GEOMETRÍA ANALÍTICA EN EL PLANO

Ejercicios:

1) I-Representa los siguientes puntos en un sistema de ejes cartesianos:
$A(2,3)$ $B(2,-1)$ $C(-1,-2)$ $D(-3,0)$ $E(-1,2)$
II- Calcular el perímetro del pentágono ABCDE

2) a)Clasifica los triángulos ABC y PQR, siendo $A(1,2)$; $B(-1,3)$; $C(0,-1)$
$P(1,2)$; $Q(4,2)$; $R(1,5)$

b) Determinar los vértices del triángulo STU, siendo S el punto medio de AB, T el punto medio de BC y U el punto medio de CA.

c) Calcular el perímetro de STU

3) Representar en los ejes cartesianos las siguientes rectas y determina las coordenadas de los puntos de corte con los ejes:

a) $y=3x-2$
b) $y=-2x+4$
c) $3x+2y-5=0$
d) $y=-3x$
e) $x=1/2$

4) Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos:

a) $A(2,4)$ y $B(-1,1/3)$
b) $Q(3,1)$ y $P(0,4)$
c) $R(-1/2,0)$ y $H(0,3)$

5) Determina en cada caso la ecuación de la recta r:

a) r es paralela a s, siendo s) $y=-2x+4$ y pasa por $P(1,4)$
b) r es paralela al eje de las ordenadas y pasa por $R(-1,3)$
c) r es perpendicular a la recta t, siendo t) $y=-3x+2$ y $Q(0,5)$ pertenece a r
d) r es perpendicular a la recta j, siendo j) $2x-y+4=0$ y pasa por $G(2,-2)$
e) r es paralela a f) $3x+2y-7=0$ y pasa por $(0,0)$
f) $A(1,1)$ y $B(2,0)$ pertenecen a la recta r
g) Es perpendicular a k) $-x+3y+2=0$ y pasa por $(2,1)$
h) Tiene ordenada en el origen en 5 y su pendiente es $-1/2$
i) Es paralela a h) $-2x+2y-2=0$ y pasa por $(1,1)$

6) Determina la ecuación de la recta mediatriz al segmento AB, siendo $A(2,3)$ y $b(-1,4)$

7) Dado el triangulo determinado por $A(1,2)$ $B(4,2)$ $C(3,3)$, determina las coordenadas del circuncentro de ABC

8) Dados los puntos $A(2,-1)$ $B(3,2)$ $C(-1,1)$ determinar: a) las ecuaciones de las rectas que contienen a las medianas del triángulo ABC b) Determina las coordenadas del baricentro (recordemos que el baricentro es el punto de corte de las medianas de un triángulo

9) *Dada la recta r) $3x-y+4=0$ y los puntos $A(1,1)$ y $B(2,-1)$ determinar:*

a) *la ecuación de la recta t; que es paralela a r y pasa por B*
b) *la ecuación de la recta h; que es perpendicular a r) y pasa por A*

10) *dados los siguientes puntos determinar en cada caso si están alineados:*

a) $P(1,1)$; $Q(3,1)$ y $R(-2,1)$
b) $A(2,3)$; $B(-1,2)$; $C(6,17/6)$

11) *Dados los puntos $A(1,-1)$ $B(2,-3)$ $C(0,2)$ determinar:*

a) *la ecuación de la recta r, que es paralela a la recta AB y pasa por C*
b) *la ecuación de la recta s, que es perpendicular a la recta AC y pasa por B*
c) *el punto de intersección de las rectas r y s.*

12) *Estudiar la posición relativa de los siguientes pares de rectas*

A) a) $2x+3y-4=0$ b) $3x-y+4=0$

B) a) $y=2x-3$ b) $4x-2y+4=0$

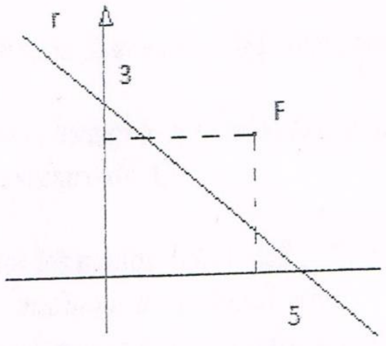
C) a) $1/2x-4y+2=0$ b) $2x-16y+8=0$

D) a) $y=3x-1$ b) $2y-x+4=0$

E) a) $6y-2x+1=0$ b) $x+4y-7=0$

13) *Hallar la ecuación de la recta que pasa por $A(2,-3)$ y por el punto de intersección de las rectas r y t, siendo r) $2x+3y-5=0$ y t) $y=x+3$.*

14) *Dado el siguiente gráfico determinar: a) la recta s, perpendicular a r y que pasa por F*
b) las coordenadas del punto de intersección de r y s



1- Dados los puntos $A(-2,1)$, $B(1,2)$, $C\left(\frac{11}{2},\frac{7}{2}\right)$ probar que están alineados.

2- Investigar si los puntos $A(2,3)$, $B(5,7)$, $C(-7,-9)$ están alineados.

3- Determinar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos, en los siguientes casos:

a) $A(2,0); B(-7,0)$ b) $A(5,-2); B(5,-4)$ c) $A(3,7); B(-5,2)$

d) $A(-3,3); B(3,-3)$ e) $A(3,-3); B(1,-5)$ f) $A(0,0); B(2,4)$

4 – Dadas las ecuaciones: $ax + (2 - b)y - 23 = 0$ y $(a - 1)x + by + 15 = 0$, determinar <u>a</u> y <u>b</u> para que representen rectas que pasan por el punto (2, -3).

5- Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto A y tiene coeficiente angular m en cada caso:

a) $A(1,3); m = 2$ b) $A(-1,-4); m = \frac{4}{3}$ c) $A(0,7); m = -1$ d) $A(2,7); m = 0$

6- Se considera la ecuación de la recta $r)\, y = 7x - \frac{1}{2}$. Investigar si los puntos siguientes pertenecen la recta r: $A(0,2)$, $B\left(-\frac{1}{2},0\right)$ y $C\left(\frac{1}{2},3\right)$

7 – Dados los puntos A(-2, 3), B(0,2), C(-1,-2) y D(2,4) hallar:

a) las distancias AB, BD y CD
b) las ecuaciones de las rectas AB, BC y CD. Representarlas gráficamente
c) las coordenadas de los puntos de intersección de dichas rectas.

8 – Dados A (2,1), B (-3, -2) y C (-1,4):

a) hallar las coordenadas de los puntos M, N y P, siendo M el punto medio del segmento AB, N punto medio del segmento BC y P el punto medio del segmento AC;
b) comprobar que 2d(M,N) = d(A,C);
c) hallar las ecuaciones de las rectas AB,BC, CA, PN, PM y MN; ¿qué se puede decir acerca de ellas?

9- Determinar un punto y el coeficiente angular (si existe) de las siguientes rectas:

a) $2y + 3x - 6 = 0$ b) $x - 3y + 3 = 0$ c) $y - 7 = 0$

d) $-x + 4 = 0$ e) $x + y - 10 = 0$ f) $\frac{x}{3} + \frac{y}{7} = 1$

10 – Hallar las ecuaciones de las siguientes rectas que pasan por A (2,1) y:

a) es paralela a Ox;
b) es paralela a Oy;
c) es paralela a la recta de ecuación 2x + 3y = 1;
d) es perpendicular a la recta de ecuación 3x + 2y = 2

11- Dados los puntos P(-1,6) y Q(2,-5):

a) hallar la ecuación de la recta PQ;
b) sea M el punto medio del segmento PQ.
Hallar la ecuación de la recta r, siendo r la paralela a la recta de ecuación $y = -2x$ por el punto M.
c) Hallar la ecuación de s / s es perpendicular a r por (3,1)

12- Dados los puntos A(5,-1) y B(-2,4):

a) hallar la ecuación de la recta AB;
b) hallar la ecuación de la mediatriz del segmento AB;
c) hallar la ecuación de la recta paralela a AB que pasa por C(7,-3);
d) O punto medio de BB' (O es el origen de coordenadas);
M punto medio del segmento AB. Demostrar que AB' = 2OM.

13- a) Dados los puntos A(-2,2) y B(4,-2), hallar la ecuación de la recta r determinada por A y B.
b) Hallar la ecuación de la recta t, determinada por el punto P(1,6) y el coeficiente angular 3.
c) Hallar las coordenadas del punto I, de modo que $\{I\} = r \cap t$.
d) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a r por el punto I.

14- a) Dados los puntos C(0,2) y D(-3,0), hallar la ecuación de la recta s determinada por C y D.
b) Sea M el punto medio del segmento CD. Hallar la ecuación de la recta determinada por O y M, siendo O el origen.
c) Sea v la recta paralela a la recta OM por el punto C. Hallar las coordenadas del punto T, de modo que: $\{T\} = v \cap \overrightarrow{Ox}$
d) Hallar el perímetro del triángulo CDT.

15- a) Dados los puntos A(-2,-2) y B(2,0), hallar la ecuación de la recta r determinada por A y B.
b) Hallar la ecuación de la recta t, de modo que sea paralela a la recta r y pase por E(0,3).
c) Sea la recta s de fórmula $y = -x$. Hallar las coordenadas del punto D, de manera que $\{D\} = s \cap t$.
d) Hallar las coordenadas del punto C, sabiendo que E es punto medio del segmento DC.

16- a) Dados los puntos T(-3,0) y R(3,6), hallar la ecuación de la recta f determinada por T y R.
b) Hallar la recta mediatriz del segmento TR, llamarla g.
c) Sea v la recta paralela a la recta f por (1,0). Hallar las coordenadas del punto S, de modo que: $\{S\} = v \cap g$
d) Demostrar que TS=RS.

17- Dados los puntos A(5,-1) y B(-2,4):

a) hallar la ecuación de la recta AB;
b) hallar la ecuación de la mediatriz del segmento AB;
c) hallar la ecuación de la recta paralela a AB que pasa por C(7,-3);
d) O punto medio de BB' (O es el origen de coordenadas);
M punto medio del segmento AB. Demostrar que AB' = 2OM.

18- Dados los puntos A(3,-2) y B(-1,5):

a) Hallar la ecuación de la recta AB;

b) Hallar la ecuación de una recta r, tal que dicha recta r es perpendicular a la recta ($y = -1/3\ x$) y que pasa por el punto D (2/3, 1/2);

c) Hallar las coordenadas de $\{C\} = r \cap AB$

d) i) Demostrar que C es el punto medio del segmento AB;

ii) Hallar las coordenadas de E, tal que E es el 4to. vértice del paralelogramo ADBE (sin trazar o hallar ecuaciones de las paralelas).

19 - Dados los puntos P(4, -3) y Q(-1,3):

a) Hallar la ecuación de la recta PQ;

b) Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento PQ;

c) Sea r la recta paralela a PQ por D(1, -11/2)

d) Hallar las coordenadas de $\{C\} = r \cap s$, s es la mediatriz del segmento PQ;

e) C es el punto medio del segmento DE.
Demostrar que PD = QE (medidas de segmentos).

20 – Dados A(2,3), B(-1,-2) y C(3,1) hallar:

a) las ecuaciones de las rectas que contienen a las medianas del triángulo ABC

b) las coordenadas del baricentro (intersección de medianas)

c) las coordenadas del cuarto vértice del paralelogramo ABCD

21 – Dos de los vértices de un triángulo equilátero son los puntos (-1,1) y (3,1). Hallar las coordenadas del tercer vértice (indicando todas las soluciones posibles).

22- Dados los puntos A (-2,3), B (1,5) y C (4,-2), hallar los vértices del triángulo formado por la intersección de las paralelas a los lados del ABC por el respectivo vértice opuesto.

23- Sea el triángulo ABC de vértices A(0,2), B(4,0) y C(2,6).

a) Hallar la ecuación de la recta que corresponde a la mediatriz del lado BC.

b) Hallar la ecuación de la recta que corresponde a la mediana que pasa por B.

c) Hallar las coordenadas del punto de corte de las dos rectas anteriores.

24- Sea el triángulo OAB de vértices O(0,0), A(2,4) y B (6,2).

a) Hallar la ecuación de la recta correspondiente a la mediana que pasa por O.

b) Hallar la ecuación de la recta correspondiente a la mediatriz del lado OB.

c) Hallar las coordenadas de la intersección de las dos rectas anteriores.

25- Sea el triángulo ABC de vértices A(1,3), B(3,1) y C(7,5).

a) Hallar la ecuación de la recta correspondiente a la mediana por C.

b) Hallar la ecuación de la recta correspondiente a la mediatriz del lado BC.

c) Hallar las coordenadas del punto I, intersección de las dos rectas anteriores.

26- Sea el triángulo ABC de vértices A(-1,1), B(5,0) y C(3,4).

a) Hallar la ecuación de la recta que corresponde a la mediana que pasa por A.

b) Hallar la ecuación de la recta que corresponde a la mediatriz del lado AB.

c) Hallar las coordenadas del punto I, intersección de los dos rectas anteriores

18- Dados los puntos A(3,-2) y B(-1,5):

a) Hallar la ecuación de la recta AB;

b) Hallar la ecuación de una recta r, tal que dicha recta r es perpendicular a la recta ($y = -1/3\,x$) y que pasa por el punto D (2/3, 1/2);

c) Hallar las coordenadas de $\{C\} = r \cap AB$

d) i) Demostrar que C es el punto medio del segmento AB;

ii) Hallar las coordenadas de E, tal que E es el 4to. vértice del paralelogramo ADBE (sin trazar o hallar ecuaciones de las paralelas).

19 - Dados los puntos P(4, -3) y Q(-1,3):

a) Hallar la ecuación de la recta PQ;

b) Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento PQ;

c) Sea r la recta paralela a PQ por D(1, -11/2)

d) Hallar las coordenadas de $\{C\} = r \cap s$, s es la mediatriz del segmento PQ;

e) C es el punto medio del segmento DE.
Demostrar que PD = QE (medidas de segmentos).

20 – Dados A(2,3), B(-1,-2) y C(3,1) hallar:

a) las ecuaciones de las rectas que contienen a las medianas del triángulo ABC

b) las coordenadas del baricentro (intersección de medianas)

c) las coordenadas del cuarto vértice del paralelogramo ABCD

21 – Dos de los vértices de un triángulo equilátero son los puntos (-1,1) y (3,1). Hallar las coordenadas del tercer vértice (indicando todas las soluciones posibles).

22- Dados los puntos A (-2,3), B (1,5) y C (4,-2), hallar los vértices del triángulo formado por la intersección de las paralelas a los lados del ABC por el respectivo vértice opuesto.

23- Sea el triángulo ABC de vértices A(0,2) , B(4,0) y C(2,6).

a) Hallar la ecuación de la recta que corresponde a la mediatriz del lado BC.

b) Hallar la ecuación de la recta que corresponde a la mediana que pasa por B.

c) Hallar las coordenadas del punto de corte de las dos rectas anteriores.

24- Sea el triángulo OAB de vértices O(0,0) , A(2,4) y B (6,2).

a) Hallar la ecuación de la recta correspondiente a la mediana que pasa por O.

b) Hallar la ecuación de la recta correspondiente a la mediatriz del lado OB.

c) Hallar las coordenadas de la intersección de las dos rectas anteriores.

25- Sea el triángulo ABC de vértices A(1,3) , B(3,1) y C(7,5).

a) Hallar la ecuación de la recta correspondiente a la mediana por C.

b) Hallar la ecuación de la recta correspondiente a la mediatriz del lado BC.

c) Hallar las coordenadas del punto I, intersección de las dos rectas anteriores.

26- Sea el triángulo ABC de vértices A(-1,1) , B(5,0) y C(3,4).

a) Hallar la ecuación de la recta que corresponde a la mediana que pasa por A.

b) Hallar la ecuación de la recta que corresponde a la mediatriz del lado AB.

c) Hallar las coordenadas del punto I, intersección de los dos rectas anteriores

27- Determinar el valor de **k** para que la recta $kx + (k + 1)y + 3 = 0$ sea perpendicular a la recta $3x - 2y - 11 = 0$.

28- Dados A (2,1), B (-2,-2) y C (-3,-3):

a) hallar las ecuaciones de las rectas que contienen las alturas del triángulo ABC;
b) comprobar que dichas rectas se cortan en un mismo punto H (ortocentro);

29- Hallar los vértices de un triángulo ABC sabiendo que es rectángulo en C, la ecuación de la recta que contiene al lado AC es $3x+2y+5 = 0$, M(0,4) el punto medio del segmento BC y la recta que contiene al lado AM es paralela a la recta de ecuación $5x-y = 0$.

30- Hallar los vértices de un triángulo ABC sabiendo que la ecuación de la recta que contiene al lado AB es $x-6y+8=0$, M(2,0) es el punto medio del segmento AC y la ecuación de la recta que contiene a la altura del vértice A es h)$2x-3y-2=0$.

31- Hallar los vértices de un triángulo ABC sabiendo que M(1/2,3) es el punto medio del segmento AB, la ecuación de la recta que contiene a la altura del vértice A es h)$3x-5y+11=0$ y la ecuación de la recta que contiene a la mediana del vértice A es j)$9x-7y+1=0$.

32- Hallar los vértices de un triángulo ABC sabiendo que la recta que contiene al lado AC es paralela a la recta de ecuación $y = -x-7$, la recta que contiene a la altura del vértice A es h) $2x+5y-6 = 0$, el punto medio del lado AC es M(-1/2,1/2) y la recta AB tiene coeficiente angular 2/5.

33- Hallar los vértices de un triángulo ABC sabiendo la ecuación de la recta que contiene al lado AC es $x+2y-3=0$, la recta que contiene a la altura del vértice C es h)$y = -4x+19$, el punto medio del lado AC es M(2,1/2) y la recta BM es paralela a la recta $5x-2y = 0$.

34- Hallar los vértices A y C del triángulo ABC sabiendo que: B(8,2), la ecuación de la recta que contiene al lado AB es $-7x+12y+32=0$, la recta que contiene la mediana desde el vértice C es $9x+10y-3=0$, y el coeficiente angular de la recta que contiene al lado AC es 8.

35- Hallar los vértices del triángulo ABC rectángulo en C, sabiendo que: la ecuación de la recta que contiene al lado AC es $4x + 3y + 1 = 0$, la recta que contiene la mediana desde el vértice A es $6x + 17y - 11 = 0$ y el punto $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ pertenece a la recta BC.

36- a) Hallar los vértices del triángulo ABC, sabiendo que: la ecuación de la recta que contiene al lado BC es perpendicular a la recta $-x + y + 7 = 0$, las coordenadas del punto medio del lado BC son $\left(\frac{13}{2}, \frac{5}{2}\right)$, la recta que contiene la altura desde el vértice B es $3x + y - 23 = 0$ y el coeficiente angular de la recta AB es 0.

b) Demostrar: $d(A,B) = 2[d(C,B)]^2$

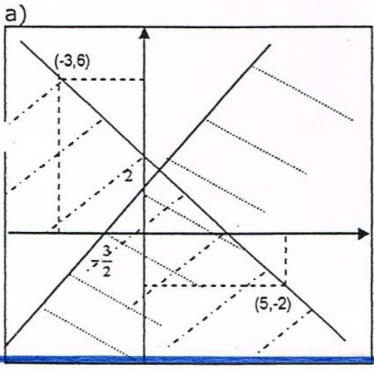
1) Representar gráficamente:

a) $y + 5 > 0$ b) $x + 2y \leq 1$ c) $x \geq 3$ d) $\begin{cases} 5x+y-4>0 \\ 6x-2y+3>0 \end{cases}$ e) $\begin{cases} -x+y+12\leq 0 \\ 4x-y+3\geq 0 \end{cases}$

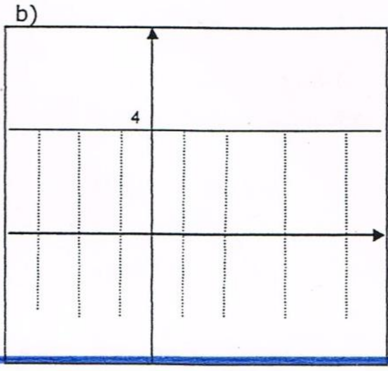
f) $\begin{cases} 2x+y-1<0 \\ y-x<0 \\ y<2 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 2x+y-1\geq 0 \\ 6x+3y-3\geq 0 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x\geq -2 \\ y\leq 3 \\ x+y-1\leq 0 \end{cases}$ i) $\begin{cases} 14x-7y+2\geq 0 \\ -2x+y\geq 0 \end{cases}$

2) Escribir en cada caso las inecuaciones o sistema de inecuaciones, que determinan las zonas rayadas. En el caso a), además interpretar analíticamente el conjunto solución.

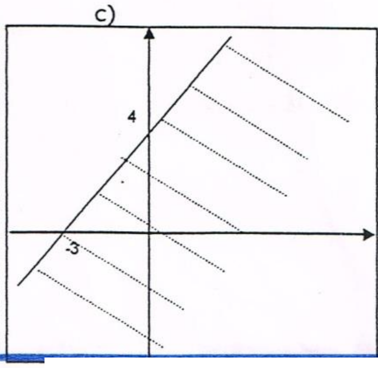
a)



b)



c)



3) Hallar en cada caso la ecuación de la circunferencia:

a) Centro en C(1,4) y radio 3.
b) Centro en C(-2,-5) y tangente a Ox.
c) Centro en c(-1,7) y tangente a Oy.
d) Centro en C(7,-6) y pasa por A(1,2)
e) Pasa por los puntos A(-3,5) y B(7,-3). Además AB es diámetro.
f) De radio 6 y cuyo centro es el punto de intersección de r) $2x + 5y - 6 = 0$ y s) $3x + 2y + 13 = 0$.

4) Hallar la longitud de la cuerda determinada por la recta m) $x - 7y + 25 = 0$ en la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 25$. Graficar.

5) Hallar la intersección de la circunferencia C : $(x - 1)^2 + y^2 = 25$ con las rectas:
p) $x = -3$ q) $2x - 5y + 13 = 0$ y s) $y = 2$

6) Hallar la intersección de la circunferencia C : $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 41$ con las rectas:
r) $x - y + 1 = 0$ s) $x - 2y = 0$ t) $5x + 4y - 40 = 0$

7) Representar gráficamente el conjunto solución:

a) $\begin{cases} x^2+y^2\leq 16 \\ 2x-1>0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} (x+2)^2+(y-1)^2\leq 9 \\ x-y+2 \geq 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} (x-3)^2+y^2\leq 4 \\ -2\geq y\geq 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2+y^2-2x-2y+2\geq 0 \\ (x+2)^2+y^2\leq 0 \end{cases}$