciones que la componen, es decir, que todos los valores de verdad sean *"V"*.
- **Contradicción**: Una proposición compuesta corresponde a una contracción cuando los valores de verdad que se asignen a cada una de las proposiciones son falsas sin importar el valor de las proposiciones que la forman, es decir, que todos los valores de verdad sean *"F"*.
- **Contingencia**: Una proposición compuesta cuyos valores en sus diferentes líneas de la tabla dan como resultado *"V"* y *"F"* se conoce como contingencia, inconsistencia o falacia. Tecnológicamente, las contingencias se utilizan para construir circuitos de control y automatismo.

A continuación, estudiaremos estas tablas de verdad:

Hallar la tabla de la verdad del siguiente esquema proposicional

$$[(p \vee q) \wedge \neg q] \rightarrow p$$

p	q	$\neg q$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \neg q$	$[(p \vee q) \wedge \neg q] \rightarrow p$
V	**V**	F	V	F	V
V	**F**	V	V	V	V
F	**V**	F	V	F	V
F	**F**	V	F	F	V

Se puede concluir, que la proposición es Tautológica ya que todos sus valores de verdad son ***verdaderos***.

Hallar la tabla de la verdad del siguiente esquema proposicional

$$(p \wedge q) \wedge \neg p$$

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge \neg p$
V	**V**	F	V	F
V	**F**	F	F	F
F	**V**	V	F	F
F	**F**	V	F	F

Se puede concluir, que la proposición es Contradicional ya que todos sus valores de verdad son ***falsos***.