

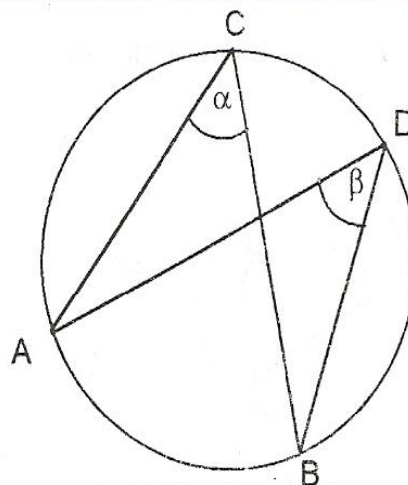


TALLER

UNIDAD: GEOMETRÍA POSICIONAL Y MÉTRICA

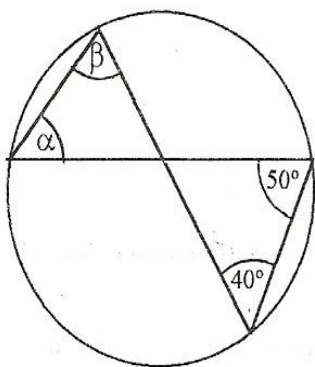
ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

- 1) Todos los ángulos inscritos que subtienden el mismo arco tienen igual medida. Los ángulos ACB y ADB tienen el mismo arco AB común. Luego, $\alpha = \beta$



Resuelve según los datos dados en cada una de las circunferencias.

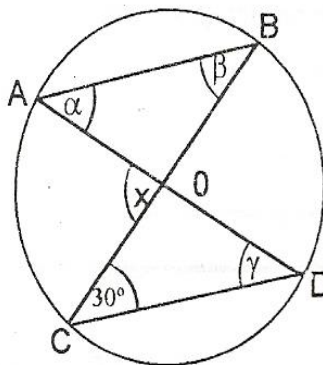
1)



$$\alpha =$$

$$\beta =$$

2)



$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$$

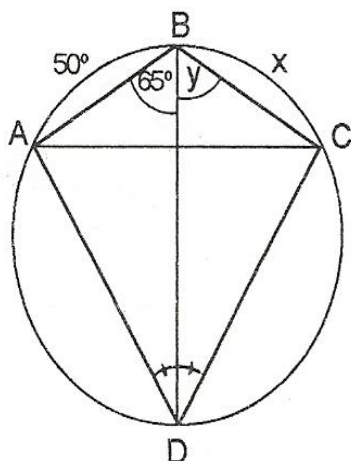
$$\alpha =$$

$$\beta =$$

$$\gamma =$$

$$\angle x =$$

3)

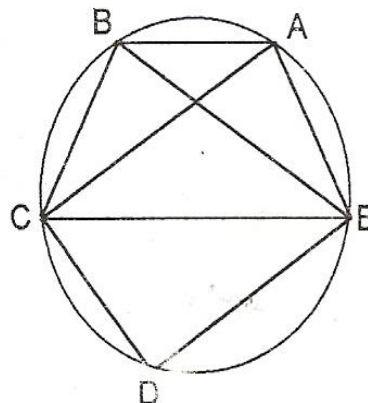


$$\widehat{AD} = \widehat{CD}$$

$$x =$$

$$y =$$

4)



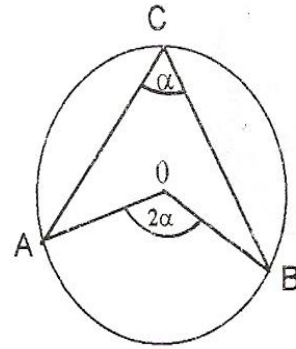
ABCDE pentágono regular

¿Qué tipo de cuadrilátero es ABCE?

- 2) Todo ángulo inscrito es igual a la mitad de la medida del ángulo del centro cuyos lados subtienden el mismo arco.

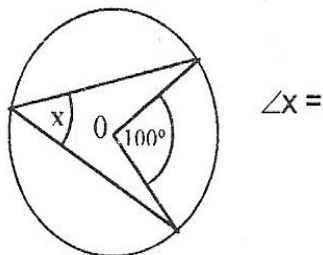
En la circunferencia de centro O , los ángulos ACB y AOB tienen el arco AB en común.

$$\text{Luego, } \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB.$$

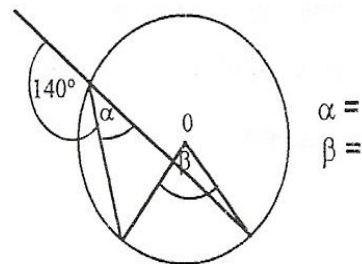


Resuelve según los datos dados en cada una de las circunferencias de centro O .

1.



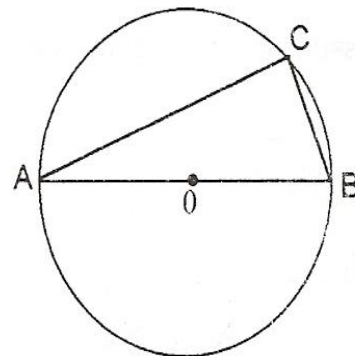
2.



- 3) Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es un ángulo recto.

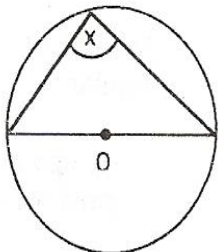
En la circunferencia de centro O , el arco ACB es una semicircunferencia.

$$\text{Luego, } \angle ACB = 90^\circ$$



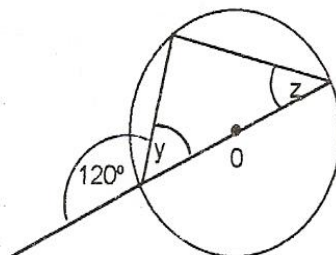
Resuelve según los datos dados en cada una de las circunferencias de centro O .

1.



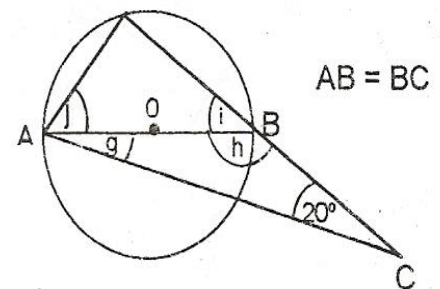
$$\angle x =$$

2.



- a) $\angle y =$
b) $\angle z =$

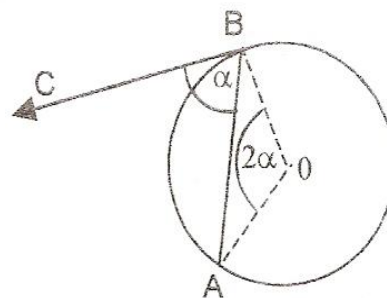
3.



- a) $\angle i =$
c) $\angle j =$

- b) $\angle h =$
d) $\angle g =$

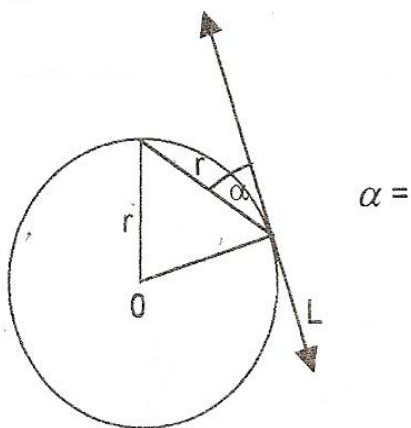
- 4) Todo ángulo semi-inscrito es igual a la mitad de la medida del ángulo del centro cuyos lados subtienden el mismo arco. En la circunferencia de centro O , los ángulos ABC y AOB tienen el arco AB común.



Luego, $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOB$.

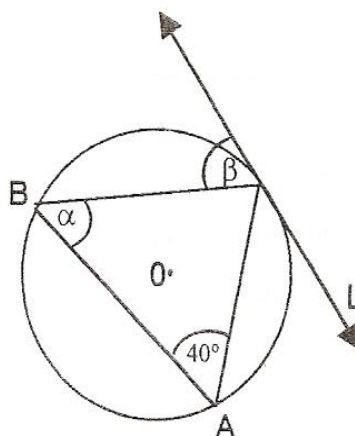
Resuelve según los datos de cada figura. En cada una de ellas L es tangente a la circunferencia de centro O .

1.



$\alpha =$

2.



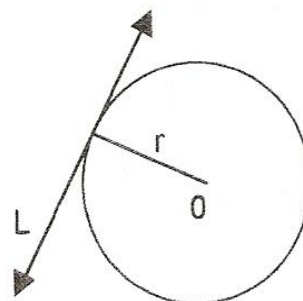
Si $\overline{AB} \parallel L$, entonces

$\alpha =$

$\beta =$

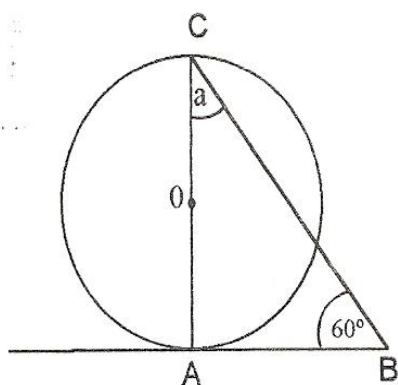
$\widehat{AB} =$

- 5) El ángulo formado por la tangente a la circunferencia y el radio trazado al punto de tangencia es recto.



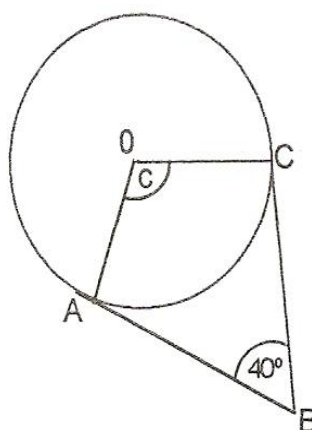
Resuelve según los datos dados en cada una de las circunferencias de centro O.

1.



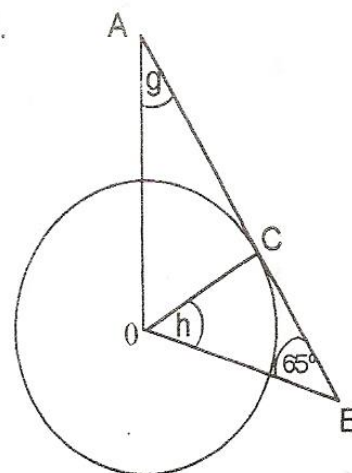
\overline{AB} : Tangente
 $\angle a =$

2.



\overline{AB} y \overline{BC} Tangentes
 $\angle c =$

3.

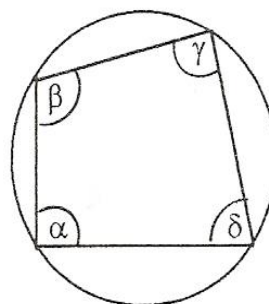


$AB = AO$, \overline{AB} tangente en C
 a) $\angle g =$
 b) $\angle h =$

6) Los ángulos opuestos de un cuadrilátero inscrito en una circunferencia son suplementarios.

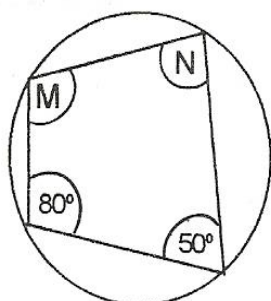
Es decir : $\alpha + \gamma = 180^\circ$

$\beta + \delta = 180^\circ$



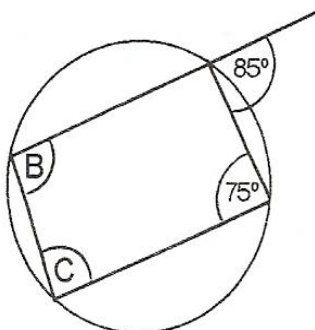
Resuelve según los datos dados en cada una de las circunferencias.

1.



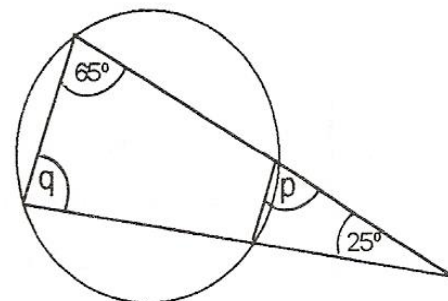
a) $\angle M =$
 b) $\angle N =$

2.



a) $\angle B =$
 b) $\angle C =$

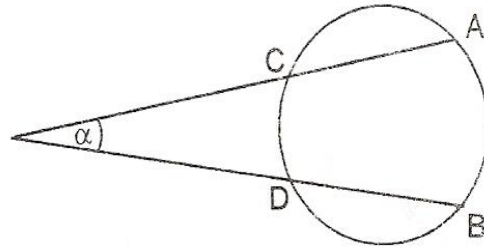
3.



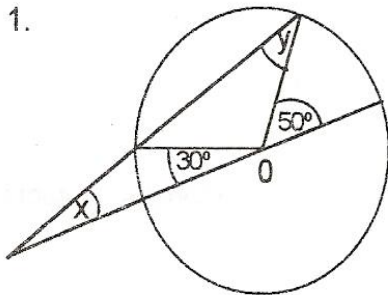
a) $\angle p =$
 b) $\angle q =$

- 7) El ángulo exterior α , tiene por medida la semidiferencia de los arcos comprendidos entre sus lados.

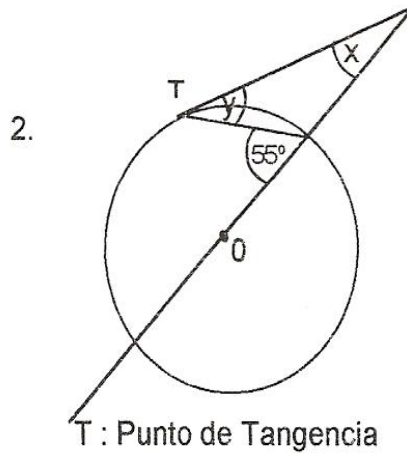
Es decir : $\alpha = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$



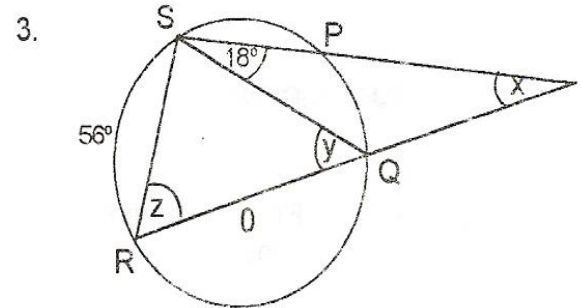
Resuelva según los datos dados en cada una de las circunferencias de centro O.



- a) $\angle x =$
b) $\angle y =$



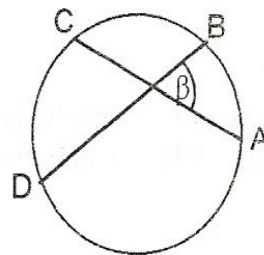
- a) $\angle x =$
b) $\angle y =$



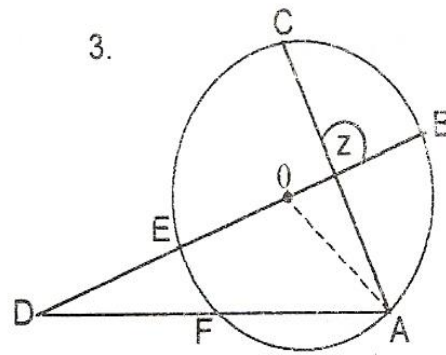
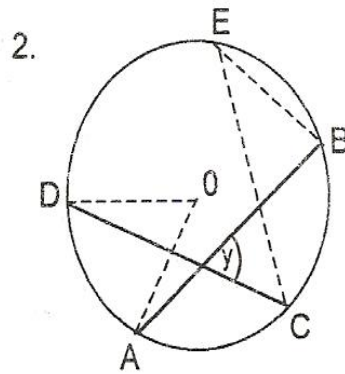
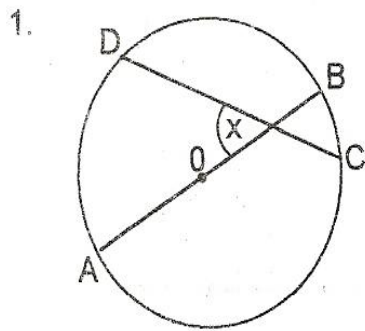
- a) $\angle x =$ b) $\angle y =$
c) $\angle z =$

- 8) El ángulo interior β tiene por medida la semisuma de los arcos comprendidos entre sus lados y las prolongaciones de ellos más allá del vértice.

Es decir : $\beta = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$



Resuelve según los datos dados en cada una de las circunferencias de centro O.



\overline{AB} : Diámetro

$\widehat{AD} : \widehat{DB} : \widehat{BC} = 3 : 2 : 1$

$\angle x =$

$\angle AOD = 65^\circ$

$\angle BEC = 40^\circ$

$\angle y =$

$\angle BOA = 52^\circ$

$\angle BDA = 18^\circ$

$\angle EOF : \angle EOC = 1 : 4$

$\angle z =$

EJERCICIOS

1. En la circunferencia de centro O de la figura 1, $\angle ABC = 40^\circ$ y $\angle ACB = 48^\circ$. Entonces, el ángulo x mide

- A) 48°
- B) 40°
- C) 46°
- D) 92°
- E) 184°

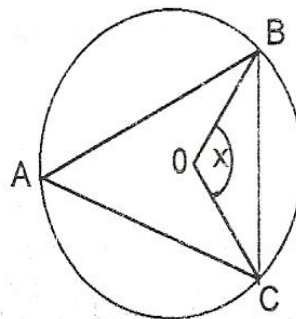


fig. 1

2. En la circunferencia de la figura 2, el triángulo ABC es isósceles de base \overline{AB} , $\widehat{AC} = 160^\circ$ y \overline{BD} tangente a la circunferencia en el punto B. Entonces, $\angle ABD =$

- A) 10°
- B) 20°
- C) 40°
- D) 60°
- E) 80°

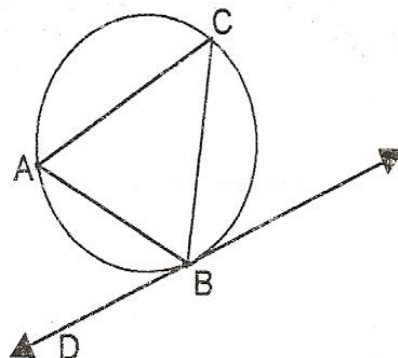


fig. 2

3. En la circunferencia de la figura 3, \overline{AD} y \overline{AC} son secantes. Si el arco BE es un noveno de la circunferencia y el arco CD es un quinto de la circunferencia, entonces el ángulo x mide

- A) 16°
- B) 40°
- C) 56°
- D) 72°
- E) 112°

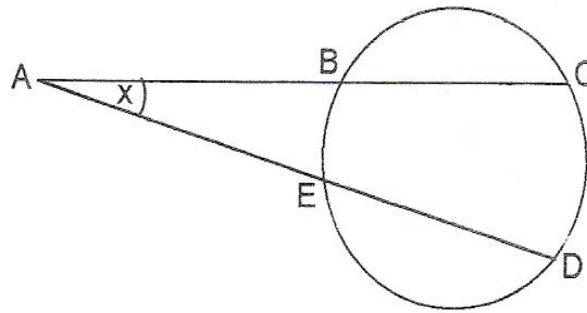


fig. 3

4. En la figura 4, el centro de la circunferencia es O. Si $\angle PQR = 42^\circ$ y $\overline{OS} \parallel \overline{QP}$, entonces $\angle POS =$

- A) 84°
- B) 21°
- C) 63°
- D) 42°
- E) 48°

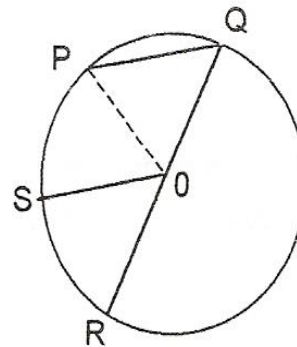


fig. 4

5. En la figura 5, \overline{QA} y \overline{QB} son tangentes a la circunferencia de centro O, en los puntos A y B respectivamente, y C es un punto del arco AB. Si $\angle AQB = 30^\circ$, entonces $\angle ACB =$

- A) 30°
- B) 60°
- C) 75°
- D) 90°
- E) 150°

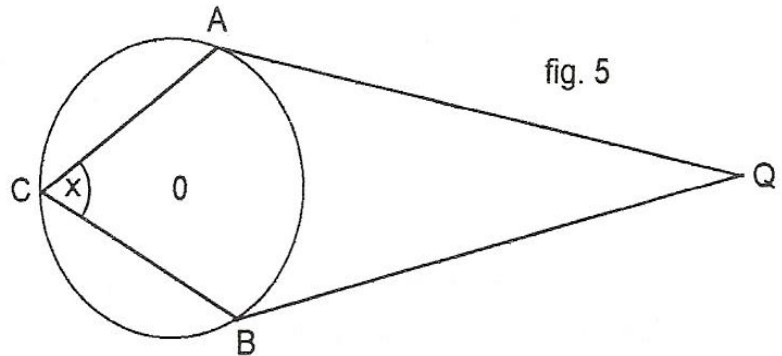


fig. 5

6. En la circunferencia de centro O de la figura 6, $\widehat{AB} = \widehat{BD} = \widehat{DE}$ y $\angle ACB = 20^\circ$. Entonces, la suma del $\angle AOE$ con el $\angle DFE$ es igual a

- A) 160°
- B) 140°
- C) 120°
- D) 80°
- E) 40°

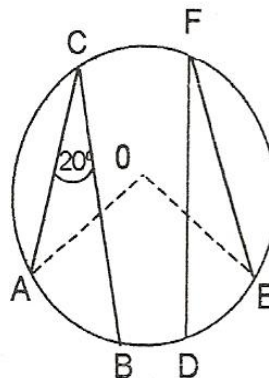


fig. 6

7. En la circunferencia de centro O de la figura 7, A, B, C, D y E son puntos de ella y $\angle AOB = \alpha$. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones es(son) verdadera(s) ?

- I) $\angle ACB = 2\alpha$
- II) $\angle ADB + \angle AEB = \alpha$
- III) $\angle ADB + \angle ACB = 2\angle AEB$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

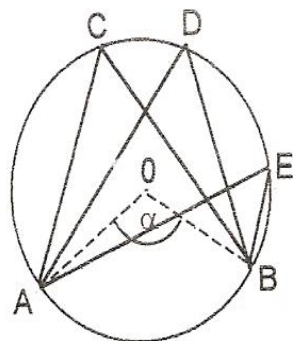


fig. 7

8. En la figura 8, O es centro de la circunferencia, $\widehat{AB} = \widehat{BC}$, $\angle AOB = 130^\circ$, \overrightarrow{CD} es tangente en C , \overline{AC} y \overline{BC} son cuerdas. ¿Cuál es la medida del $\angle DCA$?

- A) 65°
- B) 90°
- C) 130°
- D) 230°
- E) 260°

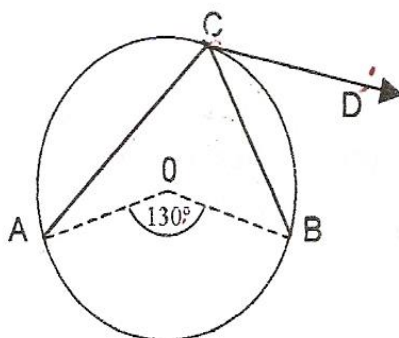


fig. 8

9. En la figura 9, A, B, C y D son puntos de la circunferencia. Si el ángulo ADC mide 70° y el ángulo ABD mide 25° , ¿cuánto mide el ángulo DAC ?

- A) 85°
- B) 95°
- C) 75°
- D) 45°
- E) 25°

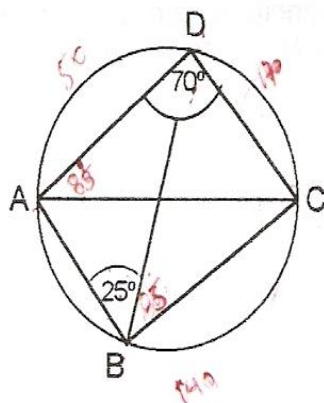


fig. 9

10. En la circunferencia de centro O de la figura 10, \overline{PQ} y \overline{RS} son diámetros, \overline{PR} y \overline{RQ} son cuerdas, $\angle RPQ = \beta$ y $\angle PQR = \alpha$. Entonces, ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es(son) verdadera(s)?

- I) $\angle POS = 2\beta$
 II) $\angle POS = 180^\circ - 2\alpha$
 III) $\angle PQR = \angle QRO$

- A) Sólo I
 B) Sólo II
 C) Sólo III
 D) Sólo I y II
 E) I, II y III

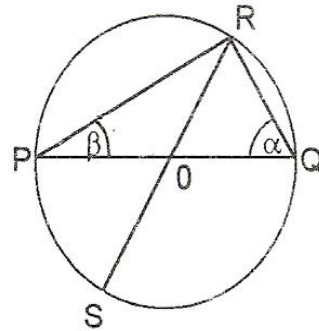


fig. 10

11. En la circunferencia de la figura 11, \overline{AC} y \overline{AD} son secantes, y \overline{BD} y \overline{CE} son cuerdas. Si $\widehat{CD} = 100^\circ$ y el ángulo DFC es el cuádruplo del ángulo BAD , entonces $\widehat{BE} =$

- A) 80°
 B) 60°
 C) 40°
 D) 30°
 E) 20°

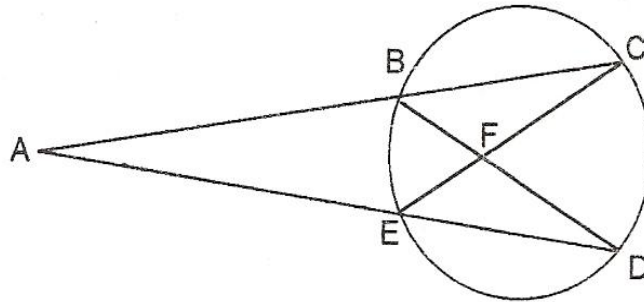


fig. 11

12. En la figura 12, el $\triangle ABC$ está inscrito en la circunferencia de centro O . Si \overline{CD} es un diámetro de ella, entonces el $\angle ACD =$

- A) α
 B) $\frac{\alpha + \beta}{2}$
 C) β
 D) $90^\circ - \beta$
 E) $90^\circ - \alpha$

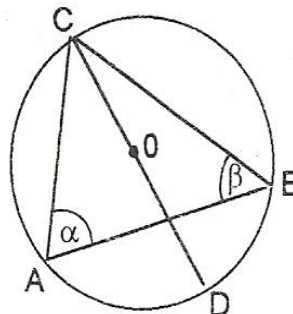


fig. 12

13. Desde un punto P se trazan 2 secantes, \overline{PQ} y \overline{PN} , a una circunferencia de centro O y radio r. Si $\overline{PM} = r$ y $\angle OPM = \alpha$, entonces $\angle QON =$

- A) 2α
- B) 3α
- C) 4α
- D) $\frac{3}{2}\alpha$
- E) $\frac{5}{2}\alpha$

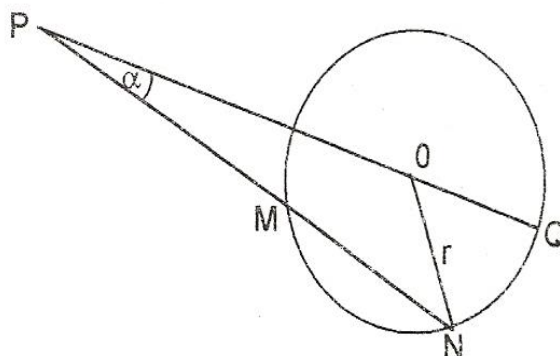


fig. 13

14. En la figura 14, O es el centro de la circunferencia y $\alpha = \angle BAC$. ¿Cuál (es) de las siguientes afirmaciones es(son) siempre verdadera(s) ?

- I) $\angle CAD = \frac{\alpha}{2}$
- II) $\angle BOD = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$
- III) $\angle AEC = \angle OBD$

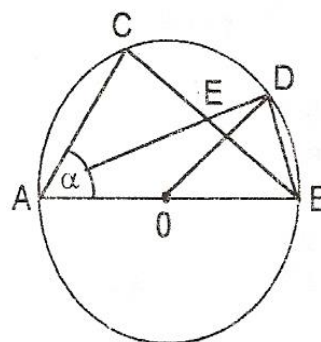


fig. 14

- A) Sólo I
- B) Sólo III
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III

15. El cuadrilátero ABCD de la figura 15, está inscrito en la circunferencia de centro O. Si el $\angle DCB = 77^\circ$ y el $\angle DAC = 24^\circ$, ¿cuánto mide el $\angle CDB$?

- A) 72°
- B) 77°
- C) 79°
- D) 85°
- E) 90°

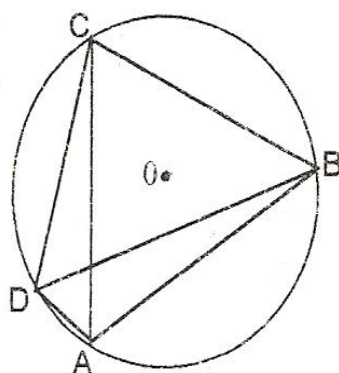


fig. 15