
TRABAJO PRÁCTICO N°3: Funciones de dos variables

A) Superficies en el espacio

1) Encuentre las trazas de las siguientes superficies. Luego trace la grafica correspondiente.

a) $x + y + 2z = 6$

b) $3x + y + 2z = 6$

c) $y + x = 2$

d) $x + 2z = 4$

e) $z = 6$

f) $x = 8$

g) $y = 5$

h) $z = 4 - y^2$

i) $z = 3 - x^2$

j) $y = 1 + x^2$

k) $z = 2 + x^2$

B) Funciones de varias variables

2) Determine el conjunto Dominio de las siguientes funciones de dos variables y grafique

a) $z = x^2 + y^2$

b) $z = \ln(x+y)$

c) $z = \frac{y}{x}$

d) $z = \frac{3}{2x + y}$

e) $z = \sqrt{4 - 4x^2 - y^2}$

3) Encuentre las trazas de las funciones dadas con los planos coordenados. Luego trace la gráfica correspondiente

a) $z = 4 - y^2$

b) $z = x^2 + 2y^2$

c) $z = 6 - 3x - 2y$

d) $z = 2 + x^2$

e) $z = 1 + x^2$

f) $z = 4 - x$

g) $z = 9 - x^2 - y^2$

h) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

4) Encuentre las curvas de nivel indicadas para cada una de las funciones dadas. Luego representelas en el plano xy.

a) $z = 3x - 2y$ usando $k = 0, 4, -4, 8, -8$

b) $z = y - x^2$ usando $k = 0, -2, 2, -3, 4$

c) $z = x \cdot y$ usando $k = 1/4, 1, 4, 8$

C) Gráficas y curvas de nivel

5) Una placa metálica delgada, ubicada en el plano xy, tiene temperatura $T(x,y)$ en el punto (x,y) . temperatura está dada por:

$$T(x,y) = \frac{100}{1 + x^2 + y^2}$$

Las curvas de nivel de T se denominan isotermas porque en todos los puntos de una isoterma la temperatura es la misma.

a) Encuentre el dominio de esta función

b) Analice qué valores puede tomar k

c) Trace tres isotermas y grafique.

- 6) Si $V(x,y)$ es el potencial eléctrico de un punto (x,y) del plano xy , entonces las curvas de nivel de V se llaman curvas equipotenciales, porque en todos los puntos de dicha curva el potencial eléctrico es igual.

$$V(x,y) = \frac{100}{\sqrt{25 - x^2 - y^2}}$$

- a) Encuentre el dominio de esta función
- b) Analice qué valores puede tomar k
- c) Trace tres isotermas y grafique.

- 7) Si $V(x,y)$ es el potencial eléctrico de un punto (x,y) del plano dado por

$$V(x,y) = \frac{100}{\sqrt{25 - x^2 - y^2}}$$

Medido en voltios

Encuentre :

- a) el dominio de la función si el potencial máximo es de 25 voltios
 - b) el conjunto imagen
 - c) Si el potencial máximo pudiera ser 50Voltios, para que conjunto de puntos (x,y) tomaría ese valor?
- 7) Una placa rectangular de metal, está ubicada en el plano xy de forma tal, que su temperatura $T(x,y)$ en cualquier punto de la placa está dada por la función :

$$T(x,y) = 80 - \frac{120}{\sqrt{16 - x^2 - y^2}}$$

- a) Si la temperatura mínima de la placa se considera - 10 grados, encuentre el conjunto imagen de la función
- b)Cuál es el dominio de la función en el contexto del problema ?
- c)Cuál es la temperatura que tiene la placa sobre la curva $x^2 + y^2 = 7$

8) Indicar a qué función corresponde cada mapa de contorno:

A) $z = x^2 + y^2$, B) $z = 10 - x^2 - y^2$, C) $z = 10 - x$, D) $z = 10 - y$

