TRABAJO PRÁCTICO N° 4

PARTE A: DERIVADAS PARCIALES

EJERCICIO N° 1:

a) Defina derivadas parciales de z = f (x, y) en un punto (a, b).

b) Que representan gráficamente las derivadas parciales en un punto? Explique qué condición se debe cumplir gráficamente para garantizar la existencia de las derivadas parciales en el punto (a,b). Qué representan en la interpretación gráfica gráficamente **x = a** e **y = b**

c) Dada las funciones:

- $f(x,y) = 4 - x^2 + y^2$
- $f(x,y) = \sqrt[3]{x^3 + y^2}$

I. Calcule las derivadas parciales por definición en el punto (0,0) y encuentre las trazas de la superficie con los planos coordenados x= 0 e y =0

II. Grafique las trazas con los planos coordenados, para verificar el valor obtenido de cada derivada en el punto (0,0).

III. Encuentre, en caso de existir la derivada parcial, la ecuación de la recta tangente a la traza correspondiente, en el punto (0,0)

EJERCICIO N° 2:

a) Encuentre la pendiente de la recta tangente a la curva de intersección de la superficie dada por $z = 4 - x^2 - y^2$ con el plano **y = 1** en el punto P (1; 1; 2), y luego con el plano **x = 1** en el mismo punto. *Grafique*.

b) Encuentre la pendiente de la recta tangente a la curva de intersección de la superficie dada por $\mathbf{z} = +\sqrt{4 - \frac{\mathbf{x}^2}{4} - \frac{\mathbf{y}^2}{4}}$ con el plano **x = 2** en el punto P $(2, 0, \sqrt{3})$ y luego con el plano **y= 1** en el punto P $(2, 2, \sqrt{2})$

EJERCICIO N° 3:

Dadas las siguientes funciones f (x, y), y el punto donde debe calcular las derivadas parciales:

1. $f(x, y) = x^2 - y^2$ en el punto (-2, 3)
2. $f(x, y) = 3x^2y - 2y$, en el punto (-1,2)

3. $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ en el punto (0,0).

4. $z=+\sqrt{4-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}}$ en el punto (2,2).

5. $f(x,y)=3x-x^2y^2+2x^3y$ en el punto (-2,-3).

Se pide:

a) Analice en cuales, puede aplicar reglas de derivación y cuales debe calcularlas utilizando la definición. Justifique su respuesta.

b) Hallar las derivadas primeras parciales aplicando reglas de derivación o definición según corresponda por lo analizado en el punto anterior.

EJERCICIO N° 4:

Halle las derivadas parciales primeras parciales utilizando reglas de derivación.

a) $f(x,y)=2x-3y+5$

b) $f(x,y)=\ln\left(x^2+y^3\right)$

c) $f(x,y)=\operatorname{sen}(4x^3y+2y^2)$

d) $f(x,y)=\sqrt{2xy+y^3}$

e) $f(x,y)=\cos(3x).e^{x.y}$

f) $f(x,y,z)=\cos\left(x^2+2y+z^{-1}\right)$

g) $f(x,y,z)=\ln(y+x.z)$

h) $f(x,y)=\operatorname{tg}\left(3x^2-y\right)$

EJERCICIO N° 5:

Verifique que a pesar de no ser continua la función f(x,y) en el punto P , sí existen las derivadas parciales en dicho punto

$$\mathbf{f(x,y)}=\begin{cases}\dfrac{\mathbf{3xy}}{\mathbf{x^2+y^2}} & \textbf{si } \mathbf{(x,y)\neq(0,0)}\\ \mathbf{0} & \textbf{si } \mathbf{(x,y)=(0,0)}\end{cases}$$

EJERCICIO N°6

Hallar las derivadas parciales de segundo orden, de las siguientes funciones y verificar la igualdad de las derivadas cruzadas, usando reglas de derivación.

a) $f(x,y) = x^4 - 3\,x^2\,y^2 + y^4$

b) $f(x,y) = \dfrac{x}{y}$

c) $z = \ln\left(3x + y\right)$