## TRABAJO PRÁCTICO N° 4

# PARTE C: DERIVADAS DIRECCIONAL –PLANO TANGENTE

### EJERCICIO N° 1:

Aplicando la definición, hallar la derivada direccional de las siguientes funciones en el punto (1; 1) en la dirección que se indica

:**a)** $z = x^2 + y^2$ en el punto (1,1), según la dirección del vector $u = \frac{1}{\sqrt{2}}.\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}.\hat{j}$

**b)** $f(x,y) = 4 - x^2 - y^2$ en el punto (1,1) en la dirección del vector que forma un ángulo $\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{6}}$ con el eje positivo x

### EJERCICIO N° 2:

Hallar la derivada direccional de las funciones usando el "Teorema de la derivada direccional"

$$\mathbf{D_u\, f(x_0, y_0) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)\cos\theta + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)\,sen\,\theta}$$

**a)** $f(x,y) = 4 - x^2 - y^2$ en el punto (1,1) para $\theta = \frac{\pi}{6}$

**b)** Para **$f(x,y) = y\, e^{2x}$** en el punto P(1,-1) siendo $\theta = \frac{2\pi}{3}$

### EJERCICIO N° 3:

**a)** Halle la derivada direccional, como producto escalar de las siguientes funciones en el punto P

1- Para $f(x,y) = y^3.\sqrt{x} + y.x^2$ en el punto $P(1,-1,-2)$ en la dirección del vector $v = i - 2j$

2-Para f(x, y) = 3x – 4xy + 5y P (1,2) v = $\left( \frac{1}{2}.i + \frac{\sqrt{3}}{2}.j \right)$

**b)** Halle la derivada direccional, como producto escalar, en la dirección de $\overrightarrow{PQ}$ y obtenga su valor en el punto P.

$f(x,y) = \ln(x+y) + 4x^2y$ $P = (1,1)$ y $Q = (4,4)$

### EJERCICIO N° 5:

Dadas las siguientes funciones, hallar la curva de nivel que pasa por los puntos indicados y graficar el vector gradiente en dichos puntos:

**a)** $\mathbf{z = x^2 + y^2}$ en $P_1(1,1)$ y $P_2(-1,2)$

**b)** **x + y + 2z = 4** en los puntos: $P_1(1,2)$ $P_2 =(-2,-4)$

**c)** $\mathbf{f(x,y)=1+x^2+y^2}$ en $P=(2;2)$

## EJERCICIO N° 6:

**Dada la función:** $\mathbf{f(x,y)=2^y.x+y}$

**a)** Halle la derivada direccional de la función en $P(2,1,5)$ en la dirección de **v** = (-1,2)

**b)** Indique la dirección en la cual la función crece más rápidamente y el valor de esa variación.en dicho punto

**c)** Calcule la pendiente mínima de la superficie en el punto P.

## EJERCICIO N° 7:

**a)** Determine en que dirección es nula la derivada direccional de la función f(x, y) = $x^2y - x$ en el punto P (-1,-1)

**b)** Encuentre un vector unitario, en la dirección en que la función $f(x,y)=x^2+2y^2$ aumenta con mayor rapidez desde el punto $P=(2,-1,6)$ y el valor máximo de la derivada direccional

**c)** Encuentre un vector unitario, en la dirección en que la función f(x, y)= x. $e^{y}$ disminuye con mayor rapidez desde el punto P (2,0) y el valor mínimo de la derivada direccional

**d)** Calcular el valor máximo y el valor mínimo de la derivada direccional de las siguientes funciones en los puntos que se indican

Para f (x, y) = x. tg (y) P $(2,\frac{\pi}{4})$ y f (x, y) = y $e^{-x^2}$ P (0,5)

## EJERCICIO N° 8:

Suponga que sobre una cierta región del espacio, el potencial eléctrico V está dado por:

$\mathbf{V(x, y, z) = x.e^{yz}+x.y.e^{z}}$

- Determine la razón de cambio del potencial en P = (-2,1,1) en la dirección del vector **v** = **i** - 2**j** + 3**k.**
- ¿En qué dirección cambia con mayor rapidez V en P?
- ¿Cuál es la razón máxima de cambio del potencial en P?
- ¿Cuál es la superficie de nivel a la que es norma el vector gradiente en P?

## EJERCICIO N° 9:

### APLICACIÓNES

**1.** La temperatura en grados Celcius de una placa metálica es: T(x,y) = 20 – $4x^2 - y^2$ Donde x e y se miden en centímetros, y T representa la temperatura en el punto (x,y).

En qué dirección, a partir del punto (2, -3) crece más rápidamente la temperatura?

**2.** Suponga que la temperatura en un punto (x, y ,z) en el espacio está dada por :

$T(x, y, z) = \dfrac{80}{(1+x^2+2y^2+3z^2)}$ donde T está medida en º C y x, y, z en metros.

**a)** ¿En qué dirección aumenta más rápido la temperatura en el punto (1, 1,-2)?

**b)** ¿Cuál es la máxima tasa de incremento?

## PLANO TANGENTE

## EJERCICIO N° 10:

Halle la ecuación del plano tangente en el punto indicado para las siguientes funciones:

**a)** $z^2 - 2x^2 - 2y^2 - 12 = 0$ en el punto P(1,-1,4)

**b)** $z = \dfrac{x^2 + 4y^2}{2}$ en el punto (2,1,4)

**c)** $z = 2 + x^2 + y^2$ en $p = (3, -1, 12)$

**d)** $x.z + y^2 = 2 + \ln(x)$ en $p = (1,1,1)$

**e)** $z + 1 = x.\, e^{y}.\cos(z)$ en $p = (1,0,0)$

## EJERCICIO N° 11:

Encuentre el punto de la superficie $z = 3 - x^2 - y^2 + 6y$ donde el plano tangente es horizontal