TRABAJO PRÁCTICO N° 4

PARTE B:

- **DIFERENCIAL**
- **REGLA DE LA CADENA**
- **DERIVACIÓN IMPLÍCITA**

EJERCICIO N° 1:

a) **Dada la función** $z=(y-2)^2+xy$ **Halle Δz y dz en el punto p = (-2,1) y compare resultados si sabemos que $\Delta x = \Delta y = 10^{-2}$**

b) **Verifique, aplicando la definición, que la función** $f(x,y)=x^2+y^2+3x-4y$ **es diferenciable en todo punto (x, y).**

c) **Determine aplicando la condición suficiente de diferenciabilidad para que valores de (x; y) puede asegurar que son diferenciables las siguientes funciones:**

1. $f(x,y)=e^{x+2y}\cos(y)$
2. $f(x,y)=\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}$

EJERCICIO N° 2:

Halle la $\dfrac{dz}{dt}$ usando la Regla de la Cadena:

a) $z=y.\ln(x)$ con $x=\operatorname{sen}(2t)$, $y=2^t$

b) $z=\ln\left(\dfrac{y}{x}\right)$ con $x=\cos(t)$, $y=\operatorname{sen}(t)$

EJERCICIO N° 3:

Sea $z=f(x,y)$ diferenciable y $x=x(t,s)$ e $y=y(t,s)$. Halle la $\dfrac{\partial z}{\partial s}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial t}$ mediante la regla de la cadena:

a) $z=\ln(3x+y)$ Siendo: $x=t^2+2s$ $y=e^t-s$

b) $z=e^r\cos(\theta)$ siendo: $r=s.t$ y $\theta=\sqrt{s^2+t^2}$

c) Sea $z=f(x,y)$ diferenciable y $x=x(s,t,w)$ e $y=y(s,t,w)$. Halle la $\dfrac{\partial z}{\partial s}, \dfrac{\partial z}{\partial t}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial w}$ mediante la regla de la cadena. Realice el diagrama correspondiente :

$z=x^2-2xy$ con $x=2t-s+w$ $y=t^2+2s-w$

EJERCICIO N° 4:

Derivar implícitamente para obtener las derivadas parciales primeras de z.

a) $x^2\,y - \cos(x.y) + \sqrt{x - z} + y^2 = 5$

b) $3^{xy}.\text{sen}^2(z.y) = 0$

EJERCITACIÓN PARA EL ESTUDIANTE:

1. Calcular la diferencial de la función z = $z = \left(x^2 + 5y^3\right)^2$ en el punto (1;-1) para $\Delta x = 0{,}1$ y $\Delta y = 0{,}01$

2. Verifique, aplicando la definición, que la función $f(x, y) = x + 3y^2 - 2x + 1$ es diferenciable en todo punto (x, y).

3. Determine aplicando la condición suficiente de diferenciabilidad para que valores de (x; y) puede asegurar que son diferenciables las siguientes funciones:

a) $f\,(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^2}$

b) $f\,(x, y) = x^3\mathbf{y}^2 - 2\sqrt{\mathbf{x} + \mathbf{y}}$

4. Halle las derivadas que se indican, utilizando la regla de la cadena

a) $\dfrac{\partial z}{\partial r}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial \theta}$ **para** $z = e^r \cos(\theta)$ Siendo: $r = s\,.t$ y $\theta = \sqrt{\mathbf{s}^2 + \mathbf{t}^2}$

b) $\dfrac{dz}{dt}$ **para** $z = \ln\left(\dfrac{y}{x}\right)$ con $x = \cos(t)$ e $y = \text{sen}(t)$

c) $z = y.\ln(x)$ con $x = \text{sen}(2t)$ e $y = 2^t$

5. Derivar implícitamente para obtener las derivadas parciales primeras de z.

a) $y - \cos(x.y) + \sqrt{x - z} + y^2 = 5$

b) $\ln\left(x^2 + y^2\right) - z = 0$

c) $3\,x^2\,z - x^2y^2 + 3\,z^3 = 2$

d) $x^2\,e^z - e^{x+y} + 2\,y\,z = 0$