

## GUÍA DE FUNCIONES

1. Dada la función  $f: \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R}$   
$$x \longrightarrow \frac{x-1}{x+1}$$
  - a) Calcule y simplifique:  $f(2)$  ;  $f(a^2 + 1)$  ;  $f(f(x))$  ;  $f(f(f(f(x))))$
  - b) Verifique o refute:  $f(x + y) = f(x) + f(y)$
  - c) Verifique o refute:  $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$
  - d) Verifique o refute:  $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$
  - e) Verifique o refute:  $f(2x + 1) \cdot f(2x - 1) = f(x)$
  - f) Halle  $a$  tal que:  $f(a) = 1$  ;  $f(a) = f(2a)$
2. Para cada caso halle  $\text{Dom}(f)$  ,  $\text{Rec}(f)$  , Gráfica de  $f$ .
  - a)  $f(x) = x^2 + 2$
  - b)  $f(x) = -x^2 - 2x + 3$
  - c)  $f(x) = 3x^2 + 12x - 3$
  - d)  $f(x) = -2x^2 + 6x$
  - e)  $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{4}$
  - f)  $f(x) = 3 + \sqrt{x}$
  - g)  $f(x) = -2 + \sqrt{1-x}$
  - h)  $f(x) = 3 - \sqrt{2x-3}$
  - i)  $f(x) = -1 - 2\sqrt{3-x}$
  - j)  $f(x) = \frac{3+\sqrt{2-x}}{6}$
3. Determine el dominio y codominio de las siguientes funciones.
  - g)  $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{x}$
  - h)  $f(x) = \frac{2x^2+5x-1}{3x+1}$
  - i)  $f(x) = \sqrt{(x+1)^2 - (3x-2)}$
  - j)  $f(x) = \sqrt{\sqrt{2x-3}} + 1$
  - k)  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$
  - l)  $f(x) = \sqrt{|x+2| - 1}$
4. Determine el máximo dominio y recorrido para que las siguientes funciones sean biyectivas. Determine en cada caso  $f^{-1}$ 
  - a)  $f: \mathbb{R} \longrightarrow ]-\infty, 4]$  ;  $f(x) = -x^2 - 2x + 3$
  - b)  $f: \mathbb{R} - \{-5\} \longrightarrow \mathbb{R}$  ;  $f(x) = \frac{x-1}{x+5}$
  - c)  $f(x) = x^2 - 6x - 7$
  - d)  $f(x) = 2 - \sqrt{4 - x^2}$
  - e)  $f(x) = \sqrt{3 - x^2}$
  - f)  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{2x+3}}$
5. Defina en cada caso defina  $(f \circ g)$  y  $(g \circ f)$  determinando dominio y codominio
  - a)  $f(x) = \frac{1}{x+6}$  ;  $g(x) = 2(x^2 - 3x - 1)$
  - b)  $f(x) = \sqrt{2x+1}$  ;  $g(x) = x - 6$

c)  $f(x) = \sqrt{x+2} + x$  ;  $g(x) = \frac{2}{4-x}$   
d)  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{x^2-4}}$  ;  $g(x) = \frac{1}{x}$

## RESPUESTAS

1. a)  $\frac{1}{3}$  ;  $\frac{a^2}{a^2+2}$  ;  $\frac{-1}{x}$  ;  $x$  b) Falso  
c) Verdadero d) Verdadero  
e) Verdadero f)  $\neq 0$
2. a)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$ ;  $\text{Rec}(f) = [2, +\infty[$   
b)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$ ;  $\text{Rec}(f) = ]-\infty, 4]$   
c)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$ ;  $\text{Rec}(f) = [-15, +\infty[$   
d)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$ ;  $\text{Rec}(f) = ]-\infty, \frac{9}{2}]$   
e)  $\text{Dom}(f) = [2, +\infty[$ ;  $\text{Rec}(f) = [0, +\infty[$   
f)  $\text{Dom}(f) = [0, +\infty[$ ;  $\text{Rec}(f) = [3, +\infty[$   
g)  $\text{Dom}(f) = ]-\infty, 1]$ ;  $\text{Rec}(f) = [-2, +\infty[$   
h)  $\text{Dom}(f) = [\frac{3}{2}, +\infty[$ ;  $\text{Rec}(f) = ]-\infty, 3]$   
i)  $\text{Dom}(f) = ]-\infty, 3]$ ;  $\text{Rec}(f) = ]-\infty, -1]$   
j)  $\text{Dom}(f) = ]-\infty, 2]$ ;  $\text{Rec}(f) = [\frac{1}{2}, +\infty[$
3. aa)  $\text{Dom}(f) = [-\frac{1}{2}, +\infty[ - \{0\}$ ;  $\text{codom}(f) = \mathbb{R}$   
bba)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{3}\}$ ;  $\text{codom}(f) = \mathbb{R}$   
cca)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$ ;  $\text{codom}(f) = \mathbb{R}$   
da)  $\text{Dom}(f) = [\frac{3}{2}, +\infty[$ ;  $\text{codom}(f) = \mathbb{R}$   
ea)  $\text{Dom}(f) = ]-\infty, 0] \cup ]2, +\infty[$ ;  $\text{codom}(f) = \mathbb{R}$   
fa)  $\text{Dom}(f) = [-3, -1]$ ;  $\text{codom}(f) = \mathbb{R}$
4. a)  $f^{-1}: ]-\infty, 4] \longrightarrow [-1, +\infty[$  ;  $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt{4-x}$   
b)  $f^{-1}: \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{-5\}$  ;  $f^{-1}(x) = \frac{5x+1}{1-x}$   
c)  $f^{-1}: [-16, +\infty[ \longrightarrow [3, +\infty[$  ;  $f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{x+16}$   
d)  $f^{-1}: [0, 2] \longrightarrow [0, 2]$  ;  $f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{4-x^2}$   
e)  $f^{-1}: [0, \sqrt{3}] \longrightarrow ]0, \sqrt{3}]$  ;  $f^{-1}(x) = \sqrt{3-x^2}$   
f)  $f^{-1}: \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow ]-\infty, 0] \cup ]-\frac{3}{2}, +\infty[$  ;  $f^{-1}(x) = \frac{3y^2}{2y^2-1}$
5. a)  $f \circ g: \mathbb{R} - \{1, 2\} \longrightarrow \mathbb{R}$   $g \circ f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$   
 $x \longrightarrow \frac{1}{2x^2-6x+4}$   $x \longrightarrow \frac{-2x^2-30x-106}{(x+6)^2}$   
b)  $f \circ g: [\frac{13}{2}, +\infty[ \longrightarrow \mathbb{R}$   $g \circ f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$   
 $x \longrightarrow \sqrt{2x-11}$   $x \longrightarrow \sqrt{2x+1}-6$   
c)  $f \circ g: ]-\infty, 4[ \cup [5, +\infty[ \longrightarrow \mathbb{R}$   $g \circ f: \mathbb{R} - \{2\} \longrightarrow \mathbb{R}$   
 $x \longrightarrow \sqrt{\frac{10-2x}{4-x}} + \frac{2}{4-x}$   $x \longrightarrow \frac{2}{4-\sqrt{x+2}-x}$   
d)  $f \circ g: ]-\frac{1}{2}, 0[ \longrightarrow \mathbb{R}$   $g \circ f: ]-\infty, -2[ \longrightarrow \mathbb{R}$   
 $x \longrightarrow \frac{\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{\sqrt{\frac{1}{x^2}-4}}$   $x \longrightarrow \frac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{1-x}}$